aglasem.com

FOR KARNATAKA CLASS 10 PREPARATION

Karnataka SSLC Question Bank 2027 Mathematics (Marathi Medium)

EXAM	YEAR	TYPE	SUBJECT
Karnataka Class 10	2027	Question Bank	Maths

ಕರ್ನಾಟಕ ಸರಕಾರ

ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಾಕ್ಷರತಾ ಇಲಾಖೆ

ಸರಕಾರಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಶಿಕ್ಷಣ ಮಹಾವಿದ್ಯಾಲಯ (CTE), ಬೆಳಗಾವಿ

ಪಾಠ ಆಧಾರಿತ ಮೌಲ್ಯಾಂಕನ ಸಾಮಗ್ರಿ

2026-27

ಮಾಧ್ಯಮ: ಮರಾಠಿ

ವಿಷಯ :ಗಣಿತ

ತರಗತಿ :10

ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಇಲಾಖೆ,

ಬನಶಂಕರಿ ಮೂರನೇ ಹಂತ ಬೆಂಗಳೂರು -560085

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com Page 1 of 432

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ	
ಶ್ರೀಮತಿ ರಶ್ಮಿ ಮಹೇಶ್. ಭಾ.ಆ.ಸೇ ಸರಕಾರದ ಪ್ರಧಾನ ಕಾರ್ಯದರ್ಶಿಗಳು, ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಾಕ್ಷರತಾ ಇಲಾಖೆ.	
ಶ್ರೀ. ವಿಕಾಸ್ ಕಿಶೋರ್ ಸುರಳ್ಕರ್ ಭಾ.ಆ.ಸೇ ಆಯುಕ್ತರು, ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಾಕ್ಷರತಾ ಇಲಾಖೆ, ಬೆಂಗಳೂರು	ಶ್ರೀಮತಿ ಡಾ. ಕೆ ವಿದ್ಯಾಕುಮಾರಿ ಭಾ.ಆ.ಸೇ ರಾಜ್ಯ ಯೋಜನಾ ನಿರ್ದೇಶಕರು ಸಮಗ್ರ ಶಿಕ್ಷಣ ಕರ್ನಾಟಕ ಬೆಂಗಳೂರು
ಶ್ರೀ. ಕೆ . ಜಿ. ರಂಗಯ್ಯ ನಿರ್ದೆಶಕರು, ಡಿ.ಎಸ್.ಇ.ಆರ್.ಟಿ ಬೆಂಗಳೂರು	
ಮಾರ್ಗದರ್ಶಕರು ಮತ್ತು ಪರಿಶೀಲಕರು	
ಶ್ರೀ. ಪಾರಿ ಬಸವರಾಜ ಪ್ರಾಚಾರ್ಯರು, ಸರಕಾರಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಶಿಕ್ಷಣ ಮಹಾವಿದ್ಯಾಲಯ, (CTE) ಬೆಳಗಾವಿ	1. ಡಾ.ರಾಘವೇಂದ್ರ ಪಿ.ಕೆ 2. ಶ್ರೀಮತಿ ಬಿ.ಜೆ ಪೀರಜಾದೆ ಸರಕಾರಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಶಿಕ್ಷಣ ಮಹಾವಿದ್ಯಾಲಯ, (CTE) ಬೆಳಗಾವಿ
ಸಮನ್ವಯ	
ಶ್ರೀಮತಿ ರಾಧಾ ಪಿ, ಹಿರಿಯ ಸಹಾಯಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಡಿ.ಎಸ್.ಆರ್.ಟಿ ಬೆಂಗಳೂರು	
ಅನುವಾದಕ ಸಮೀತಿ	ಪರಿಷ್ಕರಣಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ತಂಡ
ಶ್ರೀ ಎ.ಎನ್ ಗಾವಡೆ ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರಸ್ವತಿ ವಿದ್ಯಾ ಮಂದಿರ ಕಿಣೇಯ.	ಶ್ರೀ ಕೋಮಲ ಗಾವಡೆ ಜ್ಯೋತಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಕರ್ಲೆ.
ಶ್ರೀ ಜೆ.ಎಸ್.ಪಾಟೀಲ ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರು, ದೇಸೂರು ಹೈಸ್ಕೂಲ ದೇಸೂರು.	ಶ್ರೀ ಜ್ಯೋತಿಬಾ ಕಡೇಮನಿ ಸರಸ್ವತಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ್ ಹಂದಿಗನೂರ
ಶ್ರೀ ಎಸ್.ಕೆ.ಪಾಟೀಲ ಸರಸ್ವತಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಹಂದಿಗನೂರು.	ಪರಿಶೀಲಕರು: ಶ್ರೀ ಕೋಮಲ ಗಾವಡೆ ಜ್ಯೋತಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಕರ್ಲೆ.
ಶ್ರೀ ಲಕ್ಷಣ ಕಾಲಮನಕರ ಪೀರನವಾಡಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಪೀರನವಾಡಿ.	

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

ಶ್ರೀ ಬಾಲಕೃಷ್ಣ ಜಾಧವ ಜನತಾ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಬಾಳೇಕುಂದ್ರಿ	
ಶ್ರೀ ಎ.ಬಿ.ಮಜುಕರ ಸಹ-ಶಿಕ್ಷಕರು ಶಿವಾಜಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಯಳ್ಳೂರು.	
ಶ್ರೀ ಜೆ.ಜಿ.ಹಲಗೇಕರ ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಭಗತಸಿಂಗ್ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಅಂಬೇವಾಡಿ.	
ಶ್ರೀ ಡಿ.ಎಲ್.ಕೋತೆಕರ ಶಿವಾಜಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಕಡೋಲಿ.	
ಶ್ರೀ ಕೋಮಲ ಗಾವಡೆ ಜ್ಯೋತಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಕರ್ಲೆ.	
ಶ್ರೀಮತಿ ಸೋನಾಲಿ ಚಿಟ್ಟಿ ವ್ಹಿ.ಎಸ್.ಪಾಟೀಲ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಮಚ್ಛೆ.	
ಶ್ರೀ ಕೋಬನ ಡುಕರೆ ವಿಠ್ಠಲ ರಾಮಜಿ ಶಿಂಧೆ ಹೈಸ್ಕೂಲ ರಣಕುಂಡೆ.	
ಶ್ರೀ ಹರಿ ಪಾಟೀಲ ಡಾ. ಬಾಬಸಾಹೇಬ ಅಂಬೇಡ್ಕರ ಕೇದನೂರು.	
ಪರಿಶೀಲಕರು: 1. ಶ್ರೀ ಸುನೀಲ ಕುಬ್ರೆ, ಬಿ.ಆರ್.ಪಿ. ಬೆಳಗಾವಿ ಗ್ರಾಮೀಣ 2. ಶ್ರೀ ಎ.ಎನ್ ಗಾವಡೆ ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರಸ್ವತಿ ವಿದ್ಯಾ ಮಂದಿರ ಕಿಣೇಯ.	

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com Page 3 of 432

शालेय शिक्षण आणि साक्षरता विभाग

सरकारी अध्यापक शिक्षण महाविद्यालय (CTE), बेळगाव

अध्ययन-आधारित मूल्यमापन प्रश्न बँक २०२६-२६

गणित

१० वी

इयत्ता

राज्य शैक्षणिक संशोधन आणि प्रशिक्षण विभाग,

बनशंकरी तिसरा टप्पा, बेंगळुरू-५६००८५

प्रकरण १ : वास्तव संख्या

अध्ययन निष्पत्ती

1. यापूर्वी अभ्यासलेल्या संख्यांच्या गुणधर्मांचे व त्यांच्यातील संबंधांचे सामान्यीकरण करून अंकगणिताचा मूलभूत प्रमेय विकसित करणे आणि दिलेल्या संयुक्त संख्यांचे मूळ संख्यांच्या गुणाकाराच्या स्वरूपात रूपांतर करणे.

2. दिलेल्या संख्यांचा म.सा.वि. व ल.सा.वि. शोधणे, तसेच दोन संख्यांचा गुणाकार आणि त्यांच्या म.सा.वि. व ल.सा.वि. यांच्या गुणाकारामधील संबंध पडताळणे आणि दैनंदिन जीवनातील समस्या सोडविण्यासाठी म.सा.वि. व ल.सा.वि.चा उपयोग करणे.

3. विरोधाभास पद्धतीचा वापर करून दिलेल्या अपरिमेय संख्या अपरिमेय असल्याचे सिद्ध करणे.

I. खालील प्रत्येक प्रश्न / अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा व त्याच्या अक्षरासह संपूर्ण उत्तर लिहा.

(१ गुण)

1. $\sqrt{2}$ ही __ संख्या आहे. (Easy)

(A) परिमेय संख्या

(B) अपरिमेय संख्या

(C) पूर्णांक

(D) नैसर्गिक संख्या

2. $5 - \sqrt{3}$ ही __ संख्या आहे. (Easy)

(A) अपरिमेय संख्या

(B) परिमेय संख्या

(C) संयुक्त संख्या

(D) मूळ संख्या

3. खालीलपैकी परिमेय संख्या कोणती? (Easy)

(A) 5

(B) π

(C) $\sqrt{3}$

(D) $3\sqrt{3}$

4. खालीलपैकी कोणती अपरिमेय संख्या नाही? (Easy)

(A) √2

(B) √3

(C) √9

(D) √5

5. खालीलपैकी परिमेय संख्या कोणती? (MQP-2025:Easy)

(A) $\sqrt{3}$

(B) $\sqrt{5}$

(C) $\sqrt{4}$

(D) $\sqrt{7}$

6. π ही __ संख्या आहे. (Easy)

(A) अपरिमेय संख्या

(B) परिमेय संख्या

(C) मूळ संख्या

(D) संयुक्त संख्या

7. $7 \times 11 \times 13 + 13$ ही __ संख्या आहे. (Aug - 2024 : Easy)

(A) मूळ संख्या

(B) संयुक्त संख्या

(C) अपरिमेय संख्या

(D) विषम संख्या

8. 91 चे मूळ अवयव रूप कोणते? (SLP-2024 : Easy)

(A) $2 \times 13 \times 7$

(B) 13×7

(C) 91×1

(D) $13 \times 7 \times 1$

9. 1 ते 10 दरम्यान असलेल्या मूळ संख्यांची संख्या किती? (Easy)

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 12

10. कोणतीही संयुक्त संख्या __ संख्यांच्या गुणाकाराच्या रूपात व्यक्त करता येते. (Average)

(A) सम (B) विषम (C) मूळ (D) वर्ग

11. 120 चे मूळ अवयव रूप कोणते? (MQP-2019 : Easy)

(A) $2^3 \times 3^2 \times 5^1$ (B) $2^2 \times 3^1 \times 5^1$ (C) $2^3 \times 3^1 \times 5^2$ (D) $2^3 \times 3^1 \times 5^1$

12. 30 चे मूळ अवयव कोणते? (Easy)

(A) 2, 3, 5

(B) 5, 3

(C) 15, 2

(D) 6, 5

13. 2 आणि 3 चा ल.सा.वि. किती? (Easy)

(A) 2

(B) 3

(C) 5

(D) 6

14. 3 आणि 5 चा म.सा.वि. किती? (SLP-2023 :Easy)

(A) 1

(B) 3

(C) 5

(D) 15

15. कोणत्याही दोन सलग नैसर्गिक संख्यांचा म.सा.वि. किती असतो? (Easy)

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

16. कोणत्याही दोन मूळ संख्यांचा म.सा.वि. किती असतो? (June-2023 : Easy)

(A) 0

(B) 2

(C) 1

(D) -1

17. 'a' आणि 'b' या परस्पर prime (सह-मूळ) संख्या असतील, तर त्यांचा ल.सा.वि. __ असतो.

(A) 0

(B) a × b

(C) 1 (D) a + b

18. सर्वात लहान संयुक्त संख्या आणि सर्वात लहान मूळ संख्येचा म.सा.वि. किती?

(A) 4 (September-2020: Average)

(B) 2

(C) 1

(D) 8

19. कोणत्याही दोन धन पूर्णांकांसाठी 'a' आणि 'b' यांच्या म.सा.वि. × ल.सा.वि. चे मूल्य __ असते.

(A) a + b (April-2019 :Easy)

(B) a – b

(C) a × b

(D) a ÷ b

20. (12, 15) चा म.सा.वि. 3 आहे. तर (12, 15) चा ल.सा.वि. किती? (Average)

(A) 60 (B) 45 C) 3 (D) 90

21. $5^2 \times 2$ आणि $2^5 \times 5$ यांचा म.सा.वि. किती? (MQP-1,2024 : Easy)

(A) 2 × 5

(B) $2^5 \times 5$

(C) $5^2 \times 2^6$

(D) $2^5 \times 5^2$

22. दोन धन पूर्णांक a आणि b यांना पुढीलप्रमाणे व्यक्त केले आहे. जर x आणि y या मूळ संख्या असतील, तर (a, b) चा म.सा.वि. शोधा. (Average)

(A) xy

(B) xy^2

(C) x^3y^3

(D) x^2y^2

3. a आणि 18 यांचा ल.सा.वि. 36 आणि म.सा.वि. 2 आहे. तर a ची किंमत किती?

(A) 2 (Average

(B) 3

(C) 4 (D) 1

24. p आणि q या परस्पर prime संख्या असतील, तर p^2 आणि q^2 यांचा म.सा.वि. किती?

(A) pq (Easy)

(B) 1

(C) p + q

(D) p^2q^2

25. जर 180 = ... × ... × 5 असेल, तर x ची किंमत शोधा. (SLP-2020 : Difficult)(

A) 1 B) 2 (C) 3 (D) 4

26. 15 आणि 20 या संख्यांच्या म.सा.वि. व ल.सा.वि.चा गुणा

(A) 15 (April-2024 : Average)

(B) 20

(C) 300

(D) 35

27. 'a' ही विषम संख्या आहे आणि 'b' ही 3 ने विभाज्य संख्या आहे. जर 'a' आणि 'b' चा ल.सा.वि. 'p' असेल, तर 3a आणि 2b चा ल.सा.वि. किती? (Difficult)

(A) p^2

(B) 5p

(C) 6p

(D) 3p

28. दोन संख्या a आणि b यांचा म.सा.वि. 5 आणि ल.सा.वि. 200 आहे. तर a आणि b चा गुणाकार किती?

(A) 205 (Average)

(B) 1000

(C) 200

(D) 195

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (१ गुण)

29. 140 चे मूळ संख्यांच्या गुणाकाराच्या रूपात रूपांतर करा.

30. अंकगणिताचा मूलभूत प्रमेय लिहा.

31. 24 आणि 36 यांचा म.सा.वि. 12 असल्यास त्यांचा ल.सा.वि. शोधा.

32. 96 चे मूळ अवयवांच्या गुणाकाराच्या रूपात रूपांतर करा.

33. 156 चे मूळ अवयवांच्या गुणाकाराच्या रूपात रूपांतर करा.

34. जर $200 = 2^m \times 5^n$ असेल, तर m आणि n ची मूल्ये शोधा.

35. 24 मी. आणि 36 मी. लांबीच्या दांड्यांना अचूकपणे मोजता येईल अशा दांड्याची जास्तीत जास्त लांबी शोधा.

36. ज्याचे केवळ 7 आणि 3 हे मूळ अवयव आहेत अशी सर्वात लहान संख्या लिहा.

37. दिलेले factor tree (अवयव वृक्ष) पाहून x आणि y ची मूल्ये शोधा.---

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (२/३ गुण)

38. (306, 657) चा म.सा.वि. 9 असल्यास त्यांचा ल.सा.वि. शोधा.

39. $7 \times 11 \times 13 + 13$ ही संयुक्त संख्या आहे. हे विधान स्पष्ट करा.

40. (91, 26) चा ल.सा.वि. 182 असल्यास त्यांचा म.सा.वि. शोधा.

41. संयुक्त संख्या म्हणजे काय? 23 आणि 24 यांपैकी संयुक्त संख्या कोणती?

42. 438 आणि 606 या दोन्ही संख्यांना बाकी न ठेवता विभाजित करणारी सर्वात मोठी संख्या शोधा.

43. $5 + \sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा. **(43 ते 89 सर्व प्रश्न AVERAGE)**

44. $2 + \sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

45. $6 + \sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

46. $5-\sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

47. $2 + \sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

48. $3 + \sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

495 + $\sqrt{7}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

50. 5 + $\sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

51 4 + $\sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

52. 6 + $\sqrt{11}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

53. 8 + $\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

54. 7 + $\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

55. 2 + $\sqrt{7}$ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

56. 7 + $\sqrt{7}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

57. 2 $-\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

58. 2 $-\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

59. 6$-\sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

60. (120, 135) चा म.सा.वि. 15 असल्यास त्यांचा ल.सा.वि. शोधा.

61. (88, 128) चा म.सा.वि. 8 असल्यास त्यांचा ल.सा.वि. शोधा.

62. (136, 176) चा म.सा.वि. 8 असल्यास त्यांचा ल.सा.वि. शोधा.

63. (336, 216) चा म.सा.वि. 24 असल्यास त्यांचा ल.सा.वि. शोधा.

64. (224, 336) चा ल.सा.वि. 672 असल्यास त्यांचा म.सा.वि. शोधा.

65. (112, 144) चा ल.सा.वि. 1008 असल्यास त्यांचा म.सा.वि. शोधा.

66. (96, 120) चा ल.सा.वि. 480 असल्यास त्यांचा म.सा.वि. शोधा.

67. 68 आणि 72 या संख्यांचा मूळ अवयव पद्धतीने म.सा.वि. व ल.सा.वि. शोधा आणि

ल.सा.वि. × म.सा.वि. = संख्यांचा गुणाकार हे पडताळून पाहा.

68. 36 आणि 63 या संख्यांचा मूळ अवयव पद्धतीने म.सा.वि. व ल.सा.वि. शोधा आणि वरील संबंध पडताळून पाहा.

69. 38 आणि 57 या संख्यांचा मूळ अवयव पद्धतीने म.सा.वि. व ल.सा.वि. शोधा आणि वरील संबंध पडताळून पाहा.

70. 66 आणि 42 या संख्यांचा मूळ अवयव पद्धतीने म.सा.वि. व ल.सा.वि. शोधा आणि वरील संबंध पडताळून पाहा.

71. दोन आयताकृती टेबलांची लांबी अनुक्रमे 84 सेमी आणि 126 सेमी आहे व दोन्ही टेबलांची रुंदी 42 सेमी आहे. दोन्ही टेबलांवर अचूकपणे बसू शकणाऱ्या चौकोनी काचेच्या पत्र्याची जास्तीत जास्त बाजूची लांबी शोधा. तसेच प्रत्येक टेबलासाठी आवश्यक असलेल्या काचेच्या पत्र्यांची एकूण संख्या शोधा.

72. दोन संख्यांच्या ल.सा.वि. आणि म.सा.वि.चा गुणाकार 2366 आहे आणि त्यांचा म.सा.वि. 13 आहे. तर ल.सा.वि. शोधा. त्यांपैकी एक संख्या 91 असल्यास दुसरी संख्या शोधा.

73. एका सभागृहाच्या फरशीवर चौकोनी फरशा पूर्णपणे बसवायच्या आहेत. फरशीची लांबी 112 फूट आणि रुंदी 72 फूट आहे. वापरता येणाऱ्या चौकोनी फरशीच्या तुकड्याची जास्तीत जास्त बाजूची लांबी शोधा. तसेच फरशीसाठी आवश्यक असलेल्या एकूण फरशांची संख्या शोधा.

74. दोन संख्यांच्या म.सा.वि. आणि ल.सा.वि.चा गुणाकार 2016 आहे. त्यांपैकी एक संख्या 42 असल्यास दुसरी संख्या शोधा. तसेच मूळ अवयव पद्धतीने त्या दोन संख्यांचा म.सा.वि. शोधा.

75. $2^m \times 3^2$, $3^n \times 2^2$ आणि $3^3 \times 2$ यांचा ल.सा.वि. आणि म.सा.वि. अनुक्रमे $3^4 \times 2^3$ आणि $3^y \times 2^x$ असल्यास m, n, x आणि y ची मूल्ये शोधा.

76. दोन विद्यार्थी A आणि B अनुक्रमे 24 आणि 60 गुलाब वापरून हार तयार करतात. काही हार तयार केल्यानंतर दोघांनी वापरलेल्या फुलांची संख्या समान होते. दोघांनी समान प्रमाणात वापरलेल्या गुलाबांची किमान संख्या शोधा आणि त्यांनी असे किती हार तयार केले आहेत ते शोधा.

77. क्रीडांगणाभोवती गोलाकार मार्ग आहे. A ला मैदानाची एक फेरी पूर्ण करण्यासाठी 18 मिनिटे लागतात, तर B ला 24 मिनिटे लागतात. दोघेही एकाच ठिकाणाहून, एकाच वेळी आणि एकाच दिशेने निघाले, तर ते पुन्हा सुरुवातीच्या ठिकाणी किती मिनिटांनी एकत्र येतील?

78. अंकगणिताच्या मूलभूत प्रमेयानुसार, जर ... असेल, तर x, y आणि z ची मूल्ये शोधा.

79. आयताकृती मैदानाची लांबी 147 मी. आणि रुंदी 56 मी. आहे. लांबी व रुंदी दोन्ही अचूकपणे मोजण्यासाठी वापरता येणाऱ्या दांड्याची जास्तीत जास्त लांबी शोधा. मैदानाची लांबी मोजण्यासाठी हा दांडा किती वेळा वापरावा लागेल?

80. एका मिठाई विक्रेत्याकडे 420 काजू बर्फी आणि 130 बदाम बर्फी आहेत. तिला त्या अशा प्रकारे रचायच्या आहेत की प्रत्येक ढिगात बर्फींची संख्या समान असेल आणि ट्रेवर कमीत कमी जागा व्यापली जाईल. या उद्देशासाठी प्रत्येक ढिगात किती बर्फी ठेवता येतील?

81. $\sqrt{2}$ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

82. $\sqrt{3}$ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

83. $\sqrt{5}$ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.

84. 510 आणि 92 या संख्यांचा मूळ अवयव पद्धतीने म.सा.वि. व ल.सा.वि. शोधा आणि

ल.सा.वि. × म.सा.वि. = संख्यांचा गुणाकार हे पडताळून पाहा.

85. 336 आणि 54 या पूर्णांकांचा मूळ अवयव पद्धतीने म.सा.वि. व ल.सा.वि. शोधा आणि

ल.सा.वि. × म.सा.वि. = पूर्णांकांचा गुणाकार हे पडताळून पाहा.

86. 26 आणि 91 यांचा मूळ अवयव पद्धतीने म.सा.वि. व ल.सा.वि. शोधा आणि

ल.सा.वि. × म.सा.वि. = संख्यांचा गुणाकार हे पडताळून पाहा.

87. 135 आणि 75 चा मूळ अवयव पद्धतीने म.सा.वि. शोधा आणि त्यानंतर HCF(135, 75) आणि 20 यांचा ल.सा.वि. शोधा.

88. 12, 15 आणि 21 यांचा मूळ अवयव पद्धतीने ल.सा.वि. व म.सा.वि. शोधा.

89. 6, 72 आणि 120 यांचा मूळ अवयव पद्धतीने ल.सा.वि. व म.सा.वि. शोधा.

90. परेडमध्ये 616 सदस्यांचे सैन्यदल 32 सदस्यांच्या सैन्य बँडच्या मागे चालणार आहे. दोन्ही गटांनी समान संख्येच्या स्तंभांमध्ये चालायचे आहे. ते ज्या जास्तीत जास्त स्तंभांमध्ये चालू शकतील त्यांची संख्या शोधा. तसेच प्रत्येक गटातील ओळींची संख्या शोधा. (difficult)

अध्याय २ : बहुपदी

अध्ययन निष्पत्ती

4. बहुपदीचे प्रकार व घातांक ओळखणे, बहुपदीचे प्रमाणित रूपात रूपांतर करणे तसेच बहुपदीची कोटी (degree) आणि शून्ये (zeroes) यांच्यातील संबंध ओळखणे.

5. बहुपदीची शून्ये शोधण्यासाठी बीजगणितीय व आलेखीय पद्धतींमधील संबंध विकसित करणे.

6. बहुपदीची शून्ये आणि गुणांक यांच्यातील संबंध शोधणे आणि शून्ये / शून्यांची बेरीज / शून्यांचा गुणाकार दिला असता द्विघाती बहुपदी तयार करणे.

I. खालील प्रत्येक प्रश्न / अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा व त्याच्या अक्षरासह संपूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

1. बहुपदी p(x)= $x^2 - 3x + 4x^3 - 6$ ची कोटी किती? [MQP 2018, Easy

(A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 6

2. रेषीय बहुपदीची कोटी किती असते? [MQP 2019,Easy]

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D)

3. बहुपदी p(x) = $2x^3$ + 3x -11 + 6 ची कोटी किती? [Easy]

(A) 2 (B) 6 (C) 3 (D) 4

4. द्विघाती बहुपदीची कोटी किती असते? ? [Easy

(A) 4 (B) 1 (C) 3 (D) 2

5. घन बहुपदीची कोटी किती असते? [MARCH 2020 Easy]

(A) 4 (B) 1 (C) 3 (D) 2

6. द्विघाती बहुपदीची जास्तीत जास्त किती शून्ये असू शकतात? [SLP 2024, Easy]

(A) 4 (B) 1 (C) 2 (D) 3

7. द्विघाती बहुपदी $f(x) = x^2 - 9x + 20$ साठी $f(0)$ ची किंमत किती? [Easy]

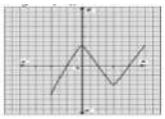
(A) 20 (B) 11 (C) -20 (D) 29

8. बहुपदी $p(x) = x^2 - 1$ साठी $p(2)$ची किंमत किती? [Easy]

(A) 2 (B) 3 (C) 0 (D) 1

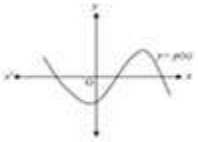
9. आकृतीमध्ये आलेखाद्वारे दर्शविलेल्या $y = p(x)$ या बहुपदीची शून्यांची संख्या किती?

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 7 [JUNE 2019, Easy]



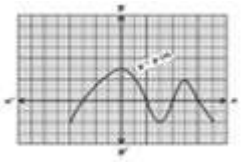
10. आकृतीमध्ये $p(x)$ हा बहुपदीचा आलेख दर्शविला आहे. बहुपदीची शून्ये किती आहेत? [Easy]

(A) 4 (B) 2 (C) 3 (D) 1



11. आकृतीमध्ये $p(x)$ या बहुपदीची शून्यांची संख्या किती आहे?

(A) 3 (B) 5 (C) 4 (D) 2

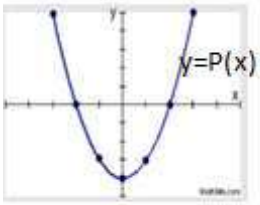


12. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज -2 आणि गुणाकार 8 आहे, ती बहुपदी कोणती?

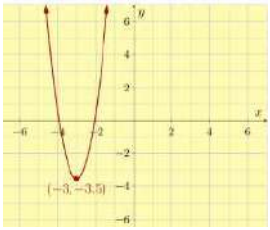
A) $x^2 + 2x + 8$ B) $x^2 - 2x - 8$ C) $x^2 + 2x - 8$ D) $x^2 - 2x + 8$

13. आकृतीमध्ये $p(x)$ या बहुपदीची शून्यांची संख्या किती आहे?

(A) 1 (B) 3 (C) 2 (D) 4

14. आकृतीमध्ये = p(x)या बहुपदीची शून्ये 

कोणती आहेत?



(A) 1 आणि -4

(B) -3 आणि -4

(C) -2 आणि -4

(D) -1 आणि -4

15. जर α आणि β ही $p(x) = ax^2 + bx + c$ या बहुपदीची शून्ये असतील, तर α x β, ची किंमत किती?

A) $\frac{b}{a}$ B) $\frac{-b}{a}$ C) $\frac{c}{a}$ D) $\frac{-c}{a}$ [APRIL 2024

16. जर α आणि β ही $p(x) = ax^2 + bx + c$ या बहुपदीची शून्ये असतील, तर α + β ची किंमत किती?

A) $\frac{b}{a}$ B) $\frac{-b}{a}$ C) $\frac{c}{a}$ D) $\frac{-c}{a}$ [Easy]

17. बहुपदी $p(x) = x^2 - x + k$ च्या शून्यांपैकी एक शून्य 2 असल्यास k ची किंमत किती?

(A) 2 (B) -2 (C) -6 (D) 6 [JUNE 2019, Difficult]

18. बहुपदी $p(x) = kx^2 + 2x + 3k$ च्या शून्यांची बेरीज ही त्याच शून्यांच्या गुणाकाराइतकी असल्यास k ची किंमत शोधा.

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{-2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{-3}{4}$ [Average]

19. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज 4 आणि गुणाकार 5 आहे, ती बहुपदी कोणती?

A) $p(x) = x^2 - 4x - 5$ B) $p(x) = x^2 + 4x - 5$ C) $p(x) = x^2 - 5x + 4$ D) $p(x) = x^2 - 4x + 5$
[,MQP2023,Easy]

20. बहुपदी $p(x) = x^2 - 2x - 8$च्या शून्यांची बेरीज किती?

(A) -8 (B) 2 (C) -2 (D) 8 [MQP 2024, Average]

21. बहुपदी P(x) चा आलेख (-3,0), (-1,-5), (0,-6) आणि (2,0) या बिंदूंमधून जात असल्यास, त्या द्विघाती बहुपदीची शून्ये कोणती?

(A) -3 आणि -6 [MQP 2024: Difficult]

(B) 0 आणि -3

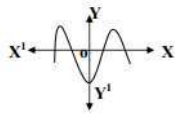
(C) -1 आणि -5

(D) -3 आणि 2

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (१ गुण)

22. घन बहुपदीची जास्तीत जास्त किती शून्ये असू शकतात?

23. दिलेल्या आलेखावरून बहुपदी p(x) ची शून्यांची संख्या शोधा.



24. दिलेल्या आलेखावरून बहुपदी p(x) ची शून्यांची संख्या शोधा. [JUNE 2020, APRIL 2023, Easy]

25. बहुपदी $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x^4 - 6$ ची कोटी लिहा.

[APRIL 2016,Easy]

26. बहुपदी $f(x) = x^2 - 3x^3 + 2$ ची कोटी लिहा.

[APRIL 2018,Easy]

27. बहुपदी $f(x) = 2x^2 - x^3 + 5$ ची कोटी लिहा. [APRIL 2019, Easy]

28. बहुपदी $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x^4 - 3x + 4$ ची कोटी लिहा. [APRIL 2023, Easy]

29. बहुपदी $p(x) = x(x^2 + 2x) + 3x - 5$ ची कोटी लिहा. [Average]

30. बहुपदी $g(p) = 7p^4 - 2p^3 + 3p^2 + p - 3$ ची कोटी लिहा. [MQP 2024, Easy]

31. बहुपदी $P(x) = x^2 - 5x + 6$ च्या शून्यांची बेरीज शोधा. [JUNE 2023, Easy]

32. बहुपदी $P(x) = 2x^2 - 9x + 10$ च्या शून्यांचा गुणाकार शोधा. [SLP 2020 , Easy]

33. बहुपदी $P(x) = x^2 + 7x + 10$ च्या शून्यांची बेरीज शोधा. [March 2024,Easy]

34. बहुपदी $f(x) = 2x^2 - 3x + k$ च्या शून्यांचा गुणाकार 3 असल्यास 'k' ची किंमत शोधा. [Average]

35. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज -3 आणि गुणाकार 2 आहे, ती बहुपदी लिहा.

[SLP 2019, Easy]

36. बहुपदी $p(x) = x^2 - 3$ ची शून्ये शोधा. [Easy]

37. बहुपदी $p(x) = x^2 - 25$ ची शून्ये शोधा. [Easy]

38. जर $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x + 6$, तर p(1) ची किंमत शोधा. [LO – 4, Average]

39. दिलेल्या आलेखातील $y = p(x)$ या बहुपदीची शून्ये लिहा. [MARCH 2025, Easy]

40. ज्यांची शून्ये α आणि β आहेत अशी द्विघाती बहुपदी $p(x)$ लिहा.

-III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (२ गुण)

41. रेषीय बहुपदी आणि द्विघाती बहुपदीचे प्रमाणित रूप लिहा. [MQP 2020,Easy]
42. बहुपदी P(x) = 6x ^{2} −3−7x ची शून्ये शोधा. [MQP 2019, Average]

43. बहुपदी P(x) = $4x^2 - 4x - 3$ची शून्ये शोधा. [APRIL 2019, Average]

44. बहुपदी p(x) = $ax^2 + bx$ + c च्या शून्यांची बेरीज -3 आणि शून्यांचा गुणाकार 2 असल्यास, b + c = 5a हे सिद्ध करा. [Difficult]
45. जर αआणि ही P(x) = x^2 - 4x + 5 या बहुपदीची दोन शून्ये असतील, तर $\alpha^2 + \beta^2$. राशीची किंमत शोधा. [Difficult]
46. जर αआणि β ही P(x) = x^2 +3x + 1 या बहुपदीची दोन शून्ये असतील, तर $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ राशीची किंमत शोधा. [Difficult]
47. जर ही P(x) = x^2 +3x + 1 या बहुपदीची दोन शून्ये असतील, तर $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ राशीची किंमत शोधा.

[Difficult]

48. बहुपदी P(x) = $2x^2 - 6x$ + k च्या एका शून्याची किंमत दुसऱ्या शून्याच्या दुप्पट आहे. 'k' ची किंमत शोधा. [SEPT 2020, Average]
49. बहुपदी P(x) = $ax^2 + bx - 4$ च्या शून्यांची बेरीज $\frac{1}{4}$ आणि गुणाकार -1 आहे. a आणि b ची मूल्ये शोधा. [Average]

50. बहुपदी P(x) = $x^2 - 5x - 6$ ची शून्ये शोधा. [Average]

51. ज्यांची शून्ये $\sqrt{3}$ आणि $-\sqrt{3}$आहेत अशी बहुपदी शोधा. (Difficult)

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

(३ गुण)

52. द्विघाती बहुपदी p(x) = x^2 - 2x – 8 ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. [Difficult]

53. द्विघाती बहुपदी p(x) = x^2 + 7x + 10 ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. [JUNE 2023, APRIL 2025,Difficult]
54. द्विघाती बहुपदी $p(x) = 6x^2 - 7x - 3$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (MQP 2026,Avearge)

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

55. द्विघाती बहुपदी $p(x) = x^2 + 6x + 8$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (SLP 2026 ,Average)

56. द्विघाती बहुपदी $p(x) = x^2 + 6x + 5$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (Average)

57. द्विघाती बहुपदी $p(x) = x^2 + 3x + 2$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (Average)

58. द्विघाती बहुपदी $p(x) = x^2 + x - 12$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (Average)

59. द्विघाती बहुपदी $p(x) = x^2 - 6x + 9$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (Average)

60. द्विघाती बहुपदी $p(x) = x^2 - 2x - 15$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (Average)

61. द्विघाती बहुपदी $p(x) = x^2 - 5x - 14$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (Average)

62. द्विघाती बहुपदी $p(x) = x^2 - 2x + 1$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (Average)

63. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज -3 आणि गुणाकार 2 आहे, ती बहुपदी लिहा आणि त्या बहुपदीची शून्ये शोधा. [MARCH 2024,Difficult]

64. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज 7 आणि गुणाकार 12 आहे, ती बहुपदी लिहा आणि त्या बहुपदीची शून्ये शोधा [JUNE 2024,Difficult].

65. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज 2 आणि गुणाकार 8 आहे, ती बहुपदी लिहा आणि त्या बहुपदीची शून्ये शोधा. (Avearge)

66. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज 4 आणि गुणाकार 4 आहे, ती बहुपदी लिहा आणि त्या बहुपदीची शून्ये शोधा. (Avearge)

67. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज 6 आणि गुणाकार 8 आहे, ती बहुपदी लिहा आणि त्या बहुपदीची शून्ये शोधा. (Avearge)

68. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज 3 आणि गुणाकार 10 आहे, ती बहुपदी लिहा आणि त्या बहुपदीची शून्ये शोधा. (Avearge)

69. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज 2 आणि गुणाकार 15 आहे, ती बहुपदी लिहा आणि त्या बहुपदीची शून्ये शोधा. (Avearge)

70. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज 5 आणि गुणाकार -6 आहे, ती बहुपदी लिहा आणि त्या बहुपदीची शून्ये शोधा. (Avearge)

71. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज 9 आणि गुणाकार 14 आहे, ती बहुपदी लिहा आणि त्या बहुपदीची शून्ये शोधा. (Avearge)

72. आलेखामध्ये दर्शविलेली द्विघाती बहुपदी शोधा. शून्ये आणि गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (Difficult)



73. ज्या द्विघाती बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज -6 आणि गुणाकार 8 आहे, ती बहुपदी लिहा. त्या बहुपदीची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळून पाहा. (Difficult)

74. जर αआणि ही $p(x) = x^2 + 3x + 1$ या द्विघाती बहुपदीची शून्ये असतील, तर

i) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ (ii) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ या राशींच्या किंमती शोधा. (MQP 2026, Difficult)

75. जर αआणि β ही $p(x) = x^2 + 3x + 2$ या बहुपदीची दोन शून्ये असतील, तर दिलेल्या राशीची किंमत शोधा. (MQP 2026, Difficult)

76. जर αआणि β ही $p(x) = x^2 + 3x + 2$ या बहुपदीची दोन शून्ये असतील, तर $\alpha^3\beta + \alpha\beta^3$ राशीची किंमत शोधा. (MQP 2026, Difficult)

77. बहुपदी $P(x) = 2x^2 - 8x + (k+1)$ च्या एका शून्याची किंमत दुसऱ्या शून्याच्या सातपट आहे. 'k' ची किंमत शोधा. (MQP 2026,Difficult)

प्रकरण -3 दोन चलपदाच्या रेषीय समीकरणाची जोडी

I. खालील प्रत्येक प्रश्न/अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत.

योग्य पर्याय निवडून अक्षरासह संपूर्ण उत्तर लिहा.

(१ गुण)

1. $a_1x+b_1y+c_1=0$ आणि $a_2x+b_2y+c_2=0$ या दोन रेषीय समीकरणांच्या जोडीने दर्शविलेल्या रेषा एकरूप (Coincident) असल्यास, खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता?

(जून-2025, सोपे)

A) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ B) $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ C) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ D) $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$

2. $a_1x+b_1y+c_1=0$ आणि $a_2x+b_2y+c_2=0$ या दोन रेषीय समीकरणांच्या जोडीने दर्शविलेल्या रेषा छेदणाऱ्या असल्यास, खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता?

(जुलै-2021, सोपे)

A) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ B) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ C) $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ D) $\frac{a_1}{b_2}=\frac{b_1}{a_2}$

3. दोन रेषीय समीकरणांच्या जोडीमध्ये $a_1x+b_1y+c_1=0$ आणि $a_2x+b_2y+c_2=0$ जर $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$, तर –

A) समीकरणांना कोणतेही उत्तर नाही.

B) समीकरणांना एकमेव उत्तर आहे.

C) समीकरणांना तीन उत्तरे आहेत. D) समीकरणांना अनंत उत्तरे आहेत.

4. दोन रेषीय समीकरणांच्या जोडीला एकमेव उत्तर असल्यास, खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता?

A) $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ B) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ C) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}$ D) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$

5. $2x + 3y - 9 = 0$ आणि $4x + 6y - 18 = 0$ या समीकरणांनी दर्शविलेल्या रेषा कोणत्या आहेत?

A) छेदणाऱ्या रेषा

B) एकमेकांना लंब रेषा

C) समांतर रेषा

D) एकरूप रेषा

(एप्रिल-2024, सरासरी)

6. $x + 2y - 4 = 0$ आणि $2x + 4y - 12 = 0$ या समीकरणांनी दर्शविलेल्या रेषा कोणत्या आहेत?

A) छेदणाऱ्या रेषा

B) समांतर रेषा

C) एकमेकांना लंब रेषा

D) एकरूप रेषा

(सप्टेंबर-2020, सरासरी)

7. $2x - 5y + 4 = 0$ आणि $2x + y - 8 = 0$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीला –

A) नेमकी दोन उत्तरे आहेत.

B) अनंत उत्तरे आहेत.

C) एकमेव उत्तर आहे.

D) कोणतेही उत्तर नाही.

8. $x - 2y = 0$ आणि $3x + 4y - 20 = 0$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीने दर्शविलेल्या रेषा –

A) छेदणाऱ्या रेषा B) एकमेकांना लंब रेषा C) समांतर रेषा D) एकरूप रेषा (जुलै-2021, सरासरी)

9. $x + 2y - 4 = 0$ आणि $2x + 4y - 12 = 0$ ही समीकरणे आलेखावर दर्शविल्यास त्या –

A) छेदणाऱ्या रेषा

B) एकमेकांना लंब रेषा

C) समांतर रेषा

D) एकरूप रेषा (एप्रिल-2024, सरासरी)

10. $x - y = 8$ आणि $3x - 3y = 16$ या समीकरणांनी दर्शविलेल्या रेषा –

A) छेदणाऱ्या रेषा

B) एकमेकांना लंब रेषा

C) समांतर रेषा

D) एकरूप रेषा (जून-2022, सरासरी)

11. रेषीय समीकरणांची एखादी जोडी विसंगत (Inconsistent) असल्यास, त्याद्वारे दर्शविलेल्या रेषा परस्पर

A) छेदणाऱ्या

B) एकमेकांना लंब

C) समांतर

D) एकरूप

12. $x + 2y = 3$ आणि $2x + 4y = k$ या समीकरणांनी दर्शविलेल्या रेषा एकरूप असल्यास 'k' ची किंमत किती?

A) 3

B) 6

C) -3

D) -6 (ऑगस्ट-2024, कठीण)

13. $3x + 2ky = 2$ आणि $2x + 5y + 1 = 0$ या समीकरणांनी दर्शविलेल्या रेषा समांतर असल्यास 'k' ची किंमत किती?

A) -5/4 B) 2/5 C) 15/4 D) 3/2

14. खालीलपैकी कोणत्या रेषीय समीकरणांच्या जोडीने एकरूप रेषा दर्शविल्या आहेत?

A) $x - 2y = 0$

$3x + 4y = 20$

B) $2x + 3y = 9$

$4x + 6y = 18$

C) x + 2y = 4

2x + 4y = 12

D) x + y = 8

x - y = 4

15. खालीलपैकी रेषीय समीकरणांच्या जोडीने दर्शविलेल्या रेषांबाबत चुकीचे विधान कोणते?

A) रेषा समांतर असल्यास समीकरणांना कोणतेही उत्तर नसते.

B) रेषा एकमेकांना लंब असल्यास समीकरणांना कोणतेही उत्तर नसते.

C) रेषा एकरूप असल्यास समीकरणांना अनंत उत्तरे असतात.

D) रेषा छेदणाऱ्या असल्यास समीकरणांना एकमेव उत्तर असते.

16. $2x + 3y = 16$ हे समीकरण सिद्ध करणाऱ्या x आणि y च्या किंमती कोणत्या?

A) x = 5, y = 2

B) x = 2, y = 5

C) x = -5, y = -2

D) x = -5, y = 2

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

(१ गुण)

17. 'x' आणि 'y' ही चल असलेल्या दोन रेषीय समीकरणांच्या जोडीचे प्रमाणित रूप लिहा.

18. दोन चलांतील रेषीय समीकरणांची जोडी विसंगत (inconsistent) असल्यास तिला किती उत्तरे असतात?

19. $a_1x+b_1y+c_1=0$ आणि $a_2x+b_2y+c_2=0$ या समीकरणांच्या जोडीमध्ये $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$? असल्यास तिला किती उत्तरे असतात?

20. दोन चलांतील रेषीय समीकरणांच्या जोडीने दर्शविलेल्या रेषा एकरूप असल्यास तिला किती उत्तरे असतात?

21. लांबी 'l' एकक आणि रुंदी 'b' एकक असलेल्या आयताची परिमिती 32 मीटर आहे. या विधानासाठी दोन चलांतील रेषीय समीकरण तयार करा.

22. एका वर्गात, "मुलांची संख्या (x) ही मुलींच्या संख्येच्या (y) दुप्पटपेक्षा 1 ने जास्त आहे." या विधानासाठी दोन चलांतील रेषीय समीकरण तयार करा.

23. $x + 2y - 4 = 0$ आणि $ax + by - 12 = 0$ या समीकरणांनी दर्शविलेल्या रेषा एकरूप असल्यास 'a' आणि 'b' यांच्या किंमती शोधा.

24. $4x + py + 8 = 0$ आणि $4x + 4y + 2 = 0$ या समीकरणांनी दर्शविलेल्या रेषा समांतर असल्यास 'p' ची किंमत शोधा.

25. $x + 2y - 4 = 0$ आणि $3x + 2y - 5 = 0$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीला किती उत्तरे आहेत?

26. $2x + 3y - 9 = 0$ आणि $4x + 6y - 18 = 0$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीला किती उत्तरे आहेत?

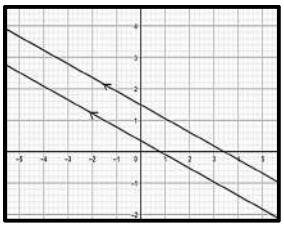
27. दोन चलांतील रेषीय समीकरणांच्या जोडीने दर्शविलेल्या रेषा छेदणाऱ्या असल्यास त्या जोडीला किती उत्तरे असतात?

28. $2x - 3y + 4 = 0$ आणि $3x + 5y + 8 = 0$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीला किती उत्तरे आहेत?

29. $2x + 3y - 9 = 0$ आणि $3x - 2y + 6 = 0$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीला किती उत्तरे आहेत?

30. "पाच वर्षांपूर्वी नूरीचे वय (x) सोनूच्या वयाच्या (y) तिप्पट होते." या विधानासाठी दोन चलांतील रेषीय समीकरणाचे प्रमाणित रूप लिहा.

31. खाली दिलेला दोन चलांतील रेषीय समीकरणांच्या जोडीचा आलेख आहे. या जोडीला किती उत्तरे आहेत?



III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (२ गुण)

32. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + y = 10$

$x - y = 2$

33. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$3x - y = 15$

$2x - y = 5$

34. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + y = 8$

$x - y = 1$

35. पर्यायी पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$x + y = 14$

$x - y = 4$

36. पर्यायी पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$x + 2y = 8$

$x - y + 1 = 0$

37. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + y = 8$

$3x - y = 7$

38. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + y = 10$

$x + y = 6$

39. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$3x + y = 9$

$x + y = 5$

40. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा $x + 2y = 6$, $x + y = 5$

41. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + y = 2$

$x + y = 4$

42. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$x + 3y = 10$

$x + y = 6$

43. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x - y = 8$

$x + y = 7$

44. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$3x - y = 4$

$x + y = 8$

45. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$4x + y = 13$

$x - y = 2$

46. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$x + y = 13$

$x - y = 1$

47. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$x + 4y = 14$

$x - y = 1$

48. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x - y = 5$

$x - y = 1$

49. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$5x - y = 14$, $x - y = 2$

50. पर्यायी पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + y = 10$

$x + y = 6$

51. पर्यायी पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$3x + y = 10$

$x + y = 4$

52. पर्यायी पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$x + 2y = 13$

$x - y = 2$

53. दोन धन पूर्णांकांची बेरीज आणि वजाबाकी अनुक्रमे 10 आणि 2 आहे. ते पूर्णांक शोधा.

54. दोन धन पूर्णांकांची बेरीज 15 आहे. एक संख्या दुसऱ्या संख्येपेक्षा 1 ने जास्त असल्यास ते पूर्णांक शोधा.

55. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$3x + 2y = 5$

$x - y = 1$

56. लोप पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + 5y = 7$

$5x + 2y = 7$

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (३ गुण)

57. एखादा अपूर्णांक त्याच्या अंश आणि छेदामध्ये 2 मिळवल्यास 9/11 होतो; परंतु अंश आणि छेदामध्ये 3 मिळवल्यास तो 5/6 होतो. तो अपूर्णांक शोधा.

58. 10 वर्षांनंतर x चे वय y च्या वयाच्या दुप्पट असेल. 10 वर्षांपूर्वी x चे वय y च्या वयाच्या सहापट होते. त्यांची वर्तमान वये शोधा.

59. रितूला प्रवाहाच्या दिशेने 20 किमी अंतर पार करण्यासाठी 2 तास आणि प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने 4 किमी अंतर पार करण्यासाठी 2 तास लागतात. स्थिर पाण्यातील रितूचा वेग आणि प्रवाहाचा वेग निश्चित करा.

60. दोन व्यक्तींच्या मासिक उत्पन्नाचे गुणोत्तर 9 : 7 आणि त्यांच्या मासिक खर्चाचे गुणोत्तर 4 : 3 आहे. महिन्याच्या शेवटी दोघेही प्रत्येकी ₹2000 बचत करत असतील, तर त्यांचे मासिक उत्पन्न शोधा.

61. पाच वर्षांनंतर 'A' चे वय त्याच्या मुलाच्या वयाच्या तिप्पट असेल. पाच वर्षांपूर्वी 'A' चे वय त्याच्या मुलाच्या वयाच्या सातपट होते. त्यांची वर्तमान वये शोधा.

V. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (४ गुण)

62. आलेखीय पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + y = 8$

$x - y = 1$

63. आलेखीय पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + y = 8$

$x + y = 6$

64. आलेखीय पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$x + 2y = 6$

$x + y = 5$

65. आलेखीय पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$x + 3y = 11$

$x + y = 5$

66. आलेखीय पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + y = 13$

$x + y = 8$

67. आलेखीय पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$x + 2y = 10$

$x + y = 8$

68. आलेखीय पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$2x + y = 4$

$x + y = 3$

69. आलेखीय पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.

$x + y = 5$

$2x + y = 8$

70. आलेखीय पद्धतीने खालील रेषीय समीकरणांची जोडी सोडवा.$x + 2y = 14$,$x + y = 8$

प्रकरण -4 वर्गसमीकरणे

खालील प्रत्येक प्रश्न/अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत.

योग्य पर्याय निवडून अक्षरासह संपूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

1. वर्ग समीकरणाचे प्रमाणित रूप कोणते?

A) $ax^2 - bx + c = 0$

B) $ax^2 + bx + c = 0$

C) $ax^2 - bx - c = 0$

D) $ax^2 + bx - c = 0$

2. खालीलपैकी वर्ग समीकरण कोणते?

A) $x^3 - 6x$

B) $p(x) = x^2 + 7x$

C) $3x - 9 = 0$

D) $x^2 + 3x + 4 = 0$

3. खालीलपैकी वर्ग समीकरण कोणते?

A) $x^2 - 3x + 2 = 0$ B) $2x + 3 = 0$ C) $x^3 - 5x + 6 = 0$ D) $2x^2 + 7x + 1 = 0$

4. $5x^2 = 2(2x + 3)$ हे वर्ग समीकरण प्रमाणित रूपात लिहिल्यास

स्थिर पदाची किंमत किती?

A) 5

B) 6

C) 4

D) -6

5. $x(x + 2) = 6$ हे कोणत्या प्रकारचे समीकरण आहे?

A) रेषीय समीकरण

B) वर्ग समीकरण

C) घन बहुपदी

D) वर्ग बहुपदी

6. $2x^2 = 3x - 5$ या वर्ग समीकरणाचे प्रमाणित रूप कोणते?

A) $x^2 - x + 5 = 0$

B) $2x^2 + 3x - 5 = 0$

C) $2x^2 - 3x - 5 = 0$

D) $2x^2 - 3x + 5 = 0$

7. दोन सलग धन पूर्णांकांचा गुणाकार 30 आहे.

या विधानासाठी समीकरण कोणते?

A) $x + 2 = 30$

B) $x - 2 = 30$

C) $x - 3 = 30$

D) $x(x + 1) = 30$

8. $ax^2 + bx + c = 0$ या वर्ग समीकरणाचा विवेचक (Discriminant) कोणता?

A) $b^2 - 4ac$

B) $c^2 - 4ab$

C) $b^2 + 4ac$ D) $a^2 + 4ab$

9. $x^2 + 4x + 4 = 0$ या वर्ग समीकरणाचा विवेचक किती?

A) 0

B) 12

C) 16

D) 48

10. वर्ग समीकरणाचा विवेचक शून्य असल्यास त्याच्या मुळांचे स्वरूप कसे असते?

A) भिन्न, वास्तविक आणि अपरिमेय

B) वास्तविक आणि समान

C) भिन्न, वास्तविक आणि परिमेय

D) वास्तविक मुळे नाहीत

11. $x^2 - 2x + 1 = 0$ या वर्ग समीकरणाच्या मुळांचे स्वरूप कोणते?

A) दोन समान वास्तविक मुळे

B) दोन भिन्न, वास्तविक आणि परिमेय मुळे

C) दोन भिन्न, वास्तविक आणि अपरिमेय मुळे

D) वास्तविक मुळे नाहीत

12. $x^2 + 6x + k = 0$ या वर्ग समीकरणाची मुळे वास्तविक आणि समान असल्यास 'k' ची किंमत किती?

A) 9

B) -9

C) 8

D) 5

13. $ax^2 + bx + c = 0$ या वर्ग समीकरणाची मुळे वास्तविक आणि भिन्न असल्यास –

A) $b^2 - 4ac > 0$ B) $b^2 - 4ac = 0$ C) $b^2 - 4ac < 0$ D) $b^2 - 4ac > 0$

14. $(x - 3)(x + 2) = 0$ या समीकरणाची मुळे कोणती?

A) -3, 2

B) 3, -2

C) -3, -2

D) 3, 2

15. $(2x - 3)(x + 5) = 0$ या वर्ग समीकरणाचे एक मूळ -5 असल्यास,

दुसरे मूळ किती?

A) 5 B) 3/2 C) 2/3 D) -3/2

16. $2x^2 + ax + 6 = 0$ या वर्ग समीकरणाचे एक मूळ 2 असल्यास 'a' ची किंमत किती?

A) 7

B) 7/2

C) -7

D) -7/2

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (१ गुण)

17. $x(2 + x) = 3$ हे समीकरण वर्ग समीकरणाच्या प्रमाणित रूपात लिहा.

18. दिलेले समीकरण वर्ग समीकरणाच्या प्रमाणित रूपात लिहा.

$$\frac{x+1}{2} = \frac{1}{x}$$

19. $px^2 + qx - r = 0$ या वर्ग समीकरणाचा विवेचक लिहा.

20. $2x^2 - 4x + 3 = 0$ या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा.

21. $(x + 4)(x + 3) = 0$ या वर्ग समीकरणाचे एक मूळ -4 असल्यास

दुसरे मूळ शोधा.

22. $(x - 1)(x + 3) = 0$ या वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

23. दिलेल्या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा $x^2 - 5x + 1 = 0$

24. $x^2 - 9 = 0$ या वर्ग समीकरणाच्या मुळांचे स्वरूप लिहा.

25. $2m^2 = 2 - m$ हे समीकरण वर्ग समीकरणाच्या प्रमाणित रूपात लिहा.

26. $x^2 - x = 0$ या वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

27. $x(x + 2) = 0$ या वर्ग समीकरणाची मुळे लिहा.

28. $ax^2 + bx + c = 0$ या वर्ग समीकरणाची मुळे लिहा.

29. "दोन सलग धन पूर्णांकांचा गुणाकार 306 आहे."

हे विधान वर्ग समीकरणाच्या प्रमाणित रूपात लिहा.

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (२ गुण)

30. अवयव पद्धतीने खालील वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

$x^2 + 7x + 12 = 0$

31. खालील वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

$x^2 + 4x - 60 = 0$

32. अवयव पद्धतीने खालील वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

$x^2 + 3x + 2 = 0$

33. खालील वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

$2x^2 + x - 6 = 0$

34. खालील वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

$x^2 + 8x + 12 = 0$

35. अवयव पद्धतीने खालील वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

$3x^2 - 6x + 3 = 0$

36. अवयव पद्धतीने खालील वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

$x^2 - 3x - 10 = 0$

37. अवयव पद्धतीने वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा. $x^2 + 6x - 8 = 0$

38. अवयव पद्धतीने खालील वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

$2x^2 + 4x + 2 = 0$

39. अवयव पद्धतीने खालील वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

$x^2 + 5x + 6 = 0$

40. अवयव पद्धतीने खालील वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा.

$x^2 + 5x + 4 = 0$

41. $2x^2 + 3x - 7 = 0$ या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा.

42. $x^2 + 5x + 6 = 0$ या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा.

43. $2x^2 + 7x + 1 = 0$ या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा.

44. $3x^2 + 5x - 3 = 0$ या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा.

45. $x^2 + 4x - 7 = 0$ या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा.

46. $2x^2 + 8x + 8 = 0$ या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा.

47. दिलेले समीकरण वर्ग समीकरणाच्या प्रमाणित रूपात लिहा.

$(x + 2)^3 = x^3 - 4$

48. $(2x + 3)x = x^2 + 1$ हे समीकरण वर्ग समीकरणाच्या प्रमाणित रूपात लिहा.

49. दिलेल्या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा. $2x^2 - 5x + 3 = 0$

50. दिलेल्या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा. $4x^2 - 4x + 1 = 0$

51. दिलेल्या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा. $2x^2 - 6x + 3 = 0$

52. दिलेल्या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा. $x^2 + 4x + 4 = 0$

53. दिलेल्या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि मुळांचे स्वरूप लिहा. $2x^2 - 5x - 1 = 0$

54. वर्ग समीकरणाची मुळे वास्तविक आणि भिन्न आहेत हे सिद्ध करा.

$x^2 + ax - 4 = 0$

55. कोणत्या 'k' च्या किंमतीसाठी दिलेल्या समीकरणाची मुळे समान असतील? $kx^2 + 6x + 1 = 0$

56. दिलेल्या वर्ग समीकरणाला दोन समान वास्तविक मुळे असल्यास

समीकरण शोधा. $x^2 + bx + 9 = 0$

57. कोणत्या 'k' च्या किंमतीसाठी दिलेल्या वर्ग समीकरणाला

समान वास्तविक मुळे असतील? $2x^2 + kx + 3 = 0$

58. दिलेल्या वर्ग समीकरणाचा विवेचक शोधा आणि त्यावरून मुळांचे स्वरूप लिहा. $x^2 + 4x + 5 = 0$

59. अवयव पद्धतीने दिलेल्या समीकरणाची मुळे शोधा. $2x^2 + kx + 3 = 0$

60. अवयव पद्धतीने दिलेल्या वर्ग समीकरणाची मुळे शोधा $3x^2 - 6x + 3 = 0$

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (३/४ गुण)

61. दोन चौरसांच्या क्षेत्रफळांची बेरीज 640 चौ.मी. आहे.त्यांच्या परिमितींमधील फरक 64 मीटर आहे.

तर त्या चौरसांच्या बाजू शोधा.

62. दोन सलग विषम धन पूर्णांकांच्या वर्गांची बेरीज 290 आह ते पूर्णांक शोधा.

63. आईचे वय तिच्या मुलाच्या वयाच्या वर्गाच्या दुप्पट आहे 8 वर्षांनंतर आईचे वय तिच्या मुलाच्या वयाच्या तिप्पटीपेक्षा 4 वर्षांनी जास्त असेल. त्यांची वर्तमान वये शोधा.

64. काटकोन त्रिकोणाच्या उंची आणि पायामधील फरक 5 सेमी आहे. त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ 150 चौ.सेमी असल्यास त्याचा पाया आणि उंची शोधा.

65. दोन सलग सम धन पूर्णांकांच्या वर्गांची बेरीज 164 आहे ते पूर्णांक शोधा.

66. ज्या दोन संख्यांची बेरीज 27 आणि गुणाकार 182 आहे, त्या दोन संख्या शोधा.

67. काटकोन त्रिकोणाची उंची त्याच्या पायापेक्षा 7 सेमीने कमी आहे. कर्ण 13 सेमी असल्यास इतर दोन बाजू शोधा.

68. एका विद्यार्थ्याने काही पुस्तके ₹60 ला खरेदी केली. त्याने त्याच रकमेत 5 पुस्तके अधिक घेतली असती तर प्रत्येक पुस्तकाची किंमत ₹1 ने कमी झाली असती. त्याने किती पुस्तके खरेदी केली?

69. वडिलांचे वय मुलाच्या वयापेक्षा 30 वर्षांनी जास्त आहे. 5 वर्षांनंतर त्यांच्या वयांचा गुणाकार 400 होईल. मुलाचे आणि वडिलांचे वर्तमान वय शोधा.

70. एक संख्या दुसऱ्या संख्येपेक्षा 3 ने जास्त आहे.त्यांच्या वर्गांची बेरीज 29 असल्यास त्या संख्या शोधा.

71. त्रिकोणाचा पाया त्याच्या उंचीच्या दुप्पटापेक्षा 4 सेमीने जास्त आहे .त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ 48 चौ.सेमी असल्यास पाया आणि उंचीची लांबी शोधा.

72. काही विद्यार्थ्यांनी सहलीचे नियोजन केले. अन्नासाठी ₹900 चे बजेट होते. त्यापैकी 10 विद्यार्थी सहलीला आले नाहीत, त्यामुळे प्रत्येक विद्यार्थ्याचा अन्नाचा खर्च ₹15 ने वाढला. सहलीला किती विद्यार्थी गेले?

73. एका आयताकृती शेताचे क्षेत्रफळ 60 चौ.मी. आणि परिमिती 32 मीटर आहे. शेताची लांबी आणि रुंदी शोधा.

74. एक रेल्वे 480 किमी अंतर समान वेगाने प्रवास करते. वेग 10 किमी/तासाने अधिक असता त्याच प्रवासासाठी 4 तास कमी लागले असते. रेल्वेचा वेग शोधा.

75. एका आयताकृती शेताचे क्षेत्रफळ 400 चौ.मी. आणि परिमिती 80 मीटर आहे.

शेताची लांबी आणि रुंदी शोधा.

76. इंधनाची बचत, वायुप्रदूषण टाळण्यासाठी आणि चांगल्या आरोग्यासाठी 'A' आणि 'B' हे दोन व्यक्ती कार्यालयात जाण्यासाठी 12 किमी सायकल चालवतात. 'B' चा सायकलचा वेग 'A' पेक्षा 2 किमी/तासाने जास्त आहे. त्यामुळे 'B' ला कार्यालयात पोहोचण्यासाठी 'A' पेक्षा 30 मिनिटे कमी लागतात. A आणि B यांना कार्यालयात पोहोचण्यासाठी लागणारा वेळ शोधा.

77. एका व्यापाऱ्याने एक वस्तू ₹24 ला विकली आणि खरेदी किमतीइतकाच टक्के नफा मिळवला.

वस्तूची खरेदी किंमत शोधा.

78. एका व्यापाऱ्याने एक वस्तू ₹24 ला विकली आणि खरेदी किमतीइतक्याच टक्के तोटा झाला.

वस्तूची खरेदी किंमत शोधा.

79. $(1 + m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$ या समीकरणाची मुळे समान असल्यास सिद्ध करा की

$c^2 = a^2(1 + m^2)$.

80. $(b - c)x^2 + (c - a)x + (a - b) = 0$

दिलेल्या समीकरणाची मुळे समान असल्यास सिद्ध करा की $2b = a + c$.

81. स्थिर पाण्यात मोटारबोटीचा वेग 11 किमी/तास आहे 12 किमी प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने जाऊन पुन्हा त्याच ठिकाणी प्रवाहाच्या दिशेने परत येण्यासाठी 2 तास 45 मिनिटे लागतात प्रवाहाचा वेग शोधा.

82. 'A' आणि 'B' या दोन विद्यार्थ्यांची वये अनुक्रमे 19 वर्षे आणि 15 वर्षे आहेत. त्यांच्या वयांचा गुणाकार 480 होण्यासाठी आणखी किती वर्षे लागतील?

83. एक मोटारबोट प्रवाहाच्या दिशेने 30 किमी जाते आणि पुन्हा सुरुवातीच्या ठिकाणी परत येते. संपूर्ण प्रवासासाठी 4 तास 30 मिनिटे लागतात. प्रवाहाचा वेग 5 किमी/तास असल्यास स्थिर पाण्यात मोटारबोटीचा वेग शोधा.

84. दोन शहरांदरम्यान 132 किमी अंतर कापण्यासाठी एक्सप्रेस रेल्वेला प्रवासी रेल्वेपेक्षा 1 तास कमी लागतो एक्सप्रेस रेल्वेचा सरासरी वेग प्रवासी रेल्वेपेक्षा 11 किमी/तासाने जास्त आहे. दोन्ही रेल्वेचा सरासरी वेग शोधा.

85. व्यक्ती 'A' चे वय व्यक्ती 'B' पेक्षा 26 वर्षांनी जास्त आहे 3 वर्षांनंतर त्यांच्या वयांचा गुणाकार 360 होईल A आणि B यांचे वर्तमान वय शोधा.

86. एका शेतकऱ्याला 100 चौ.मी. क्षेत्रफळाची आयताकृती भाजीपाला बाग तयार करायची आहे.

त्याच्याकडे फक्त 30 मीटर काटेरी तार आहे.घराची कंपाउंडची भिंत चौथी बाजू म्हणून वापरून

तो बागेच्या तीन बाजूंना कुंपण घालतो.बागेची परिमाणे शोधा.

87. एका अपूर्णांकाचा छेद हा त्याच्या अंशाच्या दुप्पटापेक्षा 1 ने जास्त आहे. या अपूर्णांकाची आणि त्याच्या व्यस्ताची बेरीज $\frac{29}{10}$ दिलेली आहे. अपूर्णांक शोधा.

88. एका शाळेत इयत्ता 10 वीच्या वार्षिक परीक्षेत A+ श्रेणी मिळवणाऱ्या विद्यार्थ्यांना ₹1500 समान वाटण्याचे ठरले. परंतु निकालानंतर अपेक्षेपेक्षा 5 विद्यार्थी अधिक A+ श्रेणीत आले. त्यामुळे प्रत्येक विद्यार्थ्याला मिळणारी रक्कम ₹25 ने कमी झाली. परीक्षेनंतर A+ श्रेणी मिळवणाऱ्या विद्यार्थ्यांची संख्या शोधा.

89. दोन सलग धन पूर्णांकांची बेरीज 365 असल्यास ते पूर्णांक शोधा.

90. एका कुटीर उद्योगात दररोज ठराविक संख्येने मातीच्या वस्तू तयार केल्या जातात. एका विशिष्ट दिवशी प्रत्येक वस्तूच्या उत्पादनाचा खर्चत्या दिवशी तयार केलेल्या वस्तूंच्या संख्येच्या दुप्पटापेक्षा ₹3 ने जास्त होता.त्या दिवशी एकूण उत्पादन खर्च ₹90 होता तयार केलेल्या वस्तूंची संख्या आणि प्रत्येक वस्तूचा खर्च शोधा.

91. अंतराळवीर 'A' च्या स्पेसवॉकचा कालावधी अंतराळवीर 'B' च्या स्पेसवॉकच्या कालावधीपेक्षा 6 तासांनी जास्त आहे. दोघांनी आणखी 4 तास स्पेसवॉक केल्यास त्यांच्या कालावधींचा गुणाकार 720 तास होतो. A आणि B यांच्या स्पेसवॉकचा कालावधी शोधा.

92. काटकोन त्रिकोणाच्या उंची आणि पायामधील फरक 5 सेमी आहे. त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ 150 चौ.सेमी असल्यास त्याचा पाया आणि उंची शोधा.

93. चौरस ABCD ची परिमिती चौरस PQRS च्या परिमितीपेक्षा 12 मीटरने कमी आहे. दोन्ही चौरसांच्या क्षेत्रफळांची बेरीज 117 चौ.मी. आहे. चौरस ABCD च्या क्षेत्रफळाचे चौरस PQRS च्या क्षेत्रफळाशी गुणोत्तर शोधा.

94. A आणि B हे दोन व्यक्ती एकाच प्रकारचे काम एकाच वेळी स्वतंत्रपणे सुरू करतात. B ला ते काम पूर्ण करण्यासाठी A पेक्षा 3 दिवस कमी लागतात.जर त्यांनी आणखी 4 दिवस काम केले, तर त्यांच्या कामाच्या दिवसांचा गुणाकार 130 होतो A आणि B यांना स्वतंत्रपणे काम पूर्ण करण्यासाठी किती दिवस लागतात ते शोधा.

5 : अंकगणिती क्रम

I. खालील प्रत्येक प्रश्न / अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत.

योग्य पर्याय निवडून अक्षरासह संपूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

1. खालीलपैकी अंकगणिती क्रम कोणता ?

A) 1, 2, 4, 8, ...

B) 3, 7, 10, 14, ...

C) 1, 4, 9, 16, ...

D) 5, 9, 13, 17, ...

2. -7, -9, -11, -13, ... या अंकगणिती क्रमाचा सामान्य फरक किती?

A) -7

B) -2

C) 2

D) 3

3. 100, 93, 86, ... या अंकगणिती क्रमाचा सामान्य फरक किती?

A) -7

B) 7

C) 3 D) 5

4. अंकगणिती क्रमातील n व्या पदाचे सूत्र कोणते?

A) an = a + (n - 1)d

B) an = a + (n + 1)d

C) an = a - (n - 1)d

D) an = n + 1

5. अंकगणिती क्रमाचे n वे पद 5n + 3 असल्यास,

त्या क्रमाचे 3 रे पद किती?

A) 11

B) 18

C) 12

D) 13

6. अंकगणिती क्रमाचे n वे पद an = 3n - 2 असल्यास,

9 वे पद किती?

A) -25

B) 5

C) -5

D) 25

7. अंकगणिती क्रमाचे n वे पद an = 24 - 3n असल्यास,

2 रे पद किती?

A) 18

B) 15

C) 0

D) 2

8. अंकगणिती क्रमाचे n वे पद an = 2n - 1 असल्यास,

4 थे पद किती?

A) -7

B) 7

C) 5 D) 6

9. अंकगणिती क्रमामध्ये an = 3n + 4 असल्यास,

(n + 1) वे पद कोणते?

A) 3

B) 3n + 1

C) 3n + 7

D) 3n + 5

10. अंकगणिती क्रमामध्ये $a_n = 2n + 1$ असल्यास

क्रमाचा सामान्य फरक किती?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

11. 6, x, 14 ही पदे अंकगणिती क्रमात असल्यास x ची किंमत किती?

A) 10

B) 20

C) 18

D) 12

12. अंकगणिती क्रमामध्ये $a = 12$, $d = 4$ आणि $a_n = 76$ असल्यास $n = ?$

A) 17

B) 18

C) 16

D) 19

13. अंकगणिती क्रमामध्ये $a = -7$, $d = 5$ असल्यास $a_{12} = ?$

A) 48

B) 45

C) 46

D) 42

14. अंकगणिती क्रमाचे पहिले पद 'm' आणि सामान्य फरक 3 असल्यास, त्या क्रमाचे 10 वे पद किती?

A) m + 25

B) m + 12

C) m + 30

D) m + 27

15. (2p + 1), 13, (5p - 3) ही अंकगणिती क्रमातील तीन सलग पदे असल्यास,

'p' ची किंमत किती?

A) 4

B) -4

C) 2

D) 3

16. 4, x_1, x_2, 22, 28..... ही पदे अंकगणिती क्रमात असल्यास,

x_1 आणि x_2 यांच्या किंमती अनुक्रमे किती?

A) 10, 16

B) 16, 10

C) 16, 22

D) 22, 16

17. एका अंकगणिती क्रमात 20 पदे आहेत. पहिले पद 2 आणि शेवटचे पद 78 असल्यास, तो अंकगणिती क्रम कोणता ?

A) 2, 5, 8, ...

B) 2, 7, 12, ...

C) 2, 6, 10, ...

D) 2, 4, 6, ...

18. 3, 7, 11, 15, ... या अंकगणिती क्रमाचे n वे पद कोणते?

A) an = 4n - 1

B) an = 3n - 4

C) an = 4n - 7

D) an = 4n + 1

19. पहिले पद 'a' आणि शेवटचे पद 'l' असलेल्या अंकगणिती क्रमातील सर्व पदांची बेरीज काढण्याचे सूत्र कोणते?

A) $s_n=\frac{n}{2}(a+l)$ B) $s_n=\frac{n}{2}(a-l)$ C) $s_n=\frac{n}{2}(a\times l)$ D) $s_n=\frac{n}{2}(a\div l)$

20. a_n, S_n आणि S_{n-1} हे अनुक्रमे n वे पद, पहिल्या n पदांची बेरीज आणि पहिल्या (n - 1) पदांची बेरीज दर्शवत असल्यास,

खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता?

A) $S_{n-1} = a_n + S_n$

B) $a_n = S_n - S_{n-1}$

C) $S_n = S_{n-1} - a_n$

D) $S_n = a_n - S_{n-1}$

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (१ गुण)

21. अंकगणिती क्रमाचे पहिले पद 'a' आणि शेवटचे पद 'a_n' असल्यास,

पहिल्या n पदांची बेरीज काढण्याचे सूत्र लिहा.

22. अंकगणिती क्रमामध्ये 'b' हे पहिले पद आणि 'd' हा सामान्य फरक असल्यास, त्याचे n वे पद लिहा.

23. जर a, a+d, a+2d, ... , l अंकगणिती क्रमात असेल, तर शेवटच्या पदापासून n वे पद शोधा.

24. अंकगणिती क्रमातील तीन सलग पदांची बेरीज 21 असल्यास, दुसरे पद शोधा.

25. अंकगणिती क्रमाचे 2 रे पद 7 आणि 5 वे पद 19 असल्यास, सामान्य फरक शोधा.

26. एका अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 4 पदांची बेरीज 20 आणि पहिल्या 3 पदांची बेरीज 12 असल्यास, अंकगणिती क्रमाचे 4 थे पद शोधा.

27. अंकगणिती क्रमाचे 4 थे पद 11 आणि 3 रे पद 7 असल्यास, सामान्य फरक किती?

28. अंकगणिती क्रमाचे 3 रे पद 13 आणि 2 रे पद 8 असल्यास, क्रमाचे पहिले पद शोधा.

29. अंकगणिती क्रमाचे सर्वसाधारण पद लिहा.

30. 4, x, 28 ही पदे अंकगणिती क्रमात असल्यास x ची किंमत शोधा.

31. अंकगणिती क्रमाचे n वे पद $a_n = 7 - 4n$ असल्यास, सामान्य फरक शोधा.

32. अंकगणिती क्रमाचे n वे पद $a_n = 4n + 1$ असल्यास, अंकगणिती क्रमाची पहिली तीन पदे शोधा.

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (२ गुण)

33. सूत्राचा वापर करून 2, 7, 12, ... या अंकगणिती क्रमाचे 15 वे पद शोधा.

34. 100, 96, 92, ... , 12 या अंकगणिती क्रमात किती पदे आहेत ते शोधा .

35. एका अंकगणिती क्रमात 10 पदे आहेत. शेवटचे पद 34 आणि सामान्य फरक 3 असल्यास,

अंकगणिती क्रमाचे पहिले पद शोधा.

36. -1, 3, 7, 11, ... या अंकगणिती क्रमातील 95 हे कितवे पद आहे, हे सूत्राचा वापर करून शोधा.

37. 1, 5, 9, 13, ... या अंकगणिती क्रमामध्ये 77 हे पद आहे की नाही, हे सूत्राचा वापर करून तपासा.

38. सूत्राचा वापर करून 5, 8, 11, ... या अंकगणिती क्रमाचे 26 वे पद शोधा.

39. सूत्राचा वापर करून 2, 5, 8, ... या अंकगणिती क्रमाचे 30 वे पद शोधा.

40. सूत्राचा वापर करून 2, 6, 10, 14, ... या अंकगणिती क्रमाचे 23 वे पद शोधा.

41. सूत्राचा वापर करून 4, 9, 14, 19, ... या अंकगणिती क्रमाचे 40 वे पद शोधा.

42. सूत्राचा वापर करून 3, 6, 9, 12, ... या अंकगणिती क्रमाचे 35 वे पद शोधा.

43. सूत्राचा वापर करून 6, 10, 14, 18, ... या अंकगणिती क्रमाचे 18 वे पद शोधा.

44. सूत्राचा वापर करून 11, 14, 17, ... या अंकगणिती क्रमाचे 20 वे पद शोधा.

45. सूत्राचा वापर करून 3, 7, 11, ... या अंकगणिती क्रमाचे 25 वे पद शोधा.

46. सूत्राचा वापर करून 3, 8, 13, 18, ... या अंकगणिती क्रमातील 78 हे कितवे पद आहे ते शोधा.

47. 7, 13, 19, ... 205 या अंकगणिती क्रमात किती पदे आहेत ते शोधा.

48. अंकगणिती क्रमाचे 17 वे पद हे 10 व्या पदापेक्षा 7 ने जास्त आहे. सामान्य फरक शोधा.

49. तीन अंकी किती संख्या 7 ने विभाज्य आहेत ते शोधा.

50. 10 आणि 250 यांच्या दरम्यान 4 च्या पटीतील किती संख्या आहेत ते शोधा.

51. एका फुलांच्या बागेत पहिल्या रांगेत 23 गुलाबाची रोपे, दुसऱ्या रांगेत 21, तिसऱ्या रांगेत 19 आणि पुढे अशीच रोपे आहेत. शेवटच्या रांगेत 5 गुलाबाची रोपे आहेत. बागेत रोपांच्या एकूण किती रांगा आहेत?

52. सूत्राचा वापर करून 2, 7, 12, ... या अंकगणिती क्रमातील 47 हे कितवे पद आहे ते शोधा.

53. एका अंकगणिती क्रमाचे पहिले पद 1 आणि 14 वे पद 53 आहे. त्याचे n वे पद शोधा.

54. एका अंकगणिती क्रमात $S_{20} = 820$ आणि $a_{20} = 79$ असल्यास, त्याचे पहिले पद शोधा.

55. 201 आणि 401 यांच्या दरम्यान 6 ने भाग जाणाऱ्या किती संख्या आहेत ते शोधा.

56. सूत्राचा वापर करून 11, 15, 19, 23, ... या अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 20 पदांची बेरीज शोधा.

57. सूत्राचा वापर करून 6, 10, 14, ... या अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 20 पदांची बेरीज शोधा.

58. सूत्राचा वापर करून 5, 8, 11, ... या अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 20 पदांची बेरीज शोधा.

59. सूत्राचा वापर करून 3, 7, 11, ... या अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 20 पदांची बेरीज शोधा.

60. सूत्राचा वापर करून 3, 7, 11, ... या अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 10 पदांची बेरीज शोधा.

61. सूत्राचा वापर करून 11, 14, 17, ... या अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 20 पदांची बेरीज शोधा.

62. सूत्राचा वापर करून 2, 5, 8, 11, ... या अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 20 पदांची बेरीज शोधा.

63. सूत्राचा वापर करून 4, 8, 12, ... या अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 30 पदांची बेरीज शोधा.

64. सूत्राचा वापर करून 5, 10, 15, ... या अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 10 पदांची बेरीज शोधा.

65. 6 ने भाग जाणाऱ्या पहिल्या 40 धन पूर्णांकांची बेरीज शोधा.

66. 8च्या पटीतील पहिल्या 15 संख्यांची बेरीज शोधा

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (३ गुण)

67. एका अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 6 पदांची बेरीज 114 आहे, पहिल्या 5 पदांची बेरीज 80 असेल तर अंकगणिती क्रम शोधा.

68. अंकगणिती क्रमाचे 7 वे पद हे 2ऱ्या पदाच्या चार पट आहे.

तसेच 12 वे पद हे 4 थ्या पदाच्या तिप्पटीपेक्षा 2 ने जास्त आहे. तर अंकगणिती क्रम शोधा.

69. ज्या अंकगणिती क्रमाचे 3 रे पद 16 आहे आणि 7 वे पद हे 5 व्या पदापेक्षा 12 ने जास्त आहे,

तर तो अंकगणिती क्रम शोधा.

70. एका अंकगणिती क्रमाचे 5 वे पद 26 आहे आणि सामान्य फरक हा पहिल्या पदाच्या तिप्पट आहे तर

अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 20 पदांची बेरीज शोधा.

71. तीन अंकी संख्येचे अंक अंकगणिती क्रमात आहेत आणि त्या अंकांची बेरीज 15 आहे.एकक स्थानावरील आणि शतक स्थानावरील अंकांची अदलाबदल केल्यास मिळणारी संख्या मूळ संख्येपेक्षा 594 ने कमी आहे.

तर मूळ संख्या शोधा.

72. 56 ही संख्या 4 भागांत विभागली आहे आणि ते भाग अंकगणिती क्रमातील पदे आहेत. त्याच्या शेवटच्या पदांच्या गुणाकाराचे मधल्या पदांच्या गुणाकाराशी गुणोत्तर 5 : 6 असल्यास, चार पदे शोधा.

73. 25 से .मी. लांबीची सरळ लाकडी काठी 5 भागांत कापली आहे आणि त्या भागांच्या लांबी अंकगणिती क्रमात आहेत. प्रत्येक भागाच्या वर्गांची बेरीज 135 आहे. तर प्रत्येक भागाची लांबी शोधा.

74. अंकगणिती क्रमाचे 9 वे पद हे 2ऱ्या पदाच्या पाच पटीपेक्षा 1 ने जास्त आहे आणि 12 वे पद हे 5 व्या पदाच्या दुप्पटीपेक्षा 7 ने जास्त आहे.अंकगणिती क्रम शोधा.

75. 1 आणि 100 यांच्या दरम्यान असलेल्या आणि 5 ने भागल्यावर बाकी 1 उरणाऱ्या सर्व पूर्णांकांची बेरीज शोधा.

76. अंकगणिती क्रमातील तीन संख्यांची बेरीज 216 आहे. सर्वांत मोठी संख्या ही सर्वांत लहान संख्येच्या 7 पट आहे. त्या संख्या शोधा.

77. अंकगणिती क्रमातील 4 थे आणि 8 वे पद यांची बेरीज 24 आहे. तसेच 6 वे आणि 10 वे पद यांची बेरीज 44 आहे. क्रमाची पहिली तीन पदे शोधा.

78. त्रिकोणाचे तीन कोन अंकगणिती क्रमात आहेत. सर्वांत लहान कोन हा सर्वांत मोठ्या कोनाच्या अर्धा असल्यास, त्रिकोणाचे तिन्ही कोन शोधा.

79. अंकगणिती क्रमाचे m वे पद 1/n आणि n वे पद 1/m असल्यास, mn वे पद 1 आहे हे सिद्ध करा.

80. अंकगणिती क्रमाचे p वे पद 'a', q वे पद 'b' आणि r वे पद 'c' असल्यास, सिद्ध करा:

$a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0$

81. अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 9 पदांची बेरीज 144 आणि 9 वे पद 28 आहे. पहिले पद आणि समान फरक शोधा.

82. ज्या अंकगणिती क्रमाचे 11 वे पद 38 आणि 16 वे पद 73 आहे, त्या क्रमाचे 31 वे पद शोधा.

83. 3, 15, 27, 39, ... या अंकगणिती क्रमातील कोणते पद हे 54 व्या पदापेक्षा 132 ने जास्त असेल?

84. ज्या अंकगणिती क्रमाचे 3 रे पद 16 आहे आणि 7 वे पद हे 5 व्या पदापेक्षा 12 ने जास्त आहे, अंकगणिती क्रमा शोधा.

85. 9, 17, 25, ... या अंकगणिती क्रमातील किती पदांची बेरीज 636 होईल?

86. d = 7 आणि 22 वे पद 149 असलेल्या अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 22 पदांची बेरीज शोधा.

87. 0 आणि 50 यांच्या दरम्यानच्या विषम संख्यांची बेरीज शोधा.

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (४/५ गुण)

88. एका अंकगणिती क्रमाचे पहिले पद 22, n वे पद -11 आणि पहिल्या n पदांची बेरीज 66 आहे. क्रमाचे पदांची संख्या आणि सामान्य फरक शोधा.

89. पाच पूर्णांक अंकगणिती क्रमात आहेत. पाचव्या पदाच्या वर्गातून पहिल्या पदाचा वर्ग वजा केल्यावर 192 मिळते आणि 2 रे व 4 थे पद यांची बेरीज 16 आहे. क्रमातील पाचही पदे शोधा.

90. एका अंकगणिती क्रमातील पहिल्या n पदांची बेरीज 210 आणि पहिल्या (n - 1) पदांची बेरीज 171 आहे. क्रमाचे पहिले पद 3 असल्यास, अंकगणिती क्रम शोधा. तसेच तिचे 20 वे पद शोधा.

91. n बाजू असलेल्या बहुभुजाकृतीच्या अंतर्गत कोनांची बेरीज $(n - 2) \times 180°$ असते. एका पंचकोनाचे अंतर्गत कोन अंकगणिती क्रमात आहेत. सर्वांत लहान कोन 72° असल्यास, पंचकोनाचे सर्व कोन शोधा.

92. एक व्यक्ती सोमवार ते शनिवार एका दुकानात काम करतो. त्याची दररोजची कमाई अंकगणिती क्रमात आहे.

सोमवार ते बुधवारची एकूण कमाई ₹525 आहे आणि शुक्रवारी त्याला सोमवारच्या कमाईपेक्षा ₹100 जास्त मिळतात. त्याची दररोजची कमाई शोधा.

93 चौकोनाचे कोन अंकगणिती क्रमात आहेत. एका विरुद्ध कोनांच्या जोडीची बेरीज 130° असल्यास,चौकोनाचे सर्व कोन शोधा.

94. एका अंकगणिती क्रमात 16 पदे आहेत. सर्व पदांची बेरीज 768 आहे. शेवटचे पद 93 असल्यास, अंकगणिती क्रम शोधा. तसेच सूत्राचा वापर करून सिद्ध करा की या क्रमातील सर्व पदांची बेरीज ही पहिल्या 16 विषम नैसर्गिक संख्यांच्या बेरजेच्या 3 पट आहे.

95. एका अंकगणिती क्रमाचे 7 वे पद हे 2ऱ्या पदाच्या पाच पट आहे आणि 5 वे पद हे 3ऱ्या पदाच्या दुप्पटीपेक्षा 1 ने कमी आहे. अंकगणिती क्रम लिहा. तसेच सूत्राचा वापर करून या क्रमाचे 15 वे पद शोधा.

96. अंकगणिती क्रमातील 11 व्या आणि 8 व्या पदांचे गुणोत्तर 3 : 2 आहे. पहिल्या 5 पदांच्या बेरजेचे पहिल्या 21 पदांच्या बेरजेशी गुणोत्तर शोधा.

97. अंकगणिती क्रमाचे 7 वे पद हे 2ऱ्या पदाच्या चार पट आहे आणि 12 वे पद हे 4 थ्या पदाच्या तिप्पटीपेक्षा 2 ने जास्त आहे. अंकगणिती क्रम शोधा.

98. अंकगणिती क्रमाचे p वे पद q आणि q वे पद p आहे. तर क्रमाचे p + q - r आहे हे सिद्ध करा.

99. एका अंकगणिती क्रमात पाच पदे आहेत. या पाच पदांची बेरीज 55 आहे आणि 4 थे पद हे पहिल्या दोन पदांच्या बेरजेपेक्षा 5 ने जास्त आहे. अंकगणिती क्रमातील पदे शोधा.

100. एका अंकगणिती क्रमाचे 6 वे पद हे 3ऱ्या पदाच्या दुप्पटीपेक्षा 1 ने जास्त आहे. 4 थे आणि 5 वे पद यांची बेरीज ही 2ऱ्या पदाच्या पाच पट आहे. अंकगणिती क्रमाचे 10 वे पद शोधा.

101. अंकगणिती क्रमातील पहिल्या n पदांची बेरीज $S_n = 5n - n^2$ आहे. अंकगणिती क्रम लिहा. तिचे 21 वे पद आणि पहिल्या 21 पदांची बेरीज शोधा.

102. दोन वेगवेगळ्या अंकगणिती क्रमाचा सामान्य फरक समान आहे. पहिल्या क्रमाचे पहिले पद हे दुसऱ्या क्रमाच्या पहिल्या पदापेक्षा 3 ने जास्त आहे पहिल्या क्रमाचे 7 वे पद 28 आणि दुसऱ्या क्रमाचे 8 वे पद 29 असल्यास, दोन्ही अंकगणिती क्रम शोधा.

103. एका अंकगणिती क्रमात 30 पदे आहेत क्रमाचे 17 वे पद हे 5 व्या पदाच्या तिप्पटीपेक्षा 4 ने जास्त आहे. 10 वे पद 31 आहे. क्रमाचे शेवटची तीन पदे आणि संपूर्ण क्रम शोधा.

104. एका अंकगणिती क्रमात 14 पदे आहेत. या क्रमाचे पहिले पद हे पहिल्या 8 धन पूर्णांकांच्या बेरजेइतके आहे.

पहिल्या आणि शेवटच्या पदांची बेरीज 111 असल्यास, क्रमाची शेवटची तीन पदे शोधा.

105. एका अंकगणिती क्रमात 37 पदे आहेत. शेवटच्या तीन पदांची बेरीज 429 आहे आणि मधले पद 75 आहे. या क्रमाचे 33 वे पद हे 28 व्या पदापेक्षा कितीने जास्त आहे ते शोधा.

106. अंकगणिती क्रमाचे 10 वे पद हे पहिल्या पदाच्या तिप्पटीपेक्षा 2 ने जास्त आहे आणि 8 वे पद हे पहिल्या पदाच्या दुप्पटीपेक्षा 6 ने जास्त आहे. या क्रमातील किती पदांची बेरीज 540 आहे ते शोधा.

107. एका अंकगणिती क्रमामध्ये पहिले पद आणि सामान्य फरक यांचे गुणोत्तर 3 : 2 आहे आणि पहिल्या 26 पदांची बेरीज 1456 आहे. अंकगणिती क्रम शोधा. तसेच क्रमातील कितवे पद 62 आहे ते शोधा.

108. एका अंकगणिती क्रमातील पहिल्या 6 पदांची बेरीज 42 आहे.या क्रमातील 10 व्या आणि 30 व्या पदांचे गुणोत्तर 1 : 3 असल्यास,13 वे पद शोधा.

109. अंकगणिती क्रमातील 4 थे आणि 8 वे पद यांची बेरीज 24 आहे आणि 6 वे आणि 10 वे पद यांची बेरीज 44 आहे. अंकगणिती क्रम शोधा.

आणि त्याचे 25 वे पद शोधा.

110. एका अंकगणिती क्रमात चार पदे आहेत आणि त्यांची बेरीज 32 आहे.पहिल्या व शेवटच्या पदांच्या गुणाकाराचे दुसऱ्या व तिसऱ्या पदांच्या गुणाकाराशी गुणोत्तर 7 : 15 आहे. चारही पदे शोधा.

111. एका पुस्तकात 432 पाने आहेत. एका विद्यार्थ्याला दररोज ठराविक संख्येने पाने वाचायची आहेत.

पहिल्या दिवशी तो 25 पाने वाचतो. पुढील दिवसापासून तो मागील दिवसापेक्षा दररोज 2 पाने जास्त वाचण्याचे ठरवतो. सूत्राचा वापर करून 12 व्या दिवशी तो किती पाने वाचेलआणि संपूर्ण पुस्तक वाचण्यासाठी त्याला किती दिवस लागतील ते शोधा.

अध्याय- 6 त्रिकोण

खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा व त्याच्या अक्षरासह संपूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

1) खालीलपैकी नेहमी समान असणाऱ्या आकृत्या कोणत्या?

A) कोणतेही दोन समभुज त्रिकोण

B) चौरस आणि आयत

C) चौरस आणि समभुज चौकोन

D) कोणतेही दोन समलंब चौकोन

2) खालीलपैकी कोणती त्रिकोणांची जोडी नेहमी समरूप असते?

A) दोन समद्विबाहू त्रिकोण

B) दोन विषमभुज त्रिकोण

C) दोन समभुज त्रिकोण

D) दोन काटकोन त्रिकोण

3) ΔABC मध्ये DE || AB. जर CD = 3 सेमी, EC = 4 सेमी, BE = 6 सेमी, तर DA ची लांबी किती?

A) 7.5 सेमी

B) 3 सेमी

C) 4.5 सेमी

D) 6 सेमी

4) त्रिकोण ABC च्या बाजू AB आणि AC वर D आणि E हे बिंदू आहेत. जर DE || BC, AD = 2 सेमी, BD = 3 सेमी आणि BC = 7.5 सेमी असेल, तर DE ची लांबी किती?

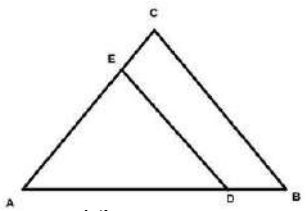
A) 2.5 सेमी B) 3 सेमी C) 5 सेमी D) 6 सेमी

5) ΔABC आणि ΔDEF हे समरूप आहेत आणि दिलेल्या आकृतीनुसार योग्य संबंध कोणता?

A) ∠B = ∠E

B) ∠A = ∠D

C) ∠B = ∠D



51

D) ∠A = ∠F

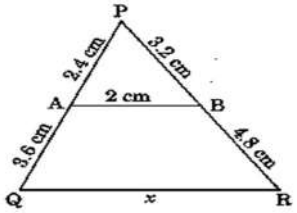
6) आकृतीमध्ये x ची किंमत किती?

A) 4 सेमी

B) 5 सेमी

C) 6 सेमी

D) 8 सेमी



7) ΔABC मध्ये DE || BC, AD = x, DB = x − 2, AE = x + 2 आणि EC = x − 1, तर x ची किंमत किती?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 3.5

8) ΔABC हा ΔDEF शी समरूप आहे. जर 2AB = DE आणि BC = 8 सेमी, तर EF ची लांबी किती?

A) 12 सेमी

B) 4 सेमी

C) 16 सेमी D) 8 सेमी

9) ΔABC मध्ये , AE = $\frac{1}{4}$ AC, AB = 6 सेमी आणि DE || BC, तर AD ची लांबी किती?

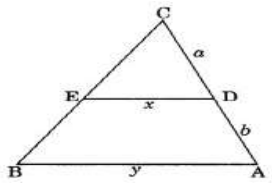
A) 2 सेमी

B) 1.2 सेमी

C) 1.5 सेमी

D) 4 सेमी

10) आकृतीमध्ये DE || AC असल्यास खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता?



A) x = $\frac{a+b}{ay}$ B) y= $\frac{ax}{a+b}$ C) x = $\frac{ay}{a+b}$ D) $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$

11) ΔABC ~ ΔDEF. जर AB = 4 सेमी, BC = 3.5 सेमी, CA = 2.5 सेमी आणि DF = 7.5 सेमी असेल, तर ΔDEF ची परिमिती किती?

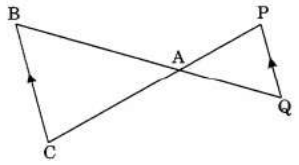
A) 10 सेमी

B) 14 सेमी

C) 30 सेमी

D) 25 सेमी

12) आकृतीमध्ये ΔACB ~ ΔAPQ. AB = 6 सेमी, BC = 8 सेमी आणि PQ = 4 सेमी, तर AQ ची लांबी किती?

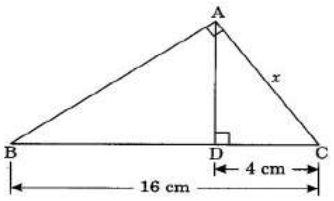


A) 2 सेमी B) 2.5 सेमी C) 3 सेमी D) 3.5 सेमी

13) आकृतीमध्ये x ची किंमत किती?

A) 4 सेमी B) 5 सेमी C) 8 सेम D) 3 सेमी

14) ΔLMN मध्ये ∠L = 50° आणि ∠N = 60°. जर ΔLMN ~ ΔP(ी?



A) 50°

B) 70°

C) 60°

D) 40°

15) ΔABC च्या AB आणि AC बाजूंचे D आणि E हे अनुक्रमे मध्यबिंदू आहेत. जर BC = 6 सेमी आणि DE || BC असेल, तर DE ची लांबी किती?

A) 12 सेमी B) 3 सेमी C) 5 सेमी D) 6 सेमी

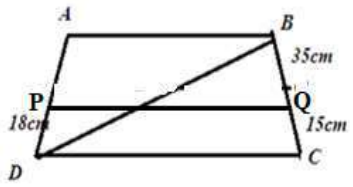
16) समलंब चौकोन ABCD मध्ये AB || DC आणि P, Q हे अनुक्रमे AD व BC बाजूंवरील बिंदू आहेत. जर PQ || DC, PD = 18 सेमी, BQ = 35 सेमी आणि QC = 15 सेमी असेल, तर AD ची लांबी किती?

A) 5 सेमी

B) 57 सेमी

C) 60 सेमी

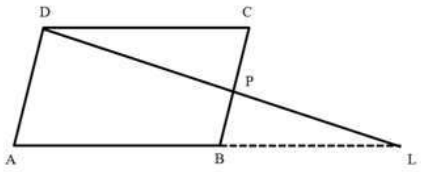
D) 62 सेमी



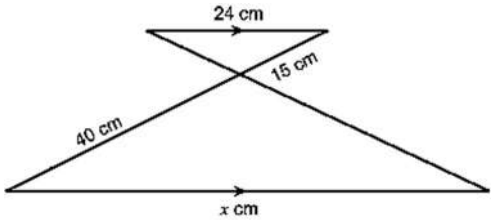
17) ABCD हा समांतरभुज चौकोन आहे. P हा BC वरील बिंदू आहे आणि AB ला पुढे वाढविल्यावर DP ला L येथे छेदते. खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता?

(A) $\frac{DP}{BL} = \frac{DC}{PL}$ (B) $\frac{DP}{PL} = \frac{DC}{BL}$

(B) $\frac{DP}{PL} = \frac{DC}{BL}$



18) आकृतीमध्ये x ची किंमत किती?



A) 64 सेमी B) 60 सेमी C) 25 सेमी D) 53 सेमी

19) 5 मीटर उंचीच्या ध्वजस्तंभाची सावली 4 मीटर लांब आहे. त्याच वेळी 20 मीटर लांब सावली पडणाऱ्या झाडाची उंची किती? A) 25 मी B) 30 मी C) 60 मी D) 20 मी

20) ΔABC आणि ΔDEF मध्ये ∠B = ∠E, ∠C = ∠F आणि AB = 3DE असल्यास, हे त्रिकोण कसे आहेत?

A) एकरूप परंतु समरूप नाहीत

B) समरूप परंतु एकरूप नाहीत

C) ना एकरूप ना समरूप

D) एकरूप आणि समरूप

21) ΔADE आणि ΔABC मध्ये ∠D = ∠B आणि ∠E = ∠C असल्यास खालीलपैकी चुकीचा संबंध कोणता?

A) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{CE}$ B) $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ C) $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$ D) $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

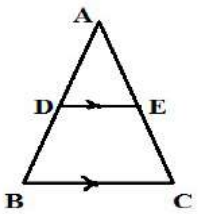
22) आकृतीमध्ये D आणि E हे अनुक्रमे AB व AC चे मध्यबिंदू आहेत. जर DE = 4 सेमी असेल, तर BC किती?

A) 4 सेमी

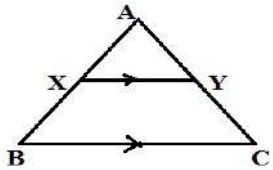
B) 6 सेमी

C) 8 सेमी

D) 12 सेमी

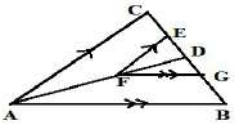


23) आकृतीमध्ये XY || BC असल्यास खालीलपैकी कोणते प्रमाण योग्य आहे?



A) $\frac{AX}{AY}$ B) $\frac{AX}{XB}$ C) $\frac{AY}{AC}$ D) $\frac{AC}{AY}$

24) आकृतीमध्ये EF || CA आणि FG || AB असल्यास DE/EC ची किंमत किती?



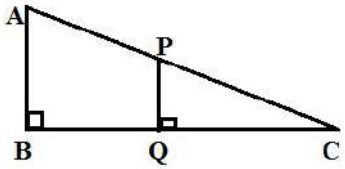
A) $\frac{DG}{GB}$ B) $\frac{GB}{DG}$ C) $\frac{AF}{DF}$ D) $\frac{AB}{AD}$

25) आकृतीमध्ये AB || PQ. जर PQ = 1.5 सेमी, QC = 2 सेमी आणि BQ = 8 सेमी असेल, तर AB ची लांबी किती?

A) 10 सेमी

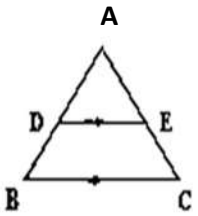
B) 7.5 सेमी

C) 9.5 सेमी



D) 3.5 सेमी

26) आकृतीमध्ये DE || BC आणि AD = x, DB = y, AE = m व CE = n असल्यास खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता?

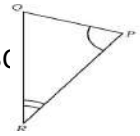


A) $\frac{x}{y} = \frac{m}{m+n}$

B) $\frac{x}{y} = \frac{n}{m}$

C) $\frac{x+y}{y} = \frac{m}{m+n}$

D) $\frac{x}{x+y} = \frac{m}{m+n}$

27) आकृतीमध्ये PQR ~ ABC   बाजूंची जोडी कोणती?

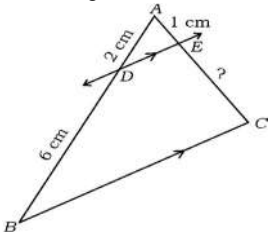
A) PQ आणि AB

B) PR आणि AB

C) QR आणि AC

D) PR आणि BC

28) आकृतीमध्ये DE || BC. जर AD = 2 सेमी, AE = 1 सेमी आणि BD = 6 सेमी असेल, तर EC ची लांबीकिती?



A) 2 सेमी B) 3 सेमी C) 4 सेमी D) 5 सेमी

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (१ गुण)

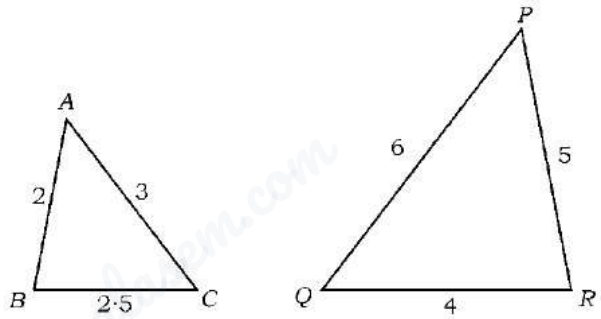
29) समरूप आकृती म्हणजे काय?

30) बहुभुजांच्या समरूपतेसाठी दोन अटी लिहा.

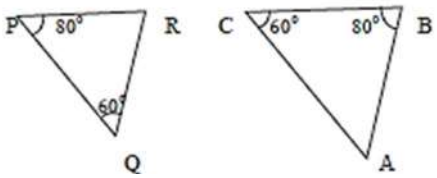
31) मूलभूत समानुपात प्रमेय (Basic Proportionality Theorem / थेल्स प्रमेय) सांगा.

32) त्रिकोणांच्या समरूपतेचे AAA निकष सांगा

33) दिलेल्या आकृतीमध्ये ΔABC ~ ΔQRP सिद्ध करण्यासाठी कोणता समरूपता निकष वापरला आहे ते लिहा.

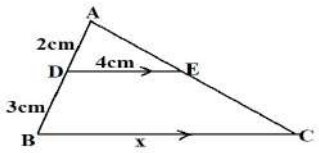


34) दिलेल्या आकृतीमध्ये ΔABC मधील AB या बाजूस अनुरूप असणारी ΔPQR मधील बाजू लिहा.

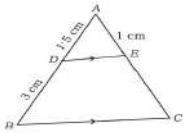


III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (२ गुण)

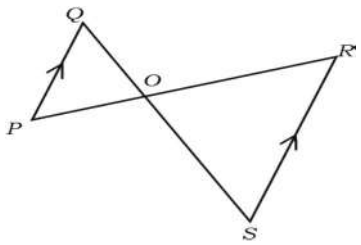
35) दिलेल्या आकृतीमध्ये x ची किंमत शोधा.



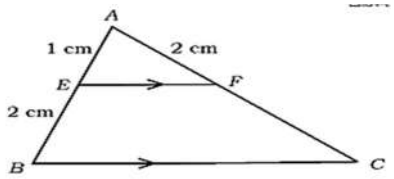
36) त्रिकोण ABC मध्ये DE || BC. जर AD = 1.5 सेमी, BD = 3 सेमी आणि AE = 1 सेमी असेल, तर EC ची लांबी शोधा.



37) आकृतीमध्ये ΔPOQ ~ ΔROS आणि PQ || SR. जर PQ : SR = 1 : 2 असेल, तर OS : OQ शोधा.



38) दिलेल्या आकृतीमध्ये FC ची लांबी शोधा.



39) 6 मीटर लांबीचा उभा खांब जमिनीवर 4 मीटर लांब सावली टाकतो. त्याच वेळी एका इमारतीची सावली 28 मीटर लांब आहे. इमारतीची उंची शोधा.

40) समांतरभुज चौकोन ABCD मध्ये E हा AD चा मध्यबिंदू आहे आणि BE ही रेषा CD ला F येथे छेदते.

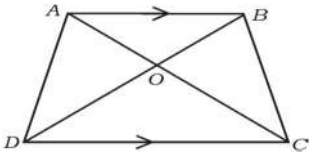
सिद्ध करा की ΔABE ~ ΔCFB.

41) ΔABC मध्ये DE || BC. जर AD = 2.4 सेमी, AB = 3 सेमी आणि AC = 5 सेमी असेल, तर AE शोधा.

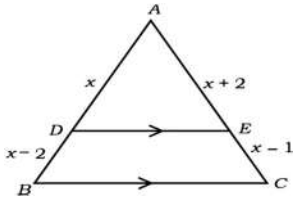
42) AB आणि CD हे दोन रेषाखंड 'O' या बिंदूवर एकमेकांना छेदतात. AC आणि BD असे जोडा की AC || BD. सिद्ध करा की ΔAOC ~ ΔBOD.

43) समलंब चौकोन ABCD मध्ये AB || DC. कर्ण AC आणि BD हे O या बिंदूवर एकमेकांना छेदतात. सिद्ध करा की:

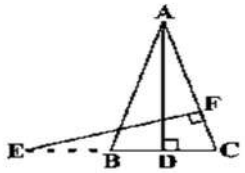
AO/OC = BO/OD.



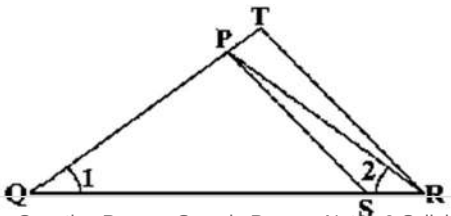
44) त्रिकोण ABC मध्ये DE || BC. जर AD = x, DB = x − 2, AE = x + 2 आणि EC = x − 1 असेल, तर x शोधा आणि त्यावरून AD : DB शोधा.



45) आकृतीमध्ये ABC हा समद्विबाहू त्रिकोण असून AB = AC आहे. CB ला पुढे वाढविल्यावर E हा बिंदू घेतला आहे. जर AD ⊥ BC आणि EF ⊥ AC असेल, तर सिद्ध करा की ΔABD ~ ΔECF.



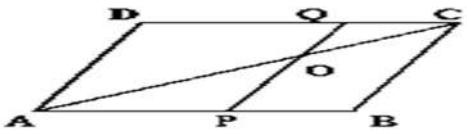
46) आकृतीमध्ये, $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ आणि ∠1 = ∠2 सिद्ध करा की ΔPQS ~ ΔTQR.



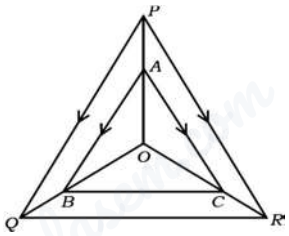
IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (३ गुण)

47) त्रिकोण ABC च्या बाजू BC वर D हा बिंदू असा आहे की ∠ADC = ∠BAC.सिद्ध करा की: $AC^2 = BC \times CD$.

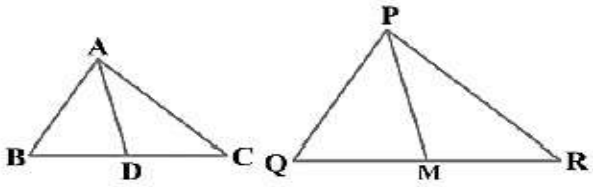
48) आकृतीमध्ये ABCD हा समांतरभुज चौकोन आहे. P हा AB ला 2:3 या प्रमाणात विभागतो आणि Q हा DC ला 4:1 या प्रमाणात विभागतो. सिद्ध करा की: OA = 2OC



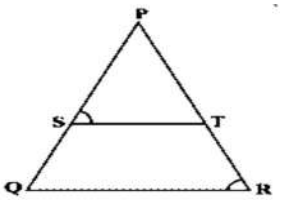
49) आकृतीमध्ये OP, OQ आणि OR वर अनुक्रमे A, B आणि C हे बिंदू आहेत, जसे की AB || PQ आणि AC || PR.सिद्ध करा की BC || QR



50) त्रिकोण ABC च्या AB, BC या बाजू आणि AD हा मध्यिका हे अनुक्रमे त्रिकोण PQR च्या PQ, QR या बाजू आणि PM या मध्यिकेशी समानुपाती आहेत.सिद्ध करा की: ΔABC ~ ΔPQR



51) आकृतीमध्ये PS/SQ = PT/TR आणि ∠PST = ∠PRQ.सिद्ध करा की PQR हा समद्विबाहू त्रिकोण आहे.



52) ABC हा काटकोन त्रिकोण आहे. जर ∠BAC = 90° आणि AD ⊥ BC असेल, तर सिद्ध करा:

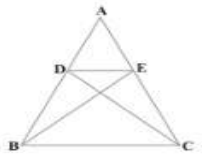
$AB^2 = BC \times BD$.

53) समद्विबाहू त्रिकोण PQR मध्ये PQ = PR आहे. ∠P चा कोनदुभाजक QR ला 'O' येथे छेदतो.

सिद्ध करा की: OQ/OR = 1.

54) ABCD हा समांतरभुज चौकोन आहे. E हा BC वरील बिंदू आहे. कर्ण BD हा A आणि E यांना जोडणाऱ्या रेषेला F येथे छेदतो. सिद्ध करा की: DF × EF = FB × FA.

55) आकृतीमध्ये, जर ΔABE ≅ ΔACD असेल, तर सिद्ध करा की: ΔADE ~ ΔABC.



56) E हा समांतरभुज चौकोन ABCD च्या AD बाजूवरील पुढे घेतलेला बिंदू आहे आणि BE ही रेषा CD ला F येथे छेदते. सिद्ध करा की: ΔABE ~ ΔCFB.

57) आकृतीमध्ये ΔABC चे AD आणि CE हे उंचीखंड एकमेकांना P या बिंदूवर छेदतात.

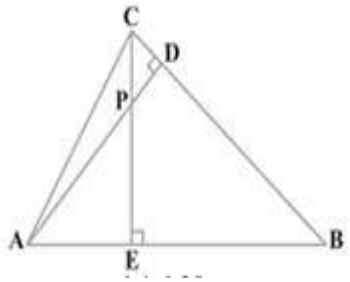
सिद्ध करा

(i) ΔAEP ~ ΔCDP

(ii) ΔABD ~ ΔCBE

(iii) ΔAEP ~ ΔADB

(iv) ΔPDC ~ ΔBEC



58) CD आणि GH हे अनुक्रमे ∠ACB आणि ∠EGF चे कोनदुभाजक आहेत. D आणि H हे अनुक्रमे ΔABC आणि ΔEFG च्या AB व FE बाजूंवर आहेत.

जर ΔABC ~ ΔFEG असेल, तर सिद्ध करा:

(i) ΔDCB ~ ΔHGE

(ii) ΔDCA ~ ΔHGF.

59) समद्विबाहू त्रिकोण PQR मध्ये PQ = PR आहे. ∠P चा कोनदुभाजक QR ला 'O' येथे छेदतो.

सिद्ध करा की: $\frac{OQ}{OR} = 1$

V. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (४ गुण)

60) मूलभूत समानुपात प्रमेय (Basic Proportionality Theorem) सांगा आणि सिद्ध करा.

61) सिद्ध करा:

"दोन त्रिकोणांतील अनुरूप कोन समान असतील, तर त्यांच्या अनुरूप बाजू समान प्रमाणात असतात आणि म्हणून ते दोन त्रिकोण समरूप असतात."

62) सिद्ध करा:

"दोन त्रिकोणांपैकी एका त्रिकोणाच्या बाजू दुसऱ्या त्रिकोणाच्या अनुरूप बाजूंच्या समान प्रमाणात असतील, तर त्यांचे अनुरूप कोन समान असतात आणि म्हणून ते दोन त्रिकोण समरूप असतात."

63) सिद्ध करा: "एका त्रिकोणातील एक कोन दुसऱ्या त्रिकोणातील एका कोनाइतका समान असेल आणि त्या कोनांना समाविष्ट करणाऱ्या बाजू समानुपाती असतील, तर ते दोन त्रिकोण

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

अध्याय ७ : सहनिर्देशक भूमिती

I. खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा व त्याच्या अक्षरासह संपूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

1) x-अक्षावर असलेल्या बिंदूचे निर्देशांक कोणते?

A) (x, 0)

B) (y, 0)

C) (0, x)

D) (0, y)

2) y-अक्षावर असलेल्या बिंदूचे निर्देशांक कोणते?

A) (x, 0)

B) (y, 0)

C) (0, x)

D) (0, y)

3) A(2, 5) या बिंदूचे y-अक्षापासूनचे लंब अंतर किती?

A) 2 एकके

B) 5 एकके

C) 7 एकके

D) 3 एकके

4) (3, -4) या बिंदूचे x-अक्षापासूनचे अंतर किती?

A) 3 एकके

B) 5 एकके

C) 4 एकके

D) -4 एकके

5) आरंभबिंदूचे निर्देशांक कोणते?

A) (1, 1)

B) (2, 2)

C) (0, 0)

D) (3, 3)

6) P(a, b) या बिंदूचे आरंभबिंदू (0,0) पासूनचे अंतर किती?

A) $a^2 + b^2$ B) $\sqrt{(a - b)}$ C) $\sqrt{(a + b)}$ D) $\sqrt{(a^2 + b^2)}$

7) P(x, y) या बिंदूचे आरंभबिंदूपासूनचे अंतर किती?

A) $x^2 + y^2$

B) $\sqrt{(x^2 - y^2)}$

C) $\sqrt{(x + y)}$

D) $\sqrt{(x^2 + y^2)}$

8) A(5, k) आणि (1, 0) या दोन बिंदूंमधील अंतर 5 एकके आहे. 'k' ची किंमत किती?

A) 3

B) -3

C) -2

D) 4

9) (2, 3) आणि (4, 7) हे दोन बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू कोणता?

A) (-3, 5)

B) (1, 2)

C) (3, 5)

D) (6, 10)

10) (-4, 2) आणि (-2, 6) हे दोन बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू कोणता?

A) (3, 2)

B) (-3, 4)

C) (-2, 3)

D) (-4, 1)

11) A(-5, 9) आणि B(8, 9) या दोन बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू P($\frac{x}{2}$, 4)असल्यास 'x' ची किंमत किती?

A) 13

B) 3

C) -2

D) -3

12) A (x_1, y_1) आणि B (x_2, y_2) या दोन बिंदूंमधील अंतर किती?

A) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ B) $\sqrt{(x_2 + x_1)^2 - (y_2 + y_1)^2}$

C) $\sqrt{(x_1 + x_2) + (y_2 + y_1)}$ D) $\sqrt{x^2 + y^2}$

13) (-3, 4) या बिंदूचे आरंभबिंदूपासूनचे अंतर किती?

A) 7

B) 1

C) 5

D) -5

14) खालीलपैकी x-अक्षावरील बिंदू कोणता?

A) (-2, 0)

B) (0, 2)

C) (3, 3)

D) (0, -2)

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (१ गुण)

15) (0,0) आणि (-3,5) या बिंदूंमधील अंतर शोधा.

16) (6,8) या बिंदूचे आरंभबिंदूपासूनचे अंतर शोधा.

17) A(x_1, y_1) आणि B(x_2, y_2) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदूचे निर्देशांक लिहा.

18) A(5,4) आणि B(1,4) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू शोधा.

19) (2,3) आणि (4,3) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू शोधा.

20) मध्यबिंदू सूत्राचा वापर करून P(3,4) आणि Q(5,6) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू शोधा.

21) (6,3) आणि (4,y) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू (5,5) असल्यास 'y' ची किंमत शोधा.

22) $A(x_1,y_1)$ आणि $B(x_2,y_2)$ हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला $m_1:m_2$ या प्रमाणात अंतर्गत विभागणाऱ्या P या बिंदूचे निर्देशांक लिहा.

23) $A(x_1,y_1)$ आणि $B(x_2,y_2)$ हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला 1:1 या प्रमाणात अंतर्गत विभागणाऱ्या P या बिंदूचे निर्देशांक लिहा.

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (२ गुण)

24) अंतर सूत्राचा वापर करून P(2,3) आणि Q(4,1) या बिंदूंमधील अंतर शोधा.

25) अंतर सूत्राचा वापर करून P(2,4) आणि Q(8,12) या बिंदूंमधील अंतर शोधा.

26) अंतर सूत्राचा वापर करून P(5,6) आणि Q(1,3) या बिंदूंमधील अंतर शोधा.

27) अंतर सूत्राचा वापर करून (-5,7) आणि (-1,3) या बिंदूंमधील अंतर शोधा.

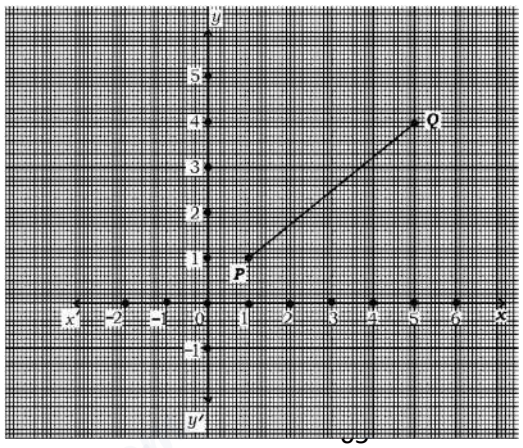
28) अंतर सूत्राचा वापर करून A(2,6) आणि B(5,10) या बिंदूंमधील अंतर शोधा.

29) A(5,-7) आणि B(1,-3) या बिंदूंमधील अंतर शोधा.

30) P(2,-3) आणि Q(10,y) या बिंदूंमधील अंतर 10 एकके असल्यास 'y' ची किंमत शोधा.

31) (3,1) आणि (0,x) या बिंदूंमधील अंतर 5 एकके असल्यास 'x' ची किंमत शोधा.

32) दिलेल्या आलेखावरून P आणि Q या बिंदूंचे निर्देशांक शोधा आणि अंतर सूत्राचा वापर करून PQ ची लांबी शोधा.



33) (-6,10) आणि (3,-8) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला (-4,6) हा बिंदू ज्या प्रमाणात अंतर्गत विभागतो ते प्रमाण शोधा.

34) (4,-3) आणि (8,5) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला 3:1 या प्रमाणात अंतर्गत विभागणाऱ्या बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

35) (-1,7) आणि (4,-3) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला 2:3 या प्रमाणात अंतर्गत विभागणाऱ्या बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

36) (1,6) आणि (4,3) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला 1:2 या प्रमाणात अंतर्गत विभागणाऱ्या बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

37) (1,-3) आणि (8,5) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला 3:1 या प्रमाणात अंतर्गत विभागणाऱ्या बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

38) एका वर्तुळाचा केंद्रबिंदू (2,-3) असून B(1,4) हा बिंदू आहे. AB हा वर्तुळाचा व्यास असल्यास A बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

39) A(2,4) आणि B(2,8) हे वर्तुळाच्या व्यास AB चे अंतिम बिंदू आहेत. वर्तुळाच्या केंद्राचे निर्देशांक शोधा.

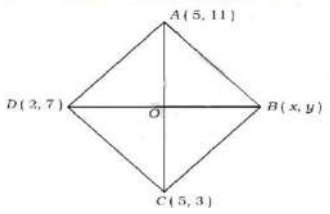
40) (-5,4) केंद्र असलेले वर्तुळ (-7,1) या बिंदूतून जाते. वर्तुळाची त्रिज्या शोधा.

41) A(4,6) आणि B(x,y) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू (6,5) असल्यास B बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

42) (1,6) आणि (4,3) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाला 3:1 या प्रमाणात अंतर्गत विभागणाऱ्या बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

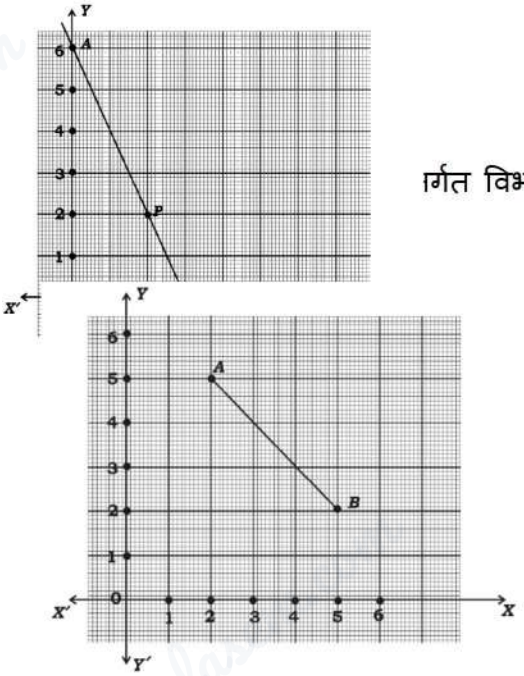
43) A$(x, 5)$ आणि B$(2, y)$ हे केंद्र P(4,3) असलेल्या वर्तुळाच्या व्यास AB चे अंतिम बिंदू आहेत. 'x' आणि 'y' ची मूल्ये शोधा. तसेच वर्तुळाच्या व्यासाची लांबी शोधा.

44) A(5,11), B(x,y), C(5,3) आणि D(2,7) हे क्रमाने एका समभुज चौकोनाचे शिरोबिंदू आहेत. B बिंदूचे निर्देशांक आणि BD या कर्णाची लांबी शोधा.



IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (३ गुण)

45) दिलेल्या आलेखामध्ये 'P' हा बिंदू रेषाखंड 'AB' ला ज्या प्रमाणात विभागतो ते सूत्राचा वापर करून शोधा.

46) दिलेल्या आकृतीमध्ये 'AB'  र्गत विभागणाऱ्या बिंदूचे निर्देशांक विभागणी सूत्राचा वापर करून

.

47) अंतर सूत्राचा वापर करून A(1,5), B(2,4) आणि C(9,-3) हे बिंदू एकरेषीय आहेत हे सिद्ध करा.

48) अंतर सूत्राचा वापर करून A(7,-2), B(5,1) आणि C(3,4) हे बिंदू एकरेषीय आहेत की नाही ते तपासा.

49) (5,-2), (6,4) आणि (7,-2) हे बिंदू समद्विबाहू त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत की नाही ते तपासा.

50) त्रिकोणाचे शिरोबिंदू A(8,-4), B(9,5) आणि C(0,4) आहेत. हा त्रिकोण समद्विबाहू आहे हे सिद्ध करा.

51) A(x,0) आणि B(0,y) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू (4,3) आहे. AB ची लांबी शोधा.

52) (4,-1) आणि (-2,-3) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाच्या त्रिभाजन बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

53) (2,-2) आणि (-7,4) हे बिंदू जोडणाऱ्या रेषाखंडाच्या त्रिभाजन बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

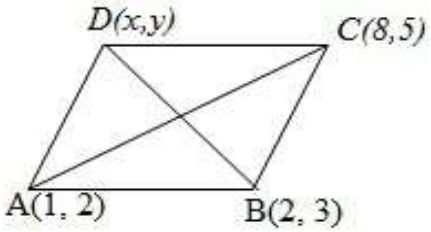
54) A(1,-5) आणि B(-4,5) हे बिंदू जोडणारा रेषाखंड x-अक्षाने ज्या प्रमाणात विभागला आहे ते प्रमाण शोधा. तसेच विभागणी बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

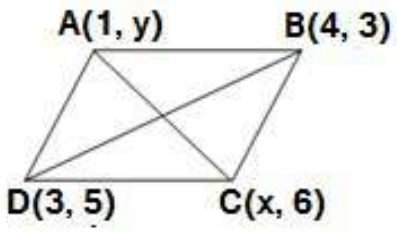
55) (x,y) हा बिंदू (3,6) आणि (-3,4) या बिंदूंपासून समान अंतरावर आहे. x आणि y यांच्यातील संबंध शोधा.

56) P(x,y) हा बिंदू A(7,1) आणि B(3,5) या बिंदूंपासून समान अंतरावर आहे. x आणि y यांच्यातील संबंध शोधा. जर A, P आणि B हे एकरेषीय असतील, तर P बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

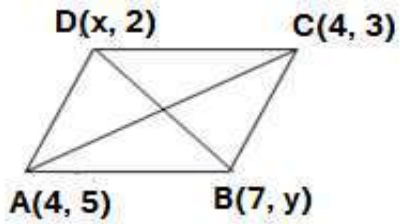
57) समांतरभुज चौकोनाचे तीन शिरोबिंदू A(1,2), B(2,3) आणि C(8,5) आहेत. चौथ्या शिरोबिंदूचे निर्देशांक शोधा.

58) A(1,y), B(4,3), C(x,6) आणि D[illegible]ीरोबिंदू आहेत. 'x' आणि 'y' ची मूल्ये शोधा.

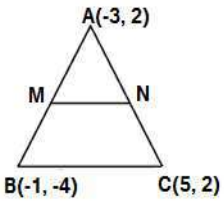




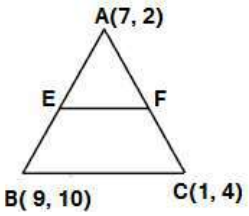
59) A(4,5), B(7,y), C(4,3) आणि D(x,2) हे समांतरभुज चौकोनाचे शिरोबिंदू आहेत. 'x' आणि 'y' ची मूल्ये शोधा.



60) त्रिकोण ABC चे शिरोबिंदू A(-3,2), B(-1,-4) आणि C(5,2) आहेत. M आणि N हे अनुक्रमे AB आणि AC चे मध्यबिंदू आहेत. सिद्ध करा की: 2MN = BC.



61) त्रिकोण ABC चे शिरोबिंदू A(7,2), B(9,10) आणि C(1,4) आहेत. E आणि F हे अनुक्रमे AB आणि AC चे मध्यबिंदू आहेत. सिद्ध करा की: EF = 1/2 BC.



62) (1,7), (4,2), (-1,-1) आणि (-4,4) हे बिंदू चौरसाचे शिरोबिंदू आहेत हे सिद्ध करा.

घटक ८ : त्रिकोणमितीची ओळख

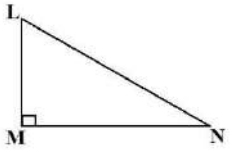
अध्ययन निष्पत्ती (LO) क्रमांक	अध्ययन निष्पत्ती	प्रश्न क्रमांक
२२	दै काटकोन त्रिकोणातील दिलेल्या लघुकोनासाठी सर्व त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे निश्चित करणे आणि त्यांमधील संबंध ओळखणे. या गुणोत्तरांसाठी प्रमाण कोनांच्या (standard angles) किमती शोधणे.	१, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १०, ११, २२, २३, २४, २५, २६, २७, २८, २९, ३०, ३१, ३२, ३३, ३४, ३५, ३६, ३७, ३८, ३९, ४०, ४१, ४२, ४३, ४४, ४५, ४६, ४७, ४८,
२३	त्रिकोणमितीय नित्यसमानता (identities) सिद्ध करणे आणि त्यांचा वापर करून विविध त्रिकोणमितीय समीकरणे सिद्ध करणे.	४९, ५०, ५१, ५२, ६८, ७०, ७२, ७३, ७४, ७६, ७७, ७८, ७९, ९९, १०० ५३, ५४, ५५, ५६, ५७, ५८, ५९, ६०, ६१, ६२, ६३, ६४, ६५, ६६, ६७, ६९, ७१, ७५, ८०, ८१, ८२, ८३, ८४, ८५, ८६, ८७, ८९, ९०, ९१, ९२, ९३, ९४, ९५, ९६, ९७, ९८, १०१, १०२, १०३

प्रश्नांची संख्या	सोपे	मध्यम	कठीण
103	13	59	31

I. खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी / अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत.

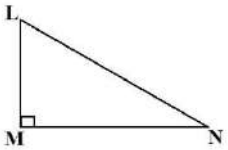
योग्य पर्याय निवडा आणि त्या पर्यायाचा अक्षर-क्रमांक व पूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

1. आकृतीमध्ये, cosR ची किंमत ... इतकी आहे. (LO - 22, सोपे)



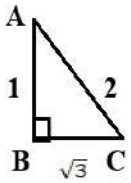
A) A) $\frac{PQ}{PR}$ B) $\frac{PR}{QR}$ C) $\frac{PR}{PQ}$ D) $\frac{PQ}{QR}$

2. आकृतीमध्ये, $\frac{LN}{MN}$, = (सोपे)



A) cos L B) cot L C) cosec L D) sec L

3. आकृतीमध्ये, sinC ची किंमत ... आहे. [जुलै-२०२१: सोपे]



A)A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1

4. जर $sin\theta = \frac{5}{13}$ असेल, तर cosecθ ची किंमत... आहे, [सोपे]

A) $\frac{13}{5}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{13}{12}$ D) $\frac{12}{13}$

5. जर $\angle A = 30°$ असेल, तर sin2A ची किंमत... आहे, [मध्यम]

A)0 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

6. $sin30° + cos60°$ ची किंमत... आहे, [MQP- 2020: सोपे]

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1

7. जर sinA = $\frac{1}{\sqrt{2}}$,.. असेल, तर $\angle A$ ची किंमत... आहे, [MQP- 2020: मध्यम]

A) 90^0 B) 60^0 C) 30^0 D) 45^0

8. जर$cosec\theta = \frac{5}{3}$ असेल, तर sinθ ची किंमत... आहे, [सोपे]

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{4}$

9. जर $13cos\theta = 12$असेल, तर secθ ची किंमत... आहे, [मध्यम]

A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{13}{5}$ C) $\frac{12}{13}$ D) $\frac{13}{12}$

10. $sec^2 26° - tan^2 26°$ ची किंमत... आहे, [मध्यम]

A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 2 D) 1

11. $sin45° \times cos45°$ ची किंमत... आहे, [मध्यम]

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$

12. $tan45° \times cot45°$ ची किंमत... आहे, [मध्यम]

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

13. जर $2sin2\theta = \sqrt{3}$ असेल, तर θ ची किंमत... आहे, [MQP 1] -२०२१: मध्यम]

A) 90^0 B) 60^0 C) 30^0 D) 45^0

१४. जर $sin\theta = \frac{x}{y}$, असेल तर cosθ ची किंमत आहे, [MQP १- २०२१: कठीण]

A) $\frac{y}{\sqrt{y^2-x^2}}$ B) $\frac{y}{x}$ C) $\frac{x}{\sqrt{y^2-x^2}}$ D) $\frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y}$

१५. जर sinA + sin2A = 1, असेल तर cos2A + cos4A ची किंमत आहे, [MQP १- २०२१: कठीण]

A) $\frac{1}{2}$ B)2 C) 3 D) 1

16. जर $sin\theta = \frac{3}{5}$,, तर $(1 - cos^2\theta)$ ची किंमत आहे, [MQP-2 2021: मध्यम]

A) $\frac{9}{25}$ B) $\frac{6}{10}$ C) $\frac{9}{5}$ D) $\frac{25}{9}$

17. खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता आहे? [July 2021: मध्यम]

A) $tan^2\theta = sec^2\theta + 1$ B) $sin\theta = \frac{1}{Sec\theta}$

C) $cot\theta = \frac{Sin\theta}{Cos\theta}$ D) $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$

18. (sin 30° + cos 60° - tan 45°) ची किंमत आहे, [July 2021: मध्यम]

A) 0 B) – 1 C) 2 D) 1

19. $(3 + sec^2 A)$ हे ... च्या बरोबरीचे आहे, [July- 2021: मध्यम]

A) $4 + tan^2 A$ B) $4 + cot^2 A$ C) $2 + cot^2 A$ D) $3 + cot^2 A$

20. (sin A × cosec A) ची किंमत आहे, [July- 2021: मध्यम]

A) 2 B) 1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

21. $(1 + tan^2\theta)$ हे ... च्या बरोबरीचे आहे, [June- 2022: मध्यम]

A) $cosec^2\theta$ B) $cos^2\theta$ C) $sec^2\theta$ D) $cot^2\theta$

22. $(sec^2\theta - 1)(1 - cosec^2\theta)$ हे ... च्या बरोबरीचे आहे, [कठीण]

A) – 1 B) $cot\theta$ C) 0 D) $cosec\theta$

23. $cot^2\theta - \frac{1}{Sin^2\theta}$ हे ... च्या बरोबरीचे आहे, [मध्यम]

A) – 1 B) 1 C) $sin^2\theta$ D) $cos^2\theta$

24. जर (sec A - tan A) = k, तर (sec A + tan A) हे ... च्या बरोबरीचे आहे, [मध्यम]

A) $1 - \frac{1}{k}$ B) 1 – k C) 1 + k D) $\frac{1}{k}$

25. जर 8tan P = 15, तर sin P - cos P ची किंमत किती असेल? [, मध्यम]

A) $\frac{8}{17}$ B)$\frac{17}{8}$ C) $\frac{1}{17}$ D) $\frac{7}{17}$

26. जर $\tan^2\theta = \frac{8}{7}$ (येथे θ हा लघुकोन आहे), तर $\frac{(1+sin\theta)(1-sin\theta)}{(1+cos\theta)(1-cos\ )}$ ची किंमत किती असेल? [कठीण]

A) $\frac{8}{7}$ B)$\frac{7}{8}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{64}{49}$

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (१ गुण)

27. ΔABC मध्ये, जर $\angle$ABC = 90° आणि $\angle$ACB = 30° असेल, तर AB:AC काढा. [जून 2019: कठीण]

28. जर $sin\theta = \frac{3}{5}$. आणि $cos\theta = \frac{4}{5}$, असेल, तर $sin^2\theta + cos^2\theta$ ची किंमत काढा. [MQP 1 2020: मध्यम]

29. cosec60° + sec30° ची किंमत काढा. [सोपे]

30. sin90° + tan45° ची किंमत काढा. [MQP 2 2020: मध्यम]

31. ΔABC मध्ये, जर AB $\perp$ BC, $\angle$ACB = 30° आणि AB = 15m असेल, तर BC चे माप काढा. [SLP 2020: कठीण]

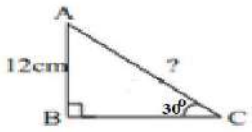
32. tan45° + cot45° ची किंमत काढा. [LO - 22, जून 2020: सोपे]

33. जर $cos\theta = \frac{24}{25}$असेल, तर $sec\theta$. ची किंमत काढा. [सप्टेंबर 2020: सोपे]

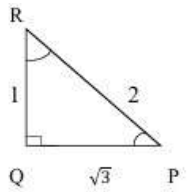
34. जर sin2A = 0 असेल, तर cosA ची किंमत काढा. [सप्टेंबर 2020: सोपे]

35. जर $15\cot A = 8$ असेल, तर $\tan A$ ची किंमत काढा. [मध्यम]

36. आकृतीमध्ये, ABC हा काटकोन त्रिकोण आहे. जर $\angle C = 30°$ आणि $AB = 12cm$ असेल, तर AC चे माप काढा. [LO - 22, जून 2022: मध्यम]



37. जर $x \tan 45° \cdot \sin 30° = \cos 30° \cdot \tan 30°$, असेल, तर x ची किंमत काढा. [मध्यम]



38. $5 \tan^2 A - 5 \sec^2 A + 1$ ची किंमत काढा. [कठीण]

39. $\sin A \cdot \operatorname{cosec} A$ ची किंमत काय आहे? [मध्यम]

40. $\tan A \cdot \cot A - \cos A \cdot \sec A$ ची किंमत काय आहे? [कठीण]

41. $\tan^2 45° - \sin^2 30°$ ची किंमत काढा. [मध्यम]

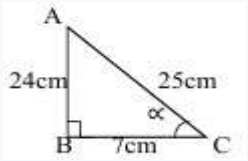
42. जर $\sin A = \cos A$ असेल, तर A ची किंमत काय आहे? [मध्यम]

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (2 गुण)

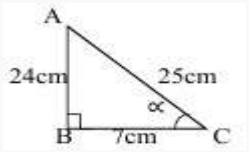
43. जर $\sin \theta = \frac{12}{13}$ आणि $\cos \theta = \frac{5}{13}$ असेल, तर $\sec \theta$ आणि $\tan \theta$ ची किंमत काढा. [सोपे]

44. जर $\operatorname{cosec}\theta = \frac{13}{12}$ आणि $\tan\theta = \frac{5}{12}$ असेल, तर $\cos\theta$ ची किंमत काढा. [मध्यम]

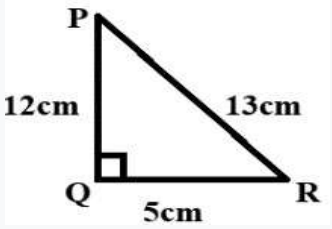
45. शेजारील आकृतीमध्ये, $\sin\propto$ आणि $\cos\propto$ ची किंमत काढा. [मध्यम]



46. आकृतीमध्ये, $\sin P$ आणि $\tan R$ ची किंमत काढा. [SLP 2023: सोपे]



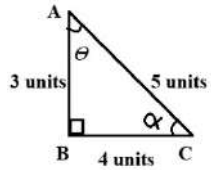
47. आकृतीमध्ये, $\tan P - \cot R$ ची किंमत काढा. [LO - 22, मध्यम]



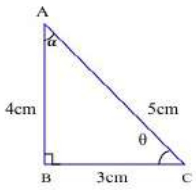
48. आकृतीमध्ये, ∠ABC = 90° आहे. खालील गुणोत्तरांच्या किमती लिहा. [मार्च 2025: सोपे]

i) $sin\alpha$

ii) $tan\theta$



48. आकृतीमध्ये, $\sin\propto + \cos\theta$ ची किंमत काढा. [मध्यम]



50. जर $sin\ A = \frac{3}{5}$ असेल, तर tan A ची किंमत काढा. [मध्यम]

51. किंमत काढा: $2\tan^2 45° + \cos^2 30° - \sin^2 60°$ [MQP 2019: मध्यम]

52. जर $\sqrt{3}\tan\theta = 1$ आणि θ हा लघुकोन असेल, तर $\sin 3\theta + \cos 2\theta$ ची किंमत काढा. [एप्रिल 2023: मध्यम]

53. सिद्ध करा की $(\tan A \times \sin A) + \cos A = \sec A$. . [जून 2019: मध्यम]

54. जर $\cos\theta = 0.6$ असेल, तर सिद्ध करा की $5\sin\theta - 3\tan\theta = 0$. [MQP 2020: कठीण]

55. सिद्ध करा की $(\sec^4\theta - \sec^2\theta) = \tan^2\theta + \tan^4\theta$. [MQP 2020: कठीण]

56. सिद्ध करा की $\text{cosecA}\ (1 - \text{cosA})\ (\text{cosecA} + \text{cotA}) = 1$. [सप्टेंबर 2020: कठीण]

57. सिद्ध करा की $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta$. [कठीण]

58. सिद्ध करा की $\cot^2\theta - \cos^2\theta = \cot^2\theta \cdot \cos^2\theta$. [कठीण]

59. सिद्ध करा की $\sin 30° + \cos 60° + \tan 45° = \sec 60°$. [मध्यम]

६०. सिद्ध करा की $\frac{sin30^0+cos60^0}{cosec30^0-cos45^0} = sin90^0$. [एप्रिल २०२४: मध्यम]

61. किंमत काढा: $\frac{cos45^0.\ sin45^0}{sec30^0-cot60^0}$ [मध्यम]

62. सिद्ध करा की $\frac{1+cosA}{1-cosA} = (cosecA+cotA)^2$ [एप्रिल 2019: मध्यम]

63. सिद्ध करा की $\frac{1+sinA}{1-sinA} = (secA+tanA)^2$ [कठीण]

64. सिद्ध करा की $\frac{cosA}{1+sin} + \frac{1+sinA}{cosA} = 2secA$ [एप्रिल 2025: मध्यम]

65. सिद्ध करा की $\frac{sinA}{1+cosA} + \frac{1+cos}{sinA} = 2cosecA$ [मध्यम]

66. सिद्ध करा की $\frac{cosA-sinA.cosA}{cosA+sinA.cosA} = \frac{cosecA-1}{cosecA+1}$ [एप्रिल 2024: मध्यम]

67. सिद्ध करा की sin30° • cos60° + cos30° • sin60° = sin90° [जुलै 2024: मध्यम]

68. जर $\frac{\sqrt{3}SecA}{CosecA} = 1$ तर A ची किंमत काढा. [जुलै 2024: मध्यम]

69. सिद्ध करा की secA (1- sinA) (secA + tanA) = 1 [कठीण]

70. जर 2sin θ = 1, तर cos²60° + sec²30° ची किंमत काढा. [मध्यम]

71. सिद्ध करा की tan² θ + cot² θ = sec² θ + cosec² θ - 2 [कठीण]

72. किंमत काढा: 4sin30° + cos60° • sec60° - 3tan45° . [मध्यम]

73. किंमत काढा: 6cos60° - sin30° + sin²45° + cos²45° . [मध्यम]

74. किंमत काढा :$\frac{5cos^260+4sec^230-tan^245}{sin30^0+co^{\ 0}}$ [मार्च 2025: मध्यम]

75. सिद्ध करा की $\frac{sec60^0}{cot45^0} - \frac{2sin90^0}{cos\ 0^0} + \frac{tan45^0}{cosec30^0} = \frac{1}{2}$ [मध्यम]

76. जर $ssin\theta = \frac{1}{3}, i$ असेल तर (2cot²+ 2) ची किंमत काढा [मध्यम]

77. $2cos^2\theta + \frac{2}{1+cot^2\theta}co$ ची किंमत काढा (कठीण]

78. ची किंमत काढा $\frac{5}{cot^2\theta} - \frac{5}{cos^2\theta}$ [कठीण]

79. जर sec²A(1+sinA)(1-sinA) = k असेल, तर 'k' ची किंमत काढा [मध्यम]

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (3 गुण)

80. सिद्ध करा की $\frac{sinA}{1-cotA} + \frac{cosA}{1-tan} = sinA + cosA.$. [MQP 1 2021: कठीण]

81. सिद्ध करा की $\frac{1+cos}{sinA} - \frac{sinA}{1+cosA} = 2cotA.$ [SLP 2020: मध्यम]

82. सिद्ध करा की $\frac{1+sinA}{cosA} - \frac{cosA}{1+sin} = 2tanA.$ [मध्यम]

83. सिद्ध करा की $\frac{cos\theta-2co\ ^3\theta}{2si\ ^3\theta-sin\theta} = cot\theta.$ [MQP 1 2021: कठीण]

84. सिद्ध करा की$\frac{sin\theta-2sin^3\theta}{2cos^3\theta-cos} = tan\theta.$. [कठीण]

85. सिद्ध करा की.. $\frac{sinA-cosA}{sinA+cosA} + \frac{sinA+cos}{sinA-cos} = \frac{2}{2sin^2A-1}$. [MQP 2 2021: कठीण]

86. जर $x = p \tan\theta + q \sec\theta$ आणि $y = p \sec\theta + q \tan\theta$, तर सिद्ध करा की $x^2 - y^2 = q^2 - p^2$. [जून 2020: कठीण]

87. सिद्ध करा की $(\sec\theta - \cos\theta)\{(\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)(\tan\theta + \cot\theta)\} = 1$. [MQP-2 2021: कठीण]

88. सिद्ध करा की. . $\frac{secA+tanA-}{tanA-secA+} = \frac{1+sin}{cosA}$. [जून 2024: कठीण]

89. सिद्ध करा की. $\frac{sin\theta}{1-cos\theta} + \frac{tan\theta}{1+cos\theta} = cot\theta + sec\theta.cosec\theta.$ .. [कठीण]

90. सिद्ध करा की. $\frac{tanA-sinA}{tanA+sinA} = \frac{secA-1}{secA+1}$ .. [कठीण]

91. सिद्ध करा की $(\sin A + \operatorname{cosec} A)^2 + (\cos A + \sec A)^2 = 7 + \tan^2 A + \cot^2 A$. [MQP1 2024: मध्यम]

92. सिद्ध करा की $\sec\theta(1 - \sin\theta)(\sec\theta + \tan\theta) = 1$. [मार्च 2022: मध्यम]

93. सिद्ध करा की $\operatorname{cosec} A(1 - \cos A)(\operatorname{cosec} A + \cot A) = 1$. [मध्यम]

94. सिद्ध करा की $(\operatorname{cosec} A - \sin A)(\sec A - \cos A) = \frac{1}{tanA+cotA}$ [कठीण]

95. सिद्ध करा की $\sqrt{\frac{1+cosA}{1-cos}} = cosecA + cotA$.. [एप्रिल 2023: मध्यम]

96. सिद्ध करा की $\sqrt{\frac{1+sin}{1-sinA}} = secA + tanA$.[मध्यम]

97. सिद्ध करा की $(\sec A - \cos A)(\cot A + \tan A) = \tan A.\sec A$. [जून २०२३: मध्यम]

९८. सिद्ध करा की $(\operatorname{cosec} A - \sin A)(\tan A + \cot A) = \cot A.\operatorname{cosec} A$. [, मध्यम]

९९. जर $an\theta = \sqrt{3}$, , तर $\frac{4sin\theta-cos\theta-1}{4sin\theta+cos\theta+}$. याची किंमत काढा [कठीण]

१००. किंमत काढा : $\frac{2cos(90^0-30^0)+tan45^0-\sqrt{3}cosec60^0}{\sqrt{3}sec\ \ ^0+2c\ \ \ ^0+co\ \ ^0}$ [जून २०२२: कठीण]

१०१. सिद्ध करा की $\frac{cos^3\theta+sin^3\theta}{cos\theta+sin} + \frac{cos^3\theta-sin^3\theta}{cos\theta-sin} = 2$ [, कठीण]

१०२. सिद्ध करा की: $ssec\ A\ (1 - sin\ A)\ (sec\ A + tan\ A)\ (\sqrt{(\mathbf{1} + \boldsymbol{cos\ A})(\mathbf{1} - \boldsymbol{cos\ A})})$ cosecA [मध्यम]

१०३. सिद्ध करा की $\frac{sin\theta}{1-cos\theta} + \frac{tan\theta}{1+cos} = cot\theta + sec\theta.cosec\theta$ [मध्यम]

९: त्रिकोणमितीचे काही उपयोग

अध्ययन निष्पत्ती (LO) क्रमांक	अध्ययन निष्पत्ती	प्रश्न क्रमांक
२४	दैनंदिन जीवनातील उंची आणि अंतराशी संबंधित समस्या सोडवण्यासाठी त्रिकोणमितीय गुणोत्तरे आणि कोनांचा वापर करणे.	१, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १०, ११, १२, १३, १४, १५, १६, १७, १८, १९, २०, २१, २२, २३, २४, २५, २६, २७, २८, २९, ३०, ३१, ३२, ३३, ३४, ३५, ३६, ३७, ३८, ३९, ४०, ४१, ४२, ४३, ४४, ४५, ४६, ४७, ४८, ४९

प्रश्नांची संख्या	सोपे	मध्यम	कठीण
४९	११	१९	१९

I. खालील प्रत्येक प्रश्न किंवा अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि तो पर्याय दर्शविणाऱ्या अक्षरासह पूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

१. सपाट जमिनीवर असलेल्या एका मनोऱ्याच्या (tower) सावलीची लांबी ही त्या मनोऱ्याच्या उंचीच्या $\sqrt{3}$ पट आहे. तर सूर्याचा उन्नत कोन (angle of elevation) किती असेल? (सोपे)

A) 45° B) 30° C) 60° D) 90°

२. जर ६ मीटर उंचीच्या मनोऱ्याची जमिनीवर पडणाऱ्या सावलीची लांबी $२\sqrt{३}$ मीटर असेल, तर सूर्याचा उन्नत कोन (angle of elevation) किती असेल? (सोपे)

A) ६०° B) ४५° C) ९०° D) ३०°

३. एका मनोऱ्याची उंची आणि जमिनीवरील त्याची सावली यांची लांबी यांचे गुणोत्तर $\sqrt{३} : १$ आहे. तर सूर्याचा उन्नत कोन (angle of elevation) किती असेल? (सोपे)

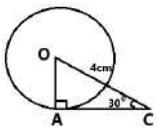
A) ३०° B) ४५° C) ६०° D) ७५°

४. दिवसाच्या एखाद्या वेळी, जर एका मनोऱ्याच्या सावलीची लांबी त्याच्या उंचीइतकी असेल, तर सूर्याचा उन्नत कोन (angle of elevation) किती असतो? (सोपे)

A) ३०° B) ६०° C) ९०° D) ४५°

५. 'O' केंद्र असलेल्या वर्तुळात, AC ही 'A' बिंदूपाशी असलेली स्पर्शिका आहे. जर OC = ४ सेमी आणि $\angle ACO = ३०°$ असेल, तर त्या वर्तुळाची त्रिज्या...

A) $\sqrt{3}\ cm$ B) $4\sqrt{3}\ cm$ C) $2\ cm$ D) $3\ cm$



[MQP २०२१ कठीण]

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा (१ गुण)

6. इमारतीच्या पायथ्यापासून १० मीटर अंतरावर उभी असलेली व्यक्ती त्या इमारतीचे शिखर ४५° च्या कोनातून पाहते. तर त्या इमारतीची उंची काढा. (सोपे)

7. जेव्हा दृष्टीरेषा क्षितिजसमांतर पातळीच्या वर असते, तेव्हा दृष्टीरेषा आणि क्षितिजसमांतर रेषा यांच्यामध्ये तयार होणाऱ्या कोनाचे नाव लिहा. (सोपे)

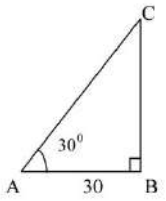
8. जेव्हा दृष्टीरेषा क्षितिजसमांतर पातळीच्या खाली असते, तेव्हा दृष्टीरेषा आणि क्षितिजसमांतर रेषा यांच्यामध्ये तयार होणाऱ्या कोनाचे नाव लिहा. (सोपे)

९. भिंतीला टेकवून ठेवलेली एक शिडी जमिनीशी ६०° चा कोन करते. जर शिडीचा तळ भिंतीपासून ६ मीटर अंतरावर असेल, तर शिडीची लांबी काढा. (सोपे)

१०. दिवसाच्या एका विशिष्ट वेळी, जर झाडाची उंची आणि त्याच्या सावलीची लांबी समान असेल, तर सूर्याचा उन्नत कोन (angle of elevation) काढा. (सोपे)

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा (२ गुण)

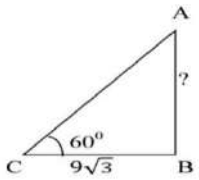
११. मनोऱ्याच्या पायथ्यापासून ३० मीटर अंतरावर असलेल्या जमिनीवरील एका बिंदूपासून मनोऱ्याच्या शिखराचा उन्नत कोन ३० आहे. तर मनोऱ्याची उंची काढा. (MQP २०१९, सोपा)



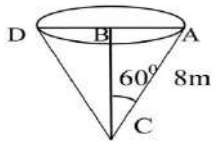
aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

१२. सपाट जमिनीवरील एका उभ्या मनोऱ्याच्या पायथ्यापासून त्याच जमिनीवर $9\sqrt{3}$ मीटर अंतरावर असलेल्या एका बिंदूपासून त्याच्या शिखराचा उन्नत कोन ६०° आहे. मनोऱ्याची उंची शोधा.

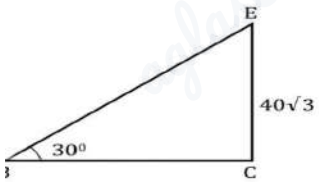
(MQP 2019, सोपे)



१३. एका लंबवृत्तीय शंकूच्या वर्तुळाकार तळाचा व्यास शोधा, ज्याची तिरकस उंची ८ सेमी आणि अर्ध-शिरोकोन ६०° आहे. (MQP २०२०, मध्यम काठिन्य पातळी)

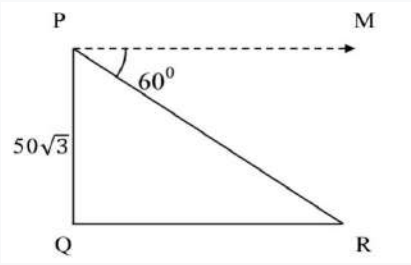


१४. जमिनीवर उभी असलेली एक व्यक्ती ४०√ मीटर उंचीच्या पवनचक्कीच्या शिखराकडे ३०° च्या उन्नत कोनातून पाहते. तर त्या व्यक्तीमधील आणि पवनचक्कीच्या तळातील अंतर काढा. (सरासरी)



15. 50√ मीटर उंचीच्या इमारतीच्या वरच्या टोकावरून एक व्यक्ती जमिनीवरील एका वस्तूचे निरीक्षण करते, तेव्हा अवनत कोन (angle of depression) 60° असतो. तर इमारतीपासून त्या वस्तूचे अंतर काढा.

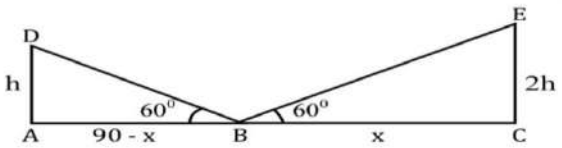
(MQP 2020, मध्यम काठिन्य पातळी)



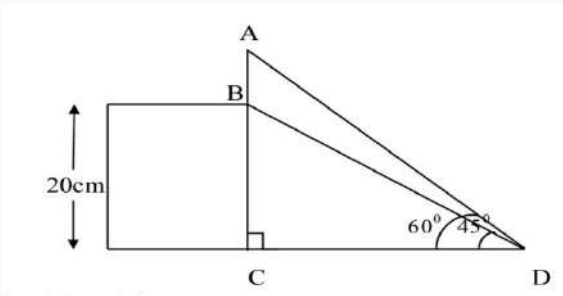
IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा (३/४ गुण)

१६. एका मैदानावर ५० मीटर आणि ४०√३ मीटर उंचीचे दोन पवनचक्क्यांचे मनोरे (windmills) समोरासमोर उभे आहेत. त्या दोघांच्या मधील एका बिंदूवरून एक व्यक्ती त्या मनोऱ्यांची शिखरे पाहते. तेव्हा आढळलेले उन्नत कोन (angles of elevation) अनुक्रमे ४५° आणि ३०° आहेत. तर त्या दोन मनोऱ्यांमधील अंतर काढा. (जून २०१९, मध्यम काठिन्य पातळी)

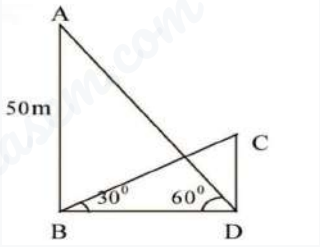
१७. रस्त्याच्या दोन्ही बाजूंना दोन उभे खांब आहेत. रस्त्याची रुंदी ९० फूट आहे आणि खांबांच्या उंचीचे गुणोत्तर १:२ आहे. रस्त्यावरील त्यांच्यामधील एका बिंदूपासून खांबांच्या शिखरांकडे पाहताना होणारा उन्नत कोन ६०° आहे. तर खांबांची उंची काढा. (SLP २०२०, मध्यम काठिन्य पातळी)



१८. जमिनीवरील एका बिंदूपासून, २० मीटर उंच इमारतीच्या शिखरावर बसवलेल्या पारेषण मनोऱ्याच्या शिखराचे आणि तळाचे उन्नयन कोन अनुक्रमे ६००° आणि ४५०° आहेत. पारेषण मनोऱ्याची उंची शोधा. (MQP-1 २०२१, सरासरी)

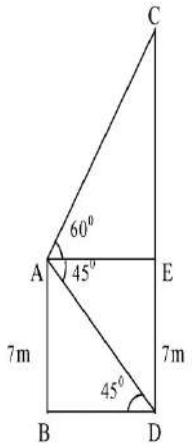


१९. एकाच सपाट जमिनीवर एक मनोरा आणि एक इमारत उभी आहेत. मनोऱ्याच्या पायथ्यापासून इमारतीच्या शिखराचा उन्नत कोन ३०° आहे आणि इमारतीच्या पायथ्यापासून मनोऱ्याच्या शिखराचा उन्नत कोन ६०° आहे. जर मनोऱ्याची उंची ५० मीटर असेल, तर इमारतीची उंची काढा. (MQP २०२२, मध्यम काठिन्य पातळी)



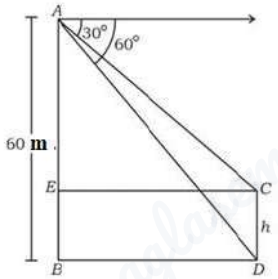
२०. एक केबल टॉवर आणि एक इमारत एकाच सपाट जमिनीवर सरळ रेषेत उभे आहेत. ७ मीटर उंच असलेल्या इमारतीच्या शिखरावरून, केबल टॉवरचा उन्नयन कोन ६००° आहे आणि त्याच्या पायाचा अवनयन कोन ४५०° आहे. टॉवरची उंची शोधा.

(जून २०२२, सरासरी)

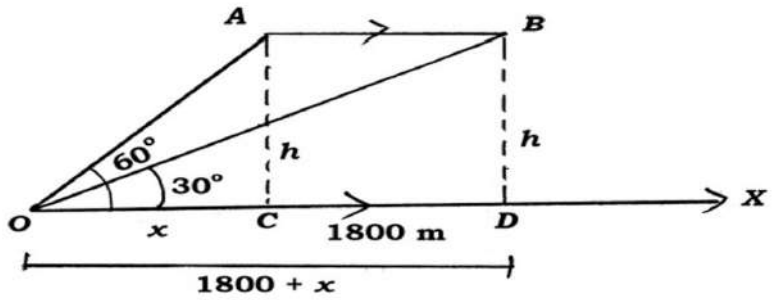


२१. एक मनोरा आणि एक खांब एकाच सपाट जमिनीवर उभे आहेत. असे दिसून येते की, ६० मीटर उंचीच्या मनोऱ्याच्या शिखरापासून खांबाच्या टोकाचा आणि पायाचा अवनत कोन अनुक्रमे ३००° आणि ६००° आहे. खांबाची उंची शोधा.

(जून २०२०, सरासरी)

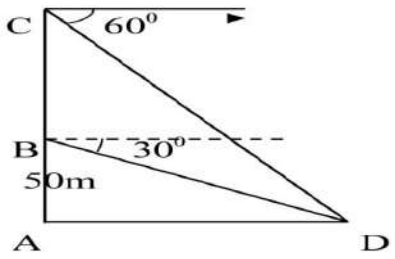


२२. आकाशात जमिनीला समांतर उडणारे एक विमान बिंदू A पासून बिंदू B पर्यंत जाताना पाहिले जाते. जमिनीवरील एका बिंदूवरून पाहिल्यास, बिंदू A पाशी विमानाचा उन्नत कोन (angle of elevation) ६०° आढळतो; १० सेकंदांनंतर त्याच बिंदूवरून पाहिल्यास बिंदू B पाशी विमानाचा उन्नत कोन ३०° असल्याचे दिसून येते. जर विमानाचा वेग ताशी ६४८ किमी असेल, तर विमान किती उंचीवर उडत आहे ते शोधा. ($\sqrt{3}$ = १.७३ घ्या) (सप्टेंबर २०२०, मध्यम काठिन्य पातळी)

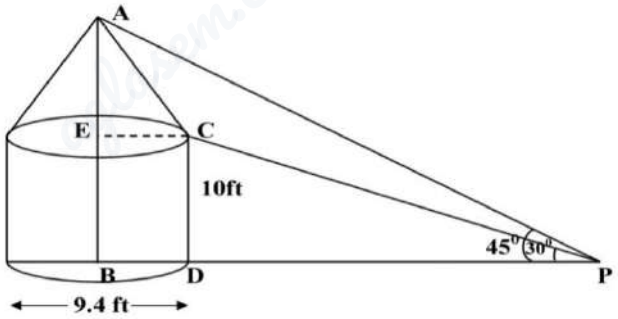


२३. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, एका उभ्या मनोऱ्याच्या शिखरावरून जमिनीवरील एका बिंदूकडे पाहताना होणारा अवनत कोन (angle of depression) ६०° आहे आणि मनोऱ्याच्या तळापासून ५० मीटर उंचीवरील एका बिंदूवरून त्याच बिंदूकडे पाहताना होणारा अवनत कोन ३०° आहे. तर मनोऱ्याची उंची काढा.

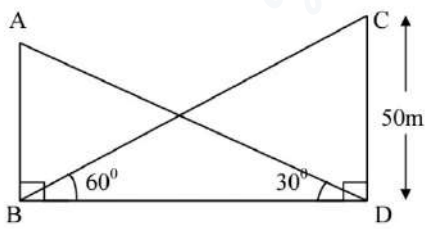
(MQP २०२२, मध्यम काठिन्य पातळी)



24. जमिनीवरील एक इमारत शंकूच्या आकाराच्या कबरीच्या स्वरूपात आहे, ज्यावर आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे 10 फूट उंचीचा एक दंडगोल आहे. त्याच जमिनीवरील P या बिंदूपासून, दंडगोलाच्या वरच्या कडेचा उन्नत कोन 300° आणि शंकूच्या शिरोबिंदूचा उन्नत कोन 450° आढळतो. जर दंडगोलाच्या वर्तुळाकार तळाच्या बाहेरील कडेचा व्यास 9.4 फूट असेल, तर शंकूच्या आकाराच्या कबरीची उंची काढा. (LO - 24, SLP 2022, सरासरी)

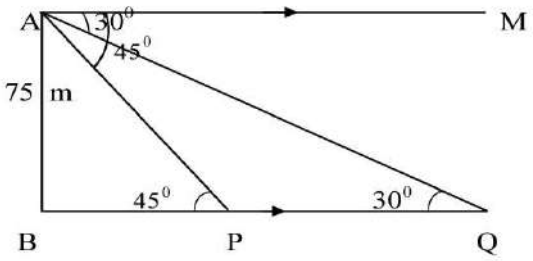


२५. एका मनोऱ्याच्या पायथ्यापासून इमारतीच्या शिखराचा उन्नत कोन ३०° आहे आणि इमारतीच्या पायथ्यापासून मनोऱ्याच्या शिखराचा उन्नत कोन ६०° आहे. मनोरा आणि इमारत एकाच पातळीवर आहेत. जर मनोऱ्याची उंची ५० मीटर असेल, तर इमारतीची उंची काढा.
(एप्रिल २०२२, मध्यम काठिन्य पातळी)

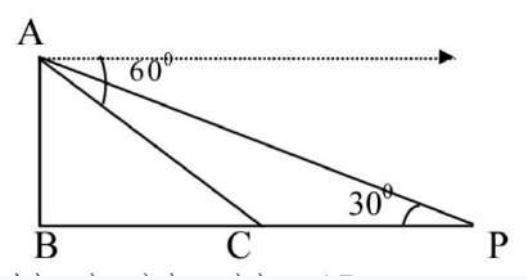


२६. समुद्रसपाटीपासून ७५ मीटर उंच असलेल्या दीपगृहाच्या (lighthouse) शिखरावरून पाहिल्यास, दोन जहाजांचे अवनत कोन (angles of depression) अनुक्रमे ३०° आणि ४५° आढळतात. जर दोन्ही जहाजे दीपगृहाच्या एकाच बाजूला आणि एकामागे एक असतील, तर त्या दोन जहाजांमधील अंतर काढा.

(MQP २०२३, एप्रिल २०२० – मध्यम काठिन्य पातळी)

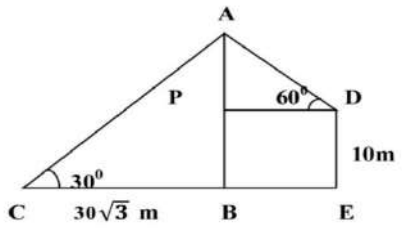


२७. जमिनीवर उभ्या असलेल्या एका इमारतीच्या शिखरावरून पाहिल्यास, जमिनीवरील 'C' या बिंदूचा अवनत कोन (angle of depression) ६०° आहे. इमारतीच्या पायापासून ('B' पासून) 'C' बिंदूतून सरळ रेषेत पुढे जाऊन 'P' या बिंदूवरून इमारतीचे शिखर पाहिल्यास, जर उन्नत कोन (angle of elevation) ३०° होत असेल (आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे), तर 'C' पासून 'P' पर्यंत कापलेले अंतर हे 'BC' या अंतराच्या दुप्पट आहे, हे सिद्ध करा. (MQP २०२३, मध्यम काठिन्य पातळी)

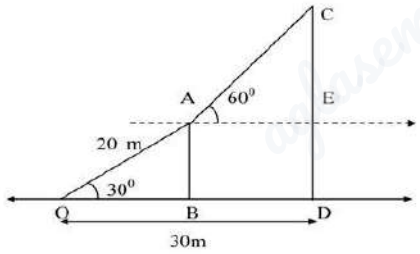


२८. एका सपाट जमिनीवर एक मनोरा आणि एक इमारत उभी आहेत. जमिनीवरील एका बिंदूवरून आणि इमारतीवरून मनोऱ्याच्या शिखराचे उन्नत कोन (angles of elevation) अनुक्रमे ३०° आणि ६०° असल्याचे आढळते. जर त्या बिंदूचे मनोऱ्याच्या तळापासूनचे अंतर ३०√३ मीटर असेल आणि इमारतीची उंची १० मीटर असेल, तर मनोऱ्याचा तळ व इमारत यांच्यातील अंतर आणि त्यांच्या शिखरांमधील अंतर शोधा.

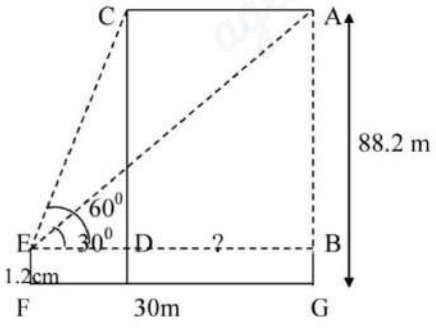
(SLP २०२३, मध्यम काठिन्य पातळी)



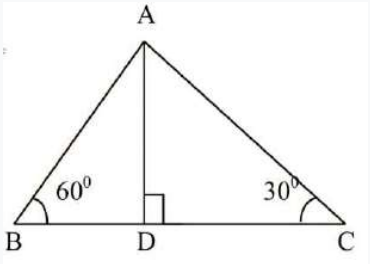
२९. दिलेल्या आकृतीत, एका उभ्या खांबाच्या टोकापासून जमिनीवरील एका खुंटीपर्यंत एक दोर घट्ट ताणून बांधला आहे. या दोराची लांबी २० मीटर असून त्याने जमिनीशी केलेला कोन ३०° आहे. एक सर्कसचा कलाकार त्या दोरावरून चढून खांबाच्या टोकापर्यंत पोहोचतो आणि तिथून त्याला त्याच जमिनीवर असलेल्या दुसऱ्या एका खांबाचे टोक ६०° च्या उन्नत कोनात (angle of elevation) दिसते. जर लांब खांबाचा तळ आणि खुंटी यांमधील अंतर ३० मीटर असेल, तर त्या खांबाची उंची काढा. ($\sqrt{}$ = १.७३ घ्या) (एप्रिल २०२३, कठीण)



३०. १.२ मीटर उंचीची एक मुलगी जमिनीपासून ८८.२ मीटर उंचीवर वाऱ्याच्या दिशेने क्षितिजसमांतर रेषेत जाणारा एक फुगा पाहते. कोणत्याही एका क्षणी त्या मुलीच्या डोळ्यांपासून फुग्याचा उन्नत कोन ६०° असतो. काही काळानंतर तो उन्नत कोन कमी होऊन ३०° होतो (आकृती पहा). या कालावधीत फुग्याने कापलेले अंतर शोधा. (जून २०२३, मध्यम काठिन्य पातळी)

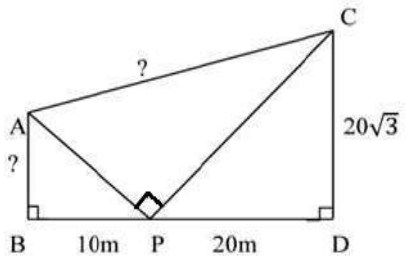


३१. Δ ABC मध्ये, AD $\perp$ BC. जर $\angle$ABC = ६०° , $\angle$ACB = ३०° आणि BC = ३६ सेमी असेल, तर AB, AC आणि AD यांची मापे काढा. (MQP २०२४, मध्यम काठिन्य पातळी)

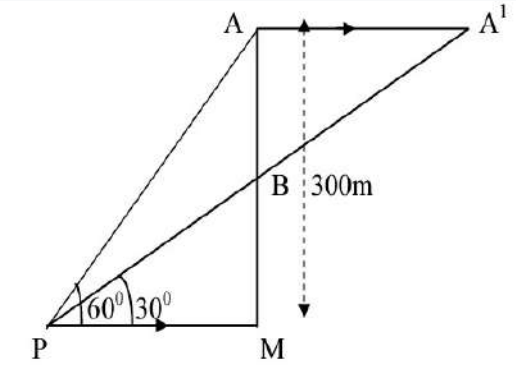


३२. आकृतीमध्ये, वेगवेगळ्या उंचीचे AB आणि CD हे खांब सपाट जमिनीवर उभे आहेत. खांबांच्या तळांना जोडणाऱ्या रेषेवरील P या बिंदूपासून खांबांच्या शिखरांकडे पाहताना होणारा उन्नत कोन (angle of elevation) विचारात घ्या. CD ची उंची आणि PD हे अंतर अनुक्रमे $20\sqrt{3}$ मीटर आणि २० मीटर आहे. जर BP हे अंतर १० मीटर असेल, तर खांब AB ची उंची आणि खांबांच्या शिखरांमधील अंतर AC काढा.

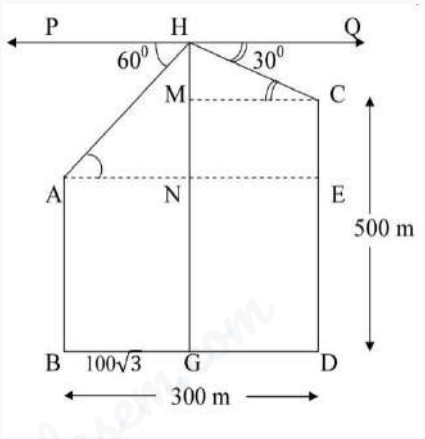
(कठीण)



३३. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, क्षितिजसमांतर जमिनीच्या वर 'A' आणि 'B' हे दोन पतंग एकाखाली एक उडत आहेत. पतंग 'A' जमिनीपासून ३०० मीटर उंचीवर उडत आहे. जमिनीवरील 'P' या बिंदूवरून पाहिल्यास पतंग 'A' आणि 'B' चे उन्नत कोन (angles of elevation) अनुक्रमे ६०° आणि ३०° आहेत. त्या दोन पतंगांमधील अंतर (AB) काढा. काही काळानंतर, जेव्हा पतंग 'A' चा दोरा सोडला जातो, तेव्हा तो जमिनीला समांतर दिशेने सरकतो आणि आकाशातील 'A1' या बिंदूवर पोहोचतो. जर P, B आणि A1 हे बिंदू एकाच रेषेत असतील, तर त्या पतंगांमधील अंतर (A1B) काढा. (LO - २४, जून २०२४, कठीण)

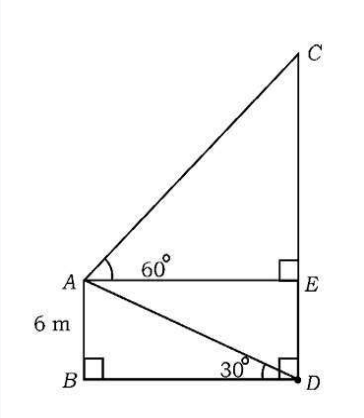


३४. सपाट जमिनीवर ३०० मीटर अंतरावर दोन उभे मनोरे आहेत. जमिनीपासून काही उंचीवर हेलिकॉप्टरमध्ये असलेला एक सैनिक त्या मनोऱ्यांची शिखरे पाहतो आणि त्याला आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे अवनत कोन (angles of depression) अनुक्रमे ६०° आणि ३०° असल्याचे आढळते. जर उंच मनोऱ्याची उंची ५०० मीटर असेल आणि बुटक्या मनोऱ्याचा तळ व हेलिकॉप्टरपासून जमिनीवर टाकलेल्या लंबाचा तळ (पाया) यांच्यातील अंतर १०० √३ मीटर असेल, तर बुटक्या मनोऱ्याची उंची काढा.

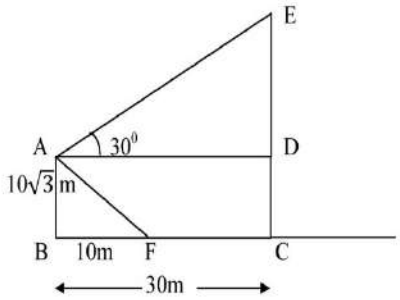


(परीक्षा-३ २०२४, कठीण)

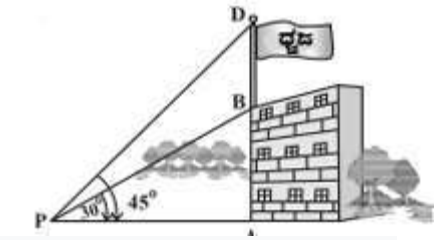
३५. एका सपाट जमिनीवर एक खांब आणि एक मनोरा उभे आहेत. खांबाची उंची ६ मीटर आहे आणि मनोऱ्याच्या तळापासून खांबाच्या टोकाचा उन्नत कोन ३०° आहे. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, खांबाच्या टोकापासून मनोऱ्याच्या टोकाचा उन्नत कोन ६०° आहे. तर मनोऱ्याची उंची (CD) काढा. तसेच, खांबाचे टोक आणि मनोऱ्याचे टोक यांमधील अंतर (AC) काढा. (एप्रिल २०२५, काठिन्य पातळी: कठीण)



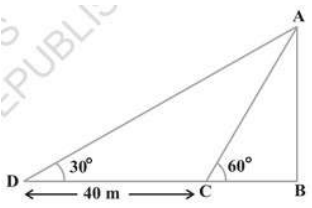
३६. समुद्रकिनाऱ्यावर १०√३ मीटर उंचीचा एक दीपगृह [AB] उभा आहे. दीपगृहाच्या तळापासून अनुक्रमे ३० मीटर आणि १० मीटर अंतरावर एक मनोरा [CE] आणि एक जहाज [F] उभे आहेत. दीपगृहाच्या शिखरावरून मनोऱ्याच्या शिखराकडे पाहताना होणारा उन्नत कोन (angle of elevation) ३०° आहे. मनोऱ्याची उंची आणि दीपगृहाचे शिखर व मनोऱ्याचे शिखर यांमधील अंतर [AE] काढा. तसेच, दीपगृहाच्या शिखरावरून जहाजाकडे पाहताना होणारा अवनत कोन (angle of depression) काढा. (कठीण)



३७. जमिनीवरील P या बिंदूपासून १० मीटर उंच इमारतीच्या शिखराचा उन्नत कोन ३०° आहे. इमारतीच्या शिखरावर एक ध्वज फडकवला आहे आणि P या बिंदूपासून ध्वजस्तंभाच्या टोकाचा उन्नत कोन ४५° आहे. ध्वजस्तंभाची उंची आणि P या बिंदूपासून इमारतीचे अंतर काढा. (√ = १.७३२ घ्या) [कठीण]

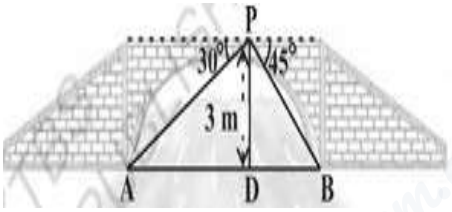


३८. सपाट जमिनीवर उभ्या असलेल्या एका मनोऱ्याची सावली, सूर्याची उन्नत कोन (altitude) ६०° असतानाच्या सावलीपेक्षा ३०° असताना ४० मीटरने अधिक लांब असल्याचे आढळते. तर त्या मनोऱ्याची उंची काढा. [कठीण]



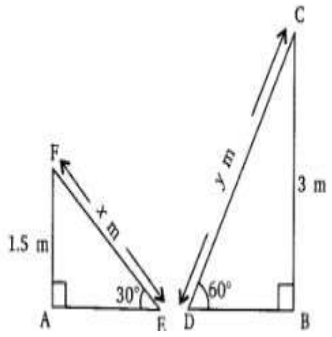
aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

39. एका बहुमजली इमारतीच्या शिखरावरून, 8 मीटर उंच असलेल्या इमारतीच्या शिखराचे आणि तळाचे अवनत कोन (angles of depression) अनुक्रमे 30° आणि 45° आहेत. तर त्या बहुमजली इमारतीची उंची आणि दोन्ही इमारतींमधील अंतर शोधा. [कठीण]

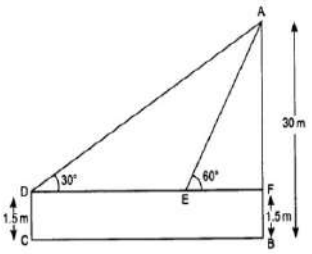


40. नदीवरील पुलाच्या एका बिंदूवरून, नदीच्या विरुद्ध बाजूंना असलेल्या तीरांचे अवनत कोन अनुक्रमे 30° आणि 45° आहेत. जर पूल तीरांपासून 3 मीटर उंचीवर असेल, तर नदीची रुंदी शोधा.

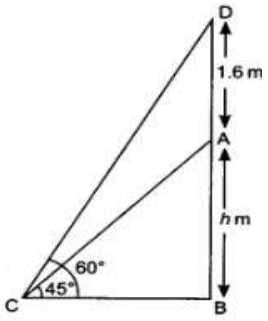
४१. एक कंत्राटदार उद्यानात मुलांच्या खेळण्यासाठी दोन घसरगुंड्या बसवण्याची योजना आखत आहे. ५ वर्षांखालील मुलांसाठी, तिला अशी घसरगुंडी हवी आहे जिचे टोक १.५ मीटर उंचीवर असेल आणि जमिनीशी ३०° चा कोन असेल, तर मोठ्या मुलांसाठी, तिला ३ मीटर उंचीची आणि जमिनीशी ६०° चा कोन असलेली एक तीव्र घसरगुंडी हवी आहे. प्रत्येक बाबतीत घसरगुंडीची लांबी किती असावी?[अवघड]



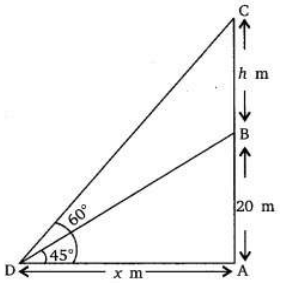
42. 1.5 मीटर उंच असलेला एक मुलगा 30 मीटर उंच इमारतीपासून काही अंतरावर उभा आहे. जेव्हा तो इमारतीच्या दिशेने चालत जातो, तेव्हा त्याच्या डोळ्यांपासून इमारतीच्या शिखराचा उन्नत कोन 30° वरून 60° पर्यंत वाढतो. त्याने इमारतीच्या दिशेने कापलेले अंतर शोधा. [LO - 24, कठीण]



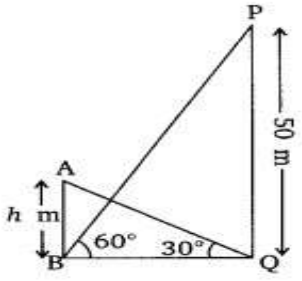
43. जमिनीवरील एका बिंदूपासून, 20 मीटर उंच इमारतीच्या माथ्यावर बसवलेल्या ट्रान्समिशन टॉवरच्या तळाचा आणि शिखराचा उन्नत कोन अनुक्रमे 45° आणि 60° आहे. टॉवरची उंची शोधा. [कठीण]



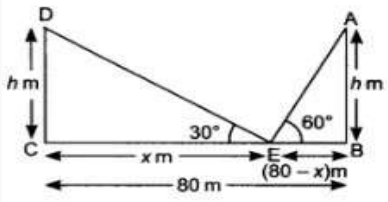
44. एका चौथऱ्याच्या (pedestal) वर 1.6 मीटर उंच पुतळा उभा आहे. जमिनीवरील एका बिंदूपासून पुतळ्याच्या शिखराचा उन्नत कोन 60° आहे आणि त्याच बिंदूपासून चौथऱ्याच्या वरच्या भागाचा उन्नत कोन 45° आहे. चौथऱ्याची उंची शोधा. [कठीण]



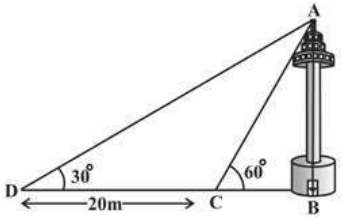
45. एका मनोऱ्याच्या (tower) पायथ्यापासून एका इमारतीच्या शिखराचा उन्नत कोन 30° आहे आणि इमारतीच्या पायथ्यापासून मनोऱ्याच्या शिखराचा उन्नत कोन 60° आहे. जर मनोऱ्याची उंची 50 मीटर असेल, तर इमारतीची उंची काढा. [कठीण]



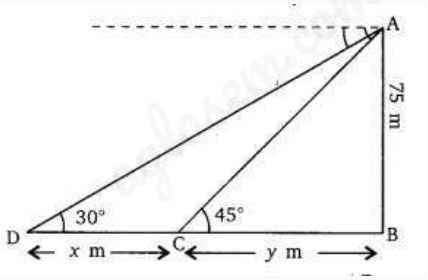
46. 80 मीटर रुंदीच्या रस्त्याच्या दोन्ही बाजूंना समसमान उंचीचे दोन खांब समोरासमोर उभे आहेत. रस्त्यावरील त्यांच्यामधील एका बिंदूपासून त्या खांबांच्या शिखरांचे उन्नत कोन अनुक्रमे 60° आणि 30° आहेत. खांबांची उंची आणि त्या बिंदूचे खांबांपासूनचे अंतर काढा. [कठीण]



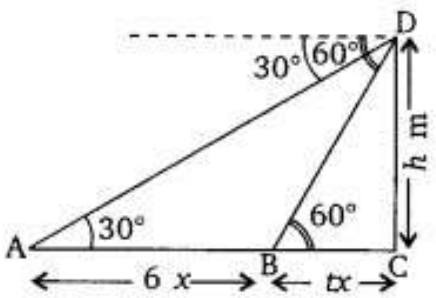
47. एका कालव्याच्या काठावर टीव्हीचा मनोरा उभा आहे. मनोऱ्याच्या अगदी समोरच्या दुसऱ्या काठावरील एका बिंदूपासून मनोऱ्याच्या शिखराचा उन्नत कोन $60°$ आहे. या बिंदूला मनोऱ्याच्या पायथ्याशी जोडणाऱ्या रेषेवर, या बिंदूपासून 20 मीटर अंतरावर असलेल्या दुसऱ्या बिंदूपासून मनोऱ्याच्या शिखराचा उन्नत कोन $30°$ आहे. मनोऱ्याची उंची आणि कालव्याची रुंदी काढा. [कठीण]



48. समुद्रसपाटीपासून 75 मीटर उंच असलेल्या दीपगृहाच्या (lighthouse) शिखरावरून पाहिल्यास, दोन जहाजांचे अवनत कोन (angles of depression) अनुक्रमे $30°$ आणि $45°$ असल्याचे आढळते. जर दोन्ही जहाजे दीपगृहाच्या एकाच बाजूला आणि एकमेकांच्या अगदी मागे असतील, तर त्या दोन जहाजांमधील अंतर काढा. [कठीण]



49. एक सरळ महामार्ग एका मनोऱ्याच्या (tower) पायथ्यापर्यंत जातो. मनोऱ्याच्या शिखरावर उभा असलेला एक माणूस एका कारला $30°$ च्या अवनत कोनातून पाहतो; ही कार एकसमान वेगाने मनोऱ्याच्या पायथ्याकडे येत आहे. सहा सेकंदांनंतर, त्या कारचा अवनत कोन $60°$ असल्याचे आढळते. या बिंदूपासून मनोऱ्याच्या पायथ्यापर्यंत पोहोचण्यासाठी कारला लागणारा वेळ काढा. [कठीण]



प्रकरण १०: वर्तुळ

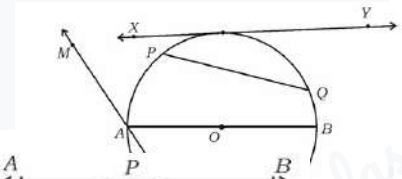
अध्ययन निष्पत्ती (LOs)क्रमांक	अध्ययन निष्पत्ती	प्रश्नांचा क्रमांक
17	स्पर्शिका आणि छेदिका यांची व्याख्या करणे व त्या ओळखणे.	१, २, ३, ४, ७, ८, २०, २१, २४
18	वर्तुळाच्या बाहेरील बिंदूतून काढलेल्या स्पर्शिकांची लांबी समान असते हे तार्किकदृष्ट्या सिद्ध करणे आणि या प्रमेयाचा वापर करून विविध उदाहरणे सोडवणे.	१०, १२, १३, १७, १८, १९, २३, २७, २८, २९, ३३, ३६, ३७, ३९, ४०, ४२, ४३, ४४, ४८, ५०, ५१
19	वर्तुळाची त्रिज्या ही स्पर्शबिंदूपाशी स्पर्शिकेला लंब असते हे तार्किकदृष्ट्या सिद्ध करणे आणि या प्रमेयाचा वापर करून विविध उदाहरणे सोडवणे.	५, ६, ९, ११, १४, १५, १६, २२, २५, २६, ३०, ३१, ३२, ३४, ३५, ३८, ४१, ४५, ४६, ४७, ४९, ५२, ५३

प्रश्नांची संख्या	सोपे	मध्यम	कठीण
53	19	31	3

I. खालील प्रत्येक प्रश्न किंवा अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्या पर्यायाचा अक्षर (अक्षर-क्रमांक) व पूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

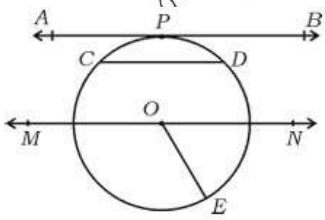
१) आकृतीमध्ये, वर्तुळाची छेदिका (secant) कोणती आहे? [जून २०२२, सोपे]

A) AB B) PQ C) XY D) MN



२) आकृतीमध्ये, वर्तुळाची स्पर्शिका (tangent) कोणती आहे? [सोपे]

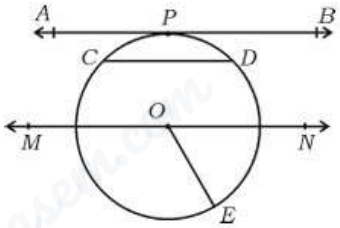
A) MN B) OE C) CD D) AB



(सोपे)

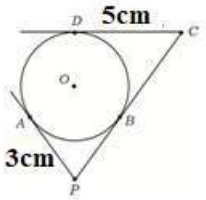
३) आकृतीमध्ये, स्पर्शबिंदू (point of contact) कोणता आहे? (सोपे)

A) P B) C C) D D) E



४) आकृतीमध्ये, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला PA, PC आणि PD या स्पर्शिका काढल्या आहेत.

जर AP = ३ सेमी, CD = ५ सेमी असेल, तर PC ची लांबी किती? [जून २०१९, सोपे]



A) ३ सेमी B) ५ सेमी C) ८ सेमी D) २ सेमी

५) स्पर्शबिंदूपाशी काढलेली स्पर्शिका आणि त्रिज्या यांच्यातील कोन किती असतो? [LO - १९, मार्च २०२२, सोपे]

A) ३० B) ६०° C) ९०° D) १८०°

६) ३.५ सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळातील 2 समांतर स्पर्शिकांमधील अंतर किती असते? [मध्यम]

A) ७ सेमी B) १४ सेमी C) ३.५ सेमी D) १.७५ सेमी

७) वर्तुळाला दोन बिंदूंमध्ये छेदणाऱ्या रेषेला काय म्हणतात? [जून २०२०, सोपे]

A) जीवा (chord) B) छेदिका (secant) C) स्पर्शिका (tangent) D) त्रिज्या (radius)

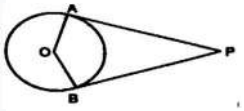
८) वर्तुळाला केवळ एकाच बिंदूत छेदणाऱ्या रेषेला काय म्हणतात? [एप्रिल २०२०, सोपे]

(A) स्पर्शिका (B) छेदिका (C) त्रिज्या (D) जीवा

९) आकृतीमध्ये, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला PA आणि PB या स्पर्शिका आहेत. जर ∠APB = ८०° असेल,

तर ∠AOB चे माप किती? (मध्यम)

A) ८०° B) १००° C) १८०° D) ३६०°

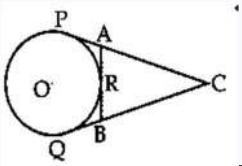


१०) आकृतीमध्ये O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला CP आणि CQ या स्पर्शिका आहेत. ARB ही R बिंदूपाशी असलेली आणखी एक स्पर्शिका आहे.

जर CP = 11 सेमी आणि BC = 7 सेमी असेल, तर BR ची लांबी किती?

[मध्यम काठिन्य पातळी]

A) 7 सेमी B) 5 सेमी C) 12 सेमी D) 4 सेमी

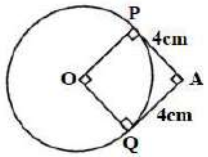


11) जर वर्तुळात काढलेल्या दोन त्रिज्यांमधील कोन 130° असेल, तर त्या त्रिज्याच्या टोकांशी काढलेल्या स्पर्शिकांमधील कोन किती असेल? [मध्यम]

A) 90° B) 50° C) 70° D) 40°

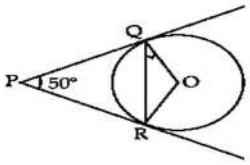
12) आकृतीमध्ये, O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे. AP आणि AQ या बिंदू A मधून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिका आहेत. जर AP = 4 सेमी असेल, तर वर्तुळाची त्रिज्या किती असेल? (मध्यम)

A) 2 सेमी B) 3 सेमी C) 4 सेमी D) 1 सेमी

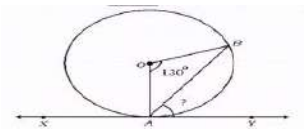


13) आकृतीमध्ये, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला बिंदू P मधून PQ आणि PR या स्पर्शिका काढल्या आहेत. तर ∠OQR चे माप किती असेल? [सोपे]

A) 25° B) 35° C) 40° D) 20°



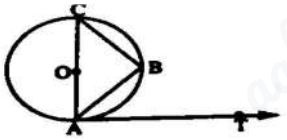
14) आकृतीमध्ये, XY ही O केंद्र असलेल्या वर्तुळाची स्पर्शिका आहे. जर ∠ = 130° असेल, तर ∠ चे माप किती असेल? [मार्च 2025, मध्यम]



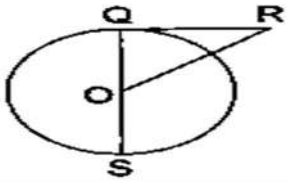
A) 90° B) 25° C) 50° D) 65°

15) आकृतीमध्ये, जर ∠ACB = 50° असेल, तर ∠BAT चे माप किती असेल? [मध्यम]

A) 70° B) 60° C) 50° D) 40°



16) आकृतीमध्ये, RQ ही O केंद्र असलेल्या वर्तुळाची स्पर्शिका आहे. जर SQ = 6 सेमी आणि QR = 4 सेमी असेल, तर OR ची लांबी किती असेल? [सोपे]



A) 4 सेमी B) 5 सेमी C) 6 सेमी D) 3 सेमी

17) 5 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाच्या P या बिंदूवर काढलेली PQ ही स्पर्शिका, O केंद्रातून जाणाऱ्या रेषेला Q बिंदूत छेदते; जेणेकरून OQ = 12 सेमी होईल. PQ ची लांबी आहे, [मध्यम]

A) 12 सेमी B) 13 सेमी C) 8.5 सेमी D) √ सेमी

18) जर Q मधून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिकेची लांबी 24 सेमी असेल आणि Q चे वर्तुळाच्या केंद्रापासूनचे

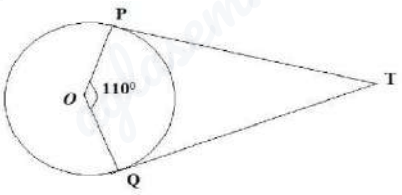
अंतर 25 सेमी असेल, तर वर्तुळाची त्रिज्या किती?

[सोपे]

A) 7 सेमी B) 12 सेमी C) 15 सेमी D) 24.5 सेमी

19) आकृतीमध्ये, TP आणि TQ या O केंद्र असलेल्या वर्तुळाच्या स्पर्शिका आहेत. जर ∠POQ = 110° असेल तर

∠PTQ चे माप किती? (सोपे)



A) 60°

B) 70° C) 80°

D) 90°

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा (1 गुण)

20) स्पर्शिका म्हणजे काय? (सोपे)

21) छेदिका म्हणजे काय? (सोपे)

22) वर्तुळाच्या स्पर्शबिंदूपाशी काढलेली स्पर्शिका आणि त्रिज्या यांच्यातील कोनाचे माप किती असते? (सोपे)

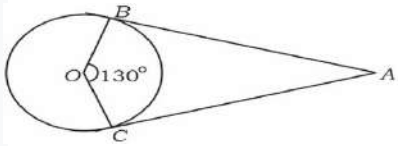
23) वर्तुळाच्या बाहेरील बिंदूतून वर्तुळाला जास्तीत जास्त किती स्पर्शिका काढता येतात? (सोपे)

24) वर्तुळावरील एका बिंदूतून किती स्पर्शिका काढता येतात? (सोपे)

25) आकृतीमध्ये, A या बाह्य बिंदूतून O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला AB आणि AC या स्पर्शिका काढल्या आहेत.

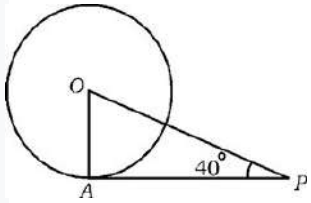
जर $\angle BOC = 130°$ असेल तर

$\angle BAC$ चे माप काढा. [एप्रिल 2020, सोपे]



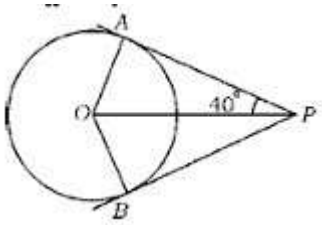
26) आकृतीमध्ये, O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे. OA ही त्रिज्या आहे आणि AP ही स्पर्शिका आहे. जर $\angle OPA = 40°$ असेल तर $\angle AOP$ चे माप काढा.

[जून 2024, सोपे]



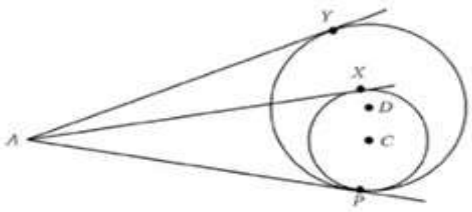
III. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा (२ गुण)

२७) दिलेल्या आकृतीत, 'O' केंद्र असलेल्या वर्तुळाला PA आणि PB या स्पर्शिका आहेत. जर PA = ४ सेमी आणि $\angle = ४०°$ असेल, तर $\angle$ चे माप आणि PB ची लांबी शोधा. [मार्च २०२५, मध्यम]

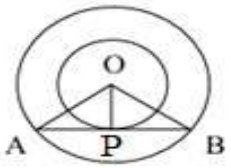


२८) दिलेल्या आकृतीत, AP, AX आणि AY या वर्तुळांना काढलेल्या स्पर्शिका आहेत. सिद्ध करा की AY = AX.

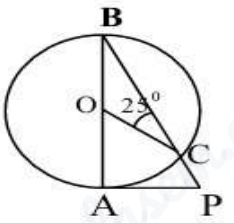
[जून २०१९, सोपे]



२९) ५ सेमी आणि ३ सेमी त्रिज्या असलेली दोन एककेंद्री वर्तुळे काढली आहेत. मोठ्या वर्तुळाच्या त्या जीवेची लांबी शोधा जी लहान वर्तुळाला P बिंदूत स्पर्श करते. [जून २०१९, सोपे]

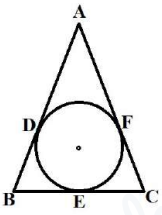


३०) O केंद्र असलेल्या वर्तुळात, AB हा व्यास आहे आणि AP ही स्पर्शिका आहे. जर ∠OCB = २५° असेल, तर ∠APB चे माप शोधा. [मॉडेल २०१९, मध्यम]

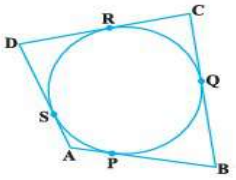


31) वर्तुळाच्या बाहेरील बिंदूतून काढलेल्या दोन स्पर्शिकांमधील कोन आणि स्पर्शबिंदूंना केंद्राशी जोडणाऱ्या रेषाखंडाने केंद्राशी केलेला कोन हे परस्परांचे पूरक कोन असतात, हे सिद्ध करा. [मध्यम]

32) आकृतीमध्ये, ABC हा समद्विभुज त्रिकोण आहे ज्यामध्ये AB = AC आहे आणि त्यात एक वर्तुळ अंतर्लिखित केले आहे. बिंदू E हा BC चा मध्यबिंदू आहे हे दाखवा. (मध्यम)



33) ABCD हा वर्तुळाभोवती परिगत झालेला (वर्तुळाला स्पर्श करणारा) चौकोन आहे. AB + CD = AD + BC हे सिद्ध करा. [मध्यम]



34) वर्तुळाच्या व्यासाच्या टोकांशी काढलेल्या स्पर्शिका समांतर असतात, हे सिद्ध करा. [मध्यम]

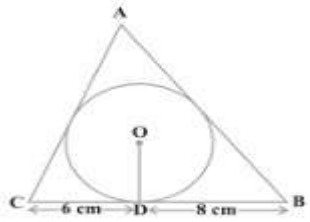
35. वर्तुळाच्या स्पर्शिकेच्या स्पर्शबिंदूतून काढलेला लंब वर्तुळाच्या केंद्रातून जातो, हे सिद्ध करा. (मध्यम)

36. वर्तुळाच्या केंद्रापासून 5 सेमी अंतरावर असलेल्या बिंदू A मधून काढलेल्या स्पर्शिकेची लांबी 4 सेमी आहे. वर्तुळाची त्रिज्या शोधा. (मध्यम)

37. दोन एककेंद्री वर्तुळांच्या त्रिज्या 5 सेमी आणि 3 सेमी आहेत. मोठ्या वर्तुळाच्या त्या जीवेची लांबी शोधा जी लहान वर्तुळाला स्पर्श करते. (मध्यम)

38. वर्तुळाच्या बाहेरील बिंदूतून काढलेल्या दोन स्पर्शिकांमधील कोन आणि स्पर्शबिंदूंना केंद्राशी जोडणाऱ्या रेषाखंडाने केंद्राशी केलेला कोन हे परस्परांचे पूरक कोन असतात, हे सिद्ध करा. (मध्यम)

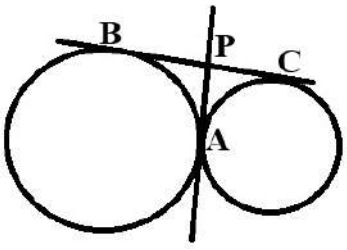
39. वर्तुळाभोवती परिगत झालेला समांतरभुज चौकोन हा समभुज चौकोन असतो, हे सिद्ध करा. (मध्यम)



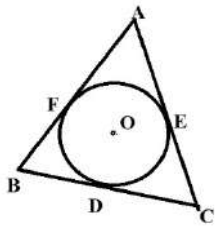
40. 4 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाभोवती ΔABC अशा प्रकारे काढला आहे की, स्पर्शबिंदू D मुळे BC चे विभाजन BD आणि DC या रेषाखंडांमध्ये होते आणि त्यांची लांबी अनुक्रमे 8 सेमी व 6 सेमी आहे. AB आणि AC या बाजूंची लांबी शोधा. (मध्यम काठिन्य पातळी)

41. सिद्ध करा की, वर्तुळाभोवती असलेल्या चौकोनाच्या समोरासमोरील बाजू वर्तुळाच्या केंद्राशी पूरक कोन (ज्यांची बेरीज 180° असते असे कोन) करतात. (मध्यम काठिन्य पातळी)

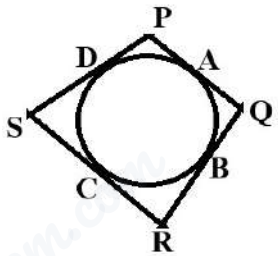
42. दिलेल्या आकृतीत, दोन वर्तुळे एकमेकांना A बिंदूत स्पर्श करतात. BC आणि AP या त्या वर्तुळांच्या सामायिक स्पर्शिका आहेत. जर BP = 3.8 सेमी असेल, तर BC ची लांबी शोधा. (मध्यम काठिन्य पातळी)



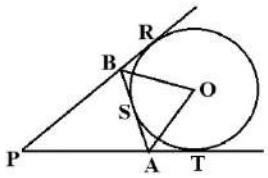
43. दिलेल्या आकृतीत, ΔABC च्या बाजू BC, CA आणि AB वर्तुळाला अनुक्रमे D, E आणि F बिंदूत स्पर्श करतात. जर BD = 4 सेमी, DC = 3 सेमी आणि CA = 8 सेमी असेल, तर ΔABC ची परिमिती शोधा. (मध्यम काठिन्य पातळी)



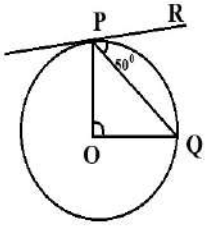
44. दिलेल्या आकृतीत, जर PQRS या चौकोनाच्या बाजू PQ, QR, RS आणि SP वर्तुळाला अनुक्रमे A, B, C आणि D बिंदूत स्पर्श करत असतील, तर सिद्ध करा की PD + BQ = PQ. जर DS = 2 सेमी आणि BR = 3 सेमी असेल, तर RS ची लांबी शोधा. (मध्यम काठिन्य पातळी)



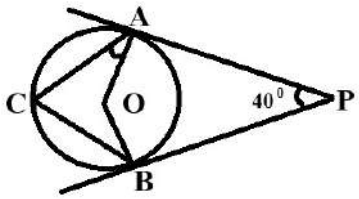
45. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाच्या तीन स्पर्शिकांमुळे ΔPAB तयार झाला आहे आणि $\angle APB = 40°$ आहे. $\angle AOB$ चे माप शोधा. (मध्यम काठिन्य पातळी)



46. दिलेल्या आकृतीत, O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे आणि PQ ही जीवा आहे. जर P बिंदूपाशी काढलेली स्पर्शिका PR ही PQ शी 50° चा कोन करत असेल, तर $\angle POQ$ चे माप काढा. (मध्यम काठिन्य पातळी)

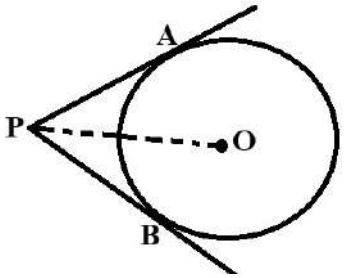


47. आकृतीत, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला A आणि B बिंदूंपाशी PA आणि PB या स्पर्शिका आहेत. जर C हा वर्तुळावरील बिंदू असेल आणि ∠APB = 40° असेल, तर ∠ACB चे माप काढा. (मध्यम काठिन्य पातळी)



48. दिलेल्या आकृतीत, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला बाहेरील बिंदू P मधून PA आणि PB या स्पर्शिका काढल्या आहेत. जर वर्तुळाची त्रिज्या 5 सेमी असेल आणि PA ⊥ PB असेल, तर OP ची लांबी काढा. (मध्यम काठिन्य पातळी)

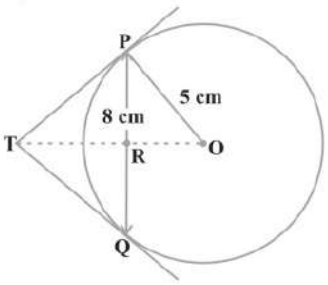
IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा (३ गुण)



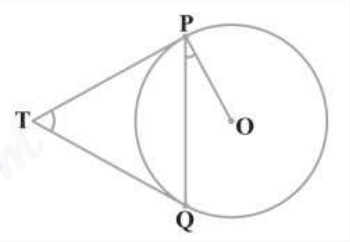
४९) सिद्ध करा की, 'वर्तुळाच्या कोणत्याही बिंदूपाशी काढलेली स्पर्शिका ही त्या स्पर्शबिंदूतून जाणाऱ्या त्रिज्येला लंब असते'. [, मार्च २०२५, मध्यम]

५०) सिद्ध करा की, 'वर्तुळाच्या बाहेरील बिंदूतून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिकांची लांबी समान असते'. [मार्च, जुलै २०१९, सप्टेंबर २०२०, मार्च २०२२, मार्च, जून, ऑगस्ट २०२४, मध्यम]

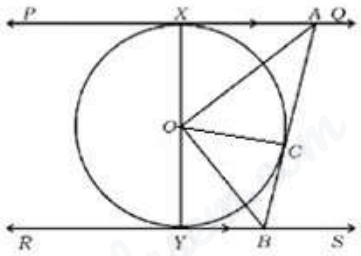
51) 5 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाची PQ ही 8 सेमी लांबीची जीवा आहे. P आणि Q बिंदूंपाशी काढलेले स्पर्शिका T बिंदूत छेदतात. TP ची लांबी काढा. (कठीण)



52) O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला बाहेरील बिंदू T मधून TP आणि TQ या दोन स्पर्शिका काढल्या आहेत. सिद्ध करा की, ∠PTQ = 2 ∠OPQ. (कठीण)



53) दिलेल्या आकृतीत, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला PQ आणि RS या दोन समांतर स्पर्शिका आहेत आणि AB ही C हा स्पर्शबिंदू असलेली आणखी एक स्पर्शिका आहे, जी PQ ला A बिंदूत आणि RS ला B बिंदूत छेदते. सिद्ध करा की, ∠AOB = 90° . [एप्रिल 2019, कठीण]



प्रकरण ११: वर्तुळाशी संबंधित क्षेत्रफळे

अध्ययन निष्पत्ती (LOs) क्रमांक	अध्ययन निष्पत्ती (LOs)	प्रश्न क्रमांक
२६	दिलेल्या परिस्थितीत वर्तुळखंड (segments) व वर्तुळपाकळी (sectors) यांची क्षेत्रफळे काढणे आणि वर्तुळकंसाची लांबी शोधणे. सूत्रांचा वापर करून विविध उदाहरणे सोडवणे.	१, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १०, ११, १२, १३, १४, १५, १६, १७, १८, १९, २०, २१, २२, २३, २४, २५, २६, २७, २८, २९, ३०, ३१, ३२, ३३, ३४, ३५, ३६, ३७, ३८, ३९, ४०, ४१, ४२, ४३, ४४, ४५, ४६, ४७, ४८, ४९

प्रश्नांची संख्या	सोपे	मध्यम	कठीण
४९	९	३०	१०

I. खालील प्रत्येक प्रश्न किंवा अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्या पर्यायाचा अक्षर-क्रमांक व पूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

१. जर वर्तुळाचे क्षेत्रफळ ४९π चौरस एकक असेल, तर त्याचा परिघ किती असेल?

[एप्रिल २०१९ - सोपे]

A) ७π एकक B) ९π एकक C) १४π एकक D) ४९π एकक

२. 'r' एकक त्रिज्या असलेल्या दोन एकरूप वर्तुळांचे एकूण क्षेत्रफळ किती?

[MQP २०१९ - सोपे]

A) $2\pi r^2$ B) 2 C) $\frac{1}{2}\pi r^2$ D) πr^2

३. 'r' त्रिज्या असलेल्या वर्तुळात, θ कोन असलेल्या वर्तुळच्या कंसाची लांबी किती?) [जून २०२० - सोपे]

A) $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$ B) $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r^2$ C) $\frac{\theta}{180} \times \pi r$ D) $\frac{\theta}{180} \times 2\pi r$

४. 'r' सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाच्या 1/4 एका भागाचे (वृत्तांशाचे) क्षेत्रफळ किती?[SLP २०२० - सोपे]

A) $\frac{\pi r^2}{360}$ cm^2 B) $\frac{\pi r^2}{90}$cm^2 C) $\frac{\pi r^2}{4}$cm^2 D) $\frac{\pi r^2}{2}$ cm^2

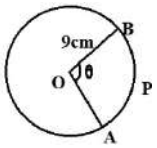
5. 'r' सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाच्या 3/4 एका वृत्तांशखंडाचे (sector) क्षेत्रफळ... आहे. [मध्यम काठिन्य पातळी]

A) $\frac{\pi r^2}{360}$cm^2 B) $\frac{\pi r^2}{90}$ cm^2 C) $\frac{3\pi r^2}{4}$ cm^2 D) $\frac{\pi r^2}{2}$ cm^2

6. जर वर्तुळाचा व्यास 14 सेमी असेल, तर त्याचा परिघ... आहे. [जून 2024 - मध्यम काठिन्य पातळी]

A) 28 सेमी B) 44 सेमी C) 56 सेमी D) 88 सेमी

7. आकृतीमध्ये, O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे आणि कंस APB ची लांबी 4 π सेमी आहे. जर OB = 9 सेमी असेल, तर. θ. चे माप... आहे. [मार्च 2025 - मध्यम काठिन्य पातळी]



A) 60° B) 80° C) 85° D) 70°

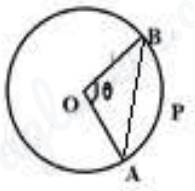
8. आकृतीमध्ये, APB या वर्तुळखंडाचे (segment) क्षेत्रफळ... आहे. (मध्यम काठिन्य पातळी)

A) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ - ΔAOB चे क्षेत्रफळ

B) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ - लघु वर्तुळखंडाचे (minor sector) क्षेत्रफळ

C) OAPB या वर्तुळखंडाचे(sector) क्षेत्रफळ - ΔAOB चे क्षेत्रफळ

D) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ - विशाल वर्तुळखंडाचे (major sector) क्षेत्रफळ



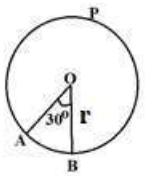
9. जर वर्तुळाचा व्यास 21 सेमी असेल, तर त्याचा परिघ... आहे.
[मध्यम काठिन्य पातळी]

A) 44 सेमी B) 88 सेमी C) 66 सेमी D) 55 सेमी

10. जर वर्तुळाचे क्षेत्रफळ 154 सेमी^{2} असेल, तर त्याचा परिघ... आहे. [मध्यम काठिन्य पातळी]

A) 11 सेमी B) 22 सेमी C) 44 सेमी D) 55 सेमी

11. आकृतीमध्ये, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाची त्रिज्या r सेमी आहे. OAPB या वर्तुळखंडाचे (sector) क्षेत्रफळ आहे,



[मध्यम काठिन्य पातळी]

A) $\frac{(360-30)\pi r^2}{360}$cm^2 B) $\frac{(360+30)\pi r^2}{360}$cm^2 C) $\frac{30\pi r^2}{360}$cm^2 D) $\frac{60\pi r^2}{360}$cm^2

12. r cm त्रिज्या असलेल्या चतुर्थांशाच्या (quadrant) कंसाची लांबी --आहे,

[मध्यम काठिन्य पातळी]

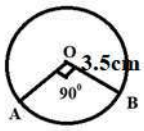
A) $\frac{\pi r}{4}$cm B) $4\pi r$ cm C) $\frac{\pi r}{2}$ cm D) $2\pi r$ cm

13. वर्तुळाच्या केंद्रपाशी ' θ ' अंश मापाचा कोन असल्यास, त्या वर्तुळपाकळीचे (sector) क्षेत्रफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [जून २०१९ - सोपे]

14. वर्तुळाच्या केंद्रपाशी ' θ ' अंश मापाचा कोन असल्यास, त्या वर्तुळपाकळीच्या कंसाची लांबी काढण्याचे सूत्र लिहा. (सोपे)

15. एका वर्तुळाचे ८ समान भाग केले आहेत. प्रत्येक वर्तुळपाकळीमध्ये केंद्रापाशी तयार होणाऱ्या कोनाचे माप काढा. (सोपे)

16. आकृतीमध्ये, O हे ३.५ सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाचे केंद्र आहे आणि ∠AOB = ९०° आहे. लघु कंसाची लांबी काढा. [मध्यम]



17. जर वर्तुळाचा व्यास ७ सेमी असेल, तर अर्धवर्तुळाकार कंसाची लांबी काढा. [मध्यम]

18. एका चतुर्थांशाचे (quadrant) क्षेत्रफळ ... चौ. सेमी आहे. वर्तुळाची त्रिज्या काढा. (सोपे)

19. वर्तुळाच्या चतुर्थांशाच्या कंसाची लांबी २२ सेमी आहे. वर्तुळाची त्रिज्या काढा. (सोपे)

20. जर वर्तुळाचे क्षेत्रफळ आणि त्याचा परिघ यांची मूल्ये समान असतील, तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा. (मध्यम)

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा (२ गुण)

२१. २१ सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळात, एक कंस केंद्राशी ६०° चा कोन करतो. त्या कंसाची लांबी शोधा. [मध्यम काठिन्य पातळी]

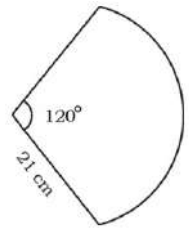
२२. ४ सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळात, एक कंस केंद्राशी ४५° चा कोन करतो. त्या वृत्तांशचे (sector) क्षेत्रफळ शोधा. [मध्यम काठिन्य पातळी]($Use\ \pi = 3.14$)

२३. C1 आणि C2 या दोन वर्तुळांची क्षेत्रफळे अनुक्रमे ९२ चौ. सेमी आणि ६२ चौ. सेमी आहेत. C3 या वर्तुळाची त्रिज्या शोधा, ज्याचे क्षेत्रफळ C1 आणि C2 च्या क्षेत्रफळांच्या बेरजेइतके आहे. [जून २०१९; मध्यम काठिन्य पातळी]

२४. घड्याळातील मिनिट काट्याची लांबी १४ सेमी आहे. मिनिट काट्याने १० मिनिटांत व्यापलेल्या भागाचे क्षेत्रफळ शोधा. [MQP-2 २०२५; मध्यम काठिन्य पातळी]

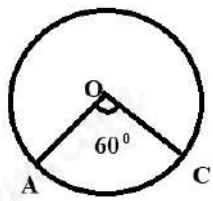
२५. २० सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाच्या चतुर्थांशाचे (quadrant) क्षेत्रफळ आणि त्याची परिमिती शोधा. [MQP-2 २०२५; मध्यम काठिन्य पातळी]

26. धातूच्या तारांच्या मध्ये कापड बसवून हाताने वापरायचा पंखा बनवला आहे. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, त्याचा आकार २१ सेमी त्रिज्या आणि १२०° कोन असलेल्या वर्तुळपाकळीसारखा (sector) आहे. यासाठी वापरलेल्या कापडाचे क्षेत्रफळ काढा आणि असा पंखा बनवण्यासाठी लागणाऱ्या धातूच्या तारेची एकूण लांबीही शोधा.



[जून २०२० - कठीण]

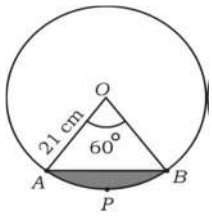
27. २१ सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळात, कंस AC केंद्राशी ६०° चा कोन करतो. शोधा: (i) कंस AC ची लांबी (ii) कंसाने तयार झालेल्या OAC या वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ.



[SLP २०२२ - मध्यम]

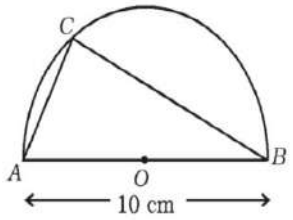
28. दिलेल्या आकृतीत, O हे २१ सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाचे केंद्र आहे. जर ∠AOB = ६०° असेल, तर वर्तुळखंडाचे (segment) क्षेत्रफळ काढा. (√ ची किंमत वापरा)

[मार्च २०२५ - मध्यम]



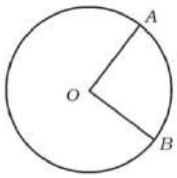
aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

29. दिलेल्या आकृतीत, ACB हे अर्धवर्तुळ आहे. जर AB = १० सेमी आणि AC = ६ सेमी असेल, तर अर्धवर्तुळातील वर्तुळखंडांचे क्षेत्रफळ काढा. [कठीण]



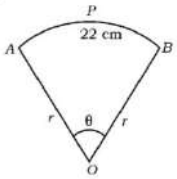
30. आकृतीत 'O' हे वर्तुळाचे केंद्र आहे. वर्तुळपाकळी AOB चे क्षेत्रफळ : वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = १ : ५ आहे आणि जर वर्तुळाची त्रिज्या ७ सेमी असेल, तर कंस AB ची लांबी शोधा.

[MQP ३ २०२५ - कठीण]



31. आकृतीमध्ये, AOBP या वर्तुळखंडाचे (sector) क्षेत्रफळ 231 cm² आहे आणि APB या कंसाची लांबी 22 cm आहे.

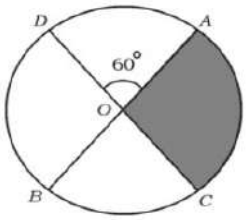
वर्तुळाची त्रिज्या आणि θ या कोनाचे माप शोधा. [एप्रिल 2024 - कठीण]



32. आकृतीमध्ये, AB आणि CD हे व्यास O बिंदूत छेदतात. जर BC या कंसाची लांबी 22 cm असेल

आणि ∠AOD = 60° असेल, तर AOC या वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ शोधा.

[ऑगस्ट 2024 - कठीण]

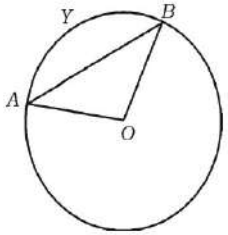


33. एका वर्तुळाच्या वर्तुळखंडाचे(sector) क्षेत्रफळ हे त्याच वर्तुळखंडाच्या कंसाच्या लांबीइतके (संख्यात्मकदृष्ट्या) आहे. जर कंसाची लांबी 44/21 सेमी असेल, तर वर्तुळाची त्रिज्या आणि कंसाने केंद्राशी केलेला कोन शोधा.

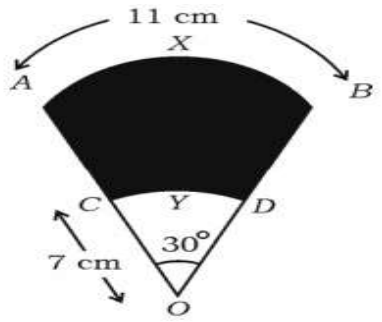
[, MQP कठीण]

34. आकृतीमध्ये दर्शविलेल्या OAYB या वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ 462 चौ.सेमी आहे. जर ∠AOB = 120° असेल, तर AYB या कंसाची लांबी शोधा.

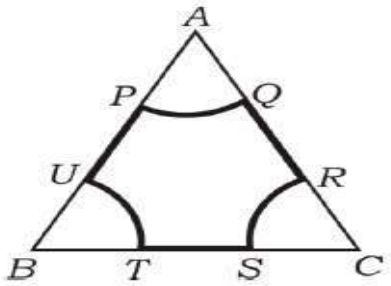
[मध्यम]



35. आकृतीमध्ये AXB आणि CYD हे O केंद्र असलेल्या दोन एककेंद्री (concentric) वर्तुळांचे कंस आहेत. AXB या कंसाची लांबी 11 सेमी आहे. जर OC = 7 सेमी आणि ∠AOB = 30° असेल, तर छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ शोधा. [π = ... घ्या]

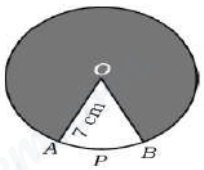


36. ABC हा एक समभुज त्रिकोण आहे. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, A, B आणि C यांना केंद्र मानून आणि 3.5 सेमी त्रिज्या घेऊन ΔABC मध्ये कंस काढले आहेत. जर ΔABC चे क्षेत्रफळ $49\sqrt{3}$ सेमी² असेल, तर PQRSTUP या आकृतीची परिमिती शोधा.



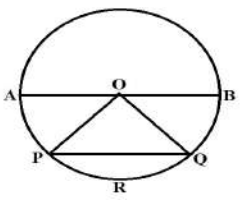
(कठीण)

37. दिलेल्या आकृतीत O हे 7 सेमी त्रिज्येच्या वर्तुळाचे केंद्र आहे. जर कंस APB ची लांबी 22/3 सेमी असेल, तर छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा. (π =22/7 घ्या)



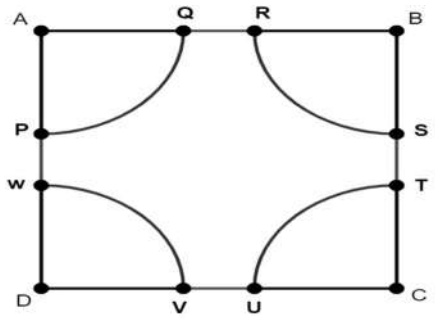
(मे 2025 - कठीण)

38. दिलेल्या आकृतीत, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाच्या अर्धवर्तुळाकार कंसाची लांबी 44 सेमी आहे. जर ∠OPQ=45 असेल, तर PRQ या वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ शोधा. (SLP 2025 - कठीण)



aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

39. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, ABCD या चौरसामध्ये A, B, C आणि D हे केंद्रबिंदू मानून 3.5 सेमी त्रिज्येचे कंस काढले आहेत. जर चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ 144 चौ. सेमी असेल, तर चौरसातील कंसांनी तयार झालेल्या PQRSTUVWP या आकृतीची परिमिती काढा.

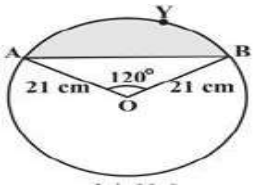


[मध्यम काठिन्य पातळी]

40. भिंतीवरील घड्याळाच्या मिनिटाच्या काट्याची लांबी 18 सेमी आहे. मिनिटाच्या काट्याने 35 मिनिटांत व्यापलेले क्षेत्रफळ काढा. तसेच, मिनिटाच्या काट्याच्या भ्रमणामुळे तयार झालेल्या कंसाची लांबी काढा.

[LO - 26, मध्यम काठिन्य पातळी]

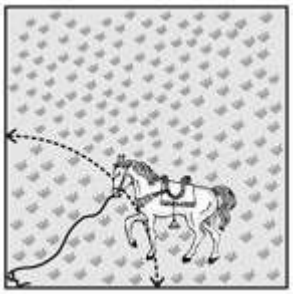
41. जर वर्तुळाची त्रिज्या 21 सेमी आणि $\angle AOB = 120°$ असेल, तर आकृतीत दर्शविलेल्या AYB या वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ काढा. (मध्यम काठिन्य पातळी)



42. 10 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाची एक जीवा केंद्राशी काटकोन (90°) करते. त्या जीवाशी संबंधित (i) लघु वर्तुळखंड (ii) विशाल वर्तुळखंड यांचे क्षेत्रफळ काढा. (π = 3.14 वापरा) (मध्यम काठिन्य पातळी)

43. 21 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळात, एक कंस केंद्राशी 60° चा कोन करतो. तर (i) कंसाची लांबी (ii) त्या कंसाने तयार केलेल्या त्रिज्यांतर खंडाचे क्षेत्रफळ (iii) संबंधित जीवेमुळे तयार झालेल्या वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ काढा. (मध्यम काठिन्य पातळी)

44. 15 मीटर बाजू असलेल्या चौरसाकृती गवताच्या मैदानातील एका कोपऱ्यात असलेल्या खुंटीला 5 मीटर लांबीच्या दोरीने एक घोडा बांधला आहे. तर (i) घोडा ज्या भागात चरू शकतो त्या मैदानाचे क्षेत्रफळ काढा. (ii) जर दोरीची लांबी 5 मीटरऐवजी 10 मीटर असती, तर चरण्याच्या क्षेत्रफळात किती वाढ झाली असती ते काढा. (π = 3.14 वापरा) (मध्यम काठिन्य पातळी)



45. ३५ मिमी व्यास असलेल्या वर्तुळाच्या आकाराचा एक ब्रोच चांदीच्या तारेपासून बनवला आहे. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, वर्तुळाचे १० समान भाग (वृत्तांश) करण्यासाठी ५ व्यास तयार करण्यासाठीही याच तारेचा वापर केला आहे. तर खालील गोष्टी शोधा: (i) लागणाऱ्या चांदीच्या तारेची एकूण लांबी. (ii) ब्रोचच्या प्रत्येक भागाचे (वृत्तांशाचे) क्षेत्रफळ. (मध्यम काठिन्य पातळी)



46. एका छत्रीला समान अंतरावर असलेल्या ८ काड्या (ribs) आहेत. छत्री ही ४५ सेमी त्रिज्या असलेले सपाट वर्तुळ आहे असे मानल्यास, छत्रीच्या लगतच्या दोन काड्यांमधील भागाचे क्षेत्रफळ शोधा. (मध्यम काठिन्य पातळी)



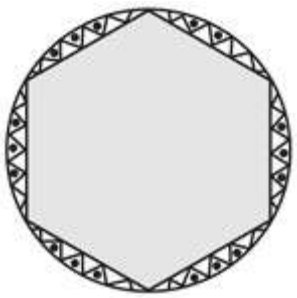
47. एका कारला दोन वायपर्स आहेत जे एकमेकांवर येत नाहीत (ओव्हरलॅप होत नाहीत). प्रत्येक वायपरच्या ब्लेडची लांबी २५

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

सेमी असून ते ११५° च्या कोनातून फिरतात. ब्लेड्सच्या प्रत्येक फेरीत (sweep) साफ होणाऱ्या भागाचे एकूण क्षेत्रफळ शोधा. (मध्यम काठिन्य पातळी)

48. पाण्याखालील खडकांबाबत जहाजांना सावध करण्यासाठी, एक दीपगृह (lighthouse) १६.५ किमी अंतरापर्यंत ८०° मापाच्या कोनातून लाल रंगाचा प्रकाश पसरवते. ज्या क्षेत्रात जहाजांना सावध केले जाते, त्या समुद्राच्या भागाचे क्षेत्रफळ शोधा. (π = ३.१४ वापरा) (मध्यम काठिन्य पातळी)

49. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, एका गोलाकार टेबल-कव्हरवर सहा समान नक्षीकाम (designs) केलेले आहेत. जर कव्हरची त्रिज्या २८ सेमी असेल, तर ०.३५ रुपये प्रति चौरस सेमी या दराने नक्षीकाम करण्याचा खर्च शोधा. ($\sqrt{}$ = १.७ वापरा) (मध्यम काठिन्य पातळी)



प्रकरण १२: पृष्ठफळ आणि घनफळ

अध्ययन निष्पत्ती (LOs) क्रमांक	अध्ययन निष्पत्ती (LOs)	प्रश्नाचा क्रमांक
25	परिसरातील वस्तूंची पृष्ठफळे आणि घनफळे काढणे; यासाठी त्या वस्तूंचा विचार दंडगोल (cylinder), शंकू (cone), गोल (sphere), अर्धगोल (hemisphere) आणि इतर संयुक्त घनआकृतींच्या (composite solids) संयोगाच्या स्वरूपात करणे.	१, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १०, ११, १२, १३, १४, १५, १६, १७, १८, १९, २०, २१, २२, २३, २४, २५, २६, २७, २८, २९, ३०, ३१, ३२, ३३, ३४, ३५, ३६, ३७, ३८, ३९, ४०, ४१, ४२, ४३, ४४, ४५, ४६, ४७, ४८, ४९, ५०, ५१, ५२, ५३, ५४, ५५, ५६, ५७, ५८, ५९, ६०, ६१, ६२, ६३, ६४, ६५, ६६, ६७, ६८, ६९, ७०, ७१, ७२, ७३, ७४

प्रश्नांची संख्या	सोपे	मध्यम	कठीण
74	25	23	26

I. खालील प्रत्येक प्रश्न किंवा अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्या पर्यायाचा अक्षर-क्रमांक व पूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

१. 'a' एकक बाजू असलेल्या घनाचे एकूण पृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र आहे -*सोपे*

A) $4a^2$ B) $6a^2$ C) $4a^3$ D) $6a^3$

२. 'a' एकक बाजू असलेल्या घनाचे पार्श्वपृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र आहे - *सोपे*

A) $6a^2$ B) $4a^3$ C) $6a^3$ D) $4a^2$

३. 'a' एकक बाजू असलेल्या घनाचे घनफळ काढण्याचे सूत्र आहे -*सोपे*

A) a^2 B) a^4 C) a^3 D) a^6

४. 'l' लांबी, 'b' रुंदी आणि 'h' उंची असलेल्या इष्टिकाचितीचे (cuboid) एकूण पृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र आहे

सोपे

A) 2(lb+bh+hl) B) l×b×h C) 2l (b×h) D) l+b+h

5. 'l' लांबी, 'b' रुंदी आणि 'h' उंची असलेल्या इष्टिकाचितीचे (cuboid) पार्श्वपृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र आहे, [सोपे]

A) 2l (b+h) B) 2h(l+b) C) l×b×h D) 2l×2b×2h

6. 'l' लांबी, 'b' रुंदी आणि 'h' उंची असलेल्या इष्टिकाचितीचे (cuboid) घनफळ काढण्याचे सूत्र आहे, [सोपे]

A) l+b+h B) l× b× h C) lb÷ h D) (l× h)÷ b

7. पायाची त्रिज्या 'r' आणि उंची 'h' असलेल्या लंबवृत्ताचितीचे (right circular cylinder) वक्रपृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र आहे, [सोपे]

A) $\pi r^2 h$ B) $\pi r(r+h)$ C) $\pi h(r+r)$ D) $2\pi rh$

8. पायाची त्रिज्या 'r' आणि उंची 'h' असलेल्या लंबवृत्ताचितीचे एकूण पृष्ठफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र आहे, [सोपे]

A) $2\pi r$ (r+h) B) $2\pi rh$ C) $\pi h(r+r)$ D) $\pi r^2 h$

9. पायाची त्रिज्या 'r' आणि उंची 'h' असलेल्या लंबवृत्ताचितीचे घनफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र आहे, [सोपे]

A) πr^2 B) $2\pi r^2 h$ C) $\pi r^2 h$ D) $2\pi rh$

10. पायाची त्रिज्या 'r' आणि तिरकस उंची 'l' असलेल्या लंबवृत्ताकृती शंकूचे (right circular cone) वक्रपृष्ठफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र आहे, [सोपे]

A) πrl B) $\pi r^2 l$ C) $\pi r^2 h$ D) $\pi r^2 h$

11. पायाची त्रिज्या 'r' आणि तिरकस उंची 'l' असलेल्या लंबवृत्ताकृती शंकूचे एकूण पृष्ठफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र आहे, [सोपे]

A) $2\pi rh$ B) $\pi r(r+l)$ C) $\pi r^2 h$ D) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

12. पायाची त्रिज्या 'r', तिरकस उंची 'l' आणि लंब उंची 'h' असलेल्या लंबवृत्तीय शंकूचे घनफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र खालीलपैकी कोणते आहे? *सोपे*

A) $\pi r^2 h$ B) $\pi r(r+1)$ C) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ D) πrl

13. 'r' त्रिज्या असलेल्या गोलकाचे (sphere) पृष्ठफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र कोणते आहे? *सोपे*

A) πr^2 B) $2\pi r^2$ C) $3\pi r^2$ D) $4\pi r^2$

14. 'r' एकक त्रिज्या असलेल्या गोलकाचे घनफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र कोणते आहे?

(जुलै २०२२)

सोपे

A) $2/3\pi r^2$ cm^3 B) $\frac{1}{3}\pi r^3$ cm^3 C) $\frac{4}{3}\pi r^3$ cm^3 D) $4/3\pi r^2$ cm^3

15. समान पायाची त्रिज्या आणि समान लंब उंची असलेल्या वृत्तचिती (cylinder) आणि शंकू (cone) यांच्या घनफळांचे गुणोत्तर [मध्यम]

A) 1 : 3 B) 6 : 1 C) 3 : 1 D) 1 : 6

16. वृत्तचिती आणि शंकू यांच्या पायाची त्रिज्या आणि उंची समान आहे. जर वृत्तचितीचे घनफळ 60 सेमी^{3} असेल, तर शंकूचे घनफळ किती असेल? [मध्यम]

A) 180 सेमी^{3} B) 18 सेमी^{3} C) 30 सेमी^{3} D) 20 सेमी^{3}

17. शंकूच्या पायाची त्रिज्या 8 सेमी आणि तिरकस उंची 10 सेमी आहे. त्याची लंब उंची किती असेल? [मध्यम]

A) 3 सेमी B) 6 सेमी C) 5 सेमी D) 10 सेमी

18. 6 सेमी बाजू असलेल्या घनाचे (cube) घनफळ किती? [मध्यम]

A) 36 सेमी^{3} B) 12 सेमी^{3} C) 216 सेमी^{3} D) 18 सेमी^{3}

19. ज्याची लांबी, रुंदी आणि उंची अनुक्रमे 2 सेमी, 3 सेमी आणि 5 सेमी आहे, अशा इष्टिकाचितीचे (cuboid) घनफळ किती? [सोपे]

A) 10 सेमी^{2} B) 16 सेमी^{3} C) 60 सेमी^{3} D) 30 सेमी^{3}

20. वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ 100 सेमी^{2} आहे आणि तिची उंची 10 सेमी आहे. त्याच्या तळाचा परिघ आहे, [सोपे]

A) 100 सेमी B) 10 सेमी C) 20 सेमी D) 50 सेमी

21. 5 मीटर लांबी, 6 मीटर रुंदी आणि 2 मीटर उंची असलेली टाकी पूर्णपणे भरण्यासाठी लागणाऱ्या पाण्याची मात्रा आहे, [कठीण]

A) 6 लिटर B) 60 लिटर C) 20 लिटर D) 60,000 लिटर

22. जर दंडगोलाच्या (cylinder) तळाचे क्षेत्रफळ 22 सेमी^{2} आणि उंची 10 सेमी असेल, तर त्याचे घनफळ आहे [सोपे]

A) 2200 सेमी^{2} B) 2200 सेमी^{3} C) 220 सेमी^{3} D) 220 सेमी^{2}

23. दंडगोल आणि शंकू यांच्या तळाची त्रिज्या आणि उंची समान आहेत. जर दंडगोलाचे घनफळ 360 सेमी^{3} असेल, तर शंकूचे घनफळ आहे (सप्टेंबर 2020) [मध्यम]

A) 120 सेमी^{3} B) 180 सेमी^{3} C) 90 सेमी^{3} D) 360 मी^{3}

24. 7 सेमी त्रिज्या असलेल्या गोलकाचे (sphere) पृष्ठफळ आहे (सप्टेंबर 2020 - मध्यम)

A) 154 सेमी^{2} B) 616 सेमी^{3} C) 616 सेमी^{2} D) 308 सेमी^{2}

25. 5 सेमी बाजू असलेल्या घनाचे घनफळ किती? (सोपे)

A) 125 सेमी^{2} B) 30 सेमी^{3} C) 100 सेमी^{3} D) 125 सेमी^{3}

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा: (1 गुण)

26. 'r' एकक त्रिज्या असलेल्या अर्धगोलाचे एकूण पृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [सोपे]

27. 'r' एकक त्रिज्या असलेल्या अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [सोपे]

28. 'r' एकक त्रिज्या असलेल्या अर्धगोलाचे घनफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [सोपे]

29. 'r' एकक त्रिज्या असलेल्या गोलाचे घनफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [सोपे]

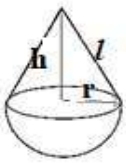
30. समान त्रिज्या असलेल्या गोल आणि अर्धगोल यांच्या घनफळांचे गुणोत्तर काढा. [मध्यम]

31. समान त्रिज्या असलेल्या गोल आणि अर्धगोल यांच्या एकूण पृष्ठफळांचे गुणोत्तर काढा. [मध्यम]

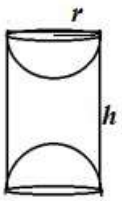
32. वृत्तचिती (cylinder) आणि शंकू (cone) यांची पायाची त्रिज्या आणि उंची समान आहे. जर शंकूचे घनफळ 30 सेमी^{3} असेल, तर वृत्तचितीचे घनफळ काढा. [मध्यम]

33. वृत्तचितीच्या पायाचा परिघ 10 सेमी आणि उंची 25 सेमी आहे. तिचे वक्रपृष्ठफळ काढा. [मध्यम]

34. आकृतीत दर्शविलेल्या खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [कठीण]



35. दोन दंडगोलांच्या (cylinders) व्यासांचे गुणोत्तर 9:1 आहे आणि त्यांच्या उंचीचे गुणोत्तर 1:9 आहे. त्यांच्या



घनफळांचे गुणोत्तर काढा. [कठीण]

36. ज्या दंडगोलाचे (cylinder) घनफळ 500 घन सेमी आणि उंची 10 सेमी आहे, त्याची त्रिज्या शोधा.

[मध्यम]

37. दोन दंडगोलांच्या (cylinders) व्यासांचे गुणोत्तर 9:1 आहे आणि त्यांच्या उंचींचे गुणोत्तर 1:9 आहे. त्यांच्या घनफळांचे गुणोत्तर काढा. [कठीण]

38. 7 सेमी त्रिज्या असलेल्या गोलकाचे (sphere) पृष्ठफळ काढा. [एप्रिल 2018 - सोपे]

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा: (2 गुण)

39. 20 सेमी उंची आणि 6 सेमी त्रिज्या असलेल्या दंडगोलाचे वक्रपृष्ठफळ काढा. [सोपे]

40. 27 घन सेमी घनफळ असलेले दोन एकसारखे घन (cubes) जोडून एक इष्टिकाचिती (cuboid) तयार केली आहे. त्या इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ काढा. [सोपे]

41. 7 सेमी त्रिज्या आणि 4 सेमी उंची असलेला शंकू (cone), 7 सेमी त्रिज्या असलेल्या अर्धगोलकावर (hemisphere) जोडून एक खेळणे तयार केले आहे. त्या खेळण्याचे घनफळ काढा. [मध्यम]

42. 7 सेमी त्रिज्या आणि 10 सेमी उंची असलेल्या दंडगोलाच्या दोन्ही टोकांना 7 सेमी त्रिज्या असलेले दोन अर्धगोल जोडले आहेत. त्या घनाकृतीचे (solid) एकूण पृष्ठफळ काढा. [मध्यम]

43. एका घनाचे घनफळ 125 घन सेमी आहे. त्याचे पार्श्वपृष्ठफळ (lateral surface area) काढा. [मध्यम]

44. एका गोलकाचे घनफळ 38808 घन सेमी आहे. त्याचे पृष्ठफळ काढा. [कठीण]

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा (3 गुण)

45. एक खेळणे, समान त्रिज्या असलेल्या अर्धगोलकावर बसवलेल्या शंकूच्या स्वरूपात आहे. शंकूची त्रिज्या 6 सेमी आहे आणि खेळण्याची एकूण उंची 14 सेमी आहे. [मध्यम]

46. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे एक घनाकृती (solid) तयार केली आहे. दंडगोलाची उंची 10 सेमी आणि त्रिज्या 3.5 सेमी आहे. त्या घनाकृतीचे एकूण पृष्ठफळ काढा. [मध्यम]



47. एका ज्यूस विक्रेत्याने आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे आपल्या ग्राहकांना ज्यूस देण्यासाठी ग्लासचा वापर केला. त्या दंडगोलाकार ग्लासचा आतील व्यास ६ सेमी आणि उंची १२ सेमी आहे. तर त्या ग्लासची प्रत्यक्ष क्षमता (घनफळ) काढा.

[कठीण]

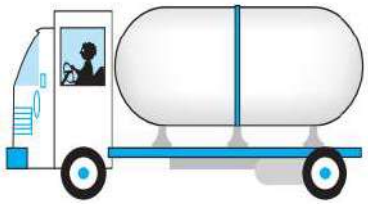


48. कॅनव्हासचा वापर करून एका सर्कसचा तंबू तयार केला आहे; ज्याचा आकार दंडगोलाकार असून त्याच्या वरच्या बाजूला शंकूच्या आकाराचे छत आहे. जर दंडगोलाकार भागाची उंची ५ मीटर आणि व्यास १२६ मीटर असेल, तसेच तंबूची एकूण उंची २१ मीटर असेल, तर तंबू बनवण्यासाठी वापरलेल्या कॅनव्हासचे क्षेत्रफळ काढा.

[कठीण]

V. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा (४/५ गुण)

49. एका लॉरीची पेट्रोलची टाकी पूर्ण भरलेली आहे. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, या दंडगोलाकार टाकीच्या दोन्ही टोकांना अर्धगोलाकार भाग जोडलेले आहेत. या टाकीतून १ तासाच्या कालावधीत ७४२.५ लिटर प्रति मिनिट या दराने पेट्रोल बाहेर काढले गेले. जर टाकीचा व्यास ३ मीटर असेल, तर टाकीची एकूण लांबी काढा. [कठीण]

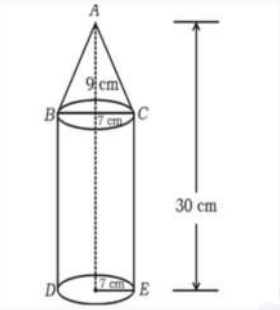


50. एका अर्धगोलावर शंकू बसवलेला आहे आणि शंकूच्या तळाची त्रिज्या अर्धगोलाच्या त्रिज्येइतकीच आहे. जर अर्धगोलाचे घनफळ ... सेमी^{3} असेल आणि शंकूची तिरकस उंची १२.५ सेमी असेल, तर त्या वस्तूचे (स्थायूचे) एकूण पृष्ठफळ काढा. [मध्यम]

51. एका गोलाकार काचेच्या भांड्याला दंडगोलाकार मान आहे, जिची लांबी 8 सेमी आणि व्यास 2 सेमी आहे; गोलाकार भागाचा व्यास 8.5 सेमी आहे. त्यातील पाणी मोजून एका मुलाने त्याचे घनफळ 345 सेमी^{3} असल्याचे काढले. ही मापे आतील बाजूची आहेत असे मानून आणि $\pi = 3.14$ घेऊन, तिचे उत्तर बरोबर आहे का ते तपासा.

[कठीण]

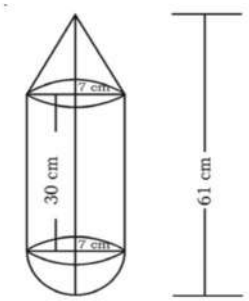
52. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, एका लंबवृत्तीय दंडगोलावर शंकू बसवून एक घन वस्तू तयार केली आहे; या दोन्हीची त्रिज्या समान आहे. शंकूच्या तळाची त्रिज्या 7 सेमी आणि उंची 9 सेमी आहे. जर त्या घन वस्तूची एकूण उंची 30 सेमी असेल, तर त्या वस्तूचे घनफळ काढा.



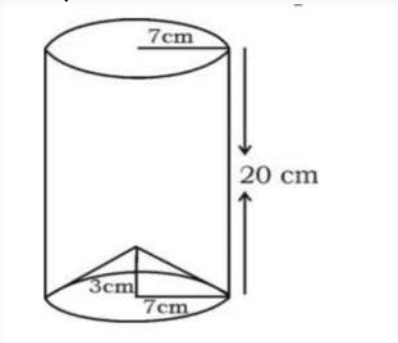
[एप्रिल 2018, मध्यम काठिन्य पातळी]

53. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, एका दंडगोलाच्या एका टोकाला शंकू आणि दुसऱ्या टोकाला अर्धगोल जोडून एक घन वस्तू तयार केली आहे. या सर्वांची त्रिज्या समान (7 सेमी) आहे. जर त्या घन वस्तूची एकूण लांबी 61 सेमी आणि दंडगोलाची उंची 30 सेमी असेल, तर त्या वस्तूच्या बाह्य पृष्ठभागावर रंगकाम करण्याचा खर्च काढा (दर: 100 सेमी^{2} साठी 10 रुपये).

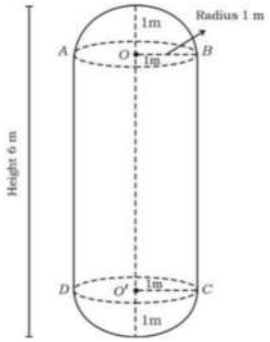
[जून 2018, कठीण]



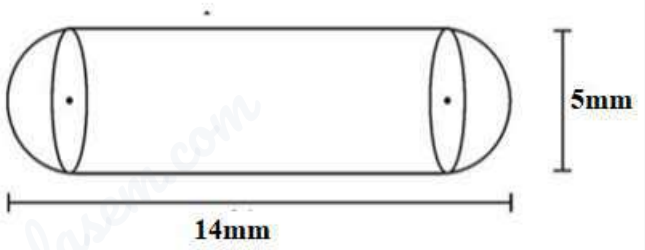
54. धातूच्या पत्र्यापासून बनवलेल्या दंडगोलाकार (नलाकार) भांड्याचा तळ, आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे एका शंकूच्या आकाराच्या भांड्याने बंद केला आहे. दंडगोलाच्या वर्तुळाकार तळाची त्रिज्या आणि शंकूच्या वर्तुळाकार तळाची त्रिज्या प्रत्येकी 7 सेमी आहे. जर दंडगोलाची उंची 20 सेमी आणि शंकूची उंची 3 सेमी असेल, तर हे भांडे पूर्णपणे भरण्यासाठी लागणाऱ्या दुधाचा खर्च काढा (दर: 20 रुपये प्रति लिटर). [मार्च 2019 - कठीण]



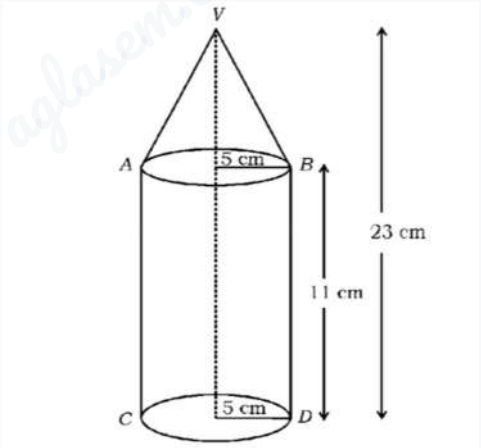
55. दुधाची एक टाकी दंडगोलाच्या आकाराची असून तिच्या दोन्ही टोकांना समान त्रिज्येचे अर्धगोल जोडलेले आहेत (आकृती पहा). जर टाकीची एकूण उंची 6 मीटर आणि त्रिज्या 1 मीटर असेल, तर टाकीमध्ये मावणाऱ्या दुधाचे कमाल प्रमाण लिटरमध्ये काढा. [जून 2019 - मध्यम]



56. औषधाची एक कॅप्सूल दंडगोलाच्या आकाराची असून तिच्या दोन्ही टोकांना अर्धगोल जोडलेले आहेत. संपूर्ण कॅप्सूलची लांबी 14 मिमी आणि व्यास 5 मिमी आहे. तिचे पृष्ठफळ काढा. [सप्टेंबर 2020 - कठीण]

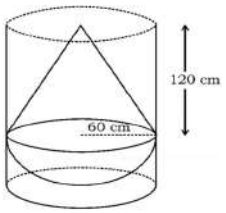


57. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, एका दंडगोलावर (cylinder) शंकू (cone) ठेवून एक घन वस्तू तयार केली आहे. दंडगोल आणि शंकू या दोघांचीही त्रिज्या 5 सेमी आहे. जर दंडगोलाची उंची 11 सेमी आणि त्या घन वस्तूची एकूण उंची 23 सेमी असेल, तर त्या घन वस्तूचे वक्रपृष्ठफळ आणि घनफळ काढा.

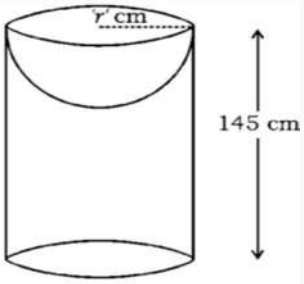


[जून 2024 - मध्यम काठिन्य पातळी]

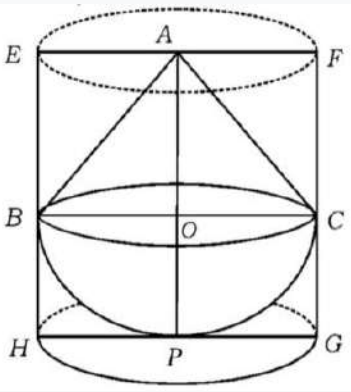
58. 60 सेमी त्रिज्या असलेल्या अर्धगोलावर 120 सेमी उंची आणि 60 सेमी त्रिज्या असलेला लंबवृत्तीय शंकू उभा करून तयार केलेली एक घन वस्तू, पाण्याने पूर्ण भरलेल्या लंबवृत्तीय दंडगोलामध्ये आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे तळाला स्पर्श करेल अशा प्रकारे उभी ठेवली आहे. जर दंडगोलाची त्रिज्या 60 सेमी आणि उंची 180 सेमी असेल, तर दंडगोलात शिल्लक राहिलेल्या पाण्याचे घनफळ π च्या स्वरूपात काढा. [एप्रिल 2025 - कठीण पातळी]



59. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, एका दंडगोलाच्या वरच्या टोकाशी दंडगोलाच्या त्रिज्येइतकीच ('r' सेमी) त्रिज्या असलेला अर्धगोलाकार खळगा (depression) तयार करून एक घन वस्तू बनवली आहे. त्या अर्धगोलाकार खळग्याचे घनफळ 18000 π सेमी^{3} आहे. जर दंडगोलाची उंची 145 सेमी असेल, तर त्या घन वस्तूचे एकूण पृष्ठफळ काढा. [एप्रिल 2025 - कठीण पातळी]



60. एका भरीव खेळण्यामध्ये अर्धगोलावर लंबवृत्तीय शंकू बसवलेला आहे. शंकूची उंची 2 सेमी आणि तळाचा व्यास 4 सेमी आहे. खेळण्याचे घनफळ काढा. जर आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे एक लंबवृत्तीय दंडगोल (cylinder) या खेळण्याला पूर्णपणे सामावून घेत असेल (circumscribes), तर दंडगोल आणि खेळणे यांच्या घनफळांमधील फरक शोधा. [मे 2025 - कठीण]



61. 2.4 मीटर उंची आणि 1.4 मीटर व्यास असलेल्या एका भरीव दंडगोलातून, दंडगोलाच्या उंचीइतकीच उंची आणि व्यासाएवढाच व्यास असलेली शंकूच्या आकाराची पोकळी (cavity) कोरून काढली आहे. उरलेल्या भरीव वस्तूचे एकूण पृष्ठफळ काढा. [मे 2025 - मध्यम]

62. एका दंडगोलाच्या एका बाजूला अर्धगोल आणि दुसऱ्या बाजूला शंकू जोडून एक खेळणे तयार केले आहे. या तिन्ही भरीव आकृत्यांचे व्यास समान आहेत. दंडगोलाचा व्यास 10 सेमी आणि उंची 20 सेमी आहे. जर शंकूची तिरकस उंची 13 सेमी असेल, तर खेळण्याचे पृष्ठफळ आणि घनफळ काढा. [सोपे]

63. 2.8 सेमी उंची आणि 4.2 सेमी व्यास असलेल्या एका भरीव दंडगोलातून, दंडगोलाच्या उंचीइतकीच उंची आणि व्यासाएवढाच व्यास असलेली शंकूच्या आकाराची पोकळी कोरून काढली आहे. उरलेल्या भरीव वस्तूचे एकूण पृष्ठफळ काढा. [कठीण]

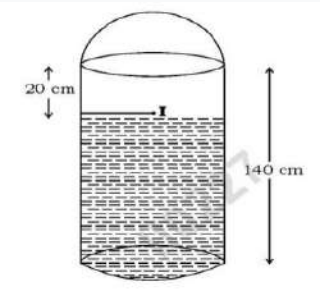
64. 6 सेमी त्रिज्या आणि 27 सेमी उंची असलेल्या लाकडी दंडगोलातून, दंडगोलाच्या त्रिज्येइतकीच त्रिज्या असलेले एक अर्धगोल आणि एक शंकू दंडगोलाच्या दोन्ही तळांकडून कोरून काढले आहेत. जर शंकूची उंची 8 सेमी असेल, तर त्या भरीव वस्तूचे पृष्ठफळ आणि घनफळ काढा. [मध्यम]

65. एका दंडगोलाचे (cylinder) घनफळ हे एका शंकूच्या (cone) घनफळाच्या 5 पट आहे. शंकूच्या तळाची त्रिज्या आणि तिरकस उंची अनुक्रमे 7 सेमी आणि 25 सेमी आहे. दंडगोलाच्या तळाची त्रिज्या 14 सेमी आहे. दंडगोलाचे घनफळ आणि वक्रपृष्ठफळ काढा.

[ऑगस्ट 2024 - कठीण]

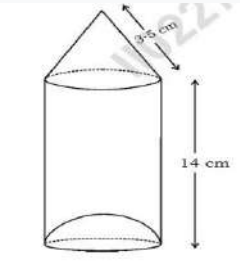
66. समान त्रिज्या असलेल्या दंडगोल आणि अर्धगोल यांना जोडून पाण्याची एक टाकी (पात्र) तयार केली आहे. अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ ... सेमी^{2} आहे. दंडगोलाची उंची ... सेमी आहे आणि आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे दंडगोलाच्या वरच्या भागापासून ... सेमी खाली पाण्याची पातळी दर्शवणारे दर्शक (I) बसवले आहे. दंडगोलामध्ये दर्शकाच्या पातळीपर्यंत पाणी साठवता येते. टाकीमध्ये जास्तीत जास्त किती पाणी साठवता येईल आणि टाकीच्या उर्वरित भागात किती हवा असेल, ते काढा.

(SLP 2026 - कठीण)

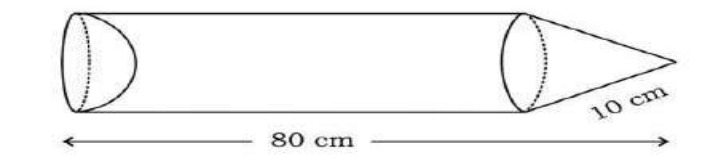


67. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, दंडगोलाच्या वरच्या तळावर शंकू ठेवून आणि दुसऱ्या तळाकडून अर्धगोल कोरून काढून (drilling out) एक भरीव वस्तू तयार केली आहे. दंडगोल, शंकू आणि अर्धगोल यांच्या त्रिज्या समान आहेत. शंकूची तिरकस उंची आणि वक्रपृष्ठफळ अनुक्रमे ... सेमी आणि ... सेमी^{2} आहे. जर दंडगोलाची उंची ... सेमी असेल, तर त्या भरीव वस्तूचे एकूण घनफळ काढा.

(SLP 2026 - कठीण)

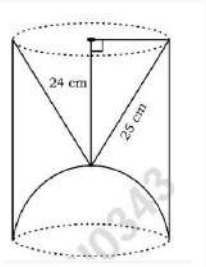


68. एक सुतार आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे लाकडी मॉडेल बनवतो; यासाठी तो दंडगोलाच्या एका टोकाला शंकू जोडतो आणि दुसऱ्या टोकाकडून अर्धगोल कोरून काढतो. शंकू, अर्धगोल आणि दंडगोल यांच्या त्रिज्या समान आहेत. मॉडेलची एकूण लांबी ... सेमी आहे, अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ ... सेमी^{2} आहे आणि शंकूची तिरकस उंची ... सेमी आहे. मॉडेलचे घनफळ काढा आणि अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ व शंकूचे वक्रपृष्ठफळ यांचे गुणोत्तर शोधा. (SLP 2026-कठीण)



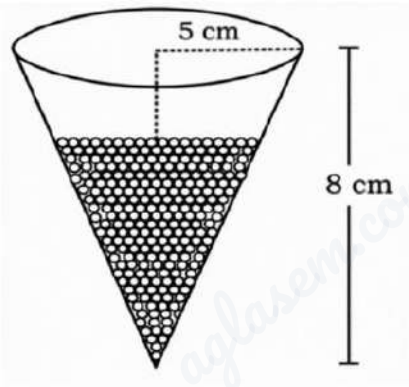
६९. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, एका भरीव दंडगोलातून (cylinder) दंडगोलाच्या त्रिज्येइतकीच त्रिज्या असलेले एक अर्धगोल आणि एक शंकू कापून काढले आहेत. जर शंकूची तिरकस उंची आणि उंची अनुक्रमे ... सेमी आणि ... सेमी असतील, तर उरलेल्या भरीव वस्तूचे घनफळ आणि वक्रपृष्ठफळ काढा.

(SLP 2026-कठीण)

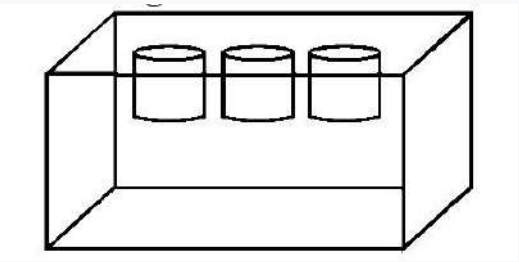


70. एक भांडे उलट्या शंकूच्या (inverted cone) आकाराचे आहे. त्याची उंची 8 सेमी आणि त्रिज्या 5 सेमी आहे. हे भांडे काठोकाठ पाण्याने भरलेले आहे आणि जेव्हा त्यात समान आकाराच्या शिशाच्या 100 गोळ्या (lead shots) टाकल्या जातात, तेव्हा भांड्यातील 1/4 भाग पाणी बाहेर सांडते. शिशाच्या प्रत्येक गोळीची त्रिज्या आणि घनफळ काढा.

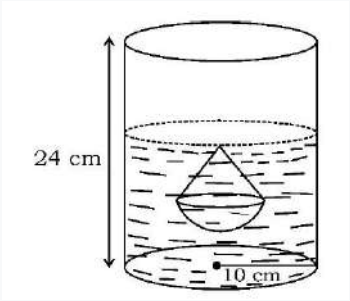
(MQP 2026- कठीण)



71. 15 सेमी × 10 सेमी × 8 सेमी मापे असलेल्या धातूच्या एका भरीव इष्टिकाचिती (cuboid) ठोकळ्यातून, आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे 4.2 सेमी व्यास आणि 6 सेमी उंची असलेले दंडगोलाकार (cylindrical) तीन भाग खोदून काढले आहेत. उरलेल्या धातूच्या ठोकळ्याचे एकूण पृष्ठफळ आणि घनफळ काढा. (मार्च 2026 - कठीण)

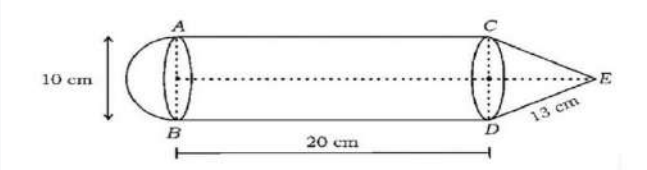


72. 24 सेमी उंची आणि 10 सेमी त्रिज्या असलेल्या एका दंडगोलाकार भांड्यात 14.4 सेमी उंचीपर्यंत पाणी भरलेले आहे. शंकूच्या त्रिज्येइतकीच त्रिज्या असलेल्या अर्धगोलावर (hemisphere), 10 सेमी तिरकस उंची (slant height) आणि 60π सेमी² वक्रपृष्ठफळ (curved surface area) असलेला शंकू ठेवून एक भरीव वस्तू तयार केली आहे. जर ही वस्तू आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे दंडगोलाकार भांड्यात पूर्णपणे बुडवली, तर दंडगोलाकार भांड्यातील पाण्याची पातळी किती वाढेल ते काढा. तसेच, पाण्याची पातळी भांड्याच्या काठापर्यंत पोहोचण्यासाठी त्यात अजून किती पाणी भरावे लागेल तेही काढा. (π = 3.14 घ्या)

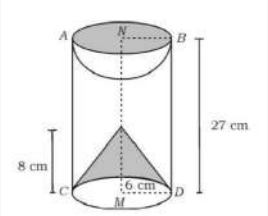


(मार्च 2026 - कठीण)

73. आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, एका दंडगोलाच्या (cylinder) एका बाजूला अर्धगोल आणि दुसऱ्या बाजूला शंकू जोडून एक खेळणे तयार केले आहे. या तिन्ही घनाकृतींचा व्यास समान आहे. दंडगोलाचा व्यास 10 सेमी आणि त्याची उंची 20 सेमी आहे. जर शंकूची तिरकस उंची 13 सेमी असेल, तर त्या खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ आणि घनफळ काढा. (मे 2026 - कठीण)



74. 6 सेमी पायाची त्रिज्या आणि 27 सेमी उंची असलेल्या एका भरीव दंडगोलातून, आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे, दंडगोलाच्या पायांमधून दंडगोलाच्या त्रिज्येइतकीच त्रिज्या असलेले एक अर्धगोल आणि एक शंकू कापून काढले आहेत. जर शंकूची उंची 8 सेमी असेल, तर उरलेल्या घनाकृतीचे एकूण पृष्ठफळ आणि घनफळ काढा. (π = 3.14 घ्या). (मे 2026 - कठीण)



घटक : १३ सांख्यिकी

ध्ययन निष्पत्ती क्रमांक	अध्ययन निष्पत्ती	प्रश्न क्रमांक
27	वास्तविक जीवनातील परिस्थितींवर आधारित विविध माहिती-संच (data sets) साठी मध्य, मध्यक आणि बहुलक यांची गणना करणे	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61

प्रश्नांची संख्या	सोपे	मध्यम	कठीण
61	14	44	3

I. खालील प्रत्येक प्रश्न / अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्या पर्यायाचा अक्षर-क्रमांक व पूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

१. दिलेल्या माहितीच्या संचामध्ये (डेटासेटमध्ये) सर्वाधिक वेळा आलेले मूल्य म्हणजे, (एप्रिल २०२१ - सोपे) A) मध्य (Mean) B) बहुलक (Mode) C) मध्यक (Median) D) विस्तार (Range)

२. वर्ग-अंतराळाचा मध्यबिंदू काढण्याचे सूत्र आहे, (सोपे)

A) वरची वर्ग-मर्यादा - खालची वर्ग-मर्यादा / २ B) वरची वर्ग-मर्यादा × खालची वर्ग-मर्यादा / २

C) वरची वर्ग-मर्यादा + खालची वर्ग-मर्यादा / २ D) वरची वर्ग-मर्यादा + खालची वर्ग-मर्यादा / ३

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

३. दिलेल्या वारंवारता वितरणातील बहुलक वर्गाची खालची मर्यादा आहे (सोपे)

CI	१०–२०	२०–३०	३०–४०	४०–५०
f	६	४	१२	३

A) १० B) २० C) ३० D) ५

B) ४. जर माहितीचा मध्य ७.५ असेल, Σ fixi = १२०+३k आणि Σ fi = ३० असेल, तर 'k' ची किंमत आहे, (सोपे)

A) ३५ B) ३.५ C) ०.३५ D) ३.०५

५. संचित वारंवारता (Cumulative frequency) कशाच्या शोधासाठी काढली जाते? (सोपे)

A) मध्य (Mean) B) मध्यक (Median) C) बहुलक (Mode) D) विचलन (Deviation)

6. मध्यवर्ती प्रवृत्तीच्या तीन मापांमधील प्रायोगिक (empirical) संबंध खालीलप्रमाणे आहे, (एप्रिल २०२४) (सोपे)

A) ३ मध्यक = २ मध्य + बहुलक B) ३ मध्य = २ मध्यक + बहुलक

C) मध्य = ३ मध्यक + बहुलक D) बहुलक = ३ मध्य + २ मध्यक

7. मध्यक काढण्याच्या सूत्रात, Median = L + (n/2 − Cf)/f × h, यामध्ये 'h' कशाचा निर्देश करतो? (मध्यम काठिन्य)

A) मध्यक वर्गाची निम्न सीमा (Lower limit)

B) मध्यक वर्गाची वारंवारता (frequency)

C) वर्ग-अंतराळाचे माप (size of class interval)

D) संचित वारंवारता (cumulative frequency)

8. दिलेल्या माहितीचा मध्य ७.५ आणि बहुलक ६ आहे. तर त्या माहितीचे मध्यक किती असेल?(मध्यम काठिन्य)

A) ३ B) ५ C) ७ D) ९

9. एका शाळेतील मुलींच्या उंचीचे मध्यक १४९.०३ सेमी आहे. या विधानाचा अर्थ काय आहे?(मध्यम काठिन्य)

A) २५% मुलींची उंची १४९.०३ सेमी पेक्षा जास्त आहे आणि ७५% मुलींची उंची १४९.०३ सेमी पेक्षा कमी आहे.

B) ५०% मुलींची उंची १४९.०३ सेमी पेक्षा जास्त आहे आणि ५०% मुलींची उंची १४९.०३ सेमी पेक्षा कमी आहे.

C) ७५% मुलींची उंची १४९.०३ सेमी पेक्षा जास्त आहे आणि २५% मुलींची उंची १४९.०३ सेमी पेक्षा कमी आहे.

D) ६०% मुलींची उंची १४९.०३ सेमी पेक्षा जास्त आहे आणि ४०% मुलींची उंची १४९.०३ सेमी पेक्षा कमी आहे.

10. 'पद-विचलन' (step deviation) पद्धतीने मध्य काढण्याचे सूत्र खालीलपैकी कोणते आहे?

(MQP -4 २०२५ सोपे)

A) $x = a + (\Sigma fiui / \Sigma fi) \times h$ B) $x = a + (\Sigma fi / \Sigma fiui) \times h$

B) C) $x = a \times (\Sigma fiui / \Sigma fi) \times h$ D) $x = a \div (\Sigma fiui / \Sigma fi) \times h$

II

. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (१ गुण)

11. 10 - 24 या वर्ग-अंतराळाचा मध्यबिंदू लिहा. (सोपे)

12. दिलेल्या वारंवारता वितरण तक्त्यामध्ये मध्यक वर्ग-अंतराल लिहा. (SLP -2024 - सोपे)

गुण	विद्यार्थ्यांची संख्या(F)	संचयी वारंवारता(CF)
0 - 10	3	3
10 - 20	4	7
20 - 30	7	14
30 - 40	6	20
	n = 20	

13. दिलेल्या वारंवारता वितरण तक्त्यामध्ये बहुलक वर्ग लिहा. (मार्च 2025 - सोपे)

CI	f
1-3	4
3-5	8
5-7	2
7-9	2

14. प्रत्यक्ष पद्धतीने मध्य काढण्याचे सूत्र लिहा. (जून 2021 - सोपे)

15. दिलेल्या वारंवारता वितरण तक्त्यातील बहुलक वर्गाची वरची मर्यादा शोधा. (मार्च 2025 - सोपे)

CI	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
f	5	8	7	12	6

16. जर माहितीचे मध्यक हे मध्यापेक्षा 3 ने जास्त असेल, तर बहुलक हे मध्यापेक्षा किती जास्त असेल? (मध्यम)

17. वर्गीकृत माहितीसाठी मध्यक काढण्याचे सूत्र लिहा. (सोपे)

18. वर्गीकृत माहितीसाठी बहुलक काढण्याचे सूत्र लिहा. (सोपे)

19. ज्या माहितीचे बहुलक 12.4 आणि मध्य 10.5 आहे, त्या माहितीचे मध्यक शोधा. (मध्यम)

20. ज्या माहितीचा मध्य 27 आणि मध्यक 33 आहे, त्या माहितीचे बहुलक शोधा. (मध्यम)

21. दिलेल्या माहितीचे बहुलक (Mode) आणि मध्य (Mean) अनुक्रमे 7 आणि 8 असल्यास, मध्यक (Median) शोधा.

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (2 गुण)

22. दिलेल्या माहितीचे बहुलक आणि मध्यक अनुक्रमे 50.5 आणि 45.5 आहेत. सूत्राचा वापर करून मध्य (Mean) शोधा.

23. दिलेल्या माहितीसाठी 'प्रत्यक्ष पद्धती' ने (direct method) मध्य (Mean) शोधा.

वर्ग-अंतर (Class Interval)	वारंवारता (Frequency)
1-5	2
6-10	3

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

11-15	4

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (3 गुण)

24. दिलेल्या माहितीसाठी 'प्रत्यक्ष पद्धती' ने मध्य (Mean) शोधा.

वर्ग-अंतर (Class Interval)	वारंवारता (Frequency)
45-55	3
55-65	10
65-75	11
75-85	8
85-95	3

25. दिलेल्या माहितीसाठी 'प्रत्यक्ष पद्धती' ने मध्य (Mean) शोधा.

वर्ग-अंतर (Class Interval)	वारंवारता (Frequency)
1 - 3	2
3 - 5	5
5 - 7	8
7 - 9	3
9 - 11	2

26. खालील वारंवारता वितरण तक्त्यासाठी मध्य (Mean) काढा. (सरासरी पातळी)

वर्ग-अंतर (CI)	वारंवारता (f)
10 - 14	2

15 -19	3
20 -24	5
25 -29	3
30 - 34	2

27. खालील वारंवारता वितरण तक्त्यासाठी मध्य (Mean) काढा. (सरासरी पातळी)

वर्ग-अंतर (CI)	वारंवारता (f)
0 - 10	4
10 - 20	9
20 - 30	15
30 - 40	14
40 - 50	8

28. दिलेल्या माहितीचा मध्य (Mean) 18 आहे. 'x' ची किंमत काढा. (कठीण पातळी)

वर्ग-अंतर (CI)	वारंवारता (F)
11 - 13	7
13 -15	6
15 - 17	9
17 -19	13
19 -21	x
21 - 23	5
23 - 25	4

29. खालील वर्गीकृत माहितीसाठी मध्य (Mean) काढा. (सरासरी पातळी)

वर्ग-अंतर	15 - 25	25 -35	35 -45	45 -55	55 - 65
वारंवारता	5	8	12	15	9

30. खालील वर्गीकृत माहितीसाठी मध्य (Mean) काढा. (एप्रिल 2022, सरासरी पातळी)

वर्ग-अंतर	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 - 60
वारंवारता	2	3	5	7	3

31. खालील वर्गीकृत माहितीसाठी (मध्य) काढा. (मार्च 2025) (मध्य)

वर्ग	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 - 60
वारंवारता	2	3	6	5	4

32. खालील वर्गीकृत माहितीचा मध्य काढा. (ऑगस्ट 2024) (मध्य)

वर्ग	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 - 60
वारंवारता	2	5	6	5	2

33. खालील वर्गीकृत माहितीचा मध्य 'प्रत्यक्ष पद्धती' ने काढा. (जून 2024) (मध्य)

वर्ग	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 - 60
वारंवारता	4	6	5	4	1

34. दिलेल्या वारंवारता वितरण सारणीचा मध्य 'प्रत्यक्ष पद्धती' ने काढा. (जुलै 2022) (मध्य)

वर्ग	5 -15	15 -25	25 -35	35-45	45 - 55
वारंवारता	1	3	5	4	2

35. दिलेल्या वारंवारता वितरण सारणीचा मध्य काढा. (जून 2023) (मध्य)

वर्ग	5 -15	15 -25	25 -35	35-45	45 - 55
वारंवारता	4	6	5	6	4

36. दिलेल्या माहितीचा मध्य 'प्रत्यक्ष पद्धती' ने काढा. (एप्रिल, जुलै 2024) (मध्य)

वर्ग	2 -6	6 - 10	10 - 14	14 - 18	18 - 22
वारंवारता	4	8	2	1	5

37. दिलेल्या माहितीचा (सरासरी) मध्य काढा. (फेब्रुवारी २०२२)

वर्ग-अंतर	० - १०	१० - २०	२० - ३०	३० - ४०	४० - ५०
वारंवारता	५	८	२०	१५	७

38. दिलेल्या माहितीसाठी मध्य (Mean) काढा. (एप्रिल २०२३)

वर्ग-अंतर	वारंवारता
1 - 5	4
6 - 10	3
11 - 15	2
16 -20	1
21 - 25	5

39. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) काढा.

वर्ग-अंतर	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
वारंवारता	6	3	5	20	10

40. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) काढा.

वर्ग-अंतर	50 -60	60 -70	70 -80	80 -90	90 -100
वारंवारता	6	9	20	10	5

41. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) काढा. (जून २०२४)

वर्ग-अंतर	50 -60	60 -70	70 -80	80 -90	90 -100
वारंवारता	5	8	10	4	3

42. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) काढा.

वर्ग-अंतर	1 -10	11 -20	21 -30	31 -40	41 -50
वारंवारता	5	8	20	15	7

43. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) काढा.

वर्ग-अंतर	0 -20	20 -40	40 -60	60 -80	80 -100
वारंवारता	6	5	9	4	2

44. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) काढा. (सरासरी)

वर्ग-अंतर	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
वारंवारता	7	15	20	2	4

45. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) शोधा. (जून २०२०) (सरासरी)

वर्ग-अंतर	20-40	40-60	60-80	80-100
वारंवारता	7	15	20	8

46. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) शोधा. (जुलै २०२२) (सरासरी)

वर्ग-अंतर	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
वारंवारता	6	9	10	8	7

47. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) शोधा. (सरासरी)

वर्ग-अंतर	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
वारंवारता	1	3	5	7	2

47. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) शोधा. (सरासरी)

वर्ग-अंतर	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
वारंवारता	3	4	8	7	3

49. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) शोधा. (मार्च २०२५ सरासरी)

वर्ग-अंतर	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
वारंवारता	4	5	10	5	6

50. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यांक (Median) शोधा. (सरासरी)

वर्ग-अंतर	50-52	53-55	56-58	59-61	62-64
वारंवारता	15	110	135	115	25

51. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी मध्यक (Median) शोधा. (सरासरी) (एप्रिल २०१९)

वर्ग-अंतर	१ - ४	४ - ७	७ - १०	१० - १३	१३ - १६	१६ - १९
वारंवारता	६	३०	४०	१६	४	४

५२. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी बहुलक (Mode) शोधा. (सरासरी)

वर्ग-अंतर	१० - २०	२० - ३०	३० - ४०	४० - ५०	५० - ६०
वारंवारता	६	४	१२	३	५

53. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी बहुलक (Mode) शोधा.

वर्ग-अंतर	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
वारंवारता	3	5	8	4	5

54. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी बहुलक (Mode) शोधा.

वर्ग-अंतर	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
वारंवारता	7	8	2	2	1

55. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी बहुलक (Mode) शोधा.

र्ग-अंतर	0 -20	20 -40	40 -60	60 -80	80 -100
वारंवारता	10	35	52	61	38

56. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी बहुलक (Mode) शोधा.

वर्ग-अंतर	0 -10	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50
वारंवारता	6	9	15	9	1

57. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी बहुलक (Mode) शोधा.

वर्ग-अंतर	0 -10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
वारंवारता	7	9	15	11	8

58. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी बहुलक (Mode) शोधा.

वर्ग-अंतर	0 -10	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50
वारंवारता	7	8	2	2	1

59. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी बहुलक (Mode) शोधा. (मध्यम काठिन्य पातळी)

वर्ग	1-3	4-6	7-9	10-12	13-15
वारंवारता	7	8	2	2	1

60. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी बहुलक (Mode) शोधा. (मध्यम काठिन्य पातळी)

वर्ग	5 -15	15 -25	25 -35	35-45	45 - 55
वारंवारता	3	4	8	7	3

61. खालील वारंवारता वितरण सारणीसाठी बहुलक (Mode) शोधा. (मध्यम काठिन्य पातळी)

वर्ग	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 - 60
वारंवारता	3	9	6	7	5

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

प्रकरण १४: संभाव्यता

ध्ययन निष्पत्ती क्रमांक	अध्ययन निष्पत्ती	प्रश्न क्रमांक
28	एखाद्या घटनेची संभाव्यता नेहमी 0 आणि 1 च्या दरम्यान असते हे निश्चित करणे. निश्चित घटना आणि अशक्य घटना यांमधील फरक ओळखणे.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 18, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 35, 36, 37
29	यादृच्छिक प्रयोगासाठी नमुना अवकाश (sample space) लिहिणे आणि दैनंदिन जीवनातील समस्या सोडवण्यासाठी संभाव्यतेच्या संकल्पनेचा वापर करणे.	10, 15, 16, 17, 19, 33, 34, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60

प्रश्नांची संख्या	सोपे	मध्यम	कठीण
65	14	40	11

I. खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी / अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्याचे अक्षर व पूर्ण उत्तर लिहा. (1 गुण)

1.1. निश्चित घटनेची संभाव्यता असते, (जून 2017, एप्रिल 2024, सोपे)

A) 1 B) 0 C) -1 D) 1.5

2. अशक्य घटनेची संभाव्यता असते, (एप्रिल 2020, सोपे)

A) 1 B) 0 C) -1 D) 1.5

3. नाणे फेकण्याच्या प्रयोगात, सर्व शक्य निष्पत्तींची संख्या असते, (सोपे)

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

4. दोन नाणी फेकण्याच्या प्रयोगात, सर्व शक्य निष्पत्तींची संख्या असते, (सोपे)

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

5. फासा एकदा फेकला जातो. सर्व शक्य निष्पत्तींची संख्या आहे, (मध्यम)

A) 12 B) 24 C) 36 D) 6

6. खालीलपैकी कोणती संख्या एखाद्या घटनेची संभाव्यता असू शकत नाही?

A) 23 B) -1.5 C) 15% D) 0.7 (सोपे)

7. खालीलपैकी कोणती संख्या एखाद्या घटनेची संभाव्यता असू शकते? (मे-2025 सोपे)

A) 15 B) 1.5 C) 52 D) -5

8. 1 ते 6 अंक असलेला फासा एकदा फेकला असता, वरच्या पृष्ठभागावर विषम संख्या मिळण्याची संभाव्यता आहे, [एप्रिल-2016, मध्यम]

A) 3/6 B) 1/6 C) 2/6 D) 4/6

9. 'E' या घटनेची संभाव्यता 0.05 असल्यास, 'E' न घडण्याची (not E) संभाव्यता आहे, [मार्च-2019, मध्यम]

A) 0.59 B) 0.95 C) 1 D) 1.05

10. इंग्रजी वर्णमालेतील अक्षरे पुनरावृत्ती न करता कार्डांवर लिहून एका पेटीत ठेवली आहेत. पेटीतून एक कार्ड यादृच्छिकपणे काढले असता, स्वर (vowel) मिळण्याची संभाव्यता आहे, [मध्यम]

A) 3/26 B) 5/26 C) 1/26 D) 21/26

11. जर 'E' या घटनेची संभाव्यता P(E) = 0.75 असेल, तर P(E) ची किंमत आहे, [मार्च-2023, मध्यम]

A) 2.5 B) 0.25 C) 0.025 D) 0.75

12. एक फासा दोनदा फेकला असता, सर्व शक्य निष्पत्तींची संख्या आहे, [मध्यम]

A) 12 B) 24 C) 36 D) 6

13. एखादा खेळ जिंकण्याची संभाव्यता 3/4 असल्यास, तोच खेळ हरण्याची संभाव्यता आहे, [सप्टेंबर-2023, मध्यम]

A) 1/2 B) 3/4 C) 1/4 D) 1/3

14. फासा एकदा फेकला असता, वरच्या पृष्ठभागावर पूर्ण वर्ग संख्या मिळण्याची संभाव्यता आहे, [मध्यम]

A) 2/6 B) 6/8 C) 5/8 D) 8/5

15. एका पेटीत 28 बल्ब आहेत. त्यापैकी 7 बल्ब सदोष आहेत. पेटीतून यादृच्छिकपणे एक बल्ब काढल्यास तो सदोष नसण्याची (चांगला असण्याची) संभाव्यता आहे, [कठीण]

A) 7/28 B) 21/28 C) 27/28 D) 28/7

16. पिशवीत ३ लाल, ४ पांढरे आणि ५ निळे चेंडू आहेत. पिशवीतून यादृच्छिकपणे एक चेंडू काढला जातो. पांढरा चेंडू मिळण्याची संभाव्यता आहे, [मध्यम]

A) 3/9 B) 4/8 C) 4/12 D) 8/12

17. A आणि B हे दोन मित्र आहेत. त्यांचा वाढदिवस एकाच दिवशी येण्याची संभाव्यता आहे, [कठीण]

A) 364/365 B) 1/365 C) 1 D) 0

18. जर P(E) ही एखाद्या घटनेची संभाव्यता असेल, तर योग्य विधान आहे, [सोपे]

A) $0 < P(E) < 1$ B) $0 \leqslant P(E) \leqslant 1$

C) $0 \leqslant P(E) < 1$ D) $0 < P(E) \leqslant 1$

19. दोन फासे एकाच वेळी फेकले जातात. वरच्या पृष्ठांवर येणाऱ्या संख्यांची बेरीज 12 पेक्षा जास्त असण्याची संभाव्यता आहे, [कठीण]

A) 6/36 B) 1/36 C) 1 D) 0

20. एक फासा एकदा फेकला जातो. वरच्या पृष्ठावर सम संख्या मिळण्याची संभाव्यता आहे, [मध्यम]

A) 1/6 B) 1/3 C) 0.5 D) 6/5

21. एक फासा एकदा फेकला जातो. वरच्या बाजूला मूळ संख्या (prime number) मिळण्याची संभाव्यता आहे, [सरासरी]

A) 1/2 B) 1/3 C) 1/4 D) 2/3

22. एखादा खेळ जिंकण्याची संभाव्यता 0.3 असल्यास, तोच खेळ हरण्याची संभाव्यता आहे, [नमुना प्रश्नपत्रिका-2017, सरासरी]

A) 0.1 B) 0.3 C) 0.7 D) 1.3

23. यादृच्छिक प्रयोगातील (random experiment) सर्व मूलभूत घटनांची (elementary events) बेरीज असते,

[नमुना प्रश्नपत्रिका 2024, पूर्वतयारी प्रश्नपत्रिका 2025, नमुना प्रश्नपत्रिका-2025, मे-2025, सोपे]

A) 0 B) 1/2 C) 1 D) -1

24. जर एखाद्या विद्यार्थ्याला गणित परीक्षेत 100% गुण मिळण्याची संभाव्यता 4/5 असेल, तर त्याच विषयात 100% गुण न मिळण्याची संभाव्यता आहे, [सरासरी]

A) 1/5 B) 2/5 C) 1/4 D) 2/3

25. यादृच्छिक प्रयोगाचा संभाव्य परिणाम 'विजय' किंवा 'पराभव' असा असतो. जर जिंकण्याची संभाव्यता ही हरण्याच्या संभाव्यतेच्या दुप्पट असेल, तर प्रयोगात जिंकण्याची संभाव्यता आहे, [कठीण]

A) 1/3 B) 2/3 C) 1 D) 2

26. लीप वर्षात 53 शुक्रवार किंवा 53 शनिवार मिळण्याची संभाव्यता आहे, [कठीण]

A) 1/3 B) 2/3 C) 3/7 D) 1

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (1 गुण)

27. 'TRIANGLE' या शब्दातून स्वर (vowel) निवडण्याची संभाव्यता शोधा. [मध्यम]

28. संभाव्यतेच्या संदर्भात P(E) + P(E') ची किंमत लिहा. [नमुना प्रश्नपत्रिका-2025, सोपे]

29. जर P(E) = 0.05 असेल, तर P(E') शोधा. [मार्च-2019, सोपे]

30. जर एखाद्या दिवशी विशिष्ट वेळी पाऊस पडण्याची संभाव्यता 0.75 असेल, तर त्याच वेळी पाऊस न पडण्याची संभाव्यता किती? [नमुना प्रश्नपत्रिका-2023, मध्यम]

31. जर P(A) = 2/3 असेल, तर P(A') ची किंमत शोधा. [सप्टेंबर-2020, मध्यम]

32. जर 'B' या घटनेची संभाव्यता P(B) = 0.65 असेल, तर P(B') ची किंमत शोधा. [मध्यम]

33. फासा एकदा फेकला असता वरच्या पृष्ठभागावर 6 ही संख्या मिळण्याची संभाव्यता शोधा. [सोपे]

34. एक निष्पक्ष नाणे एकदा फेकले जाते. छापा (head) मिळण्याची संभाव्यता शोधा. [एप्रिल-2017, सोपे]

35. जर एखादा खेळ जिंकण्याची संभाव्यता 0.8 असेल, तर तोच खेळ हरण्याची संभाव्यता शोधा. [मार्च-2019, सोपे]

36. जर P(A) = 80% असेल, तर 'A' न घडण्याची संभाव्यता (P(A')) 20% आहे हे सिद्ध कर [नमुना प्रश्नपत्रिका-2024, कठीण]

37. एक निष्पक्ष नाणे दोनदा फेकले जाते. सर्व शक्य निष्पत्तींची (outcomes) संख्या किती? [सोपे]

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (2 गुण)

38. एक नाणे एकदा फेकले जाते. खालील घटनांची संभाव्यता शोधा: i) फक्त एक छापा (head) मिळणे ii) वरच्या बाजूला किमान एक छापा मिळणे. [कठीण]

39. फासा एकदा फेकला असता 2 आणि 6 यांच्या दरम्यानची संख्या मिळण्याची संभाव्यता शोधा. [मध्यम]

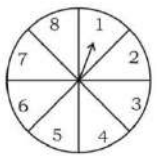
40. दोन फासे एकाच वेळी फेकले जातात. वरच्या बाजूला येणाऱ्या दोन संख्यांची बेरीज ५ असण्याची संभाव्यता काढा. (मध्यम काठिन्य पातळी)

४१. १ ते ६ अंक असलेला फासा दोनदा फेकला जातो. वरच्या बाजूला येणाऱ्या दोन संख्यांची बेरीज १० असण्याची संभाव्यता काढा. [एप्रिल-२०१९, मध्यम काठिन्य पातळी]

४२. १ ते ६ अंक असलेले दोन फासे एकदा फेकले जातात. वरच्या बाजूला येणाऱ्या दोन संख्यांची बेरीज ७ पेक्षा जास्त असण्याची संभाव्यता काढा. [मध्यम काठिन्य पातळी]

४३. घटना 'A' ची संभाव्यता P(A) आहे आणि P(A) : P(A') = १ : २ आहे. P(A) ची किंमत काढा. [कठीण पातळी]

44. एका नशिबाच्या खेळात एक बाण फिरवला जातो जो 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 यांपैकी एका अंकावर येऊन थांबतो आणि हे सर्व परिणाम समसंभाव्य आहेत. तो बाण सम संख्येवर थांबण्याची संभाव्यता काढा. [सप्टेंबर-2020, मध्यम]



45. एका पेटीत 2 ते 25 क्रमांक असलेली कार्डे आहेत आणि ती नीट मिसळली आहेत. त्यातून एक कार्ड यादृच्छिकपणे काढले जाते. काढलेले कार्ड i) सम संख्या असणे ii) पूर्ण वर्ग संख्या असणे, याची संभाव्यता काढा. [मध्यम]

46. एका पिशवीत 6 लाल, 5 निळे आणि 4 हिरवे चेंडू आहेत. पिशवीतून एक चेंडू यादृच्छिकपणे काढला जातो. काढलेला चेंडू i) हिरवा नसणे ii) लाल असणे, याची संभाव्यता काढा. [मध्यम]

47. एका टोपलीत 36 आंबे आहेत. त्यापैकी 1/4 आंबे खराब आहेत आणि बाकीचे चांगले आहेत. टोपलीतून एक आंबा यादृच्छिकपणे काढल्यास तो चांगला असण्याची संभाव्यता काढा. [एप्रिल 2024, मध्यम]

48. 'A' हा एक यादृच्छिक प्रयोग आहे. जर P(A) : P(A') = 5 : 11 असेल, तर P(A) आणि P(A') च्या किमती काढा. [मध्यम]

49. एका पेटीत 500 घड्याळे आहेत. त्यापैकी 50 घड्याळे सदोष आहेत. पेटीतून एक घड्याळ यादृच्छिकपणे काढले जाते. काढलेले घड्याळ सदोष असण्याची संभाव्यता काढा. [एप्रिल-2018, सोपे]

50. ज्याच्या पृष्ठांवर 1 ते 6 अंक आहेत असा एक फासा एकदा फेकला जातो. वरच्या पृष्ठावर मूळ संख्या किंवा 5 ची पटीत असलेली संख्या मिळण्याची संभाव्यता काढा. [मध्यम]

51. ज्यांच्या पृष्ठांवर 1 ते 6 अंक आहेत असे दोन फासे एकदा फेकले जातात. त्यांच्या वरच्या पृष्ठांवरील अंकांची बेरीज 6 असण्याची संभाव्यता काढा. [जून 2018: मध्यम]

52. एक निष्पक्ष नाणे दोनदा फेकले जाते. i) दोन छापा (heads) मिळण्याची आणि ii) विशिष्टपणे काटा (tail) मिळण्याची संभाव्यता काढा. [मार्च-२०१९: मध्यम]

53. एका फाशाच्या पृष्ठांवर १ ते ६ अंक अंकित आहेत; तो फासा एकदा फेकला असता, a) सम संख्या मिळण्याची आणि b) पूर्ण वर्ग संख्या मिळण्याची संभाव्यता काढा. [एप्रिल २०२०: मध्यम]

54. एका फाशाच्या पृष्ठांवर इंग्रजी वर्णमालेतील A, B, C, D, E, I ही अक्षरे अंकित आहेत. फासा एकदा फेकला असता, वरच्या पृष्ठावर स्वर (vowel) मिळण्याची संभाव्यता काढा. [सप्टेंबर २०२०: मध्यम]

55. एका पेटीत ६ निळ्या आणि काही लाल गोट्या आहेत. निळी गोटी काढण्याची संभाव्यता ३/८ आहे. पेटीतील लाल गोट्यांची संख्या काढा आणि लाल गोटी काढण्याची संभाव्यताही काढा. [मे २०२५: कठीण]

56. एका फाशाच्या सहा पृष्ठांवर १, २, ३, ४, १, ५ हे अंक आहेत. हा फासा एकदा फेकला असता, पूर्ण वर्ग संख्या मिळण्याची संभाव्यता काढा. [मे २०२५: मध्यम]

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

57. एका पेटीत १ ते २० क्रमांक असलेल्या २० चकत्या (discs) आहेत. पेटीतून यादृच्छिकपणे एक चकती काढली असता, ती पूर्ण घन संख्या (perfect cube) असण्याची संभाव्यता काढा. [मध्यम]

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (३ गुण)

58. जेव्हा फासा एकदा फेकला जातो, तेव्हा वरच्या पृष्ठभागावर मिळणाऱ्या संख्येची संभाव्यता काढा: i) २ पेक्षा मोठी ii) २ किंवा त्यापेक्षा लहान iii) २ पेक्षा मोठी नसलेली (म्हणजेच २ किंवा त्यापेक्षा लहान) [मध्यम]

59. दोन नाणी एकाच वेळी फेकली जातात. खालील घटनांची संभाव्यता काढा: a) किमान एक छापा (head) मिळणे b) दोन्ही छापा मिळणे c) एकही छापा न मिळणे [मध्यम]

60. एका पिशवीत ५ ते ३० क्रमांक असलेली कार्डे आहेत. पिशवीतून एक कार्ड यादृच्छिकपणे काढले जाते. काढलेले कार्ड खालीलपैकी असण्याची संभाव्यता काढा: a) २ आणि ३ ची पटीतील संख्या b) पूर्ण वर्ग संख्या c) ३ ची पटीतील संख्या [मध्यम]

61. ३ लाल चेंडू, ५ पांढरे चेंडू आणि ८ निळे चेंडू आहेत. पिशवीतून एक चेंडू यादृच्छिकपणे काढला जातो. काढलेला चेंडू खालीलपैकी असण्याची संभाव्यता काढा: a) लाल चेंडू b) पांढरा नसलेला चेंडू [एप्रिल-२०२०, मध्यम]

62. एका पेटीत १ ते २० क्रमांक असलेली २० कार्डे आहेत. पेटीतून एक कार्ड यादृच्छिकपणे काढले जाते. खालील क्रमांक असलेले कार्ड मिळण्याची संभाव्यता काढा: i) पूर्ण वर्ग संख्या ii) २ आणि ३ या दोन्ही संख्यांनी भाग जाणारी संख्या. [मार्च-२०२५: कठीण]

63. एका पिशवीत फक्त पांढरे, काळे आणि लाल चेंडू आहेत. पिशवीतून एक चेंडू यादृच्छिकपणे काढला जातो. पांढरा चेंडू काढण्याची संभाव्यता ३/१० आहे आणि काळा चेंडू काढण्याची संभाव्यता २/५ आहे. लाल चेंडू काढण्याची संभाव्यता काढा. जर पिशवीत २० काळे चेंडू असतील, तर पिशवीतील एकूण चेंडूंची संख्या काढा. [कठीण]

64. खालील तक्त्यात ५० विद्यार्थ्यांनी १०० पैकी मिळवलेले गुण दर्शविले आहेत.

गुण	0–34	35–50	51–70	71–90	91–100
विद्यार्थ्यांची संख्या	8	9	14	11	8

एका विद्यार्थ्याला i) 34 पेक्षा कमी गुण, ii) 71 ते 90 च्या दरम्यान गुण आणि iii) 90 पेक्षा जास्त गुण मिळण्याची संभाव्यता काढा. [मध्यम]

65. एका पेटीत 1 ते 20 क्रमांक असलेल्या 20 चकत्या (discs) आहेत. त्या पेटीतून एक चकती यादृच्छिकपणे काढली जाते. काढलेल्या चकतीवरील क्रमांक खालीलपैकी असण्याची संभाव्यता काढा:

(i) 2 ने भाग जाणारी परंतु 3 ने भाग न जाणारी संख्या,

(ii) पूर्ण वर्ग आणि पूर्ण घन असलेली संख्या.

[मध्यम]

उत्तरे

अध्याय 1 : वास्तविक संख्या

I. बहुपर्यायी प्रश्न

1. B) अपरिमेय संख्या

2. A) अपरिमेय संख्या

3. A) 5

4. C) $\sqrt{9}$

5. B) $\sqrt{4}$

6. A) अपरिमेय संख्या

7. B) संयुक्त संख्या

8. B) 13×7

9. C) 4

10. C) मूळ संख्या

11. D) $2^3 \times 3^1 \times 5^1$

12. A) 2, 3, 5

13. D) 6

14. A) 1

15. B) 1

16. C) 1

17. B) $a \times b$

18. B) 2

19. C) $(a \times b)$

20. A) 60

21. A) 2×5

22. B) x

23. C) 4

24. B) 1

25. B) 2

26. C) 300

27. C) 6p

28. B) 1000

II. एक गुणांचा प्रश्न

29.

140 चे मूळ अवयवांमध्ये विघटन:

2 | 140

2 | 70

5 | 35

7 | 7

| 1

म्हणून,

$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$

30. प्रत्येक संयुक्त संख्या मूळ संख्यांच्या गुणाकाराच्या स्वरूपात व्यक्त करता येते आणि मूळ अवयवांचा क्रम वगळता हे अवयवांकन अद्‌वितीय असते.

31. $H \times L = A \times B$

म्हणून,$L = (A \times B) / H$

LCM = 72

32. 96 चे मूळ अवयवांमध्ये विघटन:

2 | 96

2 | 48

2 | 24

2 | 12

2 | 6

3 | 3

| 1

म्हणून, $96 = 2^5 \times 3$

33. $156 = 2^2 \times 3 \times 13$

34. 200 चे मूळ अवयवांमध्ये विघटन:

2 | 200

2 | 100

2 | 50

5 | 25

5 | 5

| 1

म्हणून,$200 = 2^3 \times 5^2$

m = 3, n = 2

35. 24 चे मूळ अवयवांमध्ये

$24 = 2^3 \times$

36 चे मूळ अवयवांमध्ये विघटन:

$36 = 2^2 \times 3^2$ म्हणून,

HCF $(24, 36) = 2^2 \times 3 = 12$

36. 21

37. $x = 2$ आणि $y = 5$

III. दोन / तीन गुणांचे प्रश्न

38. $H \times L = A \times B$

म्हणून, $L = (A \times B) / H$

LCM = 22338

39. $7 \times 11 \times 13 + 13$

$= 13(7 \times 11 + 1)$

$= 13 \times 78$

म्हणून, $7 \times 11 \times 13 + 13$ ही संयुक्त संख्या आहे.

40. $H \times L = A \times B$

$H = (A \times B) / L$

$= (91 \times 26) / 182$

$= 2366 / 182$

HCF = 13

41. ज्या संख्येला दोन किंवा त्यापेक्षा जास्त अवयवांच्या गुणाकाराच्या स्वरूपात व्यक्त करता येते, तिला संयुक्त संख्या म्हणतात.

संयुक्त संख्या $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

42. 438 चे मूळ अवयवांमध्ये विघटन:

2 | 438

3 | 219

| 73

$438 = 2 \times 3 \times 73$

606 चे मूळ अवयवांमध्ये विघटन:

2 | 606

3 | 303

| 101

$606 = 2 \times 3 \times 101$

HCF $= 2 \times 3 = 6$

43. समजा, $\sqrt{3} + 5$ ही परिमेय संख्या आहे.

$$\sqrt{3} + 5 = \frac{a}{b}$$

(a आणि b सहमूळ आहेत, $b \neq 0$)

$$\sqrt{3} = \frac{a}{b} - 5$$

$$\sqrt{3} = \frac{a-5b}{b}$$

$\sqrt{3}$ त्यामुळे ही परिमेय संख्या मिळते.

परंतु $\sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

ही विसंगती आहे म्हणून $\sqrt{3}+5$ ही परिमेय संख्या आहे हे आपले गृहीतक चुकीचे आहे.

$\therefore \sqrt{3}+5$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

44. समजा, $2 + \sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे.

$2 + \sqrt{5} = a/b$

(येथे a आणि b हे सह-मूळ (co-prime) आहेत आणि $b \neq 0$ आहे)

$\sqrt{5} = a/b - 2$

$\sqrt{5} = (a - 2b)/b$

$(a - 2b)/b$ ही परिमेय संख्या आहे,

परंतु $\sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या नाही.

म्हणून, $2 + \sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे हे आपले गृहीतक चुकीचे आहे.

$2 + \sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

45. समजा, $6 + \sqrt{2}$ ही एक परिमेय संख्या आहे.

$6 + \sqrt{2} = a/b$

(a आणि b सहमूळ आहेत, $b \neq 0$

$\sqrt{2} = a/b - 6$

$\sqrt{2} = (a - 6b)/b$

$\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे.

$(a - 6b)/b$ ही परिमेय संख्या आहे, परंतु $\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या नाही.

$6 + \sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे हे आपले गृहीतक चुकीचे आहे.

$\therefore 6 + \sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

46. समजा, $5 - \sqrt{3}$ ही एक परिमेय संख्या आहे.Type equation here.

$5 - \sqrt{3} = \frac{a}{b}$

(a आणि b सहमूळ आहेत, $b \neq 0$)

$\sqrt{3} = 5 - \frac{a}{b}$

$\sqrt{3} = \frac{5b - a}{b}$

$\sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे.

$\frac{5b - a}{b}$ ही परिमेय संख्या आहे, परंतु $\sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या नाही.

$5 - \sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे हे आपले गृहीतक चुकीचे आहे.

$\therefore 5 - \sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

47. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $2 + \sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b ($b \neq 0$) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$2 + \sqrt{3} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{a}{b} - 2$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर,

$$\sqrt{3} = \frac{a - 2b}{b}$$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{a - 2b}{b}$

ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून √3 ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे √3 ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $2 + \sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $2 + \sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

48. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $3 + \sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b ($b \neq 0$) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$3 + \sqrt{2} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{2} = \frac{a}{b} - 3$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर,

$$\sqrt{2} = \frac{a - 3b}{b}$$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{a - 3b}{b}$

ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून √2 ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे √2 ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $3 + \sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $3 + \sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

49. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $5 + \sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b ($b \neq 0$) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$5 + \sqrt{7} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{7} = \frac{a}{b} - 5$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर,

$$\sqrt{7} = \frac{a - 5b}{b}$$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, (a - 5b)/b ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून √3 ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे √7 ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $5 + \sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $5 + \sqrt{7}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

50. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $5 + \sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b ($b \neq 0$) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$5 + \sqrt{2} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{2} = \frac{a}{b} - 5$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर, $\sqrt{2} = \frac{a-5b}{b}$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{a-5b}{b}$ ही परिमेय संख्या आहे आणि

म्हणून √2 ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे √2 ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $5 + \sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $5 + \sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

51. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $4 + \sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b ($b \neq 0$) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठ

$$4 + \sqrt{3} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{a}{b} - 4$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर, $\sqrt{3} = \frac{a-4b}{b}$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{a-4b}{b}$ ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून $\sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे $\sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $4 + \sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $4 + \sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

52. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $6 + \sqrt{11}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b ($b \neq 0$) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$6 + \sqrt{11} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{11} = \frac{a}{b} - 6$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर, $\sqrt{11} = \frac{a-6b}{b}$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{a-6b}{b}$ ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून $\sqrt{11}$ ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे $\sqrt{11}$ ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $6 + \sqrt{11}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $6 + \sqrt{11}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

53. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $8 + \sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b ($b \neq 0$) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$8 + \sqrt{5} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{5} = \frac{a}{b} - 8$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर, $\sqrt{5} = \frac{a-8b}{b}$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{a-8b}{b}$ ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून $\sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे $\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $8 + \sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $8 + \sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

54. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $7 + \sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b ($b \neq 0$) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$7 + \sqrt{5} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{5} = \frac{a}{b} - 7$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर, $\therefore\sqrt{5} = \frac{a-7b}{b}$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{a-7b}{b}$ ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून $\sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे $\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $7 + \sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $7 + \sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

55. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $2 + \sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b ($b \neq 0$) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$2 + \sqrt{7} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore\sqrt{7} = \frac{a}{b} - 2$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर, $\frac{a}{b} - 2$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, a/b - 2 ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून $\sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे $\sqrt{7}$ ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $2 + \sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $2 + \sqrt{7}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

56. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $7 + \sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b ($b \neq 0$) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$7 + \sqrt{7} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore\sqrt{7} = \frac{a}{b} - 7$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर, $\sqrt{7} = \frac{a-7b}{b}$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{a-7b}{b}$ ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून $\sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे $\sqrt{7}$ ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $7 + \sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $7 + \sqrt{7}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

57. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा $2 - \sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b $(b \neq 0)$ अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$2 - \sqrt{5} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{5} = 2 - \frac{a}{b}$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर, $\sqrt{5} = \frac{2b-a}{b}$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{2b-a}{b}$ ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून $\sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे $\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती $2 - \sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की $2 - \sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

58. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा 8 - √3 ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b (b ≠ 0) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$8 - \sqrt{3} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{3} = 8 - \frac{a}{b}$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर, $\sqrt{3} = \frac{8b-a}{b}$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{8b-a}{b}$ ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून √5 ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे √3 ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती 8 - √3 ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की 8 - √3 ही अपरिमेय संख्या आहे.

59. विरुद्ध गृहीतकानुसार, समजा 6 - √2 ही परिमेय संख्या आहे.

म्हणजेच, आपण सहमूळ a आणि b (b ≠ 0) अशा संख्या शोधू शकतो, ज्यासाठी

$$6 - \sqrt{2} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \sqrt{2} = 6 - \frac{a}{b}$$

हे समीकरण पुनर्रचित केल्यावर, $\sqrt{2} = \frac{6b-a}{b}$

a आणि b या पूर्णांक संख्या असल्यामुळे, $\frac{6b-a}{b}$ ही परिमेय संख्या आहे आणि म्हणून √2 ही परिमेय संख्या आहे.

परंतु हे √2 ही अपरिमेय संख्या आहे या वस्तुस्थितीशी विसंगत आहे.

ही विसंगती 6 - √2 ही परिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहीतकामुळे निर्माण झाली आहे.

म्हणून, आपण निष्कर्ष काढतो की 6 - √2 ही अपरिमेय संख्या आहे.

60. A =120

B = 135

H = 15

L = ?

$L = \frac{A \times B}{H}$

$L = \frac{120 \times 135}{15}$

L = 120 × 9

L = 1080

61. A =88

B = 128

H = 8

L = ?

$L = \frac{A \times B}{H}$

$L = \frac{88 \times 128}{8}$

L = 11 × 128

L = 140

62. A =136

B = 176

H = 8

L = ?

$L = \frac{A \times B}{H}$

$$L = \frac{136 \times 176}{8}$$

L = 17 × 176

L = 2992

63. A =336

B = 216

H = 24

L = ?

$$L = \frac{A \times B}{H}$$

$$L = \frac{336 \times 216}{24}$$

L = 14 × 216

L = 3024

64. A =224

B = 336

L = 672

H= ?

$$H = \frac{A \times B}{L}$$

$$H = \frac{224 \times 336}{672}$$

H = 112

65. A =112

B = 144

L = 1008

H= ?

$$H = \frac{A \times B}{L}$$

$$H = \frac{112 \times 144}{1008}$$

H = 16

66. A =96

B = 120

L = 480

H= ?

$H = \frac{A \times B}{L}$

$H = \frac{96 \times 120}{480}$ = 24

67.

2	68
2	34
	17

2	72
2	36
2	18
3	9
	3

68 = 2 × 2 × 17

72 = 2 × 2 × 2 × 3 × 3

L.C.M = 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 17 = 1224

H.C.F = 2 × 2 = 4

A × B = L × H

68 × 72 = 1224 × 4

4896 = 4896

67.

2	36
2	18
3	9
	3

7	63
3	9
	3

36 = 2 × 2 × 3 × 3

63 = 7 × 3 × 3

L.C.M = 2 × 2 × 3 × 3 × 7 = 252

H.C.F = 3 × 3 = 9

A × B = L × H

36 × 63 = 252 × 9

2268 = 2268

69.

2	38
	19

3	57
	19

$38 = 2 \times 19$

$57 = 3 \times 19$

L.C.M $= 2 \times 3 \times 19 = 114$

H.C.F $= 19$

$A \times B = L \times H$

$38 \times 57 = 114 \times 19$

$2166 = 2166$

70.

2	66
3	33
	11

7	42
3	6
	2

$66 = 2 \times 3 \times 11$

$42 = 7 \times 3 \times 2$

L.C.M $= 2 \times 3 \times 11 \times 7 = 462$

H.C.F $= 2 \times 3 = 6$

$A \times B = L \times H$

$66 \times 42 = 462 \times 6$

$2772 = 2772$

71. पहिल्या टेबलची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे 84 cm आणि 42 cm आहे. दुसऱ्या टेबलची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे 126 cm आणि 42 cm आहे.

$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$

$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$

$42 = 2 \times 3 \times 7 = 2 \times 3 \times 7$

HCF (84, 42, 126) $= 2 \times 3 \times 7 = 42$

म्हणून, चौकोनी काचेच्या फरशीची कमाल लांबी = 42 cm.

चौकोनी फरशीचे क्षेत्रफळ = 42×42 cm²

पहिल्या टेबलासाठी लागणाऱ्या स्लॅब्सची संख्या = (पहिल्या टेबलाचे क्षेत्रफळ) / (एका स्लॅबचे क्षेत्रफळ)

$$= \frac{84 \times 42}{42 \times 42} = \frac{84}{42} = 2$$

पहिल्या टेबलसाठी लागणाऱ्या फरश्यांची संख्या = 2

दुसऱ्या टेबलासाठी लागणाऱ्या स्लॅब्सची संख्या = (दुसऱ्या टेबलाचे क्षेत्रफळ) / (एका स्लॅबचे क्षेत्रफळ)

$$= \frac{126 \times 42}{42 \times 42} = \frac{126}{42} = 3$$

दुसऱ्या टेबलसाठी लागणाऱ्या फरश्यांची संख्या = 3

72. $A \times B = 2366$

$H = 13$

$L = ?$

$L = \frac{A \times B}{H}$

$L = \frac{2366}{13}$

$L = 182$

$L = \frac{A \times B}{H}$

$$182 = \frac{91 \times B}{13}$$

$182 = 7 \times B$

$B = \frac{182}{7}$

$B = 26$

73.

जमिनीची लांबी = 112 ft

जमिनीची रुंदी = 72 ft

$112 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 2^4 \times 7$

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

HCF (112, 72) $= 2 \times 2 \times 2 = 8$

चौकोनी फरशीचे क्षेत्रफळ $= 8 \times 8 = 64$ sq.ft

फरशांची एकूण संख्या = (फरसबंदीचे क्षेत्रफळ) / (एका फरशीचे क्षेत्रफळ)

$$= \frac{112 \times 72}{8 \times 8}$$

फरश्यांची एकूण संख्या = 126

∴ फरश्यांची संख्या = 126

74. $L \times H = 2016$

A = 42

B= ?

$$B = \frac{L \times H}{A}$$

$$B = \frac{2016}{42}$$

B = 48

2	48
3	24
2	8
2	4
	2

7	42
3	6
	2

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$42 = 7 \times 3 \times 2$

H.C.F (48,42) $= 2 \times 3 = 6$

75. $N_1 = 2^m \times 3^2$

$N_2 = 2^2 \times 3^n$

$N_3 = 2^1 \times 3^3$

$L = 3^4 \times 2^3$

$H = 3^y \times 2^x$

दिलेला L.C.M. $= 3^4 \times 2^3$

आधार 2 च्या घाती m, 2, 1 आहेत. max(m, 2, 1) = 3

∴ m = 3

आधार 3 साठी तीन संख्यांमधील घाती 2, n आणि 3 आहेत. L.C.M. मधील 3 ची घात 4 असल्यामुळे,

max(2, n, 3) = 4

∴ n = 4

आता संख्या, $N_1 = 2^3 \times 3^2$

$N_2 = 2^2 \times 3^4$

$N_3 = 2^1 \times 3^3$

दिलेला H.C.F. = $2^x \times 3^y$

आधार 2 साठी घाती 3, 2 आणि 1 आहेत.

सर्वांत लहान घात x निश्चित करते.

x = min(3, 2, 1)

∴ x = 1

आधार 3 साठी घाती 2, 4 आणि 3 आहेत.

y = min(2, 4, 3)

∴ y = 2

∴ m = 3, n = 4, x = 1, y = 2

76. $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

L.C.M. (24, 60) = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

L.C.M. = 120

वापरलेल्या गुलाबांची किमान समान संख्या = 120

A ने वापरलेल्या हारांची संख्या = $\frac{120}{4}$ = 5

B ने वापरलेल्या हारांची संख्या = $\frac{120}{60}$ = 2

हारांची एकूण संख्या = 5 + 2 = 7

77. ते त्यांच्या L.C.M. च्या मूल्याच्या वेळी पुन्हा भेटतात.

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

LCM .L= $2^2 \times 3^2 = 36$

LCM .L= $4 \times 9 = 36$

L.C.M. = 36

म्हणून, ते सुरुवातीच्या ठिकाणी 36 मिनिटांनंतर पुन्हा भेटतील.

78. 40 चे अभाज्य अवयव:

2 | 40

2 | 20

2 | 10

5 | 5

| 1

∴ x = 2, y = 3 आणि z = 5

79. 147 चे अभाज्य अवयव:

3 | 147

7 | 49

7 | 7

| 1

147 = 3 × 7 × 7

56 चे अभाज्य अवयव:

2 | 56

2 | 28

2 | 14

7 | 7

| 1

$56 = 2^3 \times 7$

HCF (147, 56) = 7

दांडीची कमाल लांबी = 7 m

ही दांडी शेताचे मोजमाप करण्यासाठी 21 वेळा वापरावी लागेल.

80.

420 चे अभाज्य अवयव:

2 | 420

2 | 210

3 | 105

5 | 35

7 | 7

| 1

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

130 चे अभाज्य अवयव:

2 | 130

5 | 65

13 | 13

| 1

130 = 2 × 5 × 13

HCF (420, 130) = 10

प्रत्येक ढिगाऱ्यातील बर्फीची संख्या = 10

81. दिलेल्या $\sqrt{2}$ ला परिमेय संख्या आहे असे गृहीत धरूया.

म्हणून,

$$\sqrt{2} = a/b$$

जेथे a आणि b या परस्पर सहमूळ संख्या आहेत आणि $b \neq 0$.

दोन्ही बाजूंचा वर्ग केल्यास,

$$2 = a^2/b^2$$

म्हणून, $a^2 = 2b^2$

यावरून a^2 ही 2 ने विभाज्य आहे. त्यामुळे a ही 2 ने विभाज्य आहे.

म्हणून, $a = 2k$ असे धरूया.

आता, $a^2 = 2b^2$

$(2k)^2 = 2b^2$

$4k^2 = 2b^2$

$b^2 = 2k^2$

म्हणून b^2 ही 2 ने विभाज्य आहे. त्यामुळे b ही 2 ने विभाज्य आहे. म्हणजेच a आणि b दोन्ही 2 ने विभाज्य आहेत. हे a आणि b परस्पर सहमूळ आहेत या गृहीतकाला विरोध करते.

म्हणून आपले गृहीतक चुकीचे आहे.

∴ √2 ही अपरिमेय संख्या आहे..

82. दिलेल्या √3 ला परिमेय संख्या आहे असे गृहीत धरूया.

म्हणून,$\sqrt{3} = a/b$

जेथे a आणि b या परस्पर सहमूळ संख्या आहेत आणि $b \neq 0$.

दोन्ही बाजूंचा वर्ग केल्यास,

$3 = a^2/b^2$

म्हणून,$a^2 = 3b^2$

यावरून a^2 ही 3 ने विभाज्य आहे. त्यामुळे a ही 3 ने विभाज्य आहे.

म्हणून, $a = 3k$ असे धरूया.

आता,$a^2 = 3b^2$

$(3k)^2 = 3b^2$

$9k^2 = 3b^2$

$b^2 = 3k^2$

म्हणून b^2 ही 3 ने विभाज्य आहे. त्यामुळे b ही 3 ने विभाज्य आहे.

म्हणजेच a आणि b दोन्ही 3 ने विभाज्य आहेत. हे a आणि b परस्पर सहमूळ आहेत या गृहीतकाला विरोध करते. म्हणून आपले गृहीतक चुकीचे आहे.

∴ √3 ही अपरिमेय संख्या आहे.

83. दिलेल्या √5 ला परिमेय संख्या आहे असे गृहीत धरूया.

म्हणून, $\sqrt{5} = a/b$

जेथे a आणि b या परस्पर सहमूळ संख्या आहेत आणि $b \neq 0$.

दोन्ही बाजूंचा वर्ग केल्यास, $5 = a^2/b^2$

म्हणून, $a^2 = 5b^2$

यावरून a^2 ही 5 ने विभाज्य आहे. त्यामुळे a ही 5 ने विभाज्य आहे.

म्हणून, $a = 5k$ असे धरूया

आता, $a^2 = 5b^2$

$(5k)^2 = 5b^2$

$25k^2 = 5b^2$

$b^2 = 5k^2$

म्हणून b^2 ही 5 ने विभाज्य आहे. त्यामुळे b ही 5 ने विभाज्य आहे.

म्हणजेच a आणि b दोन्ही 5 ने विभाज्य आहेत. हे a आणि b परस्पर सहमूळ आहेत या गृहीतकाला विरोध करते.

म्हणून आपले गृहीतक चुकीचे आहे.

∴ $\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

84. $510 = 2 \times 3 \times 5 \times 17$

$92 = 2 \times 2 \times 23$

HCF (510, 92) = 2

LCM (510, 92) = $2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 23$

LCM = 23460

$H \times L = A \times B$

$2 \times 23460 = 510 \times 92$

$46920 = 46920$

∴ LCM × HCF = दोन पूर्णांक संख्यांचा गुणाकार

2	510
3	255
5	85
17	17
	1

2	92
2	46
23	23
	1

85. $336 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$LCM\ (336, 54) = 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 3 \times 3$

$LCM = 3024$

$HCF\ (336, 54) = 2 \times 3 = 6$

$LCM \times HCF = A \times B$

$336 \times 54 = 3024 \times 6$

$18144 = 18144$

$LHS = RHS$

86. $26 = 2 \times 13$

$91 = 7 \times 13$

$HCF\ (26, 91) = 13$

$LCM\ (26, 91) = 2 \times 7 \times 13$

$LCM = 182$

$HCF \times LCM = A \times B$

$13 \times 182 = 26 \times 91$

$2366 = 2366$

$LHS = RHS$

87.

3	135		3	75		2	20		
3	45		5	25		2	10		
3	15		5	5		5	5		
5	5	$510 = 3 \times 5 \times 5$		1	$20 =$		1	$3 \times 3 \times 3 \times 5$ $2 \times 2 \times 5$	$75 =$
	1								

HCF of (135,75) = 15

LCM of (15,20) = $2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 5$

LCM = 60

88. 12, 15 आणि 21

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

$21 = 3 \times 7$

HCF (12, 15, 21) = 3

LCM (12, 15, 21) = $3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7$

LCM = 420

89. $6 = 2 \times 3$

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

HCF (6, 72, 120) = $3 \times 2 = 6$

LCM (6, 72, 120) = $2^2 \times 3^2 \times 5$

LCM = 360

90. 616 चे अभाज्य अवयव:

2 | 616

2 | 308

2 | 154

7 | 77

11 | 11

| 1

$616 = 2^3 \times 7 \times 11$

32 चे अभाज्य अवयव:

2 | 32

2 | 16

2 | 8

2 | 4

2 | 2

| 1

$32 = 2^5$

HCF (616, 32) = 8

∴ ते ज्या कमाल स्तंभांमध्ये संचलन करू शकतात त्यांची संख्या = 8

युनिट : ०२ बहुपदी

1. A) 3
2. B) 1
3. C) 3
4. D) 2
5. C) 3
6. C) 2
7. A) 20
8. B) 3
9. B) 3
10. C) 3
11. C) 4

12. A) $x^2 + 2x + 8$

13. C) 2

14. C) -2 आणि -4

15. C) [मूळ PDF मधील गणिती पर्याय स्पष्ट दिसत नाही]

16. B) [मूळ PDF मधील गणिती पर्याय स्पष्ट दिसत नाही]

17. B) -2

18. B) [मूळ PDF मधील गणिती पर्याय स्पष्ट दिसत नाही]

19. D) $p(x) = x^2 - 4x + 5$

20. B) 2

21. D) -3 आणि 2

23. 4

24. 3

25. 4

26. 3

27. 3

28. 4

29. 3

30. 4

31. 5

32. शून्यांचा गुणाकार $= \frac{10}{2} = 5$

33. -7

34. 6

35. $x^2 + 3x + 2$

36. $p(x) = x^2 - 3$,
$P(x) = 0$, $x = -\sqrt{3}$ & $x = +\sqrt{3}$

37. P(x) = 0

$x^2 - 25 = 0$

$x^2 = 25$

x = -5 आणि x = +5

38. $P(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 11(1) + 6$

$= 2 + 3 - 11 + 6$

$= 0$

39. -1 आणि 4

40. $P(x) = x^2 - (\alpha + \beta) + \alpha\beta$

41. रेषीय बहुपदी = bx + c

द्विघाती बहुपदी = $ax^2 + bx + c$

42. $p(x) = 6x^2 - 7x - 3$

$p(x) = 6x^2 - 9x + 2x - 3$

$p(x) = 3x(2x - 3) + 1(2x - 3)$

$p(x) = (2x - 3)(3x + 1)$

$2x - 3 = 0$ or $3x + 1 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ or $x = \frac{-1}{3}$

$-18x^2 \rightarrow -9x, +2x$

$-9x + 2x = -7x$

43. $p(x) = 4x^2 - 4x - 3$

$p(x) = 4x^2 - 6x + 2x - 3$

$p(x) = 2x(2x - 3) + 1(2x - 3)$

$p(x) = (2x - 3)(2x + 1)$

$2x - 3 = 0$ or $2x + 1 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ or $x = \frac{-1}{2}$

$-12x^2 \rightarrow -6x, +2x$

$-6x + 2x = -4x$

44. $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{1} \rightarrow b = 3a \quad \rightarrow (1)$

$\alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2 \rightarrow c = 2a \quad \rightarrow (2)$

(1) आणि (2) यांची बेरीज करा.

$b + c = 5a$

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

45)शून्यांची बेरीज = $\alpha + \beta = 4$

शून्यांचा गुणाकार = $\alpha \times \beta = 5$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2(\alpha \times \beta)$

$= 4^2 - 2(5)$

$= 16 - 10$

$= 6$

46) $P(x) = x^2 + 3x + 1$

शून्यांची बेरीज:
$\alpha + \beta = -3$
शून्यांचा गुणाकार: $\alpha \times \beta = 1$

म्हणून, $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= (-3)^2 - 2(1)$

$= 9 - 2$

$= 7$

आणि

$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$

$= (-3)^3 - 3(1)(-3)$

$= -27 + 9$

$= -18$

47) $P(x) = x^2 + 3x + 1$
$a = 1, b = 3, c = 1$

शून्यांची बेरीज = $\alpha + \beta = -3$

शून्यांचा गुणाकार = $\alpha \times \beta = 1$

म्हणून $\alpha^2\beta + \beta^2\alpha$ =,$\alpha\beta(\alpha + \beta) = 1(-3) = -3$

48. $P(x) = 2x^2 - 6x + k$

α आणि β ही P(x) ची शून्य्ये आहेत.

माहितीवरून $\beta = 2\alpha$

शून्यांची बेरीज = $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

$\alpha + 2\alpha = \frac{-(-6)}{1}$

$3\alpha = 6$

$\alpha = 2$

शून्यांचा गुणाकार = $\alpha \times \beta = \frac{c}{a}$

$\alpha (2\alpha) = \frac{k}{1}$

$2\alpha^2 = k$

$2(2)^2 = k$

$\therefore K = 8$

49) $P(x) = ax^2 + bx - 4$

शून्यांची बेरीज = $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{1}{4}$

शून्यांचा गुणाकार = $\alpha \times \beta = \frac{c}{a} = -1$ $c = -4$

$\therefore$ शून्यांचा गुणाकार $= \frac{-4}{a} = -1$

$a = 4$

Sum of polynomials $= \frac{-b}{a} = \frac{1}{4}$

$= \frac{-b}{4} = \frac{1}{4}$

$b = -1$

50) $p(x) = x^2 - 5x + 6$

$p(x) = x^2 - 6x + x - 6$

$p(x) = x(x-6) + 1(x-6)$

$p(x) = (x-6)(x+1)$

$x - 6 = 0$ and $x + 1 = 0$

$x = 6$ and $x = -1$

51) $\alpha = \sqrt{3} \beta = -\sqrt{3}$

$\alpha + \beta = \sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$

$\alpha \times \beta = \sqrt{3}(-\sqrt{3}) = -\sqrt{9} = -3$

$p(x) = x^2 - 0x - 3$

$p(x) = x^2 - 3$

52) $p(x) = x^2 - 2x - 8$

$p(x) = x^2 - 4x + 2x - 8$

$p(x) = x(x-4) + 2(x-4)$

$p(x) = (x - 4)(x + 2)$

$x - 4=0$ and $x + 2=0$

$x = 4$ and $x = -2$

शून्यांची बेरीज $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -(-2) = 2$

$(4) + (-2) = 2$

∴ शून्यांचा गुणाकार $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = -8$

$(4)\ (-2) = -8$

53) $p(x) = x^2 + 7x + 10$

$p(x) = x^2 + 5x + 2x + 10$

$+10x^2 \nearrow +5x$

$\searrow +2x$

$+7x$

$p(x) = x(x + 5) + 2(x + 5)$

$p(x) = (x + 5)(x + 2)$

$x + 5=0$ and $x + 2=0$

$x = -5$ and $x = -2$

शून्यांची बेरीज $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -7$

$(-5) + (-2) = -7$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = 10$

$(-5)(-2) = 10$

54) $p(x) = 6x^2 - 7x - 3$

$6x^2 - 7x - 3=0$

$6x^2 - 9x + 2x - 3 =0$

$3x(2x - 3)+1(2x - 3)=0$

$(3x + 1)(2x - 3) =0$

$3x + 1=0$ and $2x - 3=0$

$x = \frac{-1}{3}$ and $x = \frac{3}{2}$

बहुपदीची शुन्ये $\alpha = \frac{-1}{3}$ and $\beta = \frac{3}{2}$

शून्यांची बेरीज $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-7)}{6} = \frac{7}{6}$

$\frac{-1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{7}{6}$

$\frac{-2+9}{6} = \frac{7}{6}$

$\frac{7}{6} = \frac{7}{6}$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$

$(\frac{-1}{3})(\frac{3}{2}) = \frac{-1}{2}$

$\frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$

$\frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}$

54. $p(x) = x^2 + 6x + 8$

a=1 b=6 c=8 If p(x)=0

$x^2+6x+8 = 0$

$x^2 + 4x + 2x + 8 = 0$

$x(x + 4)+2(x + 4)=0$

$(x + 4)(x + 2) = 0$

$x + 4 = 0$ and $x + 2 = 0$

$x = -4$ and $x = -2$

∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = -4$ and $\beta = -2$

शून्यांची बेरीज $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{-2} = 2$

$-(-4) + (-2) = 2$

$4 - 2 = 2$

$2 = 2$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{8}{1} = 8$

$(-4)(-2) = 8$

$8 = 8$

55. $p(x) = x^2 + 6x + 5$

a=1 b=6 c=5 If p(x)=0

$x^2+6x+5=0$

$x^2 + 5x + x + 5 = 0$

$x(x + 5)+1(x + 5)=0$

$(x + 5)(x + 1) = 0$

$x + 5 = 0$ and $x + 1 = 0$

$x = -5$ and $x = -1$

∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = -5$ and $\beta = -1$

शून्यांची बेरीज $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-6}{1} = -6$ $(-5) + (-1) = -6$

$-5 - 1 = -6$

$-6 = -6$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{5}{1} = 5$

$(-5)(-1) = 5$

$5 = 5$

56. $p(x) = x^2 + 3x + 2$

a=1 b=3 c=2 If p(x)=0

$x^2+3x+2=0$

$x^2 + 2x + x + 2 = 0$

$x(x + 2)+1(x + 2)=0$

$(x + 2)(x + 1) = 0$

$x + 2 = 0$ and $x + 1 = 0$

$x = -2$ and $x = -1$

बहुपदीची शुन्ये $\alpha = -2$ and $\beta = -1$

शून्यांची बेरीज $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(3)}{1} = -3$

$(-2) + (-1) = -6$

$-2 - 1 = -3$

$-3 = -3$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2$

$(-2)(-1) = 2$

$2 = 2$

57. $p(x) = x^2 + x - 12$

$a=1$ $b=1$ $c=-12$ If $p(x)=0$

$x^2+x-12=0$

$x^2 + 4x - 3x - 12 = 0$

$x(x + 4) - 3(x + 4)=0$

$(x + 4)(x - 3) = 0$

$x + 4 = 0$ and $x - 3 = 0$

$x = -4$ and $x = 3$

∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = -4$ and $\beta = 3$

शून्यांची बेरीज $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-1}{1} = -1$

$(-4) + 3 = -1$

$-4 + 3 = -1$

$-1 = -1$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{-12}{1} = -12$

$(-4)(3) = 2$

$-12 = -12$

58. $p(x) = x^2 - 6x + 9$

$a=1$ $b=-6$ $c=9$ If $p(x)=0$

$x^2-6x+9=0$

$x^2 - 3x - 3x + 9 = 0$

x (x - 3)- 3 (x - 3)=0
(x - 3)(x - 3) =0
x - 3= 0 and x - 3 =0
x = 3 and x = 3
∴ बहुपदीची शुन्ये α = 3 and β = 3
शून्यांची बेरीज = α + β= $\frac{-b}{a}$ =$\frac{-(-6)}{1}$ = 6
3 + 3 = 6
6 = 6

शून्यांचा गुणाकार = α x β = $\frac{c}{a}$ = $\frac{9}{1}$ = 9
(3) (3) = 9
9 = 9

59. $p(x) = x^2 - 2x - 15$
a=1 b= -2 c=-15
If p(x)=0

x^2-2x -15=0
x^2 - 5x + 3x - 15 =0
x (x - 5)+ 3 (x - 5)=0
(x - 5)(x + 3) =0
x - 5= 0 and x + 3 =0
x = 5 and x = - 3
∴ बहुपदीची शुन्ये α = 5 and β = -3
शून्यांची बेरीज = α + β= $\frac{-b}{a}$ =$\frac{-(-2)}{1}$ = 2
5 + (-3) = 2
5 – 3 = 2

शून्यांचा गुणाकार = α x β = $\frac{c}{a}$ = $\frac{-15}{1}$ = -15

(5) (- 3) = - 15
- 15 = - 15

60. $p(x) = x^2 - 5x - 14$
a=1 b=- 5 c=- 14 If
p(x)=0

x^2- 5x – 14 =0
x^2 - 7x + 2x - 14 =0
x (x - 7)+ 2 (x - 7)=0

61) $(x - 7)(x + 2) = 0$

$x - 7 = 0$ and $x + 2 = 0$

$x = 7$ and $x = -2$

∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = 7$ and $\beta = -2$

शून्यांची बेरीज $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-5)}{1} = 5$

$7 - 2 = 5$

$5 = 5$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{-14}{1} = -14$

$(7)(-2) = -14$

$-14 = -14$

62. $p(x) = x^2 - 2x + 1$

$a=1$ $b=-2$ $c=1$ If $p(x)=0$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$x^2 - 1x - 1x + 1 = 0$

$x(x - 1) - 1(x - 1) = 0$

$(x - 1)(x - 1) = 0$

$x - 1 = 0$ and $x - 1 = 0$

$x = 1$ and $x = 1$

∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = 1$ and $\beta = 1$

शून्यांची बेरीज $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2$

$1 + 1 = 2$

$2 = 2$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{1} = 1$

$(1)(1) = 1$

$1 = 1$

63) शून्यांची बेरीज $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -3$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = 2$

अपेक्षित बहुपदी $p(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$p(x) = x^2 - (-3)x + 2$

$p(x) = x^2 + 3x + 2$

$p(x) = 0$

$x^2 + 3x + 2 = 0$

$x^2 + 2x + x + 2 = 0$

$x(x + 2) + 1(x + 2) = 0$

$(x + 1)(x + 2) = 0$

$x + 1 = 0$ and $x + 2 = 0$

$x = -1$ and $x = -2$

∴ शुन्ये $\alpha = -1$ and $\beta = -2$

.

64) $\alpha + \beta = 7$, $\alpha \times \beta = 12$

वर्गसमीकरण $P(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$P(x) = x^2 - 7x + 12$

$a=1$ $b= -7$ $c= 12$ If $p(x)=0$

$x^2 - 4x - 3x + 12 = 0$

$x(x - 4) - 3(x - 4) = 0$

$(x - 4)(x - 3) = 0$

$x - 4 = 0$ and $x - 3 = 0$

$x = 4$ and $x = 3$

∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = 4$ and $\beta = 3$

65. $\alpha + \beta = 7$, $\alpha \times \beta = 6$

वर्गसमीकरण $P(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$P(x) = x^2 - 7x + 6$

$a=1$ $b= -7$ $c= 6$ If $p(x)=0$

$x^2 - 6x - 1x + 6 = 0$

$x(x - 6) - 1(x - 6) = 0$

$(x - 6)(x - 1) = 0$

$x - 6 = 0$ and $x - 1 = 0$

$x = 6$ and $x = 1$

∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = 6$ and $\beta = 1$

66. $\alpha + \beta = -4$, $\alpha \times \beta = 4$

वर्गसमीकरण $P(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$P(x) = x^2 - 4x + 4$

$a=1$ $b= -4$ $c= 4$ If $p(x)=0$

$x^2 - 2x - 2x + 4 = 0$

$x(x - 2) - 2(x - 2) = 0$

$(x - 2)(x - 2) = 0$

$x - 2 = 0$ and $x - 2 = 0$

$x = 2$ and $x = 2$

∴∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = 2$ and $\beta = 2$

67. $\alpha + \beta = 6, \quad \alpha \times \beta = 8$

वर्गसमीकरण $P(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$P(x) = x^2 - 6x + 8$

$a=1 \quad b=-6 \quad c=8$

If $p(x)=0$

$x^2 - 4x - 2x + 8 = 0$

$x(x-4) - 2(x-4) = 0$

$(x-4)(x-2) = 0$

$x - 4 = 0$ and $x - 2 = 0$

$x = 4$ and $x = 2$

∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = 4$ and $\beta = 2$

68. $\alpha + \beta = 3, \quad \alpha \times \beta = -10$

वर्गसमीकरण $P(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$P(x) = x^2 - 3x - 10$

$a=1 \quad b=-3 \quad c=-10$ If $p(x)=0$

$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$

$x(x-5) + 2(x-5) = 0$

$(x-5)(x+2) = 0$

$x - 5 = 0$ and $x + 2 = 0$

$x = 5$ and $x = -2$

∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = 5$ and $\beta = -2$

69. $\alpha + \beta = 2, \quad \alpha \times \beta = -15$

वर्गसमीकरण $P(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$P(x) = x^2 - 2x - 15$

$a=1 \quad b=-2 \quad c=-15$ If $p(x)=0$

$x^2 - 5x + 3x - 15 = 0$

$x(x-5) + 3(x-5) = 0$

$(x-5)(x+3) = 0$

$x - 5 = 0$ and $x + 3 = 0$

$x = 5$ and $x = -3$

∴ बहुपदीची शुन्ये $\alpha = 5$ and $\beta = -3$

70. $\alpha + \beta = 5, \quad \alpha \times \beta = -6$

वर्गसमीकरण $P(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$P(x) = x^2 - 5x - 6$

a=1 b= - 5 c=- 6 If p(x)=0

x^2 - 6x + 1x - 6 =0

x (x - 6) + 1 (x - 6)=0

(x - 6) (x + 1) =0

x - 6 =0 and x + 1= 0

x = 6 and x = -1

∴ बहुपदीची शुन्ये α = 6 and β = - 1

71. α + β = 9 , α x β = 14

वर्गसमीकरण $P(x) = x^2 – (\alpha + \beta) x + \alpha\beta$

$P(x) = x^2 - 9x + 14$

a=1 b= - 9 c= 14 If p(x)=0

x^2 - 7x - 2x + 14 =0

x (x - 7)- 2 (x - 7)=0

(x - 7)(x - 2) =0

x - 7= 0 and x - 2 =0

x = 7 and x = 2

∴∴ बहुपदीची शुन्ये α = 7 and β = 2

72. α = -1 β = 4

α + β = -1 + 4 = 3

α x β = (-1) 4 = - 4

$p(x) = x^2 - 3x – 4$

बहुपदीची शुन्ये p(x) = 0

x^2 - 4x + x – 4 =0

x (x - 4)+1(x - 4)=0

(x + 1)(x - 4) =0

x +1= 0 and x - 4=0

x =-1 and x = 4

73. α + β = -6 , α x β = 8

वर्गसमीकरण $P(x) = x^2 – (\alpha + \beta) x + \alpha\beta$

$P(x) = x^2 – (-6)x + 8$

$P(x) = x^2 + 6x + 8$

a=1 b= 6 c= 8 If p(x)=0

x^2 +4x+ 2x + 8 =0

x (x +4)+ 2 (x +4)=0

(x +4)(x + 2) =0

x +4= 0 and x + 2 =0

x = -4 and x = -2

∴∴ बहुपदीची शुन्ये α = -4 and β = -2

74 . p(x) = x^2+3x+2 compare to P(x) = $ax^2 + bx$ +c

a=1 b=3 c=2

शून्यांची बेरीज = α + β= $\frac{-b}{a} = \frac{-3}{1}$ = -3

शून्यांचा गुणाकार = α x β = $\frac{c}{a}$ = $\frac{2}{1}$ = 2

i) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\,\beta} = \frac{-3}{2}$

ii) $\alpha^2\,\beta + \alpha\,\beta^2 = \alpha\beta(\,\alpha + \beta) = 2\,(-3) = -6$

75. p(x) = x^2+3x+2 ची तुलना P(x) = $ax^2 + bx$ +c

a=1 b=3 c=2

शून्यांची बेरीज = α + β= $\frac{-b}{a} = \frac{-3}{1}$ = -3

शून्यांचा गुणाकार = α x β = $\frac{c}{a}$ = $\frac{2}{1}$ = 2

i) $(\,\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\,\alpha\beta$

ii) $\alpha^2 + \beta^2 = (\,\alpha + \beta)^2 - 2\,\alpha\beta$

$= (-3)^2 - 2(\,2\,) = 9 - 4 = 5$

76. p(x) = x^2+3x+2 ची तुलना P(x) = $ax^2 + bx$ +c

a=1 b=3 c=2

शून्यांची बेरीज = α + β= $\frac{-b}{a} = \frac{-3}{1}$ = -3

शून्यांचा गुणाकार = α x β = $\frac{c}{a}$ = $\frac{2}{1}$ = 2

$\alpha^3\beta + \alpha\beta^3 = \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)$

$= \alpha\beta\,[(\,\alpha + \beta)^2 - 2\,\alpha\beta]$

$= 2\,[(-3)^2 - 2(\,2\,)] = 2[\,9 - 4] = 2[5] = 10$

77. p(x) = $2x^2 - 8x + (k+1)$

a=2 b=-8 c=(k + 1)

शून्यांची बेरीज = α + β= $\frac{-b}{a} = \frac{-(-8)}{2} = \frac{8}{2}$ =4

शून्यांचा गुणाकार = α x β = $\frac{c}{a}$ = $\frac{k+1}{2}$

$\alpha = \alpha$ and $\beta = 7\alpha$

α + β = 4

α + 7α = 4

8 α = 4

$\alpha = \frac{1}{2}$

αβ = $\frac{k+1}{2}$

$(\frac{1}{2})$ x $7(\frac{1}{2}) = \frac{k+1}{2}$

$\frac{14}{4}$= k+1

$\frac{7}{2} - 1 = k$

$k = \frac{7-2}{2} = \frac{5}{2}$

अध्याय : 3 रा. दोन चलपदांची रेषीय समीकरणे

1) A) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

2) C) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

3) B) समीकरणांना एकमेव उत्तर आहे.

4) A) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

5) D) संपाती रेषा

6) B) समांतर रेषा

7) C) एकमेव उत्तर

8) A) छेदणाऱ्या रेषा

9) C) समांतर रेषा

10) C) समांतर रेषा

11) C) समांतर रेषा

12) C) 6

13) C) 15/4

14) B) $2x + 3y = 9, 4x + 6y = 18$

15) B) रेषा एकमेकांना लंब असतील तर कोणतेही उत्तर नाही.

16) A) $x = 5, y = 2$

17) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ आणि $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

18) कोणतेही उत्तर नाही.

19) एकमेव उत्तर.

20) अनेक उत्तरे.

21) $2(l + b) = 32$

22) $x = 1 + 2y$

23) $a = 3, b = 6$

24) $p = 4$

25) समीकरणांना एकमेव उत्तर आहे.

26) संपाती रेषा.

27) एक उत्तर.

28) एक उत्तर.

29) एक उत्तर.

30) $x - 3y + 10 = 0$

31) कोणतेही उत्तर नाही.

III. दोन गुणांचे प्रश्न

32) $2x+y=10$,
$x - y= 2$

$3x = 12$
$x=4$

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

$2x+y=10$
$2(4)+y=10$
$8+y=10$
$y=10 - 8$
$y= 2$

33) $3x-y=15$,
$2x-y=5$

$5x=20$
$x=4$

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

$3x+y=15$
$3(4)+y=15$
$12+y=15$
$y=15-12$
$y=3$

34) $2x+y=8$
$x-y=1$

$3x=9$
$x=3$

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

$2x+y=8$
$2(3)+y=8$
$6+y=8$
$y=8-6$
$y=2$
$y=1$

35) x+y=14 -----(1)
x-y= 4 -----(2)

x+y=14
y=14 - x

समीकरण (2) मध्ये y ची किंमत भरा.

x-y= 4
x- (14- x) = 4
x- 14+ x = 4
2x = 4+14
2x = 18
x = 9

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

x+y=14
9+y =14
y = 14-9
y= 5

36) x+2y=8 -----(1)
x- y= -1 -----(2)

x+2y=8
x = 8 -2y

समीकरण (2) मध्ये x ची किंमत भरा.

x – y = -1
(8-2y) – y = -1
8 – 2y – y = -1
8 -3y = -1
-3y = -1 -8
-3y = -9
y = 3

समीकरण (1) मध्ये y ची किंमत भरा.

x+2y=8
x+2 (3) =8

x = 8-6
x= 2

37) 2x +y = 8
3x - y= 7

5x=15
x=3

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

2x+y=8
2(3)+y = 8
6+y=8
y=8-6
y=2

38) 2x + y = 10
x + y = 6
(-) (-) (-)
---
x = 4

समीकरण (2) मध्ये x ची किंमत भरा.

x + y = 6
(4)+y= 6
y= 6 - 4
y=2

39) 3x + y = 9
x + y = 5
(-) (-) (-)

2x = 4
x= 2

समीकरण (2) मध्ये x ची किंमत भरा.

x + y = 5

(2)+y= 5

y= 5 - 2

y = 3

40) x + 2y = 6

x + y = 5

(-) (-) (-)

---

y = 1

समीकरण (2) मध्ये y ची किंमत भरा.

x + y = 5

x + 1= 5

x = 5 - 1

x = 4

41) 2 x + y = 2

x + y = 4

(-) (-) (-)

---

x = -2

समीकरण (2) मध्ये x ची किंमत भरा.

x + y = 5

x + y = 4

(-2)+y= 4

y= 4 + 2

y = 6

42) x + 3y = 10

x + y = 6

(-) (-) (-)

---

2 y = 4

y = 2

समीकरण (2) मध्ये y ची किंमत भरा.

x + y = 6

x + 2 = 6

y= 6 - 2

y = 4

43) 2 x - y = 8

x + y = 7

3x = 15

x = 5

समीकरण (2) मध्ये x ची किंमत भरा.

x + y = 7

(5)+y= 7

y= 7 – 5 y = 2

44) 3 x - y = 4

x + y = 8

4x = 12

x = 3

समीकरण (2) मध्ये x ची किंमत भरा.

x + y = 8

(3)+y= 8

y= 8 - 3

y = 5

45) 4x + y = 13

x - y = 2

5x = 15

x = 5

समीकरण (2) मध्ये x ची किंमत भरा.

x - y = 2

(5) - y= 2

- y= 2 - 5

- y = -3

y = 3

46) x + y = 13

x – y = 1

2x = 14

x =7

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

x + y = 13

(7) + y = 13

y= 13 - 7

y = 6

47) x + 4y = 14

x – y = -1

(-) (+) (+)

5y = 15

y = 3

समीकरण (1) मध्ये y ची किंमत भरा.

x + 4y = 14

x + 4(3) = 14

x + 12 = 14

x = 14 -12

x = 2

48) 2 x - y = 5

x – y = 1

(-) (+) (-)

---

x = 4

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

$2x - y = 5$

$2(4) - y = 5$

$8 - y = 5$

$-y = 5 - 8$

$-y = -3$

$y = 3$

49) $5x - y = 14$

$x - y = -2$

(-) (+) (+)

$4x = 16$

$x = 4$

समीकरण (2) मध्ये x ची किंमत भरा.

$x - y = -2$

$4 - y = -2$

$-y = -2 - 4$

$-y = -6$

$y = 6$

50) $2x + y = 10$ ----(1)

$x + y = 6$ ----(2)

$x + y = 6$

$y = 6 - x$ ------(3)

समीकरण (1) मध्ये y ची किंमत भरा.

$2x + y = 10$

$2x + (6 - x) = 10$

$2x + 6 - x = 10$

$x = 10 - 6$

$x = 4$

समीकरण (3) मध्ये x ची किंमत भरा.

$y = 6 - x$

$y = 6 - 4$

y = 2

51) 3x + y = 10 ----(1)
x + y = 4 ----(2)

x + y = 4
y = (4 – x) -----(3)

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

3x + y = 10
3x + (4 – x) = 10
3x +4 – x = 10
2x = 10 -4
2x = 6
x = 3

समीकरण (3) मध्ये x ची किंमत भरा.

y = (4 – x)
y = 4 – 3
y =1

52) x +2 y = 13 -----(1)
x - y = - 2 -----(2)

x – y = - 2
x = (- 2 + y) -------(3)

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

x +2 y = 13
(-2 + y) + 2y =13
-2 + y + 2y = 13
3y = 13 + 2
3y = 15
y = 5

53) समजा त्या संख्या x आणि y आहेत.

x+y =10
x-y =2

2x =12
X = 6

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

x+y 10
6+y = 10
y = 10-6
y = 4

54) समजा त्या संख्या x आणि y आहेत.

x+y = 15 & x+1 =y
x+y= 15
x-y = -1

2x = 14
x = 7

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

x+y = 15
7+y = 15
y = 15-7
y = 8

55) Multiply eqn (1) by 1 and eqn (2) by 2

(3x+2y = 5) 1
(x –y = 1) 2
3x + 2y = 5
2x -2 y = 2

5x = 7
x =7
x = 7/5
(3x+2y = 5) 1

(x –y = 1) 3
3x+2y = 5
3x- 3y = 3

5y = 2
y =2/5

56) Multiply eqn (1) by 5 and eqn (2) by 2
(2x+5y = 7)5
(5x+2y = 7)2
10x + 25y = 35
10x + 4y = 14
(-) (-) (-)

21x = 21
x = 1

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

2x+5y = 7
2(1) +5y =7
2 + 5y = 7
5y = 7-2
5y = 5
y = 1

IV. तीन गुणांचे प्रश्न

57) समीकरणानुसार अपूर्णांक x/y मानू.

$$\frac{x+3}{y+2} = \frac{9}{11}$$

11x+22 = 9y+18
11x - 9y = -4 ---------- (1)

$$\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$$

6x+18=5y=15
6x-5y=15-18
6x+5y=-3 ---------- (2)

समीकरण (1) आणि (2) वरून

(11x-9y=-4) 5
(6x+5y=-3) 9
55x - 45y = -20
54x - 45y = -27
(-) (+) (+)
---
x=7

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत भरा.

11x - 9y = -4
11(7) - 9y= -4
77 - 9y = -4
-9y = -4 -77
-9y = -81
9y = 81
y=9
x=7, y=9

आवश्यक अपूर्णांक आहे $^{7}/_{9}$.

58) From given
x+10 = 2(y+10)
x+10 = 2y=20
x-2y = 10 ---------- (1)

दिलेल्या

x-10 = 6(y-10)
x-10 = 6y – 60
x-6y = -60+10
x-6y = -50 ---------- (32)

समीकरण (१) मधून समीकरण (२) वजा करा.

x-2y=10
x-6y=-50
(-) (+) (+)

$4y=60$

$y=15$

समीकरण (1) मध्ये y ची किंमत भरा.

$x-2y=10$

$x-2(15)=10$

$x-30=10$

$x=10+30$

$x=40$

x चे सध्याचे वय ४० आहे

y चे सध्याचे वय 15 आहे

59) समजा, स्थिर पाण्यात रितूचा वेग = x km/h

प्रवाहाचा वेग = y km/h

प्रवाहाच्या दिशेने वेग = (x + y) km/h

प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने वेग = (x - y) km/h

$2/(x + y) = 20$

$x + y = 10$ ...(1)

$4/(x - y) = 2$

$x - y = 2$ ...(2)

(1)+ (2)

$2x = 12$

$x = 6$

$x + y = 10$

$6 + y = 10$

$y = 4$

∴ स्थिर पाण्यात रितूचा वेग = 6 km/h

∴ प्रवाहाचा वेग = 4 km/h

60) समजा, दोन व्यक्तींचे उत्पन्न व खर्च अनुक्रमे x व y आहेत.

उत्पन्न – खर्च = बचत

(9x - 4y) = 2000 ...(1)

(7x - 3y) = 2000 ...(2)

समीकरण (1) ला 3 ने गुणिले:

27x - 12y = 6000

समीकरण (2) ला 4 ने गुणिले:

28x - 12y = 8000

वजाबाकी केल्यास,

-x = -2000

x = 2000

समीकरण (1) मध्ये x ची किंमत ठेवू:

9x - 4y = 2000

9(2000) - 4y = 2000

18000 - 4y = 2000

-4y = -16000

y = 4000

आता मासिक उत्पन्न शोधू.

पहिल्या व्यक्तीचे उत्पन्न = 9x
= 9(2000)
= 18000

दुसऱ्या व्यक्तीचे उत्पन्न = 7(2000)
= 14000

∴ पहिल्या व्यक्तीचे मासिक उत्पन्न = ₹18000

∴ दुसऱ्या व्यक्तीचे मासिक उत्पन्न = ₹14000

61) समजा, A चे वय = x

मुलाचे वय = y

दिलेल्या माहितीनुसार 5 वर्षांनंतर,

x + y = 3(y + 5)

x + y = 3y + 15

x - 3y = 15 - 5

x - 3y = 10 --------- (1)

5 वर्षांपूर्वी त्यांची वये,

x - 5 = 7(y - 5)

x - 5 = 7y - 35

x - 7y = -35 + 5

x - 7y = -30 --------- (2)

समीकरण (1) मधून समीकरण (2) वजा करू:

x - 3y = 10

x - 7y = -30

(-) (+) (+)

4y = 40

y = 10

समीकरण (1) मध्ये y ची किंमत ठेवू:

x - 3y = 10

x - 3(10) = 10

x - 30 = 10

x = 40

∴ A चे वर्तमान वय = 40 वर्षे

∴ त्याच्या मुलाचे वर्तमान वय = 10 वर्षे

V. चार गुणांचे प्रश्न

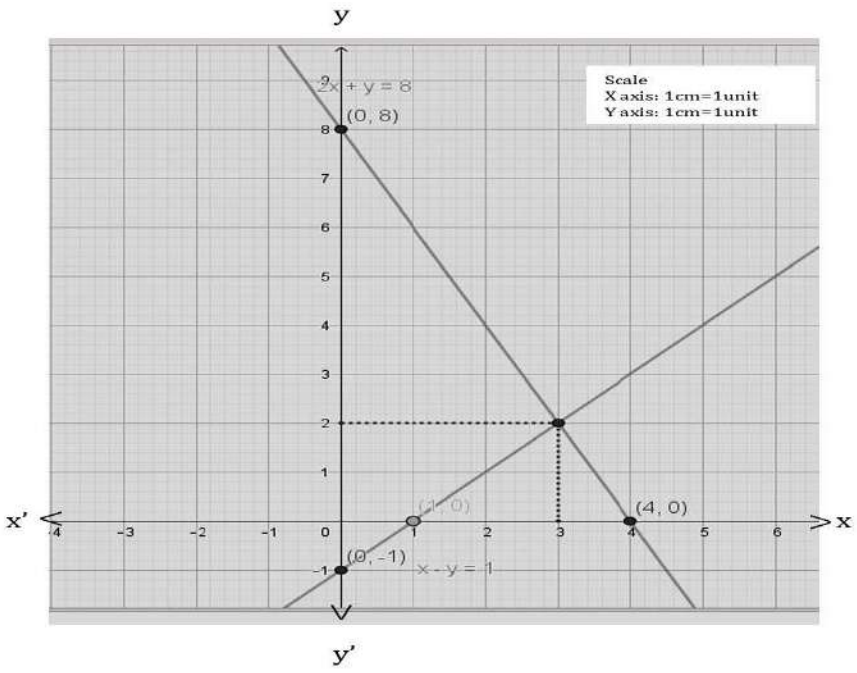
62. $2x + y = 8$, $x - y = 1$

$2x + y = 8$

X	0	4
Y	8	0
(x,y)	(0,8)	(4,0)

$x - y = 1$

X	0	1
Y	-1	0
(x,y)	(0,-1)	(1,0)



From the graph $x=3$ & $y = 2$

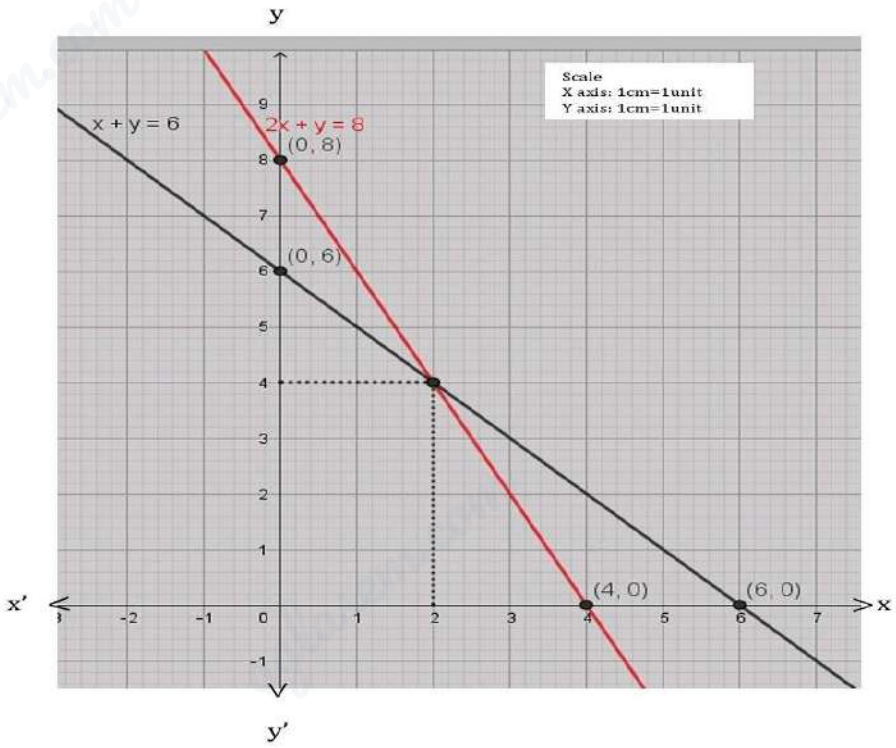
63. $2x + y = 8$ $\quad$ $x + y = 6$

$2x + y = 8$

X	0	4
Y	8	0
(x,y)	(0,8)	(4,0)

$x + y = 6$

X	0	6
Y	6	0
(x,y)	(0,6)	(6,0)



From the graph $x = 2$ & $y = 4$

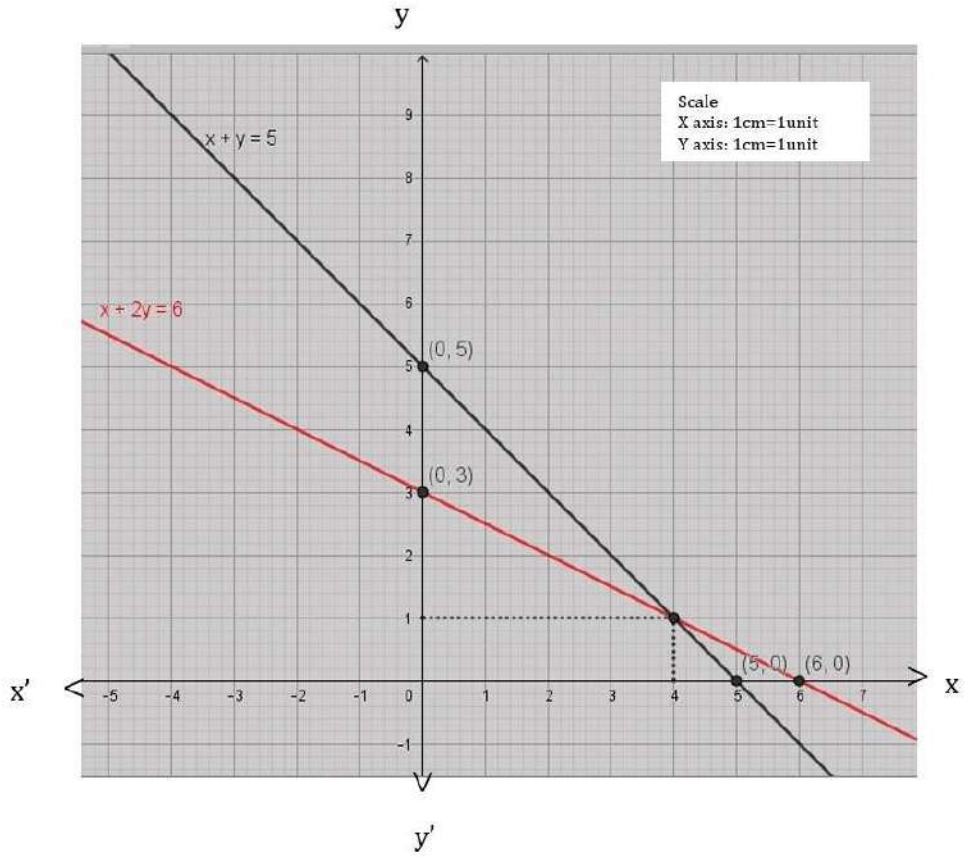
64. $x + 2y = 6$ $\quad$ $x + y = 5$

$x + 2y = 6$

X	0	6
Y	3	0
(x,y)	(0,3)	(6,0)

$x + y = 5$

X	0	5
Y	5	0
(x,y)	(0,5)	(5,0)



From the graph $x = 4$ & $y = 1$

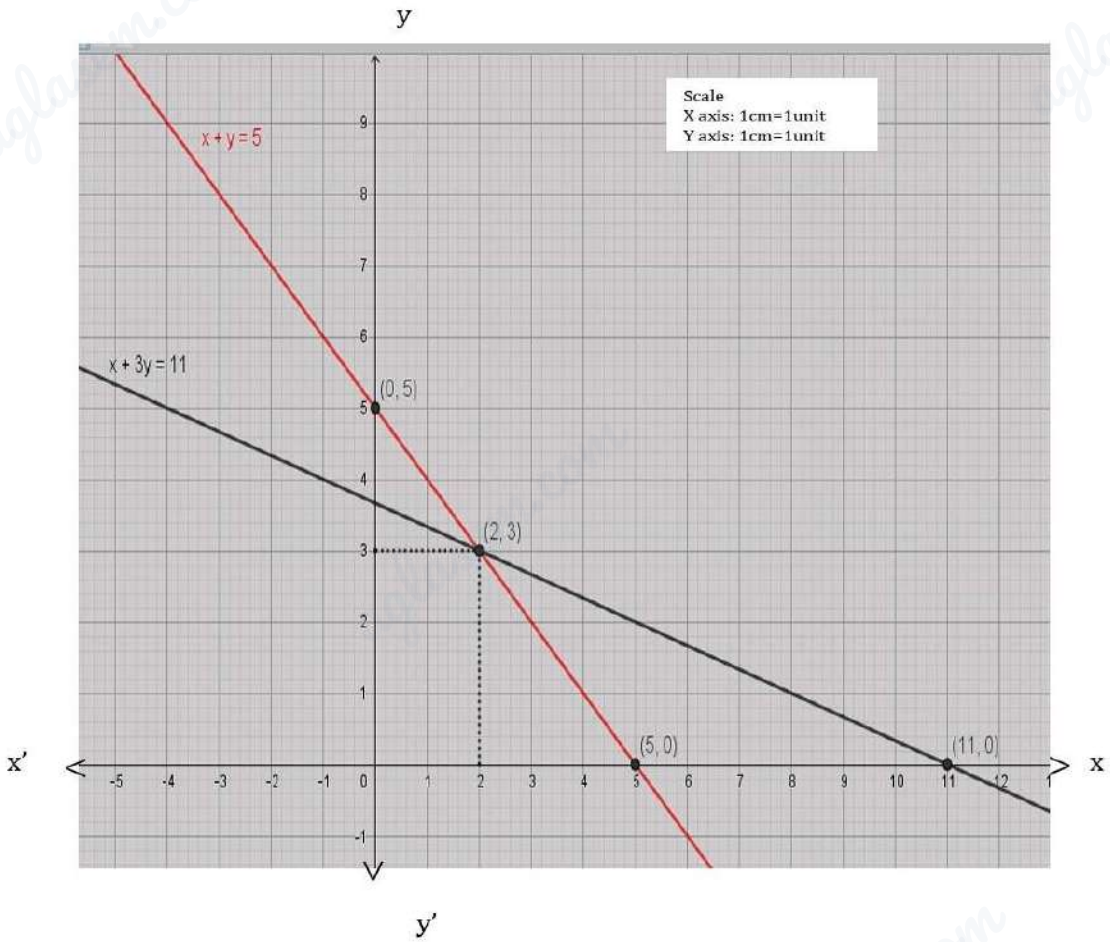
65. $x + 3y = 11$ $\quad x + y = 5$

$x + 3y = 11$

X	2	11
Y	3	0
(x,y)	(2,3)	(11,0)

$x + y = 5$

X	0	5
Y	5	0
(x,y)	(0,5)	(5,0)



From the graph $x = 2$ & $y = 3$

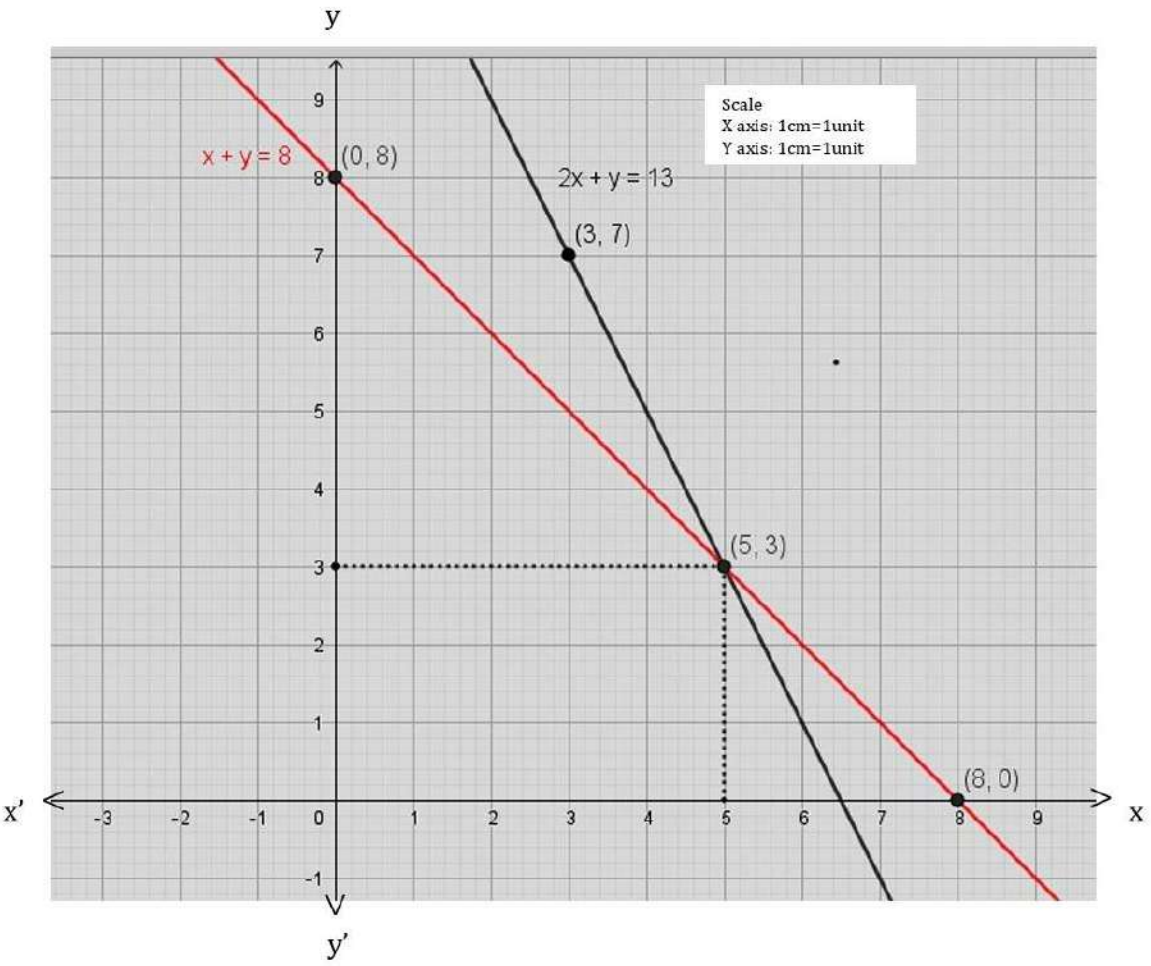
66. $2x + y = 13$ $\quad x + y = 8$

$2x + y = 13$

X	3	5
Y	7	3
(x,y)	(3,7)	(5,3)

$x + y = 8$

X	0	8
Y	8	0
(x,y)	(0,8)	(8,0)



From the graph $x = 5$ & $y = 3$

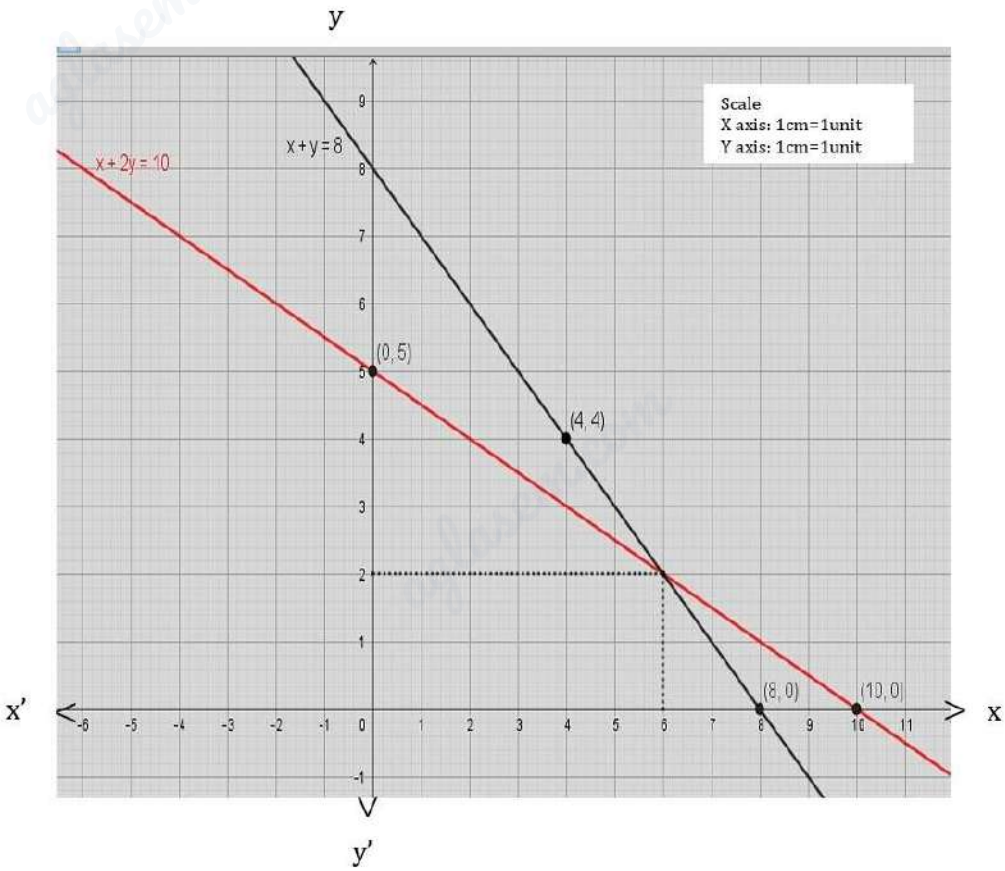
67. $x+2y = 10$ $\quad x + y = 8$

$x + 2y = 10$

X	0	10
Y	5	0
(x,y)	(0,5)	(10,0)

$x + y = 8$

X	4	8
Y	4	0
(x,y)	(4,4)	(8,0)



From the graph x= 6 & y = 2

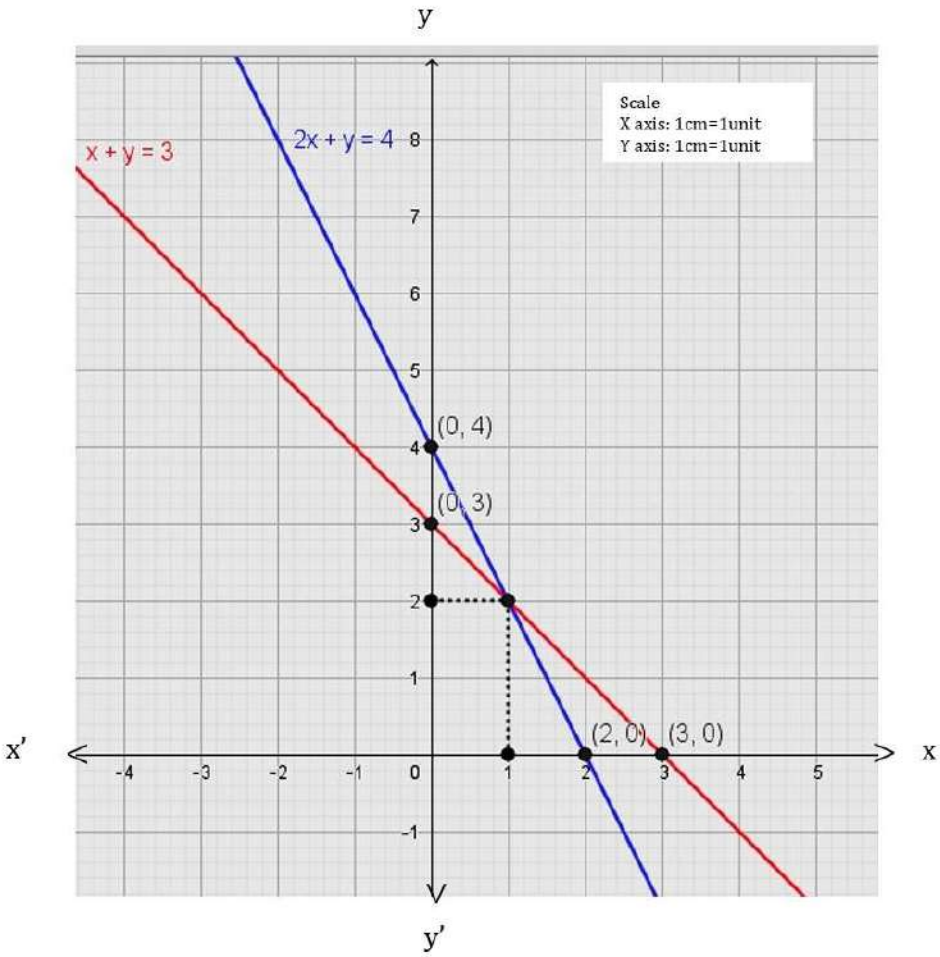
68. $2x+y = 4$ $\quad$ $x + y = 3$

$2x + y = 4$

X	0	2
Y	4	0
(x,y)	(0,4)	(2,0)

$x + y = 3$

X	0	3
Y	3	0
(x,y)	(0,3)	(3,0)



From the graph $x= 1$ & $y = 2$

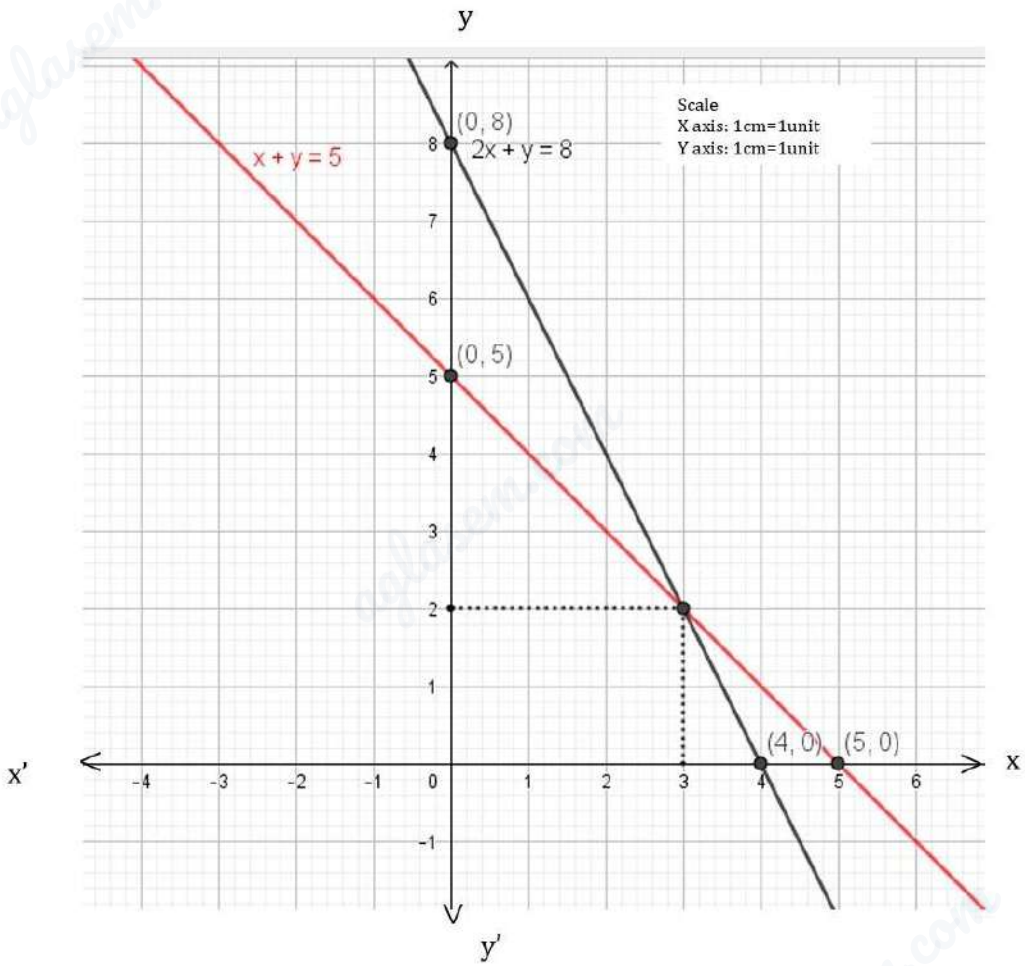
69. $2x+y = 8$ $\quad$ $x + y = 5$

$2x + y = 8$

X	0	4
Y	8	0
(x,y)	(0,8)	(4,0)

$x + y = 5$

X	0	5
Y	5	0
(x,y)	(0,5)	(5,0)



From the graph x= 3 & y =2

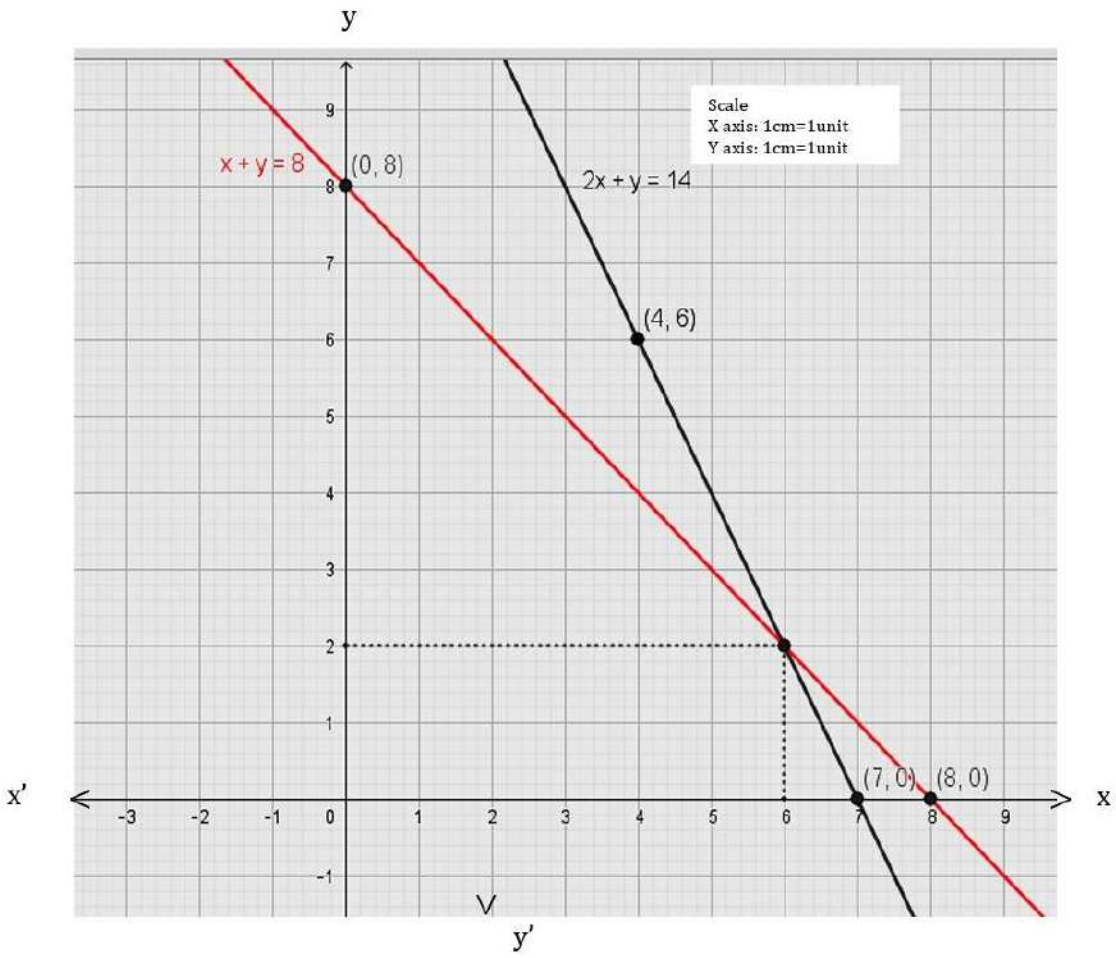
70. $x+2y = 14$ $\quad x + y = 8$

$x + 2y = 14$

X	4	7
Y	6	0
(x,y)	(4,6)	(7,0)

$x + y = 8$

X	0	8
Y	8	0
(x,y)	(0,8)	(8,0)



From the graph $x = 6$ **&** $y = 2$

घटक – 04 वर्गसमीकरणे

I. बहुपर्यायी प्रश्न:

1. B) $ax^2+bx+c=0$

2. D) $x^2+3x+4=0$

3. C) $x^2 - 5x + 6 = 0$

4. D) -6

5. B) **वर्गसमीकरण**

6. D) $2x^2 - 3x + 5 = 0$

7. D) x (x+1)=30

8 A) $b^2 - 4ac$

9. A) 0

10. B) वास्तव व समान

11. A) दोन समान उकल

12 A) 9 .

13. .D) $b^2 - 4ac > 0$

14 B) 3,-2

15 C) $\frac{3}{2}$

16. C) -7

II. एक गुणांचे प्रश्न

17. x(2+x)=3
    $2x+x^2 = 3$
    $2x+x^2 -3 = 0$

18. $\frac{x+1}{2} = \frac{1}{x}$
    $x(x+1) = 2$
    $x^2+x = 2$
    $x^2+x-2=0$

19. $px^2 +qx-r = 0$
    $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = q^2+4pr$

20. $2x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 2 \times 3$

$\Delta = 16-4$

$\Delta = -8$

21. (x+3)=0

x= -3

22. x = 1 ,x= -3

23. $x^2 - 5x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2-4\times1\times1$

$\Delta = 25- 4$

$\Delta = 21$

24. $x^2 - 9 = 0$

$x^2=9$

x = ±3

वास्तव व स्पष्ट

25. $2m^2 = 2 - m$

$2m^2 + m - 2 = 0$

26. . $x^2 - x=0$

x(x-1) = 0

x = 0 , x= 1

27. x(x+2) = 0

x=0, x+2=0

x=0, x= -2

28. x = $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

29. x^2+ x -306 =0

III. दोन गुणांचे प्रश्न

30. $x^2 + 7x + 12 = 0$

$x^2 + 4x + 3x + 12 = 0$

$x(x + 4) + 3(x + 4) = 0$

$(x+4)(x + 3) = 0$

$x + 4 = 0$, $x + 3 = 0$

$x = -4$, $x = -3$

31. $x^2 + 4x - 60 = 0$

$$x^2 + 10x - 6x - 60 = 0$$
$$x(x + 10) - 6(x + 10) = 0$$
$$(x + 10)(x - 6) = 0$$
$$(x + 10) = 0, \quad (x - 6) = 0$$
$$x = -10 , \ x = 6$$

32. $x^2 + 3x + 2 = 0$

$$x^2 + 1x + 2x + 2 = 0$$
$$x(x + 1) + 2(x + 1) = 0$$
$$(x + 1)(x + 2) = 0$$
$$(x + 1) = 0, \quad (x + 2) = 0$$
$$x = -1 , \ x = -2$$

33. $2x^2 + x - 6 = 0$

$$2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$$
$$2x(x + 2) - 3(x + 2) = 0$$
$$(x + 2)(2x - 3) = 0$$
$$(x + 2) = 0, \quad (2x - 3) = 0$$
$$x = -2 , \ x = \frac{3}{2}$$

34. $x^2 + 8x + 12 = 0$

$$x^2 + 6x + 2x + 12 = 0$$
$$x(x + 6) + 2(x + 6) = 0$$
$$(x + 6)(x + 2) = 0$$
$$(x + 6) = 0, \quad (x + 2) = 0$$
$$x = -6 , \ x = -2$$

35. $3x^2 - 6x + 3 = 0$

$3x^2 - 3x - 3x + 3 = 0$

$3x(x-1) - 3(x-1) = 0$

$(x-1)(3x-3) = 0$

$x - 1 = 0$ आणि $3x - 3 = 0$

$x = 1$ $\quad 3x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{3} = 1$

बीजे : $x = 1$ आणि $x = 1$

36. $x^2 - 3x - 10 = 0$

$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$

$x(x-5)+2(x-5) = 0$

$(x-5)(x+2)=0$

$x-5=0$ आणि $x+2=0$

$x = 5$ $x=-2$

बीजे : $x = 5$ आणि $x = -2$

37. $x^2 + 6x + 8 = 0$

$x^2+4x+2x+8 = 0$

$x(x+4)+2(x+4) = 0$

$(x+4)(x+2)=0$

$x+4=0$ आणि $x+2=0$

$x = -4$ $x=-2$

बीजे : $x = -4$ आणि $x = -2$

38. $2x^2 + 4x + 2 = 0$

$2x^2+2x+2x+2 = 0$

$2x(x+1)+2(x+1) = 0$

$(x+1)(2x+2)=0$

$x+1=0$ आणि $2x+2=0$

$x = -1$ $2x=-2$

$x = \frac{-2}{2} = -1$

बीजे : $x = -1$ आणि $x = -1$

39. $x^2 + 5x + 6 = 0$

$x^2+3x+2x+6 = 0$

$x(x+3)+2(x+3) = 0$

$(x+3)(x+2)=0$

$x+3=0$ आणि $x+2=0$

$x = -3$ $x=-2$

बीजे : $x = -3$ आणि $x = -2$

40. $x^2 + 5x + 4 = 0$

$x^2+4x+x+4 = 0$

$x(x+4)+1(x+4) = 0$

$(x+4)(x+1)=0$

$x+4=0$ आणि $x+1=0$

$x = -4$ $x=-1$

बीजे : $x = -4$ आणि $x=-1$

41. $2x^2 + 3x - 7 = 0$

वर्गसमीकरणाचा प्रमाणित नमुना of $ax^2+bx+c=0$

$a = 2,\quad b=3,\quad c=-7$

विवेचक $\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 3^2 - 4(2)(-7)$

$\Delta = 9 +56 =65 > 0$

वास्तव व स्पष्ट

42. $x^2 + 5x +6 = 0$

वर्गसमीकरणाचा प्रमाणित नमुना $ax^2+bx+c=0$

$a = 1,\quad b=5,\quad c=6$

विवेचक $\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 5^2 - 4(1)(6)$

$\Delta = 25 -24 =1 > 0$

वास्तव व स्पष्ट

43. $-2x^2 + 7x +1 = 0$

वर्गसमीकरणाचा प्रमाणित नमुना $ax^2+bx+c=0$

$a = -2,\quad b=7,\quad c=1$

विवेचक $\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 7^2 - 4(-2)(1)$

$\Delta = 49 + 8 =57 > 0$

वास्तव व स्पष्ट

44. $3x^2 + 5x - 3 = 0$

वर्गसमीकरणाचा प्रमाणित नमुना $ax^2+bx+c=0$

$a = 3,\quad b=5,\quad c=-3$

विवेचक $\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 5^2 - 4(3)(-3)$

$\Delta = 25 +36 =61 > 0$

वास्तव व स्पष्ट

45. $- x^2 + 4x -7 = 0$

वर्गसमीकरणाचा प्रमाणित नमुना $ax^2+bx+c=0$.

$a = -1,\quad b=4,\quad c=-7$

विवेचक $\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 4^2 - 4(-1)(-7)$

$\Delta = 16 - 28 = -12 < 0$,

बीजे संकीर्ण

46. $2x^2 + 8x + 8 = 0$

वर्गसमीकरणाचा प्रमाणित नमुना $ax^2+bx+c = 0$.

$a = 2, \quad b = 8, \quad c = 8$

विवेचक $\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 8^2 - 4(2)(8)$

$\Delta = 64 - 64 = 0$,

बीजे वास्तव व समान.

47. $(x + 2)^3 = x^3 - 4$ $\qquad (a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$

$x^3+2^3+3(x)2(x+2) = x^3-4$

$8+6x(x+2) = -4$

$8+4+6x^2+12x = 0$

$6x^2+12x+12 = 0$

48. $(2x+3)\, x = x^2+1$

$2x^2+3x = x^2+1$

$2x^2 - x^2+3x - 1 = 0$

$x^2+3x - 1 = 0$

49. $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$a = 2$, $b = -5$, $c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4\times2\times3$

$\Delta = 25 - 24 = 1 > 0$

बीजे वास्तव व स्पष्ट

50. $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$a = 4$, $b = -4$, $c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4\times4\times1$

$\Delta = 16 - 16 = 0$

बीजे वास्तव व समान.

51. $2x^2 - 6x + 3 = 0$

a= 2 , b = -6 , c = 3

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 2 \times 3$

$\Delta = 36 - 24 = 12 > 0$

बीजे वास्तव व स्पष्ट

52. $x^2 + 4x + 4 = 0$

a= 1 , b = 4 , c = 4

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (4)^2 - 4 \times 1 \times 4$

$\Delta = 16 - 16 = 0$

बीजे वास्तव व समान.

53. $2x^2 - 5x - 1 = 0$

a= 2 , b = -5 , c = -1

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 \times -1$

$\Delta = 25 + 8 = 33 > 0$

बीजे वास्तव व स्पष्ट

54. $x^2 + ax - 4 = 0$

a= 1 , b = a , c = -4

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (a)^2 - 4 \times 1 \times -4$

$\Delta = a^2 + 16 > 0$

बीजे वास्तव व स्पष्ट

55. $kx^2 + 6x + 1 = 0$

a= k , b = 6 , c = 1

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$

$\Delta = (6)^2 - 4 \times k \times 1 = 0$

$36 - 4k = 0$

$4k = 36$

$k = 9$

56. $x^2 + bx + 9 = 0$

a= 1 , b = b , c = 9

$b^2 - 4ac = 0$

$(b)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$

$b^2 - 36 = 0$

$b^2 = 36$

$b = \sqrt{36}$

$b = \pm 6$

वर्गसमीकरण $x^2 - 6x + 9 = 0$

57. $2x^2 + kx + 3 = 0$

a= 2 , b = k , c = 3

$b^2 - 4ac = 0$

$(k)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 0$

$k^2 - 24 = 0$

$k^2 = 24$

$k = \sqrt{24}$

$k = \sqrt{4 \times 6}$

$k = \pm 2\sqrt{6}$

58. $x^2 + 4x + 5 = 0$

a= 1 , b = 4 , c = 5

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (4)^2 - 4 \times 1 \times 5$

$\Delta = 16 - 20 = -4 < 0$

बीजे संकीर्ण

59. $3x^2 - 5x + 2 = 0$

$3x^2 - 3x - 2x + 2 = 0$

$$3x(x-1) - 2(x-1) = 0$$

$$(x-1)(3x-2) = 0$$

$$(x-1) = 0 , \quad (3x-2) = 0$$

$x = 1$, $x = \frac{2}{3}$

60. $3x^2 - 6x + 3 = 0$

$$3x^2 - 3x - 3x + 3 = 0$$

$$3x(x-1) - 3(x-1) = 0$$

$$(x-1)(3x-3)=0$$

$$(x-1)=0\,,\quad (3x-3)=0$$

x = 1 , x = $\frac{3}{3}=1$

IV. Three /Four Marks Questions

61. पहिल्या चौकोनाची लांबी x mts. मानू
दुसऱ्या चौकोनाची लांबी y mts मानू

पहिल्या चौकोनाचे क्षेत्रफळ x^2 आणि दुसऱ्या चौकोनाचे क्षेत्रफळ y^2
पहिल्या चौकोनाची परिमिती 4x आणि दुसऱ्या चौकोनाची परिमिती 4y

4x – 4y = 64
x-y = 16
x = (y+16).....(1)
$x^2 + y^2$ = 640
$(y+16)^2 + y^2 = 640$
y^2 + 32y +256 +y^2 = 640
$2y^2$ + 32y -384 = 0
y^2 + 16y -192 = 0
y^2 + 24y -8y -192 = 0
$y(y+24)-8(y+24)=0$
$(y+24)(y-8)=0$
$(y+24)=0\,,\quad (y-8)=0$
y= -24 , y = 8
दुसऱ्या चौकोनाची लांबी y = 8 mts
पहिल्या चौकोनाची लांबी x = 8+16 = 24 mts

62. दोन क्रमवार विषम पूर्णांक संख्या x आणि x+2 मानू

$x^2 + (x+2)^2 = 290$
$x^2 + x^2$ +4x +4 =290
$2x^2$+4x-286 = 0
x^2+2x-143 = 0
x^2+13x-11x-143 = 0
x(x+13)-11(x+13) = 0
(x+13)(x-11) = 0
x+13 = 0 , x-11 = 0
x = -13 , x = 11
दोन क्रमवार विषम पूर्णांक संख्या 11 आणि 13

63. आईचे आत्ताचे वय x वर्ष मानू आणि मुलाचे आत्ताचे वय y वर्ष मानू
आईचे आत्ताचे वय मुलाच्या आताच्या वयाच्या वर्गाच्या दुप्पट आहे x = $2y^2$

आठ वर्षानंतर आईचे वय (x+8) वर्ष होईल आणि आठ वर्षानंतर मुलाचे वय (y+8) वर्ष होईल
आठ वर्षानंतर आईचे वय मुलाच्या वयाच्या तिकटीपेक्षा चारने अधिक आहे

$$x+8 = 3(y+8) + 4$$
$$2y^2 +8 = 3y+24 +4$$
$$2y^2 +8 = 3y+28$$
$$2y^2 – 3y -20 = 0$$
$$2y^2 -8y +5y -20 =0$$
$$2y(y-4) +5(y-4) = 0$$
$$(y-4)(2y+5) = 0$$
$$y-4 = 0 \ , \ 2y +5 =0$$
$$y = 4 \ , y = \frac{-5}{2}$$

आईचे आत्ताचे वय x = 32 वर्ष
मुलाचे आत्ताचे वय y = 4 वर्ष

64. पाया = x cm मानू, लंब उंची = (x – 5) cm मानू

$$\frac{1}{2} \times x \times (x-5) =150$$
$$x^2-5x-300 = 0$$
$$x^2-20x+15x-300 = 0$$
$$x(x-20) +15(x-20) = 0$$
$$(x-20)(x+15) = 0$$
$$x-20 = 0 \ , \ x+15 = 0$$
$$x = 20 \ , x = -15$$

पाया = x =20 cm
लंब उंची = (x-5) = 20-5 = 15 cm

65. दोन क्रमवार समपूर्णांक x आणि (x + 2) मानू

$$x^2 + (x + 2)^2 = 164$$
$$x^2 +x^2 +4x +4 =164$$
$$2x^2+4x-160 = 0$$
$$x^2+2x-80 = 0$$
$$x^2+10x-8x-80 = 0$$
$$x(x+10)-8(x+10) = 0$$
$$(x+10)(x-8) = 0$$
$$x+10 = 0 \ , \ x-8 = 0$$
$$x = -10 \ , \ x = 8$$

दोन क्रमवार समपूर्णांक 8 आणि 10

66. दोन संख्या x आणि y मानू

$$x+y = 27$$
$$y = 27- x$$
$$x(27-x) = 182$$
$$27x - x^2 = 182$$
$$x^2-27x+182 = 0$$
$$x^2-14x-13x+182 = 0$$
$$x(x-14) -13(x-14) = 0$$
$$(x-14)(x-13) = 0$$
$$x-14 = 0 \ , \quad x-13 = 0$$
$$x = 14 \ , \ x = 13$$

तर त्या दोन संख्या 14 आणि 13

67. पाया = x cm, उंची = (x – 7) cm

$$x^2 + (x-7)^2 = 13^2$$
$$x^2 + x^2 -14x +49 =169$$
$$2x^2-14x+49-169 = 0$$
$$x^2-7x-60 = 0$$
$$x^2-12x+5x-60 = 0$$
$$x(x-12)+5(x-12) = 0$$
$$(x-12)(x+5) = 0$$
$$x-12 = 0 \ , \quad x+5 = 0$$
$$x = 12 \ , \ x = -5$$

पाया = x = 12 cm आणि उंची = (x – 7) = 12 – 7 = 5 cm

68.

पुस्तकांची संख्या	प्रत्येक पुस्तकाची किंमत (Rs.)
x	$\frac{60}{x}$
x+5	$\frac{60}{x+5}$

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = 1$$
$$\frac{60(x+5)-60x}{x(x+50} = 1$$
$$\frac{60x+300-60x}{x^2+5x} = 1$$
$$\frac{300}{x^2+5x} = 1$$
$$x^2+5x= 300$$
$$x^2+5x-300 = 0$$
$$x^2+20x-15x-300 = 0$$
$$x(x+20)-15(x+20) = 0$$
$$(x+20)(x-15) = 0$$

$x+20 = 0$, $x-15 = 0$

$x = -20$, $x = 15$

पुस्तकांची संख्या = 15

69. आताचे मुलाचे वय x वर्ष आणि आत्ताचे वडिलांचे वय $(x + 30)$ वर्ष

पाच वर्षानंतर मुलाचे वय $(x+5)$ वर्ष होईल आणि पाच वर्षानंतर त्यांच्या वडिलांचे वय $(x+35)$ वर्ष होईल

$(x+5)(x+35) = 400$

$x^2 +40x +175 =400$

$x^2 +40x -225 = 0$

$x^2+45x-5x-225 = 0$

$x(x+45)-5(x+45) = 0$

$(x+45)(x-5) = 0$

$x+45 = 0$, $x-5 = 0$

$x = -45$, $x = 5$

आताचे मुलाचे वय 5 वर्ष आणि आत्ताचे वडिलांचे वय 35 वर्ष

70. पहिली संख्या x तर दुसरी संख्या $(x – 3)$

$x^2 + (x-3)^2 = 29$

$x^2 +x^2 -6x +9 =29$

$2x^2-6x-20 = 0$

$x^2-5x+2x-10 = 0$

$x(x-5)+2(x-5) = 0$

$(x-5)(x+2) = 0$

$x-5 = 0$, $x+2 = 0$

$x = 5$, $x = -2$

पहिली संख्या = $x = 5$ आणि दुसरी संख्या = $x-3 = 5-3 = 2$

71. पाया $2x + 4$ cm आणि उंची $= x$ cm

$\frac{1}{2} \times x \times (2x+4) =48$

$x^2+2x-48 = 0$

$x^2+8x-6x-48 = 0$

$x(x+8) -6(x+8) = 0$

$(x+8)(x-6) = 0$

$x+8 = 0$, $x-6 = 0$

$x = -8$, $x = 6$

पाया = $2(6) + 4 = 16$ cm आणि उंची $= 6$ cm

72. सहलीला गेलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या x मानू

$$\frac{900}{x-10} - \frac{900}{x} = 15$$

$900x-900(x-10) = 15x(x-10)$

$900x-900x+ 9000 = 15x^2-150x$

$15x^2-150x-9000 = 0$

$x^2-10x-600 = 0$

$x^2-30x+20x-600= 0$

$x(x-30) +20(x-30) = 0$

$(x-30)(x+20) = 0$

$x-30 = 0$, $x+20 = 0$

$x = 30$, $x = -20$

सहलीला गेलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या = 30 – 10 = 20

73.

लांबी =x , रुंदी = y मानू

आयताची परिमिती = $2x +2y = 32$

$x+y = 16$

$y = 16 – x$

आयताचे क्षेत्रफळ = $xy = 60$

$x(16-x) = 60$

$16 - x^2 = 60$

$x^2-16x+60 = 0$

$x^2-10x-6x+60 = 0$

$x(x-10) -6(x-10) = 0$

$(x-10)(x-6) = 0$

$x-10= 0$, $x-6 = 0$

$x = 10$, $x = 6$

लांबी = x = 10 m , रुंदी = y = 6 m

74. आगगाडीचा वेग x km/h मानू

$$\frac{480}{x} - \frac{480}{x+10} = 4$$

$480(x+10) -480x = 4(x+10)x$

$480x +4800 – 480x =4x^2 +40x$

$4x^2+40x – 30x-12000= 0$

$x(x+40)-30(x+40) = 0$

$(x+40)(x-30) = 0$

x+40 = 0 , x-30 = 0

x = -40 , x = 30

आगगाडीचा वेग x = 30 km/h

75.

लांबी =x मानू, रुंदी = y मानू

आयताकार जमिनीची परिमिती = 2x +2y = 80

x+y = 40

y = 40 – x

आयताकार जमिनीचे क्षेत्रफळ = xy = 400

x(40-x) = 400

40x - x^2 = 400

x^2-40x+400 = 0

x^2-20x-20x+400 = 0

x(x-20) -20(x-20) = 0

(x-20)(x-20) = 0

x-20= 0 , x-20 = 0

x = 20 , x = 20

लांबी =x = 20 m , रुंदी = y = 40 – x = 40-20 =20 m

76. A सायकलचा वेग x km/h मानू

ऑफिसला पोहोचण्यासाठी A या सायकल साठी लागणारा वेळ = $\frac{\text{अंतर}}{\text{वेग}} = \frac{12}{x}$ तास

B सायकलचा वेग हा A सायकल पेक्षा दोन तास जास्त लागतो = (x+2) KM/ h

ऑफिसला पोहोचण्यासाठी B सायकलला लागलेला वेळ = $\frac{12}{x+2}$ तास

$\frac{12}{x} - \frac{12}{x+2} = \frac{1}{2}$, 30 min = $\frac{1}{2}$ hr

$\frac{12}{x} - \frac{12}{x+2} = \frac{1}{2}$

$\frac{12(x+2)-12}{x(x+2)} = \frac{1}{2}$

$\frac{24}{x^2+2x} = \frac{1}{2}$

x^2 +8x- 6x- 48 = 0

x^2 +2x- 48 = 0

x(x+8) – 6(x+8) = 0

(x+8)(x-6) = 0

x = - 8 , x = 6

A सायकलचा वेग = 6 km/h आणि B सायकलचा वेग = 6+2 = 8 km/h

ऑफिसला पोहोचण्यासाठी A या सायकल साठी लागणारा वेळ = $\frac{\text{अंतर}}{\text{वेग}} = \frac{12}{6}$ = 2 hrs

B = $\frac{\text{अंतर}}{\text{वेग}} = \frac{12}{8}$ = 1.5 hrs

77. आर्टिकल ची किंमत Rs. X मानू

विक्री किंमत= Rs. 24

मिळालेला शेकडा नफा= x + $\frac{x^2}{100}$ = 24.

x^2 +100x – 2400 = 0

x^2 +120x – 20x - 2400 = 0

$$x(x + 120) - 20(x + 120) = 0$$

(x+120)(x-20) = 0

x = - 120 , x = 20

आर्टिकल ची किंमत x = Rs. 20

78. आर्टिकल ची किंमत Rs. X मानू

विक्री किंमत = Rs 24

तोटा = विक्री किंमत – छापील किंमत

शेकडा तोटा $\frac{x}{100}$ × x = x -24

$\frac{x^2}{100}$ - x = 24

x^2 - 100x - 2400 = 0

x^2 - 120x +20x - 2400 = 0

$x(x - 120) + 20(x - 120) = 0$

(x-120)(x+ 20) = 0

x = 120 , x = - 20

आर्टिकल ची किंमत = Rs. 120

79. $(1+m^2)x^2$ +2mcx+c^2 - a^2 = 0

a = $(1+m^2)$, b = 2mc , c = $c^2 - a^2$

जर बीजे समान $\Delta = b^2 - 4ac = 0$

$(2mc)^2$ - 4$(1+m^2)(c^2 - a^2)$ = 0

$4m^2c^2 - 4 (c^2 - a^2 + m^2c^2 - a^2m^2) = 0$

$m^2c^2 - c^2 + a^2 - m^2c^2 + a^2m^2 = 0$

$-c^2 + a^2 (1+m^2) = 0$

$c^2 = a^2 (1+m^2) = 0$

80. (b-c)x^2+(c-a) x +(a-b) = 0

ax^2+bx+c = 0

a = (b-c) b = (c-a) c = (a-b)

$b^2 - 4ac = 0$

$(c-a)^2 - 4[b-c)(a-b)]$

$c^2 - 2ac + a^2 - 4(ab - ac - b^2 + ab) = 0$

$c^2 - 2ac + a^2 - 4ab + 4ac + 4b^2 - 4cb = 0$

$a^2 + 4b^2 + c^2 - 4ab - 4bc + 2ac = 0$

$(a - 2b + c)^2 = 0$

$$a - 2b + c = 0$$

a + c = 2b

2b = a + c

81. वाहत्या पाण्याचा प्रवाहाचा वेग = x km/h मानू
शांत पाण्यातील बोटीचा वेग = 11 km/h
प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने बोटीचा वेग = (11-x) km/h
प्रवाहाच्या दिशेने बोटीचा वेग = (11+x) km/h

प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने बोटीला लागलेल्या वेळ = $t_1 = \frac{12}{11-x}$ hrs
प्रवाहाच्या दिशेने बोटीला लागलेल्या वेळ = $t_2 = \frac{12}{11+x}$ hrs
$t_1 + t_2 = 2\frac{3}{4}$
$\frac{12}{11-x} + \frac{12}{11+x} = 2\frac{3}{4}$
$\frac{12(11+x)+12(11-x)}{(11-x)(11+x)} = \frac{11}{4}$
48(11+x)+48(11-x) = 11(11-x)(11+x)
528+48x+528 -48x = 11(121-x^2)
1056 = 1331- $11x^2$
$11x^2$ = 1331-1056
$11x^2$ = 275
$x^2 = \frac{275}{11}$
x^2 = 25
x = ±5
वाहत्या पाण्याचा प्रवाहाचा वेग = x= 5 km/h

82. वय x वर्ष मानू

(19+x)(15+x) = 480
x^2-34x-195 = 0
x^2+39x-5x-195= 0

$x(x+39) -5(x+39) = 0$

$(x+39)(x-5) = 0$

$x+39= 0 \ , \ x-5 = 0$

$x = -39 , x = 5$

पाच वर्षानंतर वयाचा गुणाकार 480

83. शांत पाण्यातील बोटीचा वेग = x km/h

प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने बोटीचा वेग = (x-5) km/h

प्रवाहाच्या दिशेने बोटीचा वेग = (x+5) km/h

प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने बोटीला लागलेल्या वेळ = $t_1 = \frac{30}{x-5}$ hrs

प्रवाहाच्या दिशेने बोटीला लागलेल्या वेळ = $t_2 = \frac{30}{x+5}$ hrs

$t_{1+} t_2 = \frac{9}{2}$

$\frac{30}{x-5} + \frac{30}{x+5} = \frac{9}{2}$

$\frac{30(x+5)+30(x-5)}{(x-5)(x+5)} = \frac{9}{2}$

$30(x+5)2 +30(x-5)2 = 9(x+5)(x-5)$

$60x+300+60x-300 = 9x^2-225$

$120x = 9x^2 – 225$

$3x^2 – 40x -75 = 0$

$3x^2-40x+5x-75 = 0$

$3x(x-15) +5(x-15) = 0$

$(x-15)(3x+5) = 0$

$x-15= 0 \ , \ 3x+5 = 0$

$x = 15 , x = \frac{-5}{3}$

शांत पाण्यातील बोटीचा वेग = x =15 km/h

84. पॅसेंजर अगगाडीचा वेग x km/h

एक्सप्रेस अगगाडीचा वेग = (x+11) km/h

वेळ= $\frac{\text{अंतर}}{\text{वेग}}$

132 km पॅसेंजर आगगाडीला जाण्यासाठी लागलेला वेळ = $t_1 = \frac{132}{x}$hrs

132 km एक्सप्रेस आगगाडीला जाण्यासाठी लागलेला वेळ = $t_2 = \frac{132}{x+11}$hrs

$\frac{132}{x} - \frac{132}{x+11} = 1$

$\frac{132(x+11)-132x)}{x(x+11)} = 1$

$12 + 1452 - 132x = x^2 + 11x$

$x^2 +11x -1452 = 0$

$3x^2-33x+44x-1452 = 0$

$x(x-33) +44(x-33) = 0$

(x-33)(x+44) = 0

x-33= 0 , x+44 = 0

x = 33, x = -44

पॅसेंजर अगगाडीचा वेग x = 33 km/h

एक्सप्रेस अगगाडीचा वेग = (x+11) = 33+11 = 44 km/h

सरासरी वेग = $\frac{33+4}{2}$ = $\frac{77}{2}$ = 38.5 km/h

85. B चे आताचे वय x वर्ष

A चे आताचे वय = (x +26) वर्ष

तीन वर्षानंतर A चे वय (x+29) , तीन वर्षानंतर B चे वय is (x+3) वर्ष

(x+29)(x+3) =360

x^2+3x+2x+87 = 360

x(x+39) -7(x+39) = 0

(x+39)(x-7) = 0

x+39= 0 , x-7 = 0

x = -39, x = 7

B चे आताचे वय x = 7 वर्ष

A चे आताचे वय = x +26= 7+26 = 33 वर्ष

86. आयताकार कुंपणाची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे AB = x mts , BC = y mts , CD भिंतीची लांबी कुंपणाची लांबी = 30m

x^2 = 4y

$$y + x + y = 30$$

x +2y = 30

y = $\left(\frac{30-x}{2}\right)$ .....(1)

आयताकृती जागेचे क्षेत्रफळ 100m^2

xy = 100

$x\left(\frac{30-x}{2}\right)$ = 100

$$30x - x^2 = 200$$

x^2 -30x +200 = 0

x^2-10x- 20x+200 = 0

x(x-10) -20(x-10) = 0

(x-10)(x-20) = 0

x-10= 0 , x-20 = 0

x = 10, x = 20

x = 10 , ची किंमत समीकरण1 मध्ये ठेवू y = $\left(\frac{30-10}{2}\right)$ = 10

आयताकार कुंपणाची लांबी आणि रुंदी AB = 10m , BC = 10m

87. पूर्णांकामधील अंशाची किंमत x मानू

पूर्णांकामधील छेदची किंमत = 2x+1

पूर्णांक = $\frac{\text{अंश}}{\text{छेद}} = \frac{x}{2x+1}$

पूर्णांकाचा व्यस्त घटक = $\frac{2x+1}{x}$

$\frac{x}{2x+1} + \frac{2x+1}{x} = \frac{29}{10}$

$\frac{x^2+(2x+1)^2}{(x2x+1)} = \frac{29}{10}$

$\frac{5x^2+1+4x}{2x^2+x}$

$10(5x^2 + 1 + 4x = 29\ (2x^2 + x)$

$50x^2$ +10 +40x - $58x^2$ -29x = 0

$8x^2$-16x +15x -10 = 0

8x(x-2) + 5(x-2) = 0

(x-2) (8x+5) = 0

x= 2 , x = $\frac{-5}{8}$

x = 2

अंशा = 2

छेद = 2x+1 = 2(2) +1 = 5

पूर्णांक = $\frac{2}{5}$

88.

विद्यार्थ्यांची संख्या	प्रत्येक विद्यार्थ्यांच्याकडून घेतलेली किंमत
x	$\frac{1500}{x}$
x+5	$\frac{1500}{x+5}$

$\frac{1500}{x} - \frac{1500}{x+5} = 25$

$\frac{1500(x+5)-1500x}{x(x+5)} = 25$

$\frac{7500}{x^2+5x} = 25$

$25(x^2+5x) = 7500$

$x^2 + 5x - 300 = 0$

$x^2 + 20x - 15x - 300 = 0$

x(x+20) -15(x+ 20) = 0

(x +20) (x- 15) =0

x+20 = 0 , x- 15 = 0

x = -20 , x = 15

A+ ग्रेड मिळवलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या = 15 +5 =20

89. पहिला धन पूर्णांक 'x'

पुढील धन पूर्णांक = (x+1)

$x^2 + (x+1)^2 = 365$

$x^2 + x^2 + 1 + 2(X)(1) = 365$

$2x^2 + 2x + 1 - 365 = 0$

$2x^2 + 2x - 364 = 0 \quad (\div 2)$

$x^2 + x - 182 = 0$

$x^2 + 14x - 13x - 182 = 0$

$x(x+14) - 13(x+14) = 0$

$(x+14)(x-13) = 0$

$x+14=0$ आणि $x-13=0$

$x = -14$ (अशक्य) $\qquad x=13$

पहिला धन पूर्णांक = x = 13

पुढील धन पूर्णांक = (x+1) = (13+1) =14

90. दिवसाला तयार होणारे आर्टिकल ची संख्या 'x'

प्रत्येक आर्टिकल ची किंमत = (2x+3)

(आर्टिकल ची संख्या) (आर्टिकल ची किंमत) = Rs.90

$x(2x+3) = 90$

$2x^2 + 3x = 90$

$2x^2 + 3x - 90 = 0$

$2x^2 + 15x - 12x - 90 = 0$

$x(2x+15) - 6(2x+15) = 0$

$(2x+15)(x-6) = 0$

$2x+15=0$ and $x-6=0$

$2x = -15 \qquad x=6$

$x = \frac{-15}{2}$ (अशक्य)

दिवसाला तयार होणारे आर्टिकल ची संख्या = 'x' = 6

प्रत्येक आर्टिकल ची किंमत = Rs. (2x+3) =2(6) + 3=Rs.15

91. अंतराळवीर B चालण्यासाठी लागलेला वेळ 'x' hours

अंतराळवीर A चालण्यासाठी लागलेला वेळ ' (x + 6) hours

B अंतराळवीरपेक्षा A अंतराळवीराने चार तास जास्त

'A ' अंतराळवीरासाठी लागलेला वेळ = (x + 6 + 4) = (x + 10) hours.

(अंतराळवीर B चालण्यासाठी लागलेला वेळ) (अंतराळवीर A चालण्यासाठी लागलेला वेळ)=720hours

(x + 4) (x + 10) =720

x^2+ 10x + 4x + 40 = 720

x^2+ 14x + 40 -720 = 0

x^2+ 14x -680 = 0

x^2+34x -20x -680 = 0

x(x+34) -20(x+34) =0

(x+34)(x-20)=0

x+34=0 आणि x-20 =0

x = -34 (अशक्य) x = 20

अंतराळवीर B चालण्यासाठी लागलेला वेळ = 'x' = 20 hours

अंतराळवीर A चालण्यासाठी लागलेला वेळ =(x +6) = (20 + 6) = 26 hours

92. काटकोन त्रिकोणाची उंची x cm,

काटकोन त्रिकोणाचा पाया = (x – 5) cm

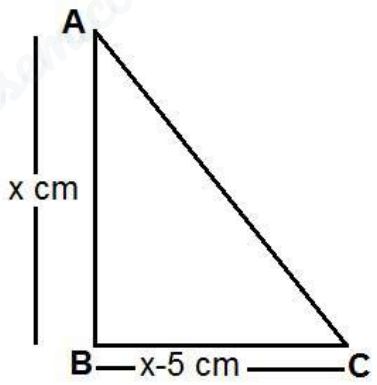
त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ = 150 cm^2

$\frac{1}{2}$ ×पाया × उंची = 150cm^2

$\frac{1}{2}$ × (x-5) × x = 150

x^2 – 5x =300

x^2 – 5x -300 = 0



x^2- 20x+15x -300 = 0

x(x-20)+15(x-20) =0

(x-20)(x+15)=0

x-20=0 आणि x+15 =0

x = 20 x=-15 (अशक्य)

काटकोन त्रिकोणाची उंची = x cm = 20cm

काटकोन त्रिकोणाचा पाया = (x – 5) = (20 – 5) =15 cm

93.

PQRS चौरसाची लांबी 'y' m

PQRS चौरसाची परिमिती = '4y' m

ABCD चौरसाची लांबी 'x' m

ABCD चौरसाची परिमिती = '4x' m

ABCD चौरसाची परिमिती = PQRS चौरसाची परिमिती – 12 m

4x = 4y – 12 (÷ 4)

x = y - 3

y = x + 3

दोन चौरसाच्या क्षेत्रफळाची बेरीज = 117m^2

PQRS चौरसाचे क्षेत्रफळ + ABCD चौरसाचे क्षेत्रफळ =117

$y^2 + x^2 = 117$

$(x + 3)^2 + x^2 = 117$

$x^2 + 9 + 6x + x^2 = 117$

$2x^2 + 6x + 9 – 117 = 0$

$2x^2 + 6x - 108 = 0$ (÷ 4)

$x^2 + 3x - 54 = 0$

$x^2 + 9x - 6x – 54 = 0$

$x(x+9)-6(x+9)=0$

$(x+9)(x-6)=0$

$x+9=0$ आणि $x-6=0$

$x=-9$(अशक्य) $x=6$

ABCD चौरसाची लांबी $= x = 6$ m

ABCD चौरसाचे क्षेत्रफळ $= (6 \times 6) = 36\ m^2$

PQRS चौरसाची लांबी $= y = (x+3) = 6+3 = 9$ m

PQRS चौरसाचे क्षेत्रफळ $= (9 \times 9) = 81\ m^2$

ABCD चौरसाचे क्षेत्रफळ: PQRS चौरसाचे क्षेत्रफळ $= 36 : 81 = 4 : 9$

94. A व्यक्तीला काम करण्यासाठी लागणाऱ्या दिवसाची संख्या= 'x' दिवस

तेच काम करण्यासाठी B व्यक्तीला लागणाऱ्या दिवसांची संख्या $= (x-3)$

चार दिवसानंतर,

A आणि B व्यक्ती साठी लागलेल्या एकूण दिवसांची संख्या= 130

$(x+4)(x-3+4)=130$

$(x+4)(x+1)=130$

$x^2+x+4x+4=130$

$x^2+5x+4-130=0$

$x^2+5x-126=0$

$x^2+14x-9x-126=0$

$x(x+14)-9(x+14)=0$

$(x+14)(x-9)=0$

$x+14=0$ आणि $x-9=0$

$x=-14$(अशक्य) $x=9$

A व्यक्तीला काम करण्यासाठी लागणाऱ्या दिवसाची संख्या = 'x' = 9 days

B व्यक्तीला लागणाऱ्या दिवसांची संख्या $= (x-3) = (9-3) = 6$ days

घटक : 05 - अंकगणिती क्रम

I. बहुपर्यायी प्रश्न :

1. D) 5, 9, 13, 17

2. B) -2

3. A) -7

4. B)

5. B) 18

6. D) 25

7. A) 18

8. B) 7

9. C) 3n + 7

10. C) 2

11. A) 10

12. A) 17

13. A) 48

14. D) m + 27

15. A) 4

16. A) 10, 16

17. C) 2, 6, 10

18. A) an = 4n - 1

19. A) sn = (a + l)

20. B) an = sn – sn-1

II. एक गुणांचे प्रश्न :

21. an = [a + an]

24. समजा अंकगणिती क्रमाची पहिली तीन पदे...

$$a - d, \quad a, \quad a + d$$

$a - d + a + a + d = 21$

$3a = 21$

$a = 7$

25. $d = (a_p - a_q) / (p - q)$

$d = (a_5 - a_2) / (5 - 2)$

$d = (19 - 7) / 3$

$d = 12 / 3$

$d = 4$

26. an = sn - sn-1

a4 = s4 – s3

a4 = 12 – 8

a4 = 4

27. d = a4 – a3 = 11 – 7 = 4

28. a + 2d = 13 ..... (1)

a + d = 8 ..... (2)

(1) – (2)

d = 5

समीकरण (2) मध्ये d ची किंमत ठेवल्यास,

a + d = 8

a + 5 = 8

a = 8 - 5

a = 3

29. an = a + (n – 1)d

30. x = 28+4 /2

x = 32/2

x = 16

31. a1 = [7 – 4(1)] a2 = [7 – 4(2)]

a1 = 3 a2 = -1

d = a2 – a1

= -1 - 3

d = -4

32. an = 4n + 1

a1 = 4(1) + 1 a2 = 4(2) + 1 a3 = 4(3) + 1

= 4 + 1 = 8 + 1 = 12 + 1

a1 = 5 a2 = 9 a3 = 13

III. दोन गुणांचे प्रश्न :

33. a = 2, d = 7 - 2 = 5, n = 15, an = ?

an = a + (n - 1)d

a_{15} = 2 + (15-1)5

a_{15} = 2 + (14)5

a_{15} = 2 + 70

a_{15} = 72

34. a = 100, d = 96 - 100 = -4, an = 12, n = ?

$$an = a + (n - 1)d$$

$$a_{15} = 2 + (15 - 1)5$$

$$a_{15} = 2 + (14)5$$

$$a_{15} = 2 + 70$$

$$a_{15} = 72$$

35. a10 = a + 9d

34 = a + 9(3)

34 = a + 27

a = 34 – 27

a = 7

36. $a = -1,\ d = 3 - (-1) = 4,\ a_n = 95,\ n = ?$

$a_n = a + (n-1)d$

$95 = -1 + (n-1)4$

$95 = -1 + 4n - 4$

4n = 100

n = $\frac{100}{4} = 25$

37. $a = 1, d = 5 - 1 = 4, a_n = 77$

$a_n = a + (n-1)d$

$77 = 1 + (n-1)4$

$77 = 1 + (4n - 4)$

$77 = 1 + 4n - 4$

4n = 80

$n = \frac{80}{4} = 20$

∴ 77 हे AP चे 20 वे पद आहे

38. 5, 8, 11, ...

येथे a = 5, d = 8 - 5 = 3 आणि n = 26

an = a + (n - 1)d

a26 = 5 + (26 – 1)3

a26 = 5 + 25 × 3

= 5 + 75

a26 = 80

39. 2, 5, 8, ...

येथे a = 2, d = 5 - 2 = 3 आणि n = 30

an = a + (n - 1)d

a30 = 2 + (30 – 1)3

a30 = 2 + 29 × 3

= 2 + 87

a30 = 89

40. a = 2; d = 4; n = 23 : a23 = ?

a23 = a + (n - 1)d

= 2 + (23 - 1)4

= 2 + 22 × 4

= 2 + 88

= 90

41. a = 4; d = 5; n = 40 : a40 = ?

a40 = a + (n - 1)d

= 4 + (40 - 1)5

= 4 + 39 × 5

= 4 + 195

= 199

42. a = 3; d = 3; n = 35 : a35 = ?

a35 = a + (n - 1)d

= 3 + (35 - 1)3

= 3 + 34 × 3

= 3 + 102

= 105

43. a = 6; d = 4; n = 18; a18 = ?

a18 = a + (n - 1)d

= 6 + (18 - 1)4

= 6 + 17 × 4

= 6 + 68

= 74

44. a = 11; d = 3; n = 20; a20 = ?

a20 = a + (n - 1)d

= 11 + (20 - 1)3

= 11 + 19 × 3

= 11 + 57

= 68

45. a = 3; d = 4; n = 25; a25 = ?

a25 = a + (n - 1)d

= 3 + (25 - 1)4

= 3 + 24 × 4

= 3 + 96

= 99

46. a = 3; d = 5; n = 78; an = 78

an = a + (n - 1)d

78 = 3 + (n - 1)5

= 3 + 5n - 5

= 5n - 2

80 = 5n

16 = n

78 हे 16 वे पद आहे.

47. a = 7; d = 6; n = ?; an = 205

an = a + (n - 1)d

205 = 7 + (n - 1)6

205 = 7 + 6n - 6

205 = 6n + 1

204 = 6n

34 = n

दिलेल्या अंकगणिती क्रमात 34 पदे आहेत.

48. a17 = a + (17 - 1)d = a + 16d

a10 = a + (10 - 1)d = a + 9d

a17 = a10 + 7

a + 16d = a + 9d + 7

16d - 9d = 7

7d = 7

d = 1

49. 7 चा तीन अंकी सर्वात लहान पटीचा संख्या = 105

7 चा तीन अंकी सर्वात मोठा पटीचा संख्या = 994

a = 105; d = 7; an = 994; n = ?

an = a + (n - 1)d

994 = 105 + (n - 1)7

994 = 105 + 7n - 7

994 = 7n + 98

7n = 994 - 98

7n = 896

n = 128

7 ने विभाज्य अशा 128 संख्या आहेत.

50. a = 12; d = 4; an = 248; n = ?

an = a + (n - 1)d

248 = 12 + (n - 1)4

248 = 12 + 4n - 4

248 = 4n + 8

4n = 248 - 8

4n = 240

n = 60

51. दिलेला अंकगणिती क्रम = 23, 21, 19, ... 5

a = 23; d = -2; an = 5; n = ?

an = a + (n - 1)d

5 = 23 + (n - 1)(-2)

5 = 23 - 2n + 2

5 = 25 - 2n

2n = 25 - 5

2n = 20

n = 10

52. a = 2; d = 5; an = 47; n = ?

an = a + (n - 1)d

47 = 2 + (n - 1)5

47 = 2 + 5n - 5

47 = 5n - 3

47 + 3 = 5n

5n = 50

n = 10

53. a = 1; a14 = 53; n = ?

an = a + (n - 1)d

a14 = 1 + (14 - 1)d

53 = 1 + 13d

53 - 1 = 13d

13d = 52

d = 4

an = 1 + (n - 1)d

an = 1 + (n - 1)4

an = 1 + 4n - 4

an = 4n - 3

54. S20 = 820; a20 = 79; a = ?

Sn = [n/2(a + an)]

820 = 10(a + 79)

820 = 10a + 790

10a = 30

a = 3

55. a = 204; an = 396; d = 6; n = ?

an = a + (n - 1)d

396 = 204 + (n - 1)6

396 = 204 + 6n - 6

396 = 6n + 198

6n = 198

n = 33

56. a = 11; d = 4; n = 20; S20 = ?

Sn = [n/2{2a + (n - 1)d}]

S20 = 10[2 × 11 + (20 - 1)4]

= 10 [22+19x4]

= 10 [22+76]

= 10 x 98

S_{20} = 980

57. a=6; d=4; n=20; s_{20}=?

$S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{20} = \frac{20}{2}$ [2x6+(20-1)4]

= 10 [12+19x4]

= 10 [12+76]

= 10 x 88

S_{20} = 880

58. a=5; d=3; n=20; s_{20}=?

$S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{20} = \frac{20}{2}$ [2x5+(20-1)3]

= 10 [10+19x3]

= 10 [10+57]

= 10 x 67

S_{20} = 670

59. a=3; d=4; n=20; s_{20}=?

$S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{20} = \frac{20}{2}$ [2x3+(20-1)4]

= 10 [6+19x4]

= 10 [6+76]

= 10 x 82

S_{20} = 820

60. a=3; d=4; n=10; s_{10}=?

$S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{10} = \frac{10}{2}$ [2x3+(10-1)4]

= 5 [6+9x4]

= 5 [6+36]

= 5 x 42

S_{10} = 210

61. a=11; d=3; n=20; s_{20}=?

$S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{20} = \frac{20}{2}$ [2x11+(20-1)3]

= 10 [22+19x3]

= 10 [22+57]

= 10 x 79

S_{20} = 790

62. a=2; d=3; n=20; s_{20}=?

$S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{20} = \frac{20}{2}$ [2x2+(20-1)3]

= 10 [4+19x3]

= 10 [4+57]

= 10 x 61

S_{20} = 610

63. a=4; d=4; n=30; s30=?

$S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{30} = \frac{30}{2}$ [2x4+(30-1)4]

= 15 [8+29x4]

= 15 [8+116]

= 15 x 124

S_{30} = 1860

64. a=5; d=5; n=10; s_{10}=?

$S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{10} = \frac{10}{2}$ [2x5+(10-1)5]

= 5 [10+9x5]

= 5 [10+45]

= 5 x 55

S_{10} = 275

65. अंकगणिती क्रम : 6,12,18,24,...

a=6; d=6; n=40; s_{40}=?

$S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{40} = \frac{40}{2}$ [2x6+(40-1)6]

= 20 [12+39x6]

= 20 [12+234]

= 20 x 246

S_{10} = 4920

66. अंकगणिती क्रम 8,16,24,32,...

a=8; d=8; n=15; s_{15}=?

$S_n = \frac{n}{2}$ [2a+(n-1)d]

$S_{15} = \frac{15}{2}$ [2x8+(15-1)8]

= 7.5 [16+14x8]

= 7.5 [16+112]

= 7.5 x 128

S_{10} = 960

3 गुणांचे प्रश्न

67. Sn = [2a + (n-1) d] an = Sn – Sn-1

114 = [2a + (6 – 1) d] a6 = 114 - 80

228 = 6 [2a + 5d] a + 5d =34 .....(2)

38 = 2a + 5d .....(1)

34 = a + 5d

a = 4

समीकरण (1) मध्ये a ची किंमत ठेवल्यास

38 = 2 (4) + 5d

5d = 38 – 8

5d = 30

d =30/5

d = 6

अंकगणिती क्रम : a , a + d, a + 2d

4, 4 + 6 , 4 + 2(6)

4 , 10, 16

68. a7 = 4a2

a + 6d = 4 (a + d)

a + 6d = 4a + 4d

6d – 4d = 4a – a

2d = 3a

a12= 3(a4) + 2

a + 11d = 3 (a + 3d) + 2

a + 11d = 3a + 9d + 2

11d – 9d = 3a – a + 2

2d = 2a + 2 .....(ii)

समीकरण (2) समीकरण (1) मध्ये ठेवल्यास

3a =2a +2

3a – 2a = 2

a = 2

2d = 3a .....(i)

2d = 3(2)

2d = 6

d =3

आवश्यक क्रम

a, a+d, a+2d

2, 2+3, 2+2(3)

2, 5, 8.....

69. a + 2d =16

a7 = a5 +12

a + 6d = a + 4d + 12

2d = 12

d = 6

a + 2 (6) = 16

a + 12 = 16

a = 16 – 12

a = 4

अंकगणिती क्रम आहे

a , a + d ,a + 2d

4 , 4 + 6 , 4 + 2 (6)

4, 10 , 16.....

70. पहिले पद = a , सामान्य फरक = 3 a

a_5 = a + (5 – 1) d

26 = a + 4(3a)

13a = 26

a = $\frac{26}{13}$ = 2

d = 3a = 3 x 2 = 6

$$Sn = \frac{n}{2}\,[2a + (n-1)d]$$

$$Sn = \frac{20[2(2)+(20-1)6]}{2}$$

$$S_{20} = \frac{20(4+114)}{2}$$

$$= \frac{20\ X\ 118}{2}$$

$$= 1180$$

71. एका संख्येतील 3 अंक (a – d),a,(a + d) आहेत.

∴ a – d + a + a+ d = 15

∴ a = 5

मूळ संख्या = 100 (5 – d) + 10 (5) + (5 + d)

नवीन संख्या = 100(5 + d) + 10(5) + (5 - d)

= 500 – 100d + 50 + 5 + d

500 - 100d + 50 + 5 + d = 500 + 100d + 50 + 5 – d + 594

= - 200d + 2d = 594

-198d = 594

d = -3

∴ मूळ संख्या = (5 + 3) , 5 , (5 – 3) = 8, 5, 2

72. चार पदे a – 3d, a – d , a + d, a + 3d आहेत.

a – 3d + a – d + a +d + a + 3d = 56

4a = 56

A=56/4

a = = 14

$$\frac{(a-3d)(a+3d)}{(a-d)(a+d)} = \frac{5}{6}$$

$$= \frac{a2-9d2}{a2-d2} = \frac{5}{6}$$

$$= 6a^2 - 54d^2 = 5a^2 - 5d^2$$

$$d^2 = \frac{14\ X\ 14}{49}$$

$$d = 2$$

चार पदे

a – 3d = 14 – 3 (2) = 14 – 6 = 8

a – d = 14 – 2 = 12

a + d = 14 + 2 = 16

a + 3d = 14 + 3(2) = 20

73. क्रमाची पाच पदे a – 2d, a – d, a, a+d, a+2d

$a - 2d + a - d + a + a + d + a + 2d = 25$

$5a = 25 \Rightarrow a = 5$

$(a - 2d)^2 + (a - d)^2 + a^2 + (a + d)^2 + (a + 2d)^2 = 135$

$a^2 - 4ad + 4d^2 + a^2 - 2ad + 2^2 + a^2 + a^2 + 2ad + d^2 + a^2 + 4ad + 4d^2 = 135$

$5a^2 + 10d^2 = 135$

$5(25) + 10d^2 = 135$

$10d^2 = 135 - 125$

$10d^2 = 10$

$d = \pm 1$

74. $a_9 = 1 + 5a_2$

$a + 8d = 1 + 5(a + d)$

$a + 8d = 1 + 5a + 5d)$

$4a - 3d = -1 - - - - - - \rightarrow (1)$

$a_{12} = 7 + 2a_5$

$a + 11d = 7 + 2(a + 4d)$

$a + 11d = 7 + 2a + 8d)$

$a - 3d = -7 - - - - - - \rightarrow (2)$

(1) *व* (2) *वरून*

$4a - 3d = -1$

$a - 3d = -7$

(-) (+) (+)

$3a = 6$

$a = 2$

$3d = a + 7$

$d = \frac{2+7}{3} = 3$

AP- 2,5, 8, 11, ...

75. $S_n = 6 + 11 + 16 \ldots \ldots \ldots \ldots + 96$

$a_n = a + (n - 1)d$

$96 = 6 + (n - 1)5$

$96 = 6 + 5n - 5$

$95 = 5n$

$n = \frac{95}{5} = 19$

$$S_n = \frac{n(a+l)}{2}$$

$$S_{19} = \frac{19(6+96)}{2} = \frac{19 \times 102}{2} = 969$$

76. संख्या $a-d, a, a+d$

$$a-d+a+\ a+d = 216$$
$$3a = 216$$
$$a = 72$$
$$a+d = 7(a-d)$$
$$72+d = 7(72-d)$$
$$72+d = 504-7d$$
$$8d = 432$$

$$d = \frac{432}{8} = 54$$

संख्या$(72-54),\ 72,\ (72+54)$

$18 \qquad 72, \qquad 126$

77 . $a+3d+a+7d = 24 \qquad a+5d+a+9d = 44$

$2a+10d = 24 \qquad 2a+14d = 44$

$$a+5d = 12a+7d = 22$$

$a+5d = 12$

$a+7d = 22$

(-) (-) (-)

$-2d = -10$

$d = 5$

$a+5d = 12$

$a+5(5) = 12 \ \Rightarrow\ a = 12-25 = -13$

त्या तीन संख्या$-13, -8, -3.$

78.

कोन $a-d,\ a,\ a+d$ मानू

$a-d+a+\ a+d = 180 \Rightarrow 3a = 180^0 \Rightarrow a = 60^0$

$2(a-d) = a+d \Rightarrow 2a-2d = a+d \Rightarrow a = 3d$

$$3d = 60^0 \Rightarrow d = 20^0$$

ते कोन $40^0,\ 60^0,\ 80^0$ आहेत

79. $a_m = \frac{1}{n}, \qquad a_n = \frac{1}{m}$

$\frac{1}{n} = a + (m-1)\,d$ .....(1)

$\frac{1}{m}$ = a + (n – 1) d .....(2)

(1) – (2) $\Rightarrow \frac{1}{n} - \frac{1}{m}$ = d[(m -) – (n + 1)]

$\Rightarrow \frac{m-n}{mn}$ = d (m – n)

$\therefore$ d = $\frac{m-n}{mn(m-n)} = \frac{1}{mn}$ ..... (3)

$\frac{1}{n}$ = a + (m – 1) $\frac{1}{mn}$

$\Rightarrow$ a = $\frac{1}{n}$ - (m – 1) $\frac{1}{mn}$

= $\frac{m-m+1}{mn} = \frac{1}{mn}$ ..... (4)

a_{mn} = a + (mn – 1) d

$= \frac{1}{mn}$ + (mn – 1) $\frac{1}{mn}$

$= \frac{1}{mn}(1 + mn - 1)$

$= \frac{1}{mn}(mn)$

$a_{mn} = 1$

80. a= a + (p – 1) d ..... (1)

b = a + (q – 1) d ..... (2)

c = a + (r – 1) d .....(3)

समीकरण (1) ला (q-r) ने, समीकरण (2) ला (r-p) ने आणि समीकरण (3) ला (p-q) ने गुणा.

(1) + (2) + (3)

= a (q - r) + b (r – p) + c(p – q) = d[(p – 1)(q – r) + (q – 1) (r – p) + (r – 1) (p – q)]

= a (q – r) + b (r – p) + c(p – q) = dpq + pr – q + r + qr – pq – r + p +rp –rp –p + q

= a (q – r) + b (r – p) + c(p – q) = d(0)

= a(q – r) + b(r – p) + c(p – q) = 0

81. Sn = [2a + (n – 1) d] a + 8d = 28 ……. (1)

S9 = [2a + (9 – 1) d]

144 = [2a + (9 – 1) d]

288 = 18a + 72d (18 ने भागल्यास)

16 = a + 4d …… (2)

28 = a + 8d …… (1)

(1) – (2)

12 = 4d

d = $\frac{12}{4}$

d = 3

समीकरण (2) मध्ये d ची किंमत ठेवल्यास

16 = a + 4d

16 = a + 4(3)

16 = a + 12

a = 16 – 12

a = 4

82. 11 वे पद : a11 = a+10d =38 → (1)

16 वे पद : a16 = a+15d =73 → (2)

(2)-(1) केल्यास 5d =35

d= 7

समीकरण (1) मध्ये d ची किंमत ठेवल्यास

a+70=38

a = 38-70

a= -32

31 वे पद :

an = a+(n-1)d

a31 = -32 + (31-1)7

= -32 + 30x 7

= -32 +210

a31= 178

83. a=3 ; d=12 ; n=54 ; a54=?

an = a+(n-1)d

a54 = 3 + (54-1)12

= 3 + 53 x 12

= 3 + 636

a54 = 639

आवश्यक पद = 639+132= 771

an = a+(n-1)d

= 3+ (n-1)12

= 12n - 9

12n-1 = 771

12n = 780

n = 65

84. a3 = a+2d

16 = a+2d

a= 16-2d →(1)

a7 = a+6d ; a5 = a+4d

a7= a5+12

(a+6d) = (a+4d)+12

2d = 12

d=6

(1) वरून

a = 16-12 = 4

अंकगणिती क्रम = 4,10,16,22

85. a= 9; d=8 : sn =636 n=?

Sn = [2a+(n-1)d]

636 = [18+(n-1)8]

= [8n+10]

1272 = n(8n+10)

8n2+10n-1272=0 हे सोडवल्यासn=12

86. a22= a+21d=149

a+147 =149

a= 2

Sn = [2a+(n-1)d]

S22 = [4+(22-1)7]

= 11 [4+21x7]

= 11 [4+147]

= 11x151

S22 = 1661

87. अंकगणिती क्रम : 1,3,5,7....49

a=1; d=2 ; an=49 ; n=?

an = a+(n-1)d

49 = 1+(n-1)2

49 = 2n-1

2n = 50

n = 25

Sn= [a+l]

= [1+49]

= 25x25

S25 = 625

v. चार गुणांचे प्रश्न

88 . $a = 22,\ l = -11$ आणि $\frac{n}{2}(a + l) = 66$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$66 = \frac{n}{2}(22 - 11)$$

$$66 = \frac{n}{2}(11)$$

$11n = 132 \Rightarrow n = \frac{132}{11} = 12$

पदांची संख्या *=12*

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$-11 = 22 + (12 - 1)d \Rightarrow 11d + 22 = -11$

$11d = -33 \Rightarrow d = -3$

89. अंकगणिती क्रमाची 5 पदे $a - 2d,\ a - d,\ a,\ a + d,\ a + 2d$ मानू

$(a + 2d)^2 - (a - 2d)^2 = 192,$

$a - d + a + d = 16 \Rightarrow 2a = 16 \Rightarrow a = 8$

$a^2 + 4ad + 4d^2 - a^2 + 4ad - 4d^2 = 192 \Rightarrow 8ad = 192$

$d = \frac{192}{8a} = \frac{192}{8 \times 8} = 3$

अंकगणिती क्रमाची 5 पदे$(8 - 6),\ (8 - 3),\ 8,\ (8 + 3),\ (8 + 6)$

$2,\quad 5,\quad 8,\quad 11,\quad 14$

90. an = Sn – Sn-1

a + (n – 1)d = 210 – 171

an = 39

Sn = [a + an]

210 = [3 + 39]

210 = [42]

210 = 21n

n =210/21

n = 10

an = a + (n – 1) d =39

3 + 9d = 39

9d = 39 – 3

9d = 36

d =36/9

d =4

∴ अंकगणिती क्रम आहे

a, a+d, a+2d …….

3, 3+4, 3+2(4)…….

3, 7,11…….

a20 = a + 19d

= 3 + 19 x 4

= 3 + 76

= 79

91. पंचभुजाचे कोन a, a+d, a+2d, a + 3d, a + 4d आहेत.

पंचभुजाच्या अंतर्गत कोनांची बेरीज = (n – 2) 1800

= (5 – 2)1800

= 3 x 1800

= 5400

a, a + d, a + 2d, a +3d, a + 4d = 5400

72, 72 + d, 72 + 2d, 72 + 3d, 72 + 4d = 5400

3600 + 10d = 5400

10d = 5400 - 3600

10d = 1800

d =1800/10

d = 180

पंचभुजाचे कोन = a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d

72, 72 + 18, 72 + 2(18), 72 + 3(18), 72 + 4(18)

720, 900, 1080, 1260, 1440

92. सोमवार ते शनिवारची कमाई

a, a + d, a+2d, a + 3d, a + 4d, a + 5d

दिलेल्या माहितीवरून

a + a + d + a+2d = 525

3a + 3d = 525 (3 ने भागल्यास)

a + d = 175 ..... (1)

a + 4d = a + 100

4d = 100

d = 100/4

d = 25

समीकरण (1) मध्ये d ची किंमत ठेवल्यास

a + d = 175

a + 25 = 175

a = 175 – 25

a = 150

एका व्यक्तीची दररोजची कमाई =

a, a + d, a+2d, a + 3d, a + 4d, a + 5d

150, 150 + 25, 150 + 2 x 25, 150 + 3 x 25, 150 + 4 x 25, 150 + 5 x 25

150, 175, 200, 225, 250, 275

93. चौकोनाचे कोन a, a+d, a, a + 2d, a + 3d असू द्या.

∴ a+ a + d + a + a + 2d + a + 3d = 3600.

4a + 6d = 3600 (2 ने भागल्यास)

2a + 3d = 1800

समोरासमोरील कोनांची बेरीज = 1300

a + a + 2d = 1300

a + d + a + 3d = 1300

2a + 2d = 1300 (2 ने भागल्यास)

2a + 4d = 1300

a + 2d = 650

a + d = 650.....(2)

2a + 3d = 1800 .....(1) x 1

a + d = 650.....(2) x 2

2a + 3d = 1800

2a + 2d = 1300

(-) (-) (-)

---

d = 500

समीकरण (2) मध्ये d ची किंमत ठेवल्यास

a + d = 650

a + 500 = 650a = 650 - 500

a = 150∴ चौकोनाचे कोन

a, a+d, a, a + 2d, a + 3d

150, 150 + 500, 150 + 2(500), 150 + 3(500)

150, 650, 1150, 1650

94. n = 16

S16 =768

an = l = 93

Sn =n/2 [a + an]

768 = 16/2 [a + 93]

= 8 [a + 93]

= a + 93

a + 93 = 96

a = 96 – 93

a = 3

an = a + (n – 1)d

93 = 3 + (16 – 1)d

93 = 3 + 15d

93 – 3 = 15d

90 = 15d

d =90/15

d = 6

अंकगणिती क्रम आहे 3,9,15,21,27 .....

S16 = 3+9+15+21+27 ..... 16 पदे

= 3 (1+3+5+7..... 16 पदे)

= 3 x 162 [Sn=n2] {पहिल्या n विषम संख्यांची बेरीज}

= 3 x 256

S16 = 768

95. an = a + (n – 1)d

a7 = 5 x a2

a + 6d = 5 (a + d)

a + 6d = 5a + 5d

6d – 5d = 5a – a

d = 4a ..... (1)

a5 = 2a3 – 1

a + 4d = 2(a+2d) – 1

a + 4d = 2a +4d – 1

1 = 2a +4d - 4d - a

a = 1

समीकरण (1) वरून d = 4a = 4 x 1

d = 4

अंकगणिती क्रम आहे

= a, a + d, a + 2d.....

= 1, 1 + 4, 1 + 2(4).....

= 1, 5, 9.....

a15 = a +(n – 1)d

= 1 + (15 – 1) 4

= 1 +(14 x 4)

= 1 + 56

a15 = 57

96. S8/S11= 3/2

2 [S8] = 3 [S11]

2 [4 (3a + 7d)] = 3 [(2a + 10d)]

2 [12a + 28d] = 3 [11a + 55d]

24a +56d = 33a +165d

9a + 109d = 0

97. a7 =4a2

a + 6d = 4(a + d)

a + 6d = 4a + 4d

3a = 2d .....(1)

a12 =3a4+2

a + 11d = 3(a + 3d) + 2

a + 11d = 3a + 9d +2

2a -2d = - 2

a – d = -1

a = d – 1 .....(2)

समीकरण (2) समीकरण (1) मध्ये ठेवल्यास

3(d – 1) = 2d

3d – 3 = 2d

d = 3

समीकरण (2) मध्ये d ची किंमत ठेवल्यास

a = 3 – 1

a = 2

अंकगणिती क्रम आहे

a, a + d, a + 2d…….

2, 2 +3, 2 + 2(3)

2, 5, 8…..

98. $a_p = q, \quad a_q = p, \; a_r = ?$

$q = a + (p-1)d \qquad\qquad p = a + (q-1)d$

$q - p = a + (p-1)d - [a + (q-1)d] = a + d(p - 1 - q + 1) - a = d(p - q)$

$\therefore d = \dfrac{q-p}{p-q} = -1 \qquad \ldots\ldots(1)$

$a = q + p - 1 \qquad \ldots\ldots(2)$

$a_r = a + (r-1)d = q + p - 1 + (r-1)(-1)$

$= q + p - 1 - r + 1 = p + q - r$

99. S5 = [2a + (5 – 1)d] a4 = (a1 + a2) + 5

S5 = [2a + 4d] a + 3d = (2a + d) +5

S5 = 5(a + 2d) a – 2d = -5 …… (2)

55 = 5(a + 2d)

11 = a + 2d …… (1)

-5 = a – 2d …… (2)

(1) + (2)

2a = 6

a = 3

समीकरण (1) मध्ये a ची किंमत ठेवल्यास

11 = 3 + 2d

8 = 2d

d = 4

अंकगणिती क्रमाची पाच पदे असू द्या

a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d

3, 3+4, 3+2(4), 3+3(4), 3+4(4)

3,7.3+8,3+12,3+16

3, 7, 11, 15, 19

100. a+(6 – 1)d = 2(a+(3-1)d)+1

a + 5d = 2a +4d+1

d – a = 1 किंवा a = d – 1 .....(1)

a4 + a5 = 5a2

(a+(4-1)d) + (a + (5 – 1)d) = 5(a + d)

a + 3d + a + 4d = 5a + 5d

2a + 7d = 5a + 5d

2d = 3a .....(2)

समीकरण (1) समीकरण (2) मध्ये ठेवल्यास

2d = 3a

2d = 3(d – 1)

2d = 3d – 3

d = 3

समीकरण (2) मध्ये d ची किंमत ठेवल्यास

2d = 3a

2(3) =3a

a= 2

a10 = a + 9d

a10 = 2 + 9(3)

a10 = 2 + 27

a10 = 29

101. Sn = 5n – n2

S1 = 5(1) – (1)2 = 5 – 1 = 4 a1 = 4

S2 = 5(2) – (2)2 = 10 – 4 = 6 a2 = S2 – S1 = 6 – 4 = 2

S3 = 5(3) – (3)2 = 15 – 9 = 6 a3 = S3 – S2 = 6 – 6 = 0

S4 = 5(4) – (4)2 = 20 – 16 =4 a4 = S4 – S3 = 4 – 6 = -2

S21 = 5(21) – (21)2 = 105 – 441 = -336

a21 = a +20d = 4 + 20(-2) = 4 – 40 = -36

102. a = b + 3 ……..(i)

a7 = 28

a + 6d = 28 ….. (ii)

b8 = 29

b + 7d = 29 …..(iii)

समीकरण (2) समीकरण (1) मध्ये ठेवल्यास

b + 3 +6d = 28

b + 6d = 25 …….(iv)

(iii) - (iv)

b + 7d = 29

b + 6d = 25

(-) (-) (-)

---

d = 4

समीकरण (ii) मध्ये d = 4 ची किंमत ठेवल्यास

a + 6d = 28

a + 6(4) = 28

a + 24 = 28

a = 28 – 24

a = 4

समीकरण (iii) मध्ये d = 4 ची किंमत ठेवल्यास

b + 7d = 29

b + 7(4) = 29

b = 29 – 28

b = 1

पहिला अंकगणिती क्रम आहे

a, a+d, a+2d……

4, 4+4, 4+2(4)…….

4, 8, 12 …….

दुसरा अंकगणिती क्रम आहे

b, b+d, b+2d……

1, 1 + 4, 1 + 2(4)…….

1, 5, 9 …….

103. a17 = 3a5 + 4 a10 = 31 a30, a29, a28 = ? अंकगणिती क्रम = ?

a + 16d = 3(a + 4d) + 4

a + 9d = 31 ……..(2)

a + 16d = 3a + 12d +4

a – 3a + 16d – 12d = 4

-2a + 4d = 4 (2 ने भागल्यास)

-a + 2d = 2 …….. (1)

(1) + (2) =

-a +2d = 2

a +9d = 31

11d = 33

d =33/11

d = 3

समीकरण (2) मध्ये d ची किंमत ठेवल्यास

a + 9d = 31

a + 9(3) = 31

a + 27 = 31

a = 31 – 27

a = 4

अंकगणिती क्रमाची शेवटची तीन पदे असू द्या

a30, a29, a28

a + 29d, a+ 28d, a+ 27d

4 + 29(3), 4 + 28(3), 4 + 27(3)

4 + 87, 4 + 84, 4 + 81

91, 88, 85

अंकगणिती क्रम = a, a+d, a+2d……

4, 4 + 3, 4 + 2(3)……

4, 7, 10……..

104. पहिल्या 8 धन पूर्णांकांची बेरीज = 1+2+3+4+5+6+7+8 = 36

पहिले पद a1 = 36 + a14 = 111

36 + a14 = 111

a14= 75

a14= a1 + 13d

75 = 36 + 13d

13d = 39

d = 3

शेवटची तीन पदे आहेत

a12= a1 + 11d = 36 + 33 = 69

a13= a1 + 12d = 36 + 36 = 72

a14= 75

105. एकूण पदांची संख्या n=37

तीन पदांची बेरीज : a35+a36+a37=429

मधले पद : a19=75

a+18d=75 →(1)

शेवटचे पद a37=a+36d

a35+a36+a37=(a+34d)+(a+35d)+(a+36d)=429

3a+105d = 429

a+35d = 143 → (2)

(2)-(1) 17d =68

d = 4

(1) वरून a = 75-72 =3

a33 = 131 ; a28 = 111

33 वे पद हे 28 व्या पदापेक्षा 20 ने जास्त आहे.

105. पदांची एकूण संख्या n = 37

तीन पदांची बेरीज : a35 + a36 + a37 = 429

मधले पद : a19 = 75

a + 18d = 75 -((1)

शेवटचे पद a37 = a + 36d

a35 + a36 + a37 = (a + 34d) + (a + 35d) + (a + 36d) = 429

3a + 105d = 429

a + 35d = 143 -((2)

(2) - (1) 17d = 68

d = 4

(1) वरून a = 75 - 72 = 3

a33 = 131 ; a28 = 111

33 वे पद हे 28 व्या पदापेक्षा 20 ने जास्त आहे.

106. a10 = 3a + 2

a + 9d = 3a + 2

9d – 2a = 2 ...(1)

a8 = 2a + 6

a + 7d = 2a + 6

7d – a = 6 ...(2)

(2) वरून

a = 7d – 6

(1) वरून आपल्याला मिळते

9d – 2(7d – 6) = 2

9d – 14d + 12 = 2

–5d = –10

d = 2

a = 7(2) – 6 = 8

आता,

Sn = n/2 [2a + (n – 1)d]

540 = n/2 [16 + 2(n – 1)]

540 = n/2 (2n + 14)

540 = n(n + 7)

$n^2 + 7n – 540 = 0$

(n + 27)(n – 20) = 0

n+27=0 n-20=0

n=-27 **n = 20**

पहिल्या 20 पदांची बेरीज 540 आहे.

107. a : d = 3 : 2

a = 3k, d = 2k

S26 = 1456

सूत्रानुसार

1456 = 26/2 [2(3k) + 25(2k)]

1456 = 13 (6k + 50k)

1456 = 13 × 56k

1456 = 728k

k = 2

म्हणून

a = 6

d = 4

अंकगणिती क्रम : 6, 10, 14, 18, 22, ...

आता,

an = 62

6 + (n – 1)4 = 62

4(n – 1) = 56

n – 1 = 14

n = 15

62 हे 15 वे पद आहे.

108. पहिल्या 6 पदांची बेरीज : S6 = 42

10 वे पद : 30 वे पद = 1 : 3

S6 = n/2 [2a + (n−1)d]

42 = 6/2 [2a + (6−1)d]

3[2a + 5d] = 42

2a + 5d = 14 .....(1)

आता,

a10 = a + 9d

a30 = a + 29d

दिलेल्या गुणोत्तरानुसार

(a + 9d)/(a + 29d) = 1/3

3(a + 9d) = a + 29d

3a + 27d = a + 29d

2a = 2d

a = d .....(2)

(2) ची किंमत (1) मध्ये भरू

2d + 5d = 14

7d = 14

d = 2

म्हणून

a = 2

आता 13 वे पद

a13 = a + 12d

= 2 + (12 × 2)

= 2 + 24

= 26

या क्रमाचे13 वे पद 26 आहे.

109. दिले आहे:

a4 + a8 = 24

a6 + a10 = 44

शोधायचे आहे: 1. अंकगणिती श्रेणी (AP) = ? 2. 25 वे पद = ? a4 = a + 3d

a8 = a + 7d

$(a + 3d) + (a + 7d) = 24$

$2a + 10d = 24$

$a + 5d = 12$ .....(1)

आता,

$a6 = a + 5d$

$a10 = a + 9d$

$(a + 5d) + (a + 9d) = 44$

$2a + 14d = 44$

$a + 7d = 22$ .....(2)

(2) − (1)

$2d = 10$

$d = 5$

(1) मध्ये d=5 ही किंमत भरू

$a + 25 = 12$

$a = -13$

म्हणून अंकगणिती क्रम (AP) खालीलप्रमाणे आहे:

$-13, -8, -3, 2, 7, 12, ...$

आता, 25 वे पद:

$a25 = a + 24d$

$= -13 + (24 \times 5)$

$= -13 + 120$

$= 107$

110. दिलेले आहे :

4 पदांची बेरीज = 32

(पहिले × शेवटचे) : (दुसरे × तिसरे) = 7 : 15

काढायचे आहे :

समजा ती 4 पदे (a−3d), (a−d), (a+d), (a+3d) आहेत.

त्या 4 पदांची बेरीज:

(a−3d)+(a−d)+(a+d)+(a+3d) = 32

4a = 32

a = 8

म्हणून पदे खालीलप्रमाणे आहेत:

(8−3d), (8−d), (8+d), (8+3d)

दिलेल्या गुणोत्तरानुसार,

[(8−3d)(8+3d)] / [(8−d)(8+d)] = 7/15

$(64-9d^2)/(64-d^2) = 7/15$

$15(64-9d^2) = 7(64-d^2)$

$960-135d^2 = 448-7d^2$

$512 = 128d^2$

$d^2 = 4$

d = 2

आता पदे खालीलप्रमाणे आहेत:

8−6 = 2

8−2 = 6

8+2 = 10

8+6 = 14

अंकगणिती क्रमाची पदे = 2, 6, 10, 14

111. दिलेली माहिती:

पहिल्या दिवशी वाचलेली पाने = a = 25

सामान्य फरक = d = 2

एकूण पाने = 432

काढायच्या बाबी:

1. 12 व्या दिवशी वाचलेली पाने

2. पुस्तक पूर्ण करण्यासाठी लागणारे दिवस

$a_n = a + (n-1)d$

$S_n = n/2\ [2a + (n-1)d]$

12 व्या दिवशी वाचलेली पाने

$a_{12} = a + (12-1)d$

$= 25 + 11 \times 2$

$= 25 + 22$

$= 47$

12 व्या दिवशी 47 पाने वाचली जातात.

पुस्तक पूर्ण करण्यासाठी लागणारे दिवस:

$S_n = 432$

$n/2\ [2(25) + (n-1)2] = 432$

$n/2\ [50 + 2n - 2] = 432$

$n/2\ (48 + 2n) = 432$

$n(n + 24) = 432$

$n^2 + 24n - 432 = 0$

$n^2 + 36n - 12n - 432 = 0$

$n(n + 36) - 12(n + 36) = 0$

$(n + 36)(n - 12) = 0$

n = 12 (आपण ऋण संख्या विचारात घेत नाही आहोत)

n = 12

घटक : 06 त्रिकोण

I. बहुपर्यायी प्रश्न :

1. A) कोणतेही दोन समकोणी त्रिकोण
2. A) दोन समद्विभुज त्रिकोण
3. C) 4.5 cm
4. C) 5 cm
5. C) ĐB = ĐD
6. B) 5cm
7. B) 4
8. C) 16
9. C) 1.5
10. C) x =
11. C) 30cm
12. C) 3 cm
13. C) 8 cm
14. B) 70°
15. B) 3 cm
16. C) 60cm
17. B) DP/PL = DC/BL
18. A) 64 cm
19. A) 25m
20. B) समरूप परंतु एकरूप नसलेले
21. B)
22. C) 8cm
23. C)
24. A)
25. B) 7.5cm
26. D)
27. A) PQ & AB
28. B) 3 cm

II. एक गुणांचे प्रश्न :

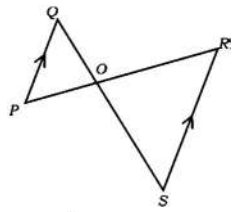
29. कोणत्याही दोन बहुभुजांचे संगत कोन समान आणि संगत बाजूंचे गुणोत्तर समान असेल, तर त्या दोन बहुभुजांना **समरूप बहुभुज** म्हणतात.

30 1). संगत कोन समान असावेत.

2) संगत बाजूंचे गुणोत्तर समान असावे.

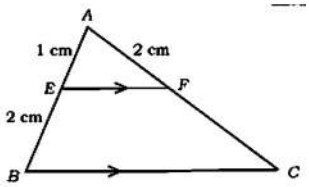
31. **थेल्सचे प्रमेय :**
"त्रिकोणाच्या एका बाजूस समांतर रेषा काढून ती त्रिकोणाच्या उर्वरित दोन बाजूंना वेगवेगळ्या बिंदूंमध्ये छेदत असेल, तर उर्वरित दोन बाजू समान गुणोत्तरात विभागल्या जातात."
32. **दोन त्रिकोणांच्या समरूपतेची कोन-कोन-कोन (A-A-A) कसोटी :**
"दोन त्रिकोणांमध्ये संगत कोन समान असतील, तर त्यांच्या संगत बाजू समान गुणोत्तरात (किंवा प्रमाणात) असतात आणि म्हणून ते दोन त्रिकोण समरूप असतात."
33. **दोन त्रिकोणांच्या समरूपतेची कोन-कोन-कोन (A-A-A) कसोटी**
34. PR
35. 10cm
36. 2 cm

37. OS:OQ = 2 : 1
Δ POQ ~ ΔROS
$\therefore \frac{PQ}{SR} = \frac{OQ}{OS} = \frac{1}{2}$
∴ OS : OQ = 2: 1



38) $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{FC}$$
$$FC = 2 \times 2 = 4$$



39) 42m

III. दोन गुणांचे प्रश्न :

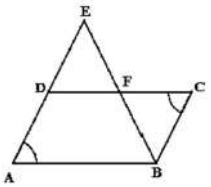
40.

ΔABC आणि ΔCFB मध्ये

ÐA = ÐC) (समांतरभुज चौकोनाचे विरुद्ध कोन)

ÐAEB = ÐCBF (AF||BC, एकाआडचे कोन)

म्हणून, AA समरूपता कसोटीनुसार



$\Delta ABC \sim \Delta CFB$

41. थेल्सच्या प्रमेयानुसार

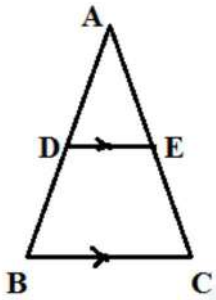
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\frac{2.4}{3} = \frac{AE}{5}$$

$AE = \frac{2.4 \times 5}{3}$

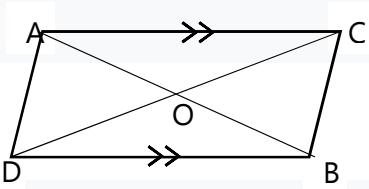
$AE = 0.8 \times 5$

$AE = 4$ cm



42. In ΔACO and ΔBDO

$\angle CAO = \angle DBO$ (व्युत्क्रम कोन $AC \parallel BD$)



$\angle ACO = \angle BDO$

$\angle AOC = \angle BOD$ (व्युत्क्रम कोन $AC \parallel BD$)

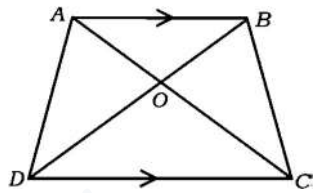
A-A-A समरूपता निकषाद्वारे

$\therefore \Delta AOC \sim \Delta BOD$

43. In Δ AOB and Δ DOC $\angle$ AOB= $\angle$ DOC AND $\angle$ABO =$\angle$ ODC

$\angle$ BAO =$\angle$OCD

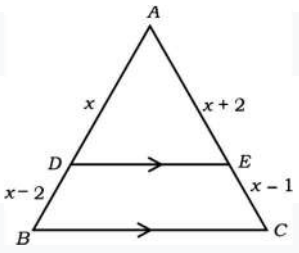
$\therefore \Delta AOB \sim \Delta$ DOC



$$\therefore \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$$

44. In ΔABC , DE || BC

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$[$\because$ थेल्सचा प्रमेय]



$\frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{x-1}$

तिरकस गुणाकार

$x(x - 1) = (x - 2)(x + 2)$

$x^2 - x = x^2 - 4$

$-x = -4$

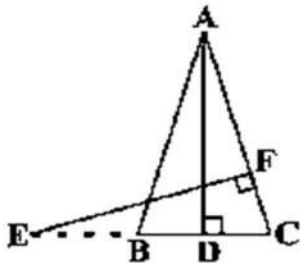
$x = 4$

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{X}{X-2} = \frac{4}{4-2} = \frac{4}{2} = = \frac{2}{1}$

$\therefore$ AD:DB = 2:1

45. ABC is an समद्विभुज त्रिकोण

AB = AC (समान कोनांच्या समोरील बाजू)



$\angle B = \angle C$

$\angle ABD = \angle ECF$

In ΔABD and ΔECF

$\angle ADB = \angle EFC = 90^O$

$\therefore \angle ABD = \angle ECF$

A-A-A समरूपता निकषाद्वारे

$\Delta ABD \sim \Delta ECF$

46. In ΔPQR

$\angle PQR = \angle PRQ$ (

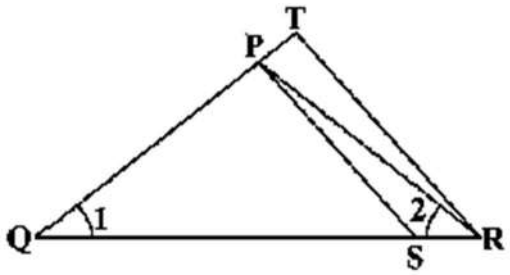
PQ = PR

but

$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$

from (1)

$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PQ}$ $------2$



त्रिकोण PQS आणि त्रिकोण TQR मध्ये

$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PQ}$ (समीकरण २ वरून)

$\angle Q = \angle Q$ (सामायिक कोन)

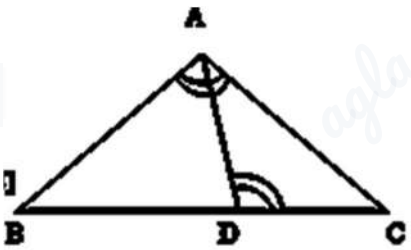
$\therefore \Delta PQS \sim \Delta TQR$

IV. तीन गुणांचे प्रश्न

47. In ΔABC and ΔADC

∠BAC = ∠ADC [

∠ACB = ∠ACD (सामायिक कोन)



∴∠ABC = ∠DAC

∴ΔABC ~ ΔDAC A-A-A समरूपता निकषाद्वारे

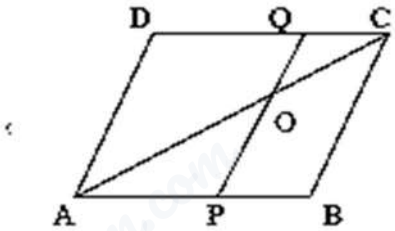
$$\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC}$$

$$\therefore AC^2 = BC \cdot CD$$

48.

In ΔOAP and ΔOQC

∠OAP = ∠QCO (∵AB ∥ CD एकांतर कोन आहेत)



∠AOP = ∠QOC (∵ विरुद्ध कोन)

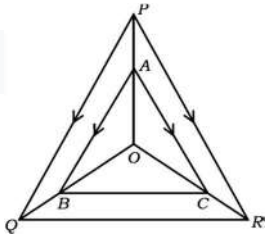
∠APO = ∠OQC (∵ तिसरा कोन)

∴ Δ OAP ~ Δ OQC (∵ A-A कसोटीनुसार)

$$\frac{OA}{OC} = \frac{AP}{CQ}$$

so CQ = $\frac{1}{5}$ CD and AP = $\frac{2}{5}$AB

$\frac{OA}{OC} = \frac{\frac{2}{5}AB}{\frac{1}{5}CD}$



But AB = CD (समांतरभुज चौकोनाचे संमुख कोन)

$$\frac{OA}{OC} = \frac{\frac{2}{5}AB}{\frac{1}{5}CD}$$

$$\frac{OA}{OC} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{1}$$

$$\frac{OA}{OC} = 2$$

$$\therefore OA = 2OC$$

49 In △ OPQ , AB || PQ

$\therefore \frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ}$ ... ... (1) (∵थेल्सचे प्रमेय)

In △ OPR , AC || PR

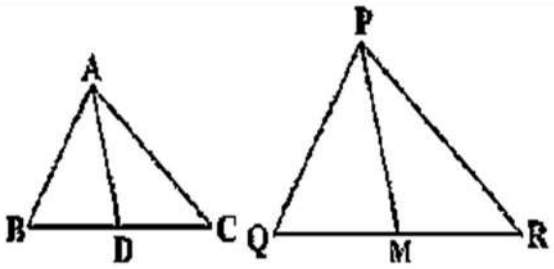
$\therefore \frac{OC}{CR} = \frac{OA}{AP}$ ... ... (2) (∵थेल्सचे प्रमेय)

From (1) and (2) , we get

$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$

∴ BC || QR (∵ थेल्सच्या प्रमेयाचा व्यत्यास)

50. त्रिकोण ABC आणि त्रिकोण PQR मध्ये



$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AD}{PM}$

सिद्ध करण्यासाठी

: ΔABC~ΔPQR

Proof :

$\frac{AB}{PQ} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}QR} = \frac{AD}{PM}$ ----------(1)

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} = \frac{AD}{PM}$ (D हा BC चा मध्यबिंदू आहे आणि M हा QR चा मध्यबिंदू आहे)

$\Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta PQM$ (S S S समरूपतेची कसोटी)

$\therefore \angle ABD = \angle PQM$ (समरूप त्रिकोणांचे संगत कोन)

$\therefore \angle ABC = \angle PQR$

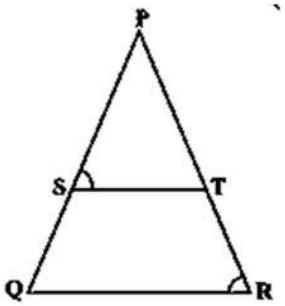
Now In ΔABC and ΔPQR

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$

$ABC = \angle PQR$

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta PQR$

51. ST || QR ∵)थेल्सच्या प्रमेयाचा व्यत्यास(



$\angle PST = \angle PQR$ ($\therefore$संगत कोन)

-----(1)

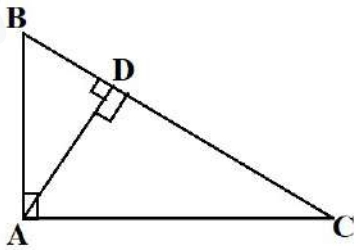
$\angle PST = \angle PRQ$ ($\therefore$data) ----- (2)

$\Rightarrow \angle PRQ = \angle PQ R$

$\therefore PQ = PR$

Δ PQR हा समद्विभुज त्रिकोण आहे.

52. सिद्ध करण्यासाठी: $AB^2 = BC \times BD$



Proof: In ΔBDA and ΔBAC

$\angle B$ is common

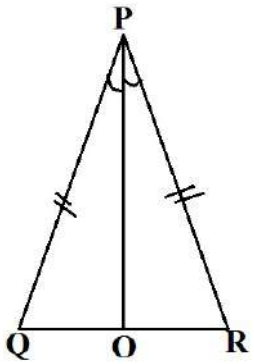
$\angle D = \angle A = 90°$

∴ ΔBDA ~ΔBAC (AA निकष)

$\frac{BD}{AB} = \frac{BA}{BC}$

$\therefore AB^2 = BC \times$ BD

53. सिद्ध करण्यासाठी: $\frac{OQ}{OR} = 1$



Proof: In ΔPOQ and ΔPOR

$\angle OPQ = \angle OPR$ (∵ PO हा ∠P चा दुभाजक आहे)

$\angle Q = \angle R$ समद्विभुज त्रिकोणाचे पायाचे कोन समान असतात)

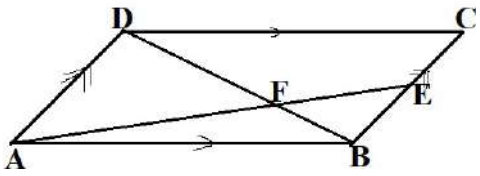
∴ ΔPOQ~ΔPOR (AA निकष)

$\frac{OQ}{OP} = \frac{PQ}{PR}$ (CSST)

$\therefore \frac{OQ}{OP} = 1$ (∵ $PQ = PR$)

54.

सिद्ध करण्यासाठी: DF x EF = FB x FA



Proof: In ΔDFAand ΔBFE

$\angle ADF = \angle EBF$ (∵व्युत्क्रम कोन)

$\angle AFD = \angle EFB$ (विरुद्ध कोन)

∴ ΔDFA~ΔBFE (AA निकष)

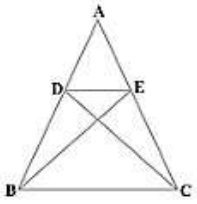
$\frac{DF}{BF} = \frac{FA}{FE}$

∴DF x EF = FB x FA

55

उत्तर :

ΔABE ≅ΔACD (Gven)



∴ AB = AC----------(1)

and AD = AE----------(2)

[By CPCT]

ΔADE आणि ΔABC मध्ये,

Divide (2)by (1)

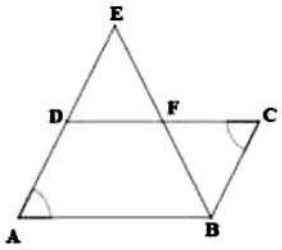
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

$\angle A = \angle A$

ΔABE~ ΔCFB Δ ADE ~ Δ ABC [SAS समरूपतेची अट]

56.

Solution : In ΔABE and ΔCFB



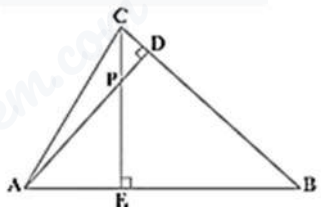
A = C (समांतरभुज चौकोनाचे संमुख कोन)

AEB = CBF (AE || BC व्युत्क्रम कोन)

∴ AA समरूपता निकष

ΔABE~ΔCFB

57. (i) ΔAEP आणि ΔCDp मध्ये



AEP = CDP = 90°

∠APE = ∠CPD (विरुद्ध कोन)

AA समरूपता निकष

ΔAEP ~ ΔCDP

(ii) ΔABD आणि ΔCBE मध्ये

$ADB = CEB = 90°$

$ABD = CBE$ (सामायिक कोन)

AA समरूपता निकष

$\Delta ABD \sim \Delta CBE$

(iii) ΔAEP आणि ΔADB मध्ये

$AEP = ADB = 900$

$PAE = DAB$ (सामायिक कोन)

AA समरूपता निकष

$\Delta AEP \sim \Delta ADB$

(iv) ΔPDC आणि ΔBEC मध्ये

$PDC = BEC = 90°$

$PCD = BCE$ (सामायिक कोन)

AA समरूपता निकष

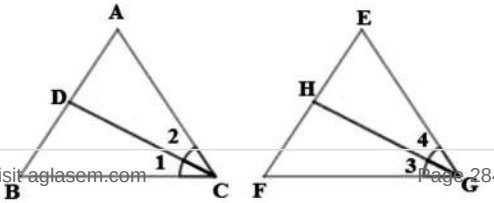
$\Delta PDC \sim \Delta BEC$

58. (i) $\Delta ABC \sim \Delta FEG$ (दिलेले आहे)

$\therefore A = F, ACB = FGE$

[समरूप त्रिकोणांचे संगत कोन]

CD हा $\angle ACB$ चा दुभाजक आहे आणि GH हा $\angle FGE$ चा दुभाजक आहे



aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

∴ ACD = FGH

ΔACD आणि ΔFGH मध्ये.

A = F

∠ACD = ∠FGH

AA समरूपता निकष

ΔACD ~ ΔFGH

$$\Rightarrow \frac{CD}{GH} = \frac{AC}{PG}$$

(ii) ΔABC ~ ΔFEG [Given]

∴ B = E, and ACB = FGE [समरूप त्रिकोणांचे संगत कोन]

CD हा ∠ACB चा दुभाजक आहे, GH हा ∠FGE चा दुभाजक आहे.

∴ DCB = HGE

आता ΔDCB आणि ΔHGE मध्ये,

∠DCB = ∠HGE ; ∠B = ∠E

AA समरूपता निकष

∴ΔDCB ~ ΔHGE

59.

दिले आहे : △ PQR हा समद्विभुज त्रिकोण आहे. येथे PQ = QR आहे. ∠P चा दुभाजक QR छेदतो.



सिद्ध करण्यासाठी

$$\frac{OQ}{OR} = 1$$

Proof : △POQ आणि △ POR मध्ये

PQ = QR (द्विभुज त्रिकोण)

∠QPO = ∠RPO (PO हा ∠P चे दोन समान भाग करतो.)

PO = PO (दोन्ही त्रिकोणांची सामायिक बाजू)

△POQ ≅POR (

△POQ आणि △POR च्या बाजूंची लांबी समान आहे

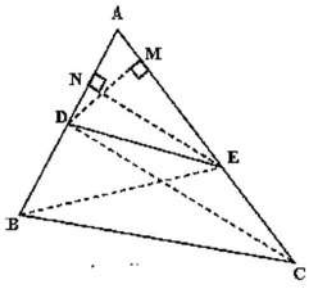
V. चार/पाच गुणांचे प्रश्न

60 .

विधान : "जर त्रिकोणाच्या एका बाजूला समांतर अशी रेषा काढली आणि ती उरलेल्या दोन बाजूंना भिन्न बिंदूंमध्ये छेदत असेल, तर त्या दोन बाजूंचे समान गुणोत्तरात विभाजन होते." (थेल्सचे प्रमेय)

माहिती : त्रिकोण ABC मध्ये, काढलेली रेषा DE ही AB आणि AC यांना अनुक्रमे D आणि E बिंदूंमध्ये छेदते.

सिद्ध करण्यासाठी : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$



रचना : BE आणि DC जोडा; तसेच DM ⊥ AC आणि EN ⊥ AB काढा.

Proof : ΔADE आणि ΔBDE मध्ये

$$\frac{\text{क्षेत्रफळ}\Delta ADE}{\text{क्षेत्रफळ}\Delta DBE} = \frac{\frac{1}{2}AD \times EN}{\frac{1}{2}BD \times EN}$$

$$\frac{\text{क्षेत्रफळ}\Delta ADE}{\text{क्षेत्रफळ}\ \Delta DBE} = \frac{AD}{BD} \quad \text{----------1}$$

ΔADE आणि ΔECD मध्ये

$$\frac{\text{क्षेत्रफळ}\Delta ADE}{\text{क्षेत्रफळ}\ \Delta ECD} = \frac{\frac{1}{2}AE \times DM}{\frac{1}{2}EC \times DM}$$

$$\frac{\text{क्षेत्रफळ}\Delta ADE}{\text{क्षेत्रफळ}\ \Delta ECD} = \frac{AE}{EC} \text{----------2}$$

ΔBDE आणि ΔDEC हे एकाच पाया DE वर आणि $BC \parallel DE$ या समांतर रेषांच्या दरम्यान आहेत.

Δ BDE चे क्षेत्रफळ = Δ ECD चे क्षेत्रफळ

(1) आणि (2) वरून

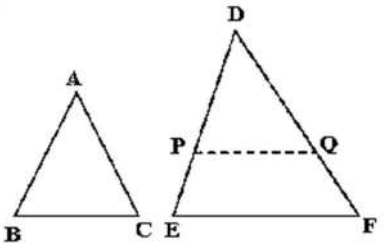
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

61. : त्रिकोण **ABC** आणि $\angle \mathbf{A} = \angle \mathbf{D}, \angle \mathbf{B} = \angle \mathbf{E}, \angle \mathbf{C} = \angle \mathbf{F}$

सिद्ध करण्यासाठी

: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

रचना : DE आणि DF वर $AB = DP$ आणि $AC = DQ$ असे कापून घ्या



Proof : ΔABC आणि ΔD मध्ये,

AB = DP , AC = DQ (construction)

$\Delta BAC = \Delta PDQ$

Δ ABC $\cong \Delta$ DPQ (SAS एकरूपतेचा नियम.)

$\Delta ABC = \Delta DPQ$

But $\Delta ABC = \Delta DEF$

$\therefore \Delta DPQ = \Delta DEF$

PQ ||EF (कारण संगत कोन समान असतात.)

$\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF}$------1

But AB = DP , BC = DQ

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

62.

त्रिकोण ABC आणि त्रिकोण DEF मध्ये

$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ ----- (1)

सिद्ध करण्यासाठी

: $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ **आणि** $\angle C = \angle F$ **आणि** $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

रचना : DE आणि DF वर अनुक्रमे P आणि Q असे बिंदू घ्या की जेणेकरून AB = DP आणि AC = DQ होईल; त्यानंतर PQ जोडा.

Proof : $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$ (∵ DP = AB, DQ = AC)

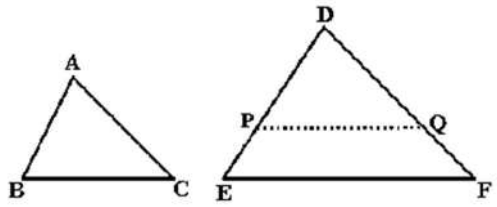
$\Rightarrow \frac{DE}{DP} = \frac{DF}{DQ}$ (Inverse)

$\Rightarrow \frac{DE}{DP} - 1, \frac{DF}{DQ} - 1,$

$\Rightarrow \frac{DE-D}{DP} = \frac{DF-DQ}{DQ}$

$\Rightarrow \frac{PE}{DP} = \frac{QE}{DQ}$

$\Rightarrow \frac{DP}{PE} = \frac{DQ}{QF}$ (inverse)



∴ PQ ||EF (∵थेल्सचे प्रमेय)

∴ ∠P = ∠E and ∠Q = ∠F

∴ Δ DPQ = Δ DEF AA समरूपता निकष

There fore $\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{PQ}{EF}$ ------ (2)

If AB = DP, AC = DQ

$\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{BC}{EF}$ ------- (3)

From (2)and (3)

BC = PQ

In Δ ABC and Δ DPQ

BC = PQ

AB = DP

AC = DQ

Δ ABC ≅ Δ DPQ

∴ ∠A = ∠D, ∠B = ∠P, &∠C = ∠Q,

⇒ ∠A = ∠D, ∠B = ∠E, &∠C = ∠F
&Δ ABC ~Δ DE F

63.

त्रिकोण ABC आणि त्रिकोण DEF मध्ये

$\angle A = \angle D$, and $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

सिद्ध करा : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

रचना: DE आणि DF वर P आणि Q बिंदू असे घ्या की AB = DP आणि AC = DQ होईल, नंतर PQ जोडा.

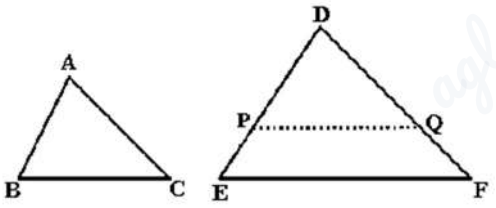
Proof :

In ΔABC and ΔDPQ

AB = DP (रचना

AC = DQ (रचना

$\angle A = \angle D$,



$\Delta ABC \cong \Delta DPQ$ (SAS)

$\therefore \angle B = \angle P$,

$\angle C = \angle Q$, (समरूप त्रिकोणांच्या संगत बाजू)------ (1)

$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (data)

$\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$ (AB = DP & AC = DQ)

$\therefore$ PQ || EF ∵)थेल्सच्या प्रमेयाचा व्यत्यास

$\therefore \angle E = \angle P$,

$\angle F = \angle Q$, --------(2)

(1) आणि (2) वरून

$\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$, and $\angle A = \angle D$,

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta DEF$

घटक : ०७ अध्याय ७ : सहनिर्देशक भूमिती

I. बहुपर्यायी प्रश्न

1) A) (x , 0)

2) D) (0 , y)

3) A) 2 Units

4) D) -4 Units

5) C) (0, 0)

6) D) $\sqrt{a^2 + b^2}$

7) C) $\sqrt{x^2 + y^2}$

8) A) ± 3

9) C) (3, 5)

10) B) (-3, 4)

11) B) 3

12) A) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

13) D) -5

14) D) (-2, 0)

II. एका गुणाचे प्रश्न :

15) P (-3, 5) = (x, y) OP = $\sqrt{x^2 + y^2}$

OP = $\sqrt{(-3)^2 + 5^2}$

OP = $\sqrt{9 + 25}$ = $\sqrt{34}$Units

16) P (6, 8) = (x, y) OP = $\sqrt{x^2 + y^2}$

OP = $\sqrt{6^2 + 8^2}$ =$\sqrt{36 + 64}$ = $\sqrt{100}$ = 10 Units

17) P(x, y) = $\left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right]$

18) (5, 4) = (x_1, y_1), (1, 4) = (x_2, y_2)

P(x, y) = $\left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right]$

P(x, y) = $\left[\frac{5 + 1}{2}, \frac{4 + 4}{2}\right]$

P(x, y) = $\left[\frac{6}{2}, \frac{8}{2}\right]$**= (3, 4)**

19) $(2,\ 3) = (x_1,\ y_1)$, $(4,\ 3) = (x_2,\ y_2)$

$$P(x,\ y) = \left[\frac{x_1 + x_2}{2},\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right]$$

$$P(x,\ y) = \left[\frac{2\ +4}{2},\ \frac{3+3}{2}\right]$$

P(x, y) $= \left[\frac{6}{2},\ \frac{6}{2}\right]$ **= (3, 3)**

20) $(3,\ 4) = (x_1,\ y_1)$, $(5,\ 6) = (x_2,\ y_2)$

$$P(x,\ y) = \left[\frac{x_1 + x_2}{2},\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right]$$

$$P(x,\ y) = \left[\frac{3+5}{2},\ \frac{4+6}{2}\right]$$

P(x, y) $= \left[\frac{8}{2},\ \frac{10}{2}\right]$ **= (4, 5)**

21) $(6,\ 3) = (x_1,\ y_1)$, $(4,\ y) = (x_2,\ y_2)$ $P(x, y) = (5,\ 5)$

$$P\ (x,\ y) = \left[\frac{x_1 + x_2}{2},\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right]$$

$$(\ 5,\ 5\ ) = \left[\frac{6+\ 4}{2},\ \frac{3\ +\ y}{2}\right]$$

$$(\ 5,\ \mathbf{5}\ ) = \left[\frac{10}{2},\ \frac{\mathbf{3\ +\ y}}{\mathbf{2}}\right]$$

$5 = \frac{3\ +\ y}{2}$

$\Rightarrow\ 10 = 3 + y$

$$10 - 3 = y \ \Rightarrow\ y = 7$$

$\therefore$ **y = 7**

22)$P(x,\ y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2},\ \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$

23)$P\ (x,\ y) = \left[\frac{x_1 + x_2}{2},\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right]$

दोन गुणांचे प्रश्न :-

24) P(2, 3) = (x_1, y_1), Q(4, 1) = (x_2, y_2)

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

∴ **PQ = $2\sqrt{2}$** Units

25) P(2, 4) = (x_1, y_1), Q(8, 12) = (x_2, y_2)

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(8-2)^2 + (12-4)^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

∴ **PQ = 10** Units

26) P(5, 6) = (x_1, y_1), Q(1, 3) = (x_2, y_2)

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(1-5)^2 + (3-6)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

∴ **PQ = 5** Units

27) P(-5, 7) = (x_1, y_1), Q(-1, 3) = (x_2, y_2)

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{[-1-(-5)]^2 + (3-7)^2}$$

$$= \sqrt{(-1+5)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 16} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

∴ **PQ = $4\sqrt{2}$** Units

28) A(2, 6) = (x_1, y_1), B(5, 10) = (x_2, y_2)

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$= \sqrt{(5-2)^2 + (10-6)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2}$

$= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

∴ **AB = 5** Units

29) A(5, -7) = (x_1, y_1), B (1, -3) = (x_2, y_2)

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(1-5)^2 + [-3-(-7)]^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-3+7)^2}$

$= \sqrt{16 + (4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}\sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

∴ **PQ = $4\sqrt{2}$** Units

30) P(2, -3) = (x_1, y_1) Q (10, y) = (x_2, y_2), PQ मधील अंतर = १० एकके

y = ?

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$10 = \sqrt{(10-2)^2 + [(y-(-3)]^2}$

$10 = \sqrt{(8)^2 + (y+3)^2}$

$10 = \sqrt{64 + (y+3)^2}$ [दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून]

$10^2 = [\sqrt{64 + (y+3)^2}]^2$

$100 = 64 + (y+3)^2$

$100 - 64 = (y+3)^2$

$36 = (y+3)^2$

$\sqrt{36} = (y + 3)$

$(y + 3) = \sqrt{36} = \mp 6$

$(y + 3) = \mp 6$

y + 3 = + 6 **OR** y + 3 = - 6

y = 6 - 3 y = -6 – 3

y = 3 y = - 9

∴ **y = 3 OR y = - 9**

31) P(3, 1) = (x_1, y_1) Q (0, x) = (x_2, y_2), PQ मधील अंतर = ५ एकके

x = ?

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$5 = \sqrt{(0-3)^2 + (x-1)]^2}$$

$$5 = \sqrt{(-3)^2 + (x-1)^2}$$

$5 = \sqrt{9 + (x-1)^2}$ [दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून]

$5^2 = [\sqrt{9 + (x-1)^2}]^2$

$$25 = 9 + (x-1)^2$$

$$25 - 9 = (x-1)^2$$

$$16 = (x-1)^2$$

$\sqrt{16}$ = (x – 1)

$$4 = x - 1 \Rightarrow 4 + 1 = x$$

⇒x = 5

32) बिंदू P चे निर्देशक

= P (1, 1) = (x_1, y_1),

बिंदू Q चे निर्देशक

= Q (5, 4) = (x_2, y_2),

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(5-1)^2 + (4-1)^2}$$

$$= \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

∴ **PQ = 5Units**

33) A (-6, 10) = (x_1, y_1), B(3, -8) = (x_2, y_2), P(-4, 6) = (x, y), $m_1 : m_2$ = ?

$$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$(-4, 6) = \left[\frac{m_1(3) + m_2(-6)}{m_1 + m_2}, \frac{m_1(-8) + m_2(10)}{m_1 + m_2}\right]$$

$$(-4, 6) = \left[\frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2}, \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2}\right]$$

$-4 = \frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2}$ किंवा $6 = \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2}$

$-4(m_1 + m_2) = 3m_1 - 6m_2$

$-4m_1 - 4m_2 = 3m_1 - 6m_2$

$-4m_1 - 3m_1 = -6m_2 + 4m_2$

$-7m_1 = -2m_2$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$

$\therefore m_1 : m_2 = 2 : 7$

34) A (4, -3) = (x_1, y_1), B(8, 5) = (x_2, y_2), $m_1 : m_2$ = 3 : 1, P (x, y) = ?

$$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{3(8) + 1(4)}{3 + 1}, \frac{3(5) + 1(-3)}{3 + 1}\right]$$

$$= \left[\frac{24 + 4}{4}, \frac{15 - 3}{5}\right]$$

$$= \left[\frac{28}{4}, \frac{12}{4}\right] = [7, 3]$$

$\therefore P(x, y) = [7, 3]$

35) A (-1, 7) = (x_1, y_1), B (4, -3) = (x_2, y_2), $m_1 : m_2 = 2 : 3$, P(x, y) = ?

$$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{2(4) + 3(-1)}{2 + 3}, \frac{2(-3) + 3(7)}{2 + 3}\right]$$

$$= \left[\frac{8 - 3}{5}, \frac{-6 + 21}{5}\right]$$

$$= \left[\frac{5}{5}, \frac{15}{5}\right] = [1, 3]$$

$\therefore P(x, y) = [1, 3]$

36) (1, 6) = (x_1, y_1), (4, 3) = (x_2, y_2), $m_1 : m_2 = 1 : 2$, P(x, y) = ?

$$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{1(4) + 2(1)}{1 + 2}, \frac{1(3) + 2(6)}{1 + 2}\right]$$

$$= \left[\frac{4 + 2}{3}, \frac{3 + 12}{3}\right]$$

$$= \left[\frac{6}{3}, \frac{15}{3}\right] = [2, 5]$$

∴P(x, y) = [2, 5]

37) A(1, -3) = (x_1, y_1), B(8, 5) = (x_2, y_2), $m_1 : m_2 = 3 : 1$ P(x, y) = ?

$$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{3(8) + 1(1)}{3 + 1}, \frac{3(5) + 1(-3)}{3 + 1}\right]$$

$$= \left[\frac{24 + 1}{4}, \frac{15 - 3}{4}\right]$$

$$= \left[\frac{25}{4}, \frac{12}{4}\right] = \left[\frac{25}{4}, 3\right]$$

∴P(x, y) = $\left[\frac{25}{4}, 3\right]$

38) वर्तुळाचा केंद्रबिंदू हा व्यासाचा मध्यबिंदू असतो.

B (x_2, y_2) = (1, 4), P(x, y) = (2, -3), A(x_1, y_1) = ?,

$$P(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$P(2, -3) = \left(\frac{x_1 + 1}{2}, \frac{y_1 + 4}{2}\right)$$

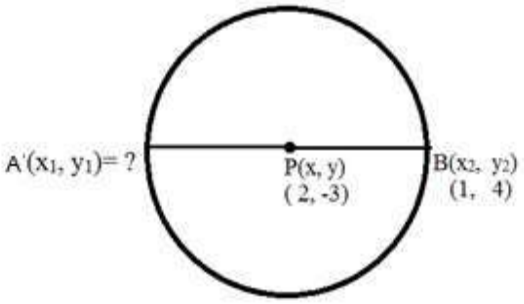
$$2 = \frac{x_1 + 1}{2}, \qquad -3 = \frac{y_1 + 4}{2}$$

$$2 \times 2 = x_1 + 1 \qquad -3 \times 2 = y_1 + 4$$

$$4 = x_1 + 1, \qquad -6 = y_1 + 4$$

$$x_1 = 4 - 1 = 3, \qquad y_1 = -6 - 4 = -10$$

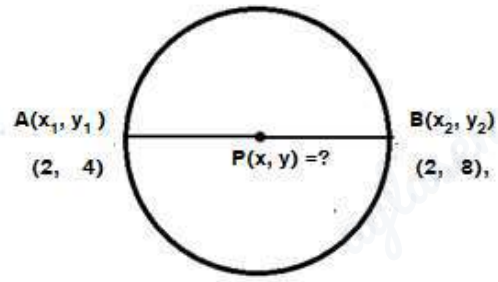
$x_1 = 3$, $y_1 = -10$



∴ बिंदू A चे निर्देशक= **A (3, -10)**

39) Centre of the circle is the mid point of the diameter

.A(x_1, y_1) = (2, 4) B(x_2, y_2) = (2, 8), P(x, y) = ?



P(x, y) = $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

P(x, y) = $\left(\frac{2+2}{2}, \frac{4+8}{2}\right)$

= $\left(\frac{4}{2}, \frac{12}{2}\right)$ = (2, 6)

∴मध्यबिंदू P(x, y) चे निर्देशक = **(2, 6)**

40) O (x_1, y_1) = (-5, 4) A(x_2, y_2) = (-7, 1),

$$OA = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{[-7 - (-5)]^2 + (1 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{(-7 + 5)^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{(-2)^2 + 9}$$

OA = $\sqrt{4+9}$ = $\sqrt{13}$

∴**OA = $\sqrt{13}$ Units**

41.

$$(x, y) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$(6, 5) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{6+y}{2}\right)$$

$$\frac{4+x}{2} = 6 \quad \frac{6+y}{2} = 5$$

$4 + x = 12$ $6 + y = 10$

$x = 12 - 4$ $y = 10 - 6$

$x = 8$ $y = 4$

∴ बिंदू B चे निर्देशक (8, 4) आहेत.

42. A(1 , 6) = (x_1, y_1), B(4 , 3) = (x_2, y_2) $m_1 : m_2 \Rightarrow 3 : 1$ P(x, y) = ?

$$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{3(4) + 1(1)}{3 + 1}, \frac{3(3) + 1(6)}{3 + 1}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{12 + 1}{4}, \frac{9 + 6}{4}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{13}{4}, \frac{15}{4}\right]$$

43.

$$(x , y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$(4 , 3) = \left(\frac{x+2}{2} , \frac{5+y}{2}\right)$$

$$\frac{x + 2}{2} = 4 \quad \frac{5 + y}{2} = 3$$

$x + 2 = 8$ $\quad$ $5 + y = 6$

$x = 8 - 2$ $\quad$ $y = 6 - 5$

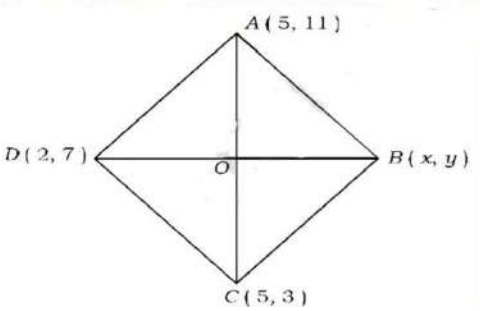
$x = 6$ $\quad$ $y = 1$

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(6 - 2)^2 + (5 - 1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(4)^2 + (4)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = \sqrt{16\,x\,2} = 4\sqrt{2} \text{ Units}$$

44.



Soln: AC चा मध्यबिंदू = BD चा मध्यबिंदू

$(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$(x, y) = \left(\frac{5+5}{2}, \frac{11+3}{2}\right)$

$(x, y) = \left(\frac{10}{2}, \frac{14}{2}\right)$

$(x, y) = (5, 7)$

$(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$(5, 7) = \left(\frac{2+x}{2}, \frac{7+y}{2}\right)$

$$\frac{2+x}{2} = 5 \quad \frac{7+y}{2} = 7$$

$2 + x = 10$ $\quad$ $7 + y = 14$

$x = 10 - 2$ $\quad$ $y = 14 - 7$

$x = 8$ $\quad$ $y = 7$

BD $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(8-2)^2 + (7-7)^2}$

$= \sqrt{(6)^2 + (0)^2}$

$= \sqrt{(6)^2}$

= 6 Units

IV. तीन गुणांचे प्रश्न :-

45) Coordinates of the point A = (0, 6) = (x_1, y_1),

Coordinates of the point B = (3, 0) = (x_2, y_2),

Coordinates of the point P = (2, 2) = (x, y), $m_1 : m_2 = ?$

$$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$(2, 2) = \left[\frac{m_1(3) + m_2(0)}{m_1 + m_2}, \frac{m_1(0) + m_2(6)}{m_1 + m_2}\right]$$

$$(2, 2) = \left[\frac{3m_1 + 0}{m_1 + m_2}, \frac{0 + 6m_2}{m_1 + m_2}\right]$$

$$(2, 2) = \left[\frac{3m_1}{m_1 + m_2}, \frac{6m_2}{m_1 + m_2}\right]$$

$2 = \frac{3m_1}{m_1 + m_2}$ किंवा $2 = \frac{6m_2}{m_1 + m_2}$

$2(m_1 + m_2) = 3m_1$ $\quad$ $2(m_1 + m_2) = 6m_2$

$2m_1 + 2m_2 = 3m_1$ $\quad$ $2m_1 + 2m_2 = 6m_2$

$2m_2 = 3m_1 - 2m_1$ $\quad$ $2m_1 = 6m_2 - 2m_2$

$2m_2 = m_1$ $\quad$ $2m_1 = 4m_2$

$\frac{2}{1} = \frac{m_1}{m_2}\frac{m_1}{m_2} = \frac{4}{2}$

$\therefore m_1 : m_2 = 2 : 1$

46) बिंदू A चे निर्देशक : A (2, 5) = (x_1, y_1), $m_1 : m_2 = 1 : 2$, P (x, y)= ?

बिंदू A चे निर्देशक: B (5, 2) = (x_2, y_2),

$$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$= \left[\frac{1(5) + 2(2)}{1 + 2}, \frac{1(2) + 2(5)}{1 + 2}\right]$$

$$= \left[\frac{5 + 4}{3}, \frac{2 + 10}{3}\right]$$

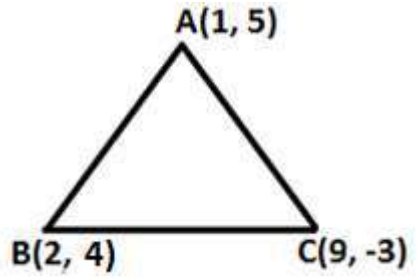
$$= \left[\frac{9}{3}, \frac{12}{3}\right] = (3, 4)$$

$P(x, y) = (3, 4)$

47) Distance between the points **AB** = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

A(1, 5) = (x_1, y_1), B (2, 4) = (x_2, y_2)

$= \sqrt{(2 - 1)^2 + (3 - 4)^2}$



$= \sqrt{(1)^2 + (-1)^2}$

⇒**AB**= $\sqrt{1+1}$ =$\sqrt{\mathbf{2}}$ = 1.414

Distance between the points**BC** = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

B (2, 4) = (x_1, y_1), C (9, -3) = (x_2, y_2)

$= \sqrt{(9-2)^2 + (-3-4)^2}$

$= \sqrt{(7)^2 + (-7)^2}$

⇒**BC**= $\sqrt{49+49}$ =$\sqrt{\mathbf{98}}$ = 9.899

Distance between the points **AC** = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

A (1, 5) = (x_1, y_1) , C (9, -3)= (x_2, y_2)

$= \sqrt{[9-1]^2 + (-3-5)^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (-8)^2}$

⇒**AC** = $\sqrt{64+64}$ =$\sqrt{128}$ = 11.313

1.414 + 9.899 = 11.313

11.313 = 11.313

AB + BC = AC∴ दिलेले बिंदू एकरेषीय आहेत.

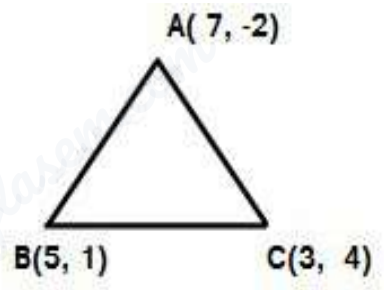
48) Distance between the points **AB** = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

A(7, -2) = (x_1, y_1), B (5, 1) = (x_2, y_2)

$= \sqrt{(5-7)^2 + [1-(-2)]^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + (1+2)^2}$

⇒**AB**= $\sqrt{4+9}$ =$\sqrt{\mathbf{13}}$ = **3.605**



Distance between the points **BC** = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

B (5, 1) = (x_1, y_1), C (3, 4) = (x_2, y_2)

$= \sqrt{(3-5)^2 + (4-1)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2}$

⇒**BC**= $\sqrt{4+9}$ =$\sqrt{\mathbf{13}}$ = **3.605**

Distance between the points **AC** = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

A (7, -2) = (x_1, y_1) , C (3, 4)= (x_2, y_2)

= $\sqrt{[3-7]^2+[4-(-2)]^2}$

= $\sqrt{(-4)^2+(4+2)^2}$

⇒**AC** = $\sqrt{16+36}$ =$\sqrt{52}$= **7.211**

3.605 + 3.605 ≠ 7.21

7.21 = 7.21

AB + BC = AC∴ दिलेले बिंदू एकरेषीय आहेत.

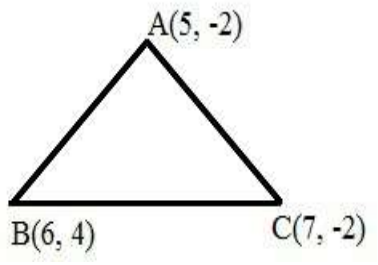
49) Distance between the points **AB** = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

A(5, -2) = (x_1, y_1) , B (6, 4) =(x_2, y_2)

= $\sqrt{(6-5)^2+[4-(-2)]^2}$

= $\sqrt{(1)^2+(4+2)^2}$

⇒**AB**= $\sqrt{1+(6)^2}$ = $\sqrt{1+36}$ =$\sqrt{\mathbf{37}}$



बिंदूंमधील अंतर **BC** = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

B (6, 4) = (x_1, y_1) C (7, -2) = (x_2, y_2)

= $\sqrt{(7-6)^2+(-2-4)^2}$

= $\sqrt{(1)^2+(-6)^2}$

⇒**BC**= $\sqrt{1+36}$ =$\sqrt{\mathbf{37}}$

बिंदूंमधील अंतर **CA** = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

C(7, -2) = (x_1, y_1), A(5, -2) = (x_2, y_2)

= $\sqrt{(7-5)^2+[-2-(-2)]^2}$

= $\sqrt{(2)^2+(-2+4)^2}$

⇒**AC** = $\sqrt{4+(2)^2}$ =$\sqrt{4+4}$ = $\sqrt{\mathbf{8}}$

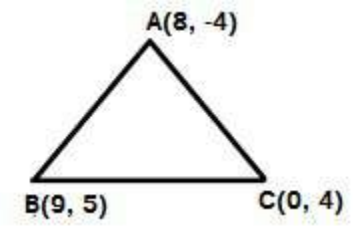
AB = **BC** =$\sqrt{\mathbf{37}}$

दिलेले बिंदू समद्विभुज त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत.

50)

बिंदूंमधील अंतर **AB** = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

A(8, -4) = (x_1, y_1) , B (9, 5) =(x_2, y_2)



$= \sqrt{(9-8)^2 + [5-(-4)]^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (5+4)^2}$

⇒**AB**= $\sqrt{1+(9)^2} = \sqrt{1+81} = \sqrt{\mathbf{82}}$

बिंदूंमधील अंतर **BC** = $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

B (9, 5) = (x_1, y_1) , C (0, 4) = (x_2, y_2)

$= \sqrt{(0-9)^2 + (4-5)^2}$

$= \sqrt{(-9)^2 + (-1)^2}$

⇒**BC**= $\sqrt{81+1} = \sqrt{\mathbf{82}}$

बिंदूंमधील अंतर **AC** = $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

C(0, 4) = (x_1, y_1), A(8, -4) = (x_2, y_2)

$= \sqrt{(8-0)^2 + [-4-(-4)]^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (0)^2}$

⇒**AC** = $\sqrt{64}$

AB = **BC** = $\sqrt{\mathbf{82}}$

दिलेले बिंदू समद्विभुज त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत.

51) A (x, 0) = (x_1, y_1) , B (0, y) = (x_2, y_2), (4, 3) = (x, y)

x = $\frac{x_1+x_2}{2}$ y = $\frac{y_1+y_2}{2}$

4 = $\frac{x+0}{2}$ 3 = $\frac{0+y}{2}$

8 = x 6 = y

A (8, 0) = (x_1, y_1) , B (0, 6) = (x_2, y_2),

AB = $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

$= \sqrt{(0-8)^2 + (6-0)^2}$

AB = $\sqrt{(8)^2 + (6)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100}$ = 10 Units

52)



समजा, P आणि Q हे AB चे त्रिभाजन बिंदू आहेत ∴ AP = PQ = QB

बिंदू P हा AB ला 1 : 2 या गुणोत्तरात अंतर्भागात विभागतो.

A(4 , -1) = (x_1, y_1), B(-2, -3) = (x_2, y_2) $m_1 : m_2$ ⇒1 : 2P(x, y) = ?

P(x, y) = $\left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

$$P(x,\ y) = \left[\frac{1(-2)+2(4)}{1+2},\ \frac{1(-3)+2(-1)}{1+2}\right]$$

$$= \left[\frac{-2+8}{3},\ \frac{-3-2}{3}\right]$$

$$= \left[\frac{6}{3},\ \frac{-5}{3}\right] = \left[2,\ \frac{-5}{3}\right]$$

$$\mathbf{P(x,\ y) = \left[2,\ \frac{-5}{3}\right]}$$

बिंदू P हा AB ला 2 : 1 या गुणोत्तरात अंतर्भागात विभागतो.

: $m_1 : m_2 \Rightarrow 2 : 1$ $P(x,\ y) = ?$

$$P(x,\ y) = \left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2},\ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$$

$$P(x,\ y) = \left[\frac{2(-2)+1(4)}{2+1},\ \frac{2(-3)+1(-1)}{2+1}\right]$$

$$= \left[\frac{-4+4}{3},\ \frac{-6-1}{3}\right]$$

$$= \left[\frac{0}{3},\ \frac{-7}{3}\right] = \left[0,\ \frac{-7}{3}\right]$$

$$\mathbf{P(x,\ y) = \left[0,\ \frac{-7}{3}\right]}$$

A आणि B चे त्रिभाजन बिंदू आहेत: $\mathbf{\left[2,\ \frac{-5}{3}\right]}$ **and** $\mathbf{\left[0,\ \frac{-7}{3}\right]}$

53)



समजा, P आणि Q हे AB चे त्रिभाजन बिंदू आहेत.

∴ AP = PQ = QB

बिंदू P हा AB ला 1 : 2 या गुणोत्तरात अंतर्भागात विभागतो.

A(2 , -2) = $(x_1,\ y_1)$, B(-7, 4) = $(x_2,\ y_2)$ $m_1 : m_2 \Rightarrow 1 : 2$ $P(x,\ y) = ?$

$$P(x,\ y) = \left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2},\ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$$

$$P(x,\ y) = \left[\frac{1(-7)+2(2)}{1+2},\ \frac{1(4)+2(-2)}{1+2}\right]$$

$$= \left[\frac{-7+4}{3},\ \frac{4-4}{3}\right]$$

$$\mathbf{P(x,\ y) = \left[\frac{-3}{3},\ \frac{0}{3}\right] = [-1,\ 0]}$$

बिंदू Q हा AB ला 2 : 1 या गुणोत्तरात अंतर्भागात विभागतो.

$$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{2(-7) + 1(2)}{2 + 1}, \frac{2(4) + 1(-2)}{2 + 1}\right]$$

$$= \left[\frac{-1 + 2}{3}, \frac{8 - 2}{3}\right]$$

P(x, y) = $\left[\frac{-12}{3}, \frac{6}{3}\right]$ **= (- 4, 2)**

∴A आणि B चे त्रिभाजन बिंदू खालीलप्रमाणे आहेत:

(-1, 0) & (- 4, 2)

54) x-अक्षावरील बिंदू (X, 0) या स्वरूपाचा असतो. P (x, y) = (x , 0)

गुणोत्तर k : 1 मानूया ∴ $m_1 : m_2 = k : 1$

A**(1, -5) =** (x_1, y_1)B**(-4, 5) =** (x_2, y_2)

$$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$P(x, 0) = \left[\frac{k(-4) + 1(1)}{k + 1}, \frac{k(5) + 1(-5)}{k + 1}\right]$$

$$(x, 0) = \left[\frac{-4k + 1}{k + 1}, \frac{5k - 5}{k + 1}\right]$$

$x = \frac{-4k + 1}{k + 1}$ ---(1)

$0 = \frac{5k - 5}{k + 1}$

$0(k + 1) = 5k - 5$

$0 = 5k - 5$

$5k = 5$ $\quad k = \frac{5}{5} = 1$∴ **k = 1**

समीकरण (1) मध्ये k = 1 ठेवा.

$x = \frac{-4(1) + 1}{1 + 1}$

$x = \frac{-4 + 1}{1 + 1} = \frac{-3}{2}$

x = $\frac{-3}{2}$

विभाजन करणाऱ्या बिंदूचे निर्देशक = **(x , 0) =** $\left(\frac{-3}{2}, 0\right)$

55). बिंदू P(x,y) हा (3, 6) आणि (-3, 4) पासून समान अंतरावर आहे PA = PB

PA = PB

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$\sqrt{(x - 3)^2 + (y - 6)^2} = \sqrt{(x - (-3))^2 + (y - 4)^2}$

$\sqrt{(x-3)^2+(y-6)^2} = \sqrt{(x+3))^2+(y-4)^2}$

By squaring on both sides

$(x-3)^2+(y-6)^2 = (x+3)^2+(y-4)^2$

$x^2 + 9 - 6x + y^2 + 36 - 12y = x^2 + 9 + 6x + y^2 + 16 - 8y$

$-6x - 6x + 8y - 12y + 36 - 16 = 0$

$-12x - 4y + 20 = 0$ (÷4)

$-3x - y + 5 = 0$

$5 = 3x + y$ OR **3x + y = 5**

56) बिंदू P(x, y) हा (7, 1) आणि (3, 5) यांपासून समदूर आहे, PA = PB

AP = BP

$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$\sqrt{(x-7)^2+(y-1)^2} = \sqrt{(x-3))^2+(y-5)^2}$

दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून

$(x-7)^2+(y-1)^2 = (x-3)^2+(y-5)^2$

$x^2 + 49 - 14x + y^2 + 1 - 2y = x^2 + 9 - 6x + y^2 + 25 - 10y$

$-14x + 6x - 2y + 10y = -50 + 34$

$-8x + 8y = -16$

$8(y - x) = -16$

$y - x = \frac{-1}{8} = -2 \Rightarrow y - x = -2$

⇒x – y = 2

$P(x, y) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{7+3}{2}, \frac{1+5}{2}\right) = \left(\frac{10}{2}, \frac{6}{2}\right) = (5,$ **∴ P(x, y) = (5, 3)**

57) समजा D चे निर्देशक D(x, y) आहेत.

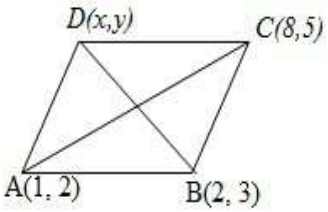
समांतरभुज चौकोन ABCD मध्ये, कर्ण AC आणि BD एकमेकांना दुभागतात.

AC चा मध्यबिंदू = BD चा मध्यबिंदू

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

A(1, 2) = (x_1, y_1) B(2, 3) = (x_1, y_1)

C(8, 5) = (x_2, y_2) D(x, y) = (x_2, y_2)



$\left(\frac{1+8}{2}, \frac{2+5}{2}\right) = \left(\frac{2+x}{2}, \frac{3+y}{2}\right)$

$\left(\frac{9}{2}, \frac{7}{2}\right) = \left(\frac{2+x}{2}, \frac{3+y}{2}\right)$

$\frac{9}{2} = \frac{2+x}{2}, \quad \frac{7}{2} = \frac{3+y}{2}$

$2 \times \frac{9}{2} = 2 + x, \quad 2 \times \frac{7}{2} = 3 + y$

$9 = 2 + x, \quad 7 = 3 + y$

x = 9 - 2 = 7, y = 7- 3 = 4

∴ **x =7** ∴ **y =4**

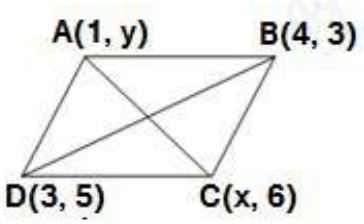
∴D चे निर्देशक आहेत **D(x, y) =D(7,4)**

58)

समांतरभुज चौकोन ABCD मध्ये, कर्ण AC आणि BD एकमेकांना दुभागतात.

AC चा मध्यबिंदू = BD चा मध्यबिंदू

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$



A(1, y) = (x_1, y_1) B(4, 3) = (x_1, y_1)

C(x, 6) = (x_2, y_2) D(3, 5) = (x_2, y_2)

$\left(\frac{1+x}{2}, \frac{y+6}{2}\right) = \left(\frac{4+3}{2}, \frac{3+5}{2}\right)$

$\left(\frac{1+x}{2}, \frac{y+6}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{8}{2}\right)$

$\frac{1+x}{2} = \frac{7}{2} \quad \frac{y+6}{2} = \frac{8}{2}$

1 + x = 7 y + 6 = 8

x = 7 – 1 y = 8 – 6

∴x = 6 and y = 2

59 समांतरभुज चौकोन ABCD मध्ये, कर्ण AC आणि BD एकमेकांना दुभागतात.

AC चा मध्यबिंदू = BD चा मध्यबिंदू

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

A(4, 5) = (x_1, y_1) B(7, y) = (x_1, y_1)

C(4, 3) = (x_2, y_2) D(x, 2) = (x_2, y_2)

$\left(\frac{4+4}{2}, \frac{5+3}{2}\right) = \left(\frac{7+x}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$

$\left(\frac{8}{2}, \frac{8}{2}\right) = \left(\frac{7+x}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$

$(4, 4) = \left(\frac{7+x}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$

$4 = \frac{7+x}{2}$ $4 = \frac{y+2}{2} =$

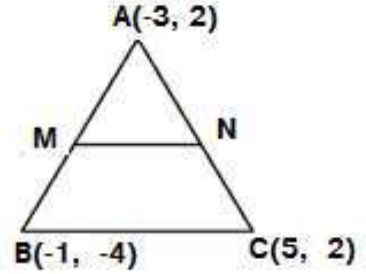
8 = 7 + x y + 2 = 8

x = 8 – 7 = 1 y = 8 – 2 =6 **∴x = 6 & y = 6**

60) बिंदू M चे निर्देशक

मध्यबिंदू सूत्र P(x,y) वापरून = $\left[\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right]$

M (x_1, y_1) = $\left[\frac{-3+(-1)}{2}, \frac{2+(-4)}{2}\right]$



$= \left[\frac{-3-1}{2}, \frac{2-4}{2}\right]$

$= \left[\frac{-4}{2}, \frac{-2}{2}\right]$

M (x_1, y_1) = (-2, -1)

बिंदू N चे निर्देशक

N $(x_2, y_2) = \left[\frac{-3+5}{2}, \frac{2+2}{2}\right]$

$= \left[\frac{2}{2}, \frac{4}{2}\right]$

N (x_2, y_2) = (1, 2)

$MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

M (x_1, y_1) = (-2, -1) N (x_2, y_2) = (1, 2)

$= \sqrt{[1-(-2)]^2 + [2-(-1)]^2}$

$= \sqrt{(1+2)^2 + (2+1)^2} = = \sqrt{3^2 + 3^2}$

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

MN = $3\sqrt{2}$Units ---------- (1)

$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

B (x_1, y_1) = (-1, -4) , C (x_2, y_2) = (5, 2)

$BC = \sqrt{[5-(-1)]^2 + [2-(-4)]^2}$

$= \sqrt{(5+1)^2 + (2+4)^2} = = \sqrt{6^2 + 6^2}$

$= \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$

BC = $6\sqrt{2}$Units ---------- (2)

समीकरण (1) आणि (2) वरून ⇒ **BC = 2MN**

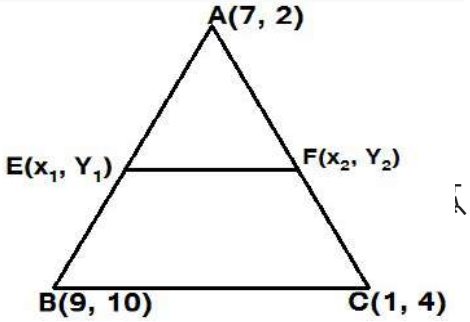
61) बिंदू E चे निर्देशक :

मध्यबिंदू सूत्र P(x,y) वापरून = $\left[\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right]$

E(x_1, y_1) = $\left[\frac{7+9}{2}, \frac{2+10}{2}\right]$

$= \left[\frac{16}{2}, \frac{12}{2}\right]$ = (8, 6)

E(x_1, y_1) = (8, 6)



F चे निर्देशक:

F$(x_2, y_2) = \left[\frac{7+1}{2}, \frac{4+2}{2}\right]$

$= \left[\frac{8}{2}, \frac{6}{2}\right]$ = (4, 3)

F(x_2, y_2) = (4, 3)

$EF = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

E(x_1, y_1) = (8, 6), F(x_2, y_2) = (4, 3)

$= \sqrt{(4-8)^2 + (3-6)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} =$

$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25}$

EF = 5 Units ---------- (1)

BC = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$B(x_1, y_1) = (9, 10)$, $C(x_2, y_2) = (1, 4)$

BC = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(1 - 9)^2 + (4 - 10)^2}$

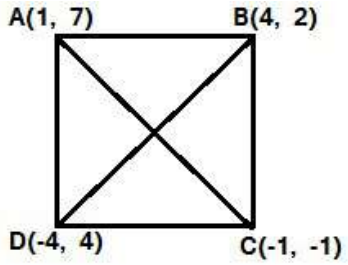
$= \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2}$

$= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$

BC = 10 Units ---------- (1)

समीकरण)1) आणि (2⇒ वरून (**EF = $\frac{1}{2}$BC**

62) A(1, 7), B(4, 2), C(-1, -1), D(-4, 4),



AB मधील अंतर= $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

A(1, 7)= (x_1, y_1) B(4, 2)= (x_2, y_2)

$= \sqrt{(4 - 1)^2 + (2 - 7)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{9 + 25}$

AB मधील अंतर =$\sqrt{34}$ ---------- (1)

BC मधील अंतर = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

B(4, 2)= (x_1, y_1) C(-1, -1)= (x_2, y_2)

= $\sqrt{(-1 - 4)^2 + (-1 - 2)^2}$

$= \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{25 + 9}$

BC =$\sqrt{34}$ ---------- (2)

CD मधील अंतर = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

C(-1, -1)= (x_1, y_1) D(-4, 4) = (x_2, y_2)

= $\sqrt{[(-4 - (-1)]^2 + [(4 - (-1)]^2}$

$= \sqrt{(-4 + 1)^2 + (4 + 1)^2} =$

= $\sqrt{(-3)^2 + (5)^2} = \sqrt{9 + 25}$

CD =$\sqrt{34}$ ---------- (3)

DA मधील अंतर = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

D(-4, 4)= (x_1, y_1) A(1, 7) = (x_2, y_2)

$= \sqrt{[(1-(-4)]^2+(7-4)^2}$

$= \sqrt{(1+4)^2+(3)^2}$ =

$= \sqrt{(5)^2+(3)^2} = \sqrt{25+9}$

DA $= \sqrt{34}$ ---------- (4)

AC मधील अंतर = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

A(1, 7) = (x_1, y_1) C(-1, -1)= (x_2, y_2)

$= \sqrt{(-1-1)^2+(-1-7)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2+(-8)^2} = \sqrt{4+64}$

AC $= \sqrt{68}$ ---------- (5)

BD मधील अंतर = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

B(4, 2)= (x_1, y_1) D(-4, 4)= (x_2, y_2)

$= \sqrt{(-4-4)^2+(4-2)^2}$

$= \sqrt{(-8)^2+(-2)^2}$

$= \sqrt{64+4}$

BD $= \sqrt{68}$ ---------- (6)

AB = BC = CD = DA and कर्ण AC = BD

∴ ABCD हा चौरस आहे.

घटक ८ : त्रिकोणमितीचा परिचय

I. बहुपर्यायी प्रश्न

1. 1. B) $\frac{PR}{QR}$
2. B) cot L
3. C) $\frac{1}{2}$
4. A) $\frac{13}{5}$
5. B) $\frac{1}{4}$
6. D) 1
7. D) 45^0
8. B) $\frac{3}{5}$
9. D) $\frac{13}{12}$
10. D) 1
11. D) $\frac{1}{2}$
12. C) 1
13. C) 30^0
14. D) $\frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y}$
15. D) 1
16. A)) $\frac{9}{25}$
17. D) $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$
18. A) 0
19. A) 4 + $\tan^2$A
20. B) 1
21. C) $\sec^2\theta$
22. A) – 1
23. B) 1
24. D) $\frac{1}{k}$
25. D) $\frac{7}{17}$
26. B) $\frac{7}{8}$

II. एक गुणांचे प्रश्न

27. AB:AC = $sin\theta = 30^0 = \frac{1}{2}$

∴ AB:AC = 1 : 2

28. $sin^2\theta + cos^2\theta = \frac{3^2}{5^2} + \frac{4^2}{5^2} = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = \frac{9+1}{25} = \frac{25}{25} = 1$

$\therefore sin^2\theta + cos^2\theta = 1$

29. $cosec60^0 + sec30^0 = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

30. $sin90^0 + tan45^0 = 1 + 1 = 2$

31. $\frac{AB}{BC} = tan30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{15}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

∴ BC = $15\sqrt{3}mts$

32. $tan45^0 + cot45^0 = 1 + 1 = 2$

∴ $tan45^0 + cot45^0 = 2$

33. $sec\theta = \frac{1}{Cos\theta} = \frac{1}{24/25} = \frac{25}{24}$

∴ $Sec\theta = \frac{25}{24}$

34. $sin^2A + cos^2A = 1$

$0 + cos^2A = 1$

∴ $cos^2A = 1$

35. $15cotA = 8$

$$\therefore cotA = \frac{8}{15} = \frac{1}{tanA}$$

$$\therefore tanA = \frac{15}{8}$$

36. $\frac{AC}{AB} = cosec\theta = 30^0$

$$\frac{AC}{12} = 2$$

∴ AC = 24 cm

37. x.tan 45°. sin 30° = cos 30° tan 30°

$$x(1)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 3$$

38. $5\tan^2 A - 5\sec^2 A + 1 = 5\tan^2 A - 5(1 + \tan^2 A) + 1$

$= 5\tan^2 A - 5 - 5\tan^2 A + 1 = 1 - 5 = 4$

$\therefore$ 5 $\tan^2$ A – 5 $\sec^2$ A + 1 = 4

39. $sinA\,.cosecA = 1$
40. $tanA.cotA - cosA.secA = 0$
41. $tan^2 45^0 - sin^2 45^0 = (1)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

    $\therefore tan^2 45^0 - sin^2 45^0 = \frac{1}{2}$

42. sinA = cosA

    $\frac{sinA}{cosA} = 1$

    $tanA = 1$

    $tanA = 45^0$

    $\therefore A = 45^0$

III. दोन गुणांचे प्रश्न

43. $sec\theta = \frac{1}{Cos\theta} = 1 \Big/ \frac{5}{13} = \frac{13}{5}$

    $\therefore sec\theta = \frac{13}{5}$

    $tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta} = \frac{12}{13} \Big/ \frac{5}{13} = \frac{12}{5}$

    $\therefore\ tan\theta = \frac{12}{5}$

44. $cosec\theta = \frac{13}{12} = \frac{1}{Sin\theta}$ $\quad \therefore sin\theta = \frac{12}{13}$

    $\tan\theta = \frac{5}{12} = \frac{Cos\theta}{Sin\theta}$

    $\therefore \frac{cos\theta}{12/13} = \frac{5}{12}$

    $\therefore cos\theta = \frac{5}{12}\ X\ \frac{12}{13}$

    $\therefore cos\theta = \frac{5}{13}$

45. $sin\alpha = \frac{24}{25} cos\alpha = \frac{7}{25}$
46. $sinP = \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $tanR = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$
47. tanP – cotR = $\frac{5}{12} - \frac{5}{12} = 0$
48. $sin\alpha = \frac{3}{5}$ and $tan\theta = \frac{4}{3}$
49. $sin\alpha = \frac{4}{5}$ and $cos\theta = \frac{3}{5}$
50. SinA = $\frac{3}{5} = \frac{opp}{hyp}$

opp = 3k and hyp = 5k

काटकोन त्रिकोणात,

$(hyp)^2 = (opp)^2 + (adj)^2$

$(5k)^2 = (3k)^2 + (adj)^2$

$25k^2 - 9k^2 = (adj)^2$

$(adj)^2 = 16k^2$

$\therefore adj = 4k$

$tanA = \frac{opp}{adj} = \frac{3k}{4k} = \frac{3}{4}$

51. $2\tan^2 45^0 + \cos^2 30^0 - \sin^2 60^0$

$= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= 2$

52. $\sqrt{3}\, tan\theta = 1 \quad \therefore tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore tan\theta = tan30^0$

$\therefore \theta = 30^0$

$sin3\theta + cos3\theta = sin(3X30^0) + cos(2X30^0) = sin90^0 + cos60^0$

$sin3\theta + cos3\theta = 1 + \frac{1}{2}$

$\therefore \quad sin3\theta + cos3\theta = \frac{3}{2}$

53. LHS $= (tanAXSinA) + cosA$

$= \frac{SinA}{CosA} XsinA + cosA$

$= \frac{Sin^2 A}{CosA} + cosA$

$= \frac{Sin^2 A + Cos^2 A}{CosA}$

$= \frac{1}{CosA}$

$= secA$

= RHS

54. LHS = $5\sin\theta - 3\tan\theta$

$= 5sin\theta - 3\frac{SinA}{CosA}$

$= \frac{5SinXCos\theta - 3SinA}{CosA}$

$= \frac{5SinX0.6 - 3SinA}{0.6}$

$= \frac{5Sin\theta - 5Sin\theta}{0.6}$

$= 0$

= RHS

55. LHS = $sec^4\theta$ - $sec^2\theta$

= $sec^2\theta(sec^2\theta - 1)$

= $(1+tan^2\theta)$ X $tan^2\theta$

= $tan^4\theta + tan^4\theta$

= RHS

56. LHS = cosecA (1- cosA) (cosecA + cotA)

$= \frac{1}{SinA}(1 - cosA)\left(\frac{1}{SinA} + \frac{CosA}{SinA}\right)$

$= \frac{1}{SinA}(1 - cosA)\left(\frac{1 + CosA}{SinA}\right)$

$= \frac{1 - Cos^2A}{Sin^2A}$

$= \frac{Sin^2A}{Sin^2A}$

$= 1$

= RHS

57. LHS = $tan^2\theta - sin^2\theta$

$= \frac{Sin^2\theta}{Cos^2\theta} - sin^2\theta$

$= \frac{Sin^2\theta - Sin^2\theta X Cos^2\theta}{Cos^2\theta}$

$= sin^2\theta\left(\frac{1 - Cos^2\theta}{Cos^2\theta}\right)$

$= sin^2\theta\left(\frac{Sin^2\theta}{Cos^2\theta}\right)$

$= sin^2\theta.tan^2\theta$

= RHS

58. LHS = $cot^2\theta - cos^2\theta$

$= \frac{cos^2\theta}{sin^2\theta} - cos^2\theta$

$= \frac{cos^2\theta - Sin^2\theta X Cos^2\theta}{sin^2\theta}$

$= cos^2\theta\left(\frac{1 - sin^2\theta}{sin^2\theta}\right)$

$= cos^2\theta\left(\frac{cos^2\theta}{sin^2\theta}\right)$

$= cos^2\theta.cot^2\theta$

= RHS

59. LHS $= \sin 30^0 + \cos 60^0 + \tan 45^0$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1$

$= 1 + 1$

$= 2$

$= \sec 60^0 = RHS$

60. LHS $= \frac{Sin30^0 + Cos6^0}{Cosec30^0 - Cos45^0}$

$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{2 - 1}$

$= \frac{1}{1}$

$= 1$

$= sin90^0$

=RHS

61. $\frac{Cos45^0 . Sin45^0}{Sec30^0 - Cot60^0} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2-1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{1}{2} X \frac{\sqrt{3}}{1}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$.

62. LHS $= \frac{1+Cos}{1-Cos} X \frac{1+CosA}{1+Cos}$

$= \frac{(1 + CosA)^2}{1 - Cos^2 A}$

$= \frac{(1 + CosA)^2}{Sin^2 A}$

$= \left(\frac{1 + CosA}{SinA}\right)^2$

$= \left(\frac{1}{SinA} + \frac{CosA}{SinA}\right)^2$

$= (cosecA + cotA)^2$

= RHS

63. LHS $= \frac{1+SinA}{1-SinA} X \frac{1+Sin}{1+SinA}$

$= \frac{(1+SinA)^2}{1-Sin^2A}$

$= \frac{(1+SinA)^2}{Cos^2A}$

$= \left(\frac{1+SinA}{CosA}\right)^2$

$= \left(\frac{1}{CosA} + \frac{SinA}{CosA}\right)^2$

$= (secA + tanA)^2$

= RHS

64. LHS $= \frac{CosA}{1+SinA} + \frac{1+SinA}{CosA}$

$= \frac{Cos^2A + (1+SinA)^2}{(1+SinA)CosA}$

$= \frac{Cos^2A + 1 + Sin^2A + 2SinA}{(1+SinA)CosA}$

$= \frac{1+1+2SinA}{(1+SinA)CosA}$

$= \frac{2+2SinA}{(1+SinA)CosA}$

$= \frac{2(1+SinA)}{(1+SinA)CosA}$

$= \frac{2}{CosA}$

$= 2secA$ = RHS

65. LHS $= \frac{sinA}{1+cosA} + \frac{1+co}{sinA}$

$= \frac{sin^2A + (1+cosA)^2}{(1+cosA)sinA}$

$= \frac{sin^2A + 1 + cos^2A + 2cosA}{(1+cosA)sinA}$

$= \frac{1+1+2sinA}{(1+cosA)sinA}$

$= \frac{2+2CosA}{(1+cosA)sinA}$

$= \frac{2(1+cosA)}{(1+cosA)sinA}$

$= \frac{2}{sinA}$

$= 2cosecA$

= RHS

66. LHS $= \frac{CosA - SinA.CosA}{CosA + Si \quad .CosA}$

$= \frac{CosA(1 - SinA)}{CosA\,(1 + SinA)}$

$= \frac{(1 - SinA)}{(1 + SinA)}$

$= \frac{\left(1 - \frac{1}{CosecA}\right)}{\left(1 + \frac{1}{CosecA}\right)}$

$= \frac{\left(\frac{1 - CosecA}{CosecA}\right)}{\left(\frac{1 + CosecA}{CosecA}\right)}$

$= \frac{1 - CosecA}{1 + CosecA}$

= RHS

67. $\sin 30^0.\cos 60^0 + \cos 30^0.\sin 60^0$

$= \frac{1}{2}.\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

$= \frac{1 + 3}{4}$

$= \frac{4}{4}$

$= 1$

$= sin90^0$

68. $\frac{\sqrt{3}\frac{1}{CosA}}{\frac{1}{SinA}} = 1$

$\sqrt{3}X\frac{1}{cosA}X\frac{sinA}{1} = 1$

$\sqrt{3}tanA = 1$

$tanA = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$tanA = tan30^0$

$\therefore A = 30^0$

69. LHS = secA (1- sinA) (secA + tanA)

$= \frac{1}{CosA}(1 - tinA)\left(\frac{1}{CosA} + \frac{SinA}{CosA}\right)$

$= \frac{1}{CosA}(1 - sinA)\left(\frac{1 + SinA}{CosA}\right)$

$= \frac{(1 - SinA)(1 + SinA)}{Cos^2A}$

$= \frac{1 - Sin^2A}{Cos^2A}$

$= \frac{Cos^2A}{Cos^2A}$

$= 1$

= RHS

70. 2sinθ = 1

$\therefore sin\theta = \frac{1}{2}$

$cos^260^0 + Ssec^230^0$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= \frac{1}{4} + \frac{4}{3}$

$= \frac{3 + 16}{12}$

$= \frac{19}{12}$

71. LHS = $tan^2\theta + cot^2\theta$

= $sec^2\theta - 1 + cosec^2\theta - 1$

= $sec^2\theta + cosec^2\theta - 2$

= RHS

72. $4\sin30^0 + \cos60^0.\sec60^0 - 3\tan45^0$ $= 4\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}(2) - 3(1)$

$= 2 + 1 - 3$

$= 3 - 3$

$= 0$

73. $6\cos60^0 - \sin30^0 + \sin^2 45^0 + \cos^2 45^0$

$= 6\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$= 3$

74. $\frac{5cos^2 60 + \quad ^2 30 - ta \ ^2 45}{sin30^0 + sin90^0}$

$= \frac{5\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1}{1}$

$= \frac{5}{4} + \frac{16}{3} - 1$

$= \frac{15 + 64 - 12}{12}$

$= \frac{67}{12}$

75. $\frac{sec60^0}{cot45^0} - \frac{2sin90^0}{cos\ 0^0} + \frac{tan45^0}{cosec30^0}$

$= \frac{2}{1} - \frac{2\ X\ 1}{1} + \frac{1}{2}$

$= 2 - 2 + \frac{1}{2}$

$= 2$

76. $2\cot^2\theta + 2 = 2(\cot^2\theta + 1)$

$= 2(\text{cosec}^2\theta)$

$= 2\left(\frac{1}{Sin^2\theta}\right)$

$= 2\left(\frac{1}{\left(1/3\right)^2}\right)$

$= \frac{2}{1/9}$

$= \frac{2\ X\ 9}{1}$

$= 18$

77. $2cos^2\theta + \frac{2}{1+cot^2\theta} = 2cos^2\theta + \frac{2}{cosec^2\theta}$

$= 2cos^2\theta + 2sin^2\theta$

$= 2(cos^2\theta + sin^2\theta)$

$= 2(1)$

$= 2$

78. $\frac{5}{Cot^2\theta} - \frac{5}{Cos^2\theta} = 5\left(\frac{1}{Cot^2\theta} - \frac{1}{Cos^2\theta}\right)$

$= 5(tan^2\theta - sec^2\theta)$

$= 5[tan^2\theta - (1 + tan^2\theta)]$

$= 5[tan^2\theta - 1 - tan^2\theta]$

$= 5(-1)$

$= -5$

79. $sec^2A(1+sinA)(1-sinA) = k$

$sec^2A(1 - sin^2A) = k$

$\frac{1}{cos^2A}(cos^2A) = k$

$\therefore k = 1$

IV. तीन गुणांचे प्रश्न

80. LHS $= \frac{sinA}{1-cot} + \frac{cosA}{1-tanA}$

$= \frac{sinA}{1 - \frac{cosA}{sinA}} + \frac{cosA}{1 - \frac{sinA}{cosA}}$

$= \frac{sinA}{\frac{sinA - CosA}{sinA}} + \frac{cosA}{\frac{cosA - sinA}{cosA}}$

$= \frac{sin^2A}{sinA - cosA} + \frac{cos^2A}{cosA - sinA}$

$= \frac{sin^2A}{sinA - cosA} - \frac{cos^2A}{sinA - cosA}$

$= \frac{sin^2A - cos^2A}{sinA - cosA}$

$= \frac{(SinA + CosA)(SinA - CosA)}{SinA - CosA}$

$= sinA + cosA$ = RHS

81. LHS $= \frac{1+Co}{SinA} - \frac{SinA}{1+Cos}$

$$= \frac{(1+CosA)^2 - Sin^2A}{SinA(1+CosA)}$$

$$= \frac{1+Cos^2A+2CosA-Sin^2A}{SinA(1+CosA)}$$

$$= \frac{1+Cos^2A+2CosA-(1-Cos^2A)}{SinA(1+CosA)}$$

$$= \frac{1+Cos^2A+2CosA-1+Cos^2A}{SinA(1+CosA)}$$

$$= \frac{2Cos^2A+2CosA}{SinA(1+CosA)}$$

$$= \frac{2CosA(CosA+1)}{SinA(1+CosA)}$$

$$= \frac{2CosA}{SinA}$$

$= 2cotA$ = RHS

82. LHS $= \frac{1+Sin}{CosA} - \frac{CosA}{1+Sin}$

$$= \frac{(1+SinA)^2 - Cos^2A}{CosA(1+SinA)}$$

$$= \frac{1+Sin^2A+2SinA-Cos^2A}{CosA(1+SinA)}$$

$$= \frac{1+Sin^2A+2SinA-(1-Sin^2A)}{CosA(1+SinA)}$$

$$= \frac{1+Sin^2A+2SinA-1+Sin^2A}{CosA(1+SinA)}$$

$$= \frac{2Sin^2A+2sinA}{CosA(1+SinA)}$$

$$= \frac{2SinA(SinA+1)}{CosA(1+SinA)}$$

$$= \frac{2SinA}{CosA}$$

$= 2tanA$ = RHS

83. LHS $= \frac{cos\theta-2cos^3\theta}{2sin^3\theta-sin}$

$$= \frac{cos\theta(1-2cos^2\theta)}{sin\theta(2sin^2\theta-1)}$$

$$= \frac{Cos\theta(Sin^2\theta + Cos^2\theta - 2Cos^2\theta)}{Sin\theta(2Sin^2\theta - Sin^2\theta - Cos^2\theta)}$$

$$= \frac{Cos\theta(Sin^2\theta - Cos^2\theta)}{Sin\theta(Sin^2\theta - Cos^2\theta)}$$

$$= \frac{cos\theta}{sin\theta}$$

$= cot\theta$ = RHS

84. LHS $= \frac{Sin\theta - 2Sin^3\theta}{2Cos^3\theta - Cos}$

$$= \frac{Sin\theta(1 - 2Sin^2\theta)}{Cos\theta(2Cos^2\theta - 1)}$$

$$= \frac{Sin\theta(Cos^2\theta + Sin^2\theta - 2Sin^2\theta)}{Cos\theta(2Cos^2\theta - Cos^2\theta - Sin^2\theta)}$$

$$= \frac{Sin\theta(Cos^2\theta - Sin^2\theta)}{Cos\theta(Cos^2\theta - Sin^2\theta)}$$

$$= \frac{Sin\theta}{Cos\theta}$$

$= tan\theta$ = RHS

85. LHS $= \frac{SinA - CosA}{SinA + CosA} + \frac{SinA + CosA}{SinA - CosA}$

$$= \frac{(SinA - CosA)^2 + (SinA + CosA)^2}{(SinA + CosA)(SinA - CosA)}$$

$$= \frac{Sin^2A + Cos^2A - 2SinACosA + Sin^2A + Cos^2A + 2SinACosA}{Sin^2A - Cos^2A}$$

$$= \frac{1 + 1}{Sin^2A - (1 - Sin^2A)}$$

$$= \frac{2}{Sin^2A - 1 + Sin^2A}$$

$= \frac{2}{2Sin^2A - 1}$ = RHS

86. x = p tanθ + q secθ

y = p secθ + q tanθ

$x^2 = (\text{ptan}\theta + \text{q sec}\theta)^2 = p^2tan^2\theta + q^2sec^2\theta + 2pq.tan\theta.sec\theta \ldots\ldots (1)$

$y^2 = (\text{p sec}\theta + \text{q tan}\theta)^2 = p^2sec^2\theta + q^2tan^2\theta + 2pq\ tan\theta.Sec\theta \ldots\ldots (2)$

Equation (1) – (2) gives

$x^2 - y^2 = p^2tan^2\theta + q^2sec^2\theta + 2pqtan\theta sec\theta - p^2sec^2\theta - q^2tan^2\theta - 2pqtan\theta sec\theta$

$= p^2(tan^2\theta - sec^2\theta) + q^2(sec^2\theta - tan^2\theta)$

$= p^2(tan^2\theta - sec^2\theta) - q^2(tan^2\theta - sec^2\theta)$

$= p^2(-1) - q^2(-1)$

$= -p^2 + q^2$

$= q^2 - p^2$ = RHS

87. LHS = (secθ – cosθ){(cosecθ – sinθ)(tanθ + cotθ)}

$= \left\{\frac{1}{\text{Cos}\theta} - \text{Cos}\theta\right\}\left\{\frac{1}{\text{Sin}\theta} - \text{Sin}\theta\right\}\left\{\frac{\text{Sin}\theta}{\text{Cos}\theta} + \frac{\text{Cos}\theta}{\text{Sin}\theta}\right\}$

$= \left\{\frac{1 - Cos^2\theta}{Cos\theta}\right\}\left\{\frac{1 - Sin^2\theta}{\text{Sin}\theta}\right\}\left\{\frac{Sin^2\theta + Cos^2\theta}{\text{Sin}\theta.Cos\theta}\right\}$

$= \left\{\frac{Sin^2\theta}{Cos\theta}\right\}\left\{\frac{Cos^2\theta}{Sin\theta}\right\}\left\{\frac{1}{\text{Sin}\theta.Cos\theta}\right\}$

$= 1$ = RHS

88. LHS $= \frac{SecA+TanA-}{TanA-SecA+1}$

$= \frac{SecA + TanA - (Sec^2A - Tan^2A)}{TanA - SecA + 1}$

$= \frac{(SecA + TanA) - (SecA + TanA)(SecA - TanA)}{TanA - SecA + 1}$

$= \frac{(SecA + TanA)[1 - (SecA - TanA)]}{TanA - SecA + 1}$

$= \frac{(SecA + TanA)[1 - SecA + TanA]}{TanA - SecA + 1}$

$= secA + tanA$

$= \frac{1}{CosA} + \frac{SinA}{CosA}$

$= \frac{1+S}{CosA}$ = RHS

89. LHS $= \frac{Sin\theta}{1-Cos\theta} + \frac{Tan\theta}{1+Cos\theta}$

$= \frac{Sin\theta(1 + Cos\theta) + Tan\theta(1 - Cos\theta)}{(1 - Cos\theta)(1 + Cos\theta)}$

$= \frac{Sin\theta + Sin\theta Cos\theta + Tan\theta - Tan\theta Cos\theta}{1 - Cos^2\theta}$

$= \frac{Sin\theta + Sin\theta Cos\theta + Tan\theta - Sin\theta}{Sin^2\theta}$

$= \frac{Sin\theta Cos\theta + Tan\theta}{Sin^2\theta}$

$= \frac{Sin\theta Cos\theta}{Sin^2\theta} + \frac{Tan\theta}{Sin^2\theta}$

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

$$= \frac{Cos\theta}{Sin\theta} + \frac{1}{Cos\theta}\frac{1}{Sin\theta}$$

$= cot\theta + sec\theta.cosec\theta$ = RHS

90. LHS $= \frac{tanA - sinA}{tanA + sinA}$

$$= \frac{\frac{SinA}{CosA} - SinA}{\frac{SinA}{CosA} + SinA}$$

$$= \frac{sinA\left(\frac{1}{CosA} - 1\right)}{sinA\left(\frac{1}{CosA} + 1\right)}$$

$= \frac{secA -}{secA+1}$ = RHS

91. LHS = (sina + coseca)^2 + (cosa + seca)^2

= sin^{2}a+cosec^{2}a+2sinacoseca + cos^{2}a+sec^{2}a+2cosaseca

= 1 + 1+cot^{2}a+2sina$\frac{1}{SinA}$ + 1+tan^{2}a+2cosa$\frac{1}{CosA}$

= 2+ cot^{2}a+2+1+ tan^{2}a+2

= 7 + tan^{2}a+ cot^{2}a = RHS

92. LHS = secθ(1 – sinθ)(secθ +tanθ)

$= (sec\theta - sec\theta.sin\theta)$(secθ +tanθ)

$= \left(sec\theta - \frac{1}{cos\theta}.sin\theta\right)$(secθ +tanθ)

= (secθ – tanθ) (secθ +tanθ)

= sec^{2}θ – tan^{2}θ

= 1 + tan^{2}θ –tan^{2}θ

=1 = RHS

93. LHS = coseca (1 – cosa)(coseca + cota)

$= (cosecA - cosecA.cosA)$(coseca +cota)

$= \left(cosecA - \frac{1}{sinA}.cosA\right)$(coseca +cota)

= (coseca – cota) (coseca +cota)

= cosec^{2}a – cot^{2}a

= 1 + cot^{2}a –cot^{2}a

=1 = RHS

94. (coseca – sina)(seca – cosa)

$= \left(\frac{1}{SinA} - sinA\right)\left(\frac{1}{cosA} - cosA\right)$

$= \left(\frac{1-sin^2A}{sinA}\right)\left(\frac{1-cos^2A}{cosA}\right)$

$= sinA.cosA \ldots\ldots (1)$

$\frac{1}{tanA+CotA} = \frac{1}{\frac{SinA}{CosA}+\frac{CosA}{SinA}}$

$= \frac{1}{\frac{Sin^2A+Cos^2A}{SinA.CosA}} = \left(\frac{Cos^2A}{SinA}\right)\left(\frac{Sin^2A}{CosA}\right)$

$= \frac{SinA.CosA}{1}$

$= sinA.cosA \ldots\ldots\ldots (2)$

(1) & (2)

(coseca – sina)(seca – cosa) = $\frac{1}{tanA+cotA}$

95. LHS $= \sqrt{\frac{1+cosA}{1-cos}} = \sqrt{\frac{1+cosA}{1-cos} X \frac{1+cos}{1+cos}}$

$= \sqrt{\frac{(1+cosA)^2}{1-cosA}} = \sqrt{\frac{(1+cosA)^2}{sin^2A}}$

$= \sqrt{\left(\frac{1+cosA}{sinA}\right)^2} = \frac{1+cosA}{sinA}$

$= \frac{1}{sinA} + \frac{cosA}{sinA} = cosecA + cotA$ = RHS

96. LHS $= \sqrt{\frac{1+sin}{1-sin}} = \sqrt{\frac{1+sin}{1-sinA} X \frac{1+sin}{1+sinA}}$

$= \sqrt{\frac{(1+sinA)^2}{1-sinA}} = \sqrt{\frac{(1+sinA)^2}{cos^2A}}$

$= \sqrt{\left(\frac{1+sinA}{cosA}\right)^2} = \frac{1+sinA}{cosA}$

$= \frac{1}{cosA} + \frac{sinA}{cosA} = secA + tanA$ = RHS

97. LHS = (seca – cosa)(cota + tana)

$= \left(\frac{1}{CosA} - cosA\right)\left(\frac{CosA}{SinA} + \frac{SinA}{CosA}\right)$

$= \left(\frac{1-Cos^2A}{CosA}\right)\left(\frac{Sin^2A + Cos^2A}{SinA.CosA}\right)$

$= \left(\frac{Sin^2A}{CosA}\right)\left(\frac{1}{SinA.CosA}\right)$

$$= \left(\frac{SinA}{CosA}\right)\left(\frac{1}{CosA}\right)$$

$$= tanA.secA$$

= RHS

98. LHS = (coseca – sina)(tana + cota)

$$= \left(\frac{1}{SinA} - SinA\right)\left(\frac{SinA}{CosA} + \frac{CosA}{SinA}\right)$$

$$= \left(\frac{1 - Sin^2A}{SinA}\right)\left(\frac{Sin^2A + Cos^2A}{SinA.CosA}\right)$$

$$= \left(\frac{Cos^2A}{SinA}\right)\left(\frac{1}{SinA.CosA}\right)$$

$$= \left(\frac{CosA}{SinA}\right)\left(\frac{1}{SinA}\right)$$

$= cotA.cosecA$ = RHS

99. $\tan\theta = \sqrt{3}$, $\therefore \theta = 60^0$

$$\frac{4Sin\theta - Cos\theta -}{4Sin\theta + Cos\theta + 1} = \frac{4Sin\ \ ^0 - Co\ \ ^0 - 1}{4Sin6\ \ ^0 + Cos60^0 + 1} = \frac{4X\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - 1}{4X\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + 1}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} - \frac{3}{2}}{2\sqrt{3} + \frac{3}{2}}$$

$$= \frac{\frac{4\sqrt{3} - 3}{2}}{\frac{4\sqrt{3} + 3}{2}} = \frac{4\sqrt{3} - 3}{4\sqrt{3} + 3}$$

100. $\frac{2Cos(90^0 - 30^0) + Tan\ \ ^0 - \sqrt{3}Cosec60^0}{\sqrt{3}Sec30^0 + 2Cos60^0 + Cot45^0}$

$$= \frac{2Cos(60^0) + Tan45^0 - \sqrt{3}Cosec60^0}{\sqrt{3}Sec30^0 + 2Cos60^0 + Cot45^0}$$

$$= \frac{2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 - \sqrt{3}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{3}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1}$$

$$= \frac{1 + 1 - 2}{2 + 1 + 1}$$

$$= \frac{2 - 2}{4}$$

$= 0$

101. LHS = $\frac{Cos^3\theta+Sin^3\theta}{Cos\theta+Sin\theta} + \frac{Cos^3\theta-Sin^3\theta}{Cos\theta-Sin\theta}$

$$= \left[\frac{cos^3\theta + sin^3\theta}{cos\theta + sin\theta}\right] + \left[\frac{cos^3\theta - sin^3\theta}{cos\theta - sin\theta}\right]$$

$$= \left[\frac{(cos\theta + sin\theta)(cos^2\theta + sin^2\theta - cos\theta sin\theta)}{cos\theta + sin\theta}\right] + \left[\frac{(cos\theta - sin\theta)(cos^2\theta + sin^2\theta + cos\theta sin\theta)}{cos\theta - sin\theta}\right]$$

$$= \left[\frac{(cos\theta + sin\theta)(1 - cos\theta sin\theta)}{cos\theta + sin\theta}\right] + \left[\frac{(cos\theta - sin\theta)(1 + cos\theta sin\theta)}{cos\theta - sin\theta}\right]$$

$$= (1 - cos\theta sin\theta) + (1 + cos\theta sin\theta)$$

$$= 1 - cos\theta sin\theta + 1 + cos\theta sin\theta$$

$= 2$ = RHS

102. LHS = secA (1-sinA)(secA +tanA)

= (secA – secA.sinA) (secA + tanA)

= (secA – tanA) (secA + tanA)

=$sec^2A - tan^2A = 1$.....(i)

RHS = $\sqrt{(1 + cosA)(1 - cosA)}\, cosecA$

=$\sqrt{1^2 - cos^2A}\, cosecA$

=$\sqrt{sin^2A}\, cosecA$

= sinA cosecA = 1.....(ii)

From (i) and (ii)

LHS = RHS

103. LHS = $\frac{sin\theta}{1-cos\theta} + \frac{tan\theta}{1+cos\theta} = cot\theta + sec\theta.cosec\theta$

=$\frac{sin\theta(1+cos\ )+tan\theta(1-cos\theta)}{1^2-cos^2\theta}$

= $\frac{sin\theta+sin\theta cos\theta+tan\theta-tan\theta cos\theta}{sin^2\theta}$

$$= \frac{sin\theta + sin\theta cos\theta + tan\theta - sin\theta}{sin^2\theta}$$

$$= \frac{sin\theta cos\theta + tan\theta}{sin^2\theta}$$

=$\frac{sin\theta cos\theta}{sin^2\theta} + \frac{tan\theta}{sin^2\theta} = cot\theta + sec\theta.cosec\theta$ = RHS

घटक ९ : त्रिकोणमितीचे उपयोग

I. बहुपर्यायी प्रश्न (1 गुण)

1. B) 30°

2. A) 60°

3. C) 60°

4. D) 45°

5. C) 2 cm

II. एक गुणांचे प्रश्न

6. 10 m

7. उन्नतीचा कोन (Angle of elevation)

8. अवनतीचा कोन (Angle of depression)

9. 12 m

10. 45°

III. दोन गुणांचे प्रश्न

11. उन्नतीचा कोन = 30°.

टॉवरपासूनचे अंतर AB = 30 m

$\tan\theta = \frac{\text{Opposite side}}{\text{Adjacent side}} = \frac{BC}{AB}$

. tan 30° = BC/30

. म्हणून BC = 10√3 m. टॉवरची उंची = 10√3 m.

12. टॉवरपासूनचे अंतर = 9√3 m

आणि उन्नतीचा कोन = 60°.

tan 60° = AB/(9√3).

$\tan\theta = \frac{AB}{BC}$

म्हणून AB = 27 m

टॉवरची उंची = 27 m.

13. sin 60° = AB/(2r).

दिलेल्या आकृतीनुसार AB = 4√3 m

. म्हणून व्यास AD = 8√3 m.

14.$\tan 30^0 = \frac{40\sqrt{3}}{BC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{BC}$

BC = 40x$\sqrt{3}$x$\sqrt{3}$

BC = 40x3

BC = 120m

B

व्यक्ती आणि पवनचक्कीच्या पायातील अंतर = 120 m.

14. इमारतीची उंची = 50√3 m

आणि अवनतीचा कोन = 60°.

आकृतीतील समांतर रेषांमुळे संबंधित$\angle MPR = \theta = 60^0$

$\therefore \angle PRQ = \theta = 60^0$ [∵ PM ∥ QR, Alternate angles]

$\tan 60^0 = \frac{PQ}{QR}$

$\sqrt{3} = \frac{50\sqrt{3}}{QR}$

$QR = \frac{50\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$QR = \frac{50\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

कोन वापरून वस्तूचे इमारतीच्या पायापासूनचे अंतर = 50 m.

IV. तीन गुणांचे प्रश्न

16. पहिल्या पवनचक्कीचे $\tan\theta = \frac{AD}{AB}$

$\tan 45^0 = \frac{50}{AB}$

$1 = \frac{50}{AB}$

AB = 50m

Δ BCE

$\tan\theta = \frac{CE}{BC}$

$\tan 30^0 = \frac{40\sqrt{3}}{BC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{BC}$

$BC = 40x\sqrt{3}x\sqrt{3}$

$BC = 40x3$

$BC = 120m$

अंतर AB = 50 m

आणि दुसऱ्याचे BC = 120 m.

म्हणून दोन पवनचक्कींमधील अंतर = 50 + 120 = 170 m.

17. Δ ABD

$\tan 60^0 = \frac{AD}{AB}$

$\sqrt{3} = \frac{h}{90-x}$

$h = (90- x)\sqrt{3}$ ---------- (1)

Δ BCE

$\tan 60^0 = \frac{CE}{BC}$

$\sqrt{3} = \frac{2h}{x}$

$2h = x\sqrt{3}$

$h = x.\frac{\sqrt{3}}{2}$ ---------- (2)

Eqn(1) and Eqn(2),

$(90- x)\sqrt{3} = x.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$2(90- x)\sqrt{3} = x.\sqrt{3}$

$180 – 2x = x$

$3x = 180$

$x = 60$

रस्त्याची रुंदी AC = 90 feet.

समीकरणे सोडवल्यावर x = 60.

लहान खांबाची उंची h = 30√3 feet

आणि मोठ्या खांबाची उंची 2h = 60√3 feet.

18. इमारतीची उंची = 20 m.

Δ BCD $\tan\theta = \frac{BC}{CD}$

$\tan 45^0 = \frac{20}{CD}$

$1 = \frac{20}{CD}$

tan 45° नुसार CD = 20 m.

Δ ACD $\tan\theta = \frac{AC}{CD}$

$\tan 60^0 = \frac{AB+BC}{20}$

$\sqrt{3} = \frac{AB+20}{20}$

$\sqrt{3}$ x 20 = AB + 20

tan 60° नुसार AB = 20(√3 − 1) m.

म्हणून प्रेषण मनोऱ्याची उंची = 20(√3 − 1) m.

19. ΔABD $\tan 60^0 = \frac{AB}{BD}$

$\sqrt{3} = \frac{50}{BD}$

$BD = \frac{50}{\sqrt{3}}$ --------(1)

ΔBDC $\tan 30^0 = \frac{DC}{BD}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{DC}{BD}$

$BD = \sqrt{3}.\ DC$ ---------- (2)

equation (1) and (2)

$\sqrt{3}.\ DC = \frac{50}{\sqrt{3}}$

$DC = \frac{50}{\sqrt{3}X\sqrt{3}}$

∴ Height of the building= DC = $\frac{50}{3}$ m = 16.67m

tan 60° आणि tan 30° ची समीकरणे वापरून उंची काढली जाते. स्रोताच्या मजकूर रूपांतरणात अंतिम मूलदर्शक/भिन्न अस्पष्ट आहे; त्यामुळे येथे अंदाजे मूल्य जोडलेले नाही.

19. इमारतीची उंची =7 m.

∴ AB || CD , AB = DE = 7 m

AE = BD.

AE || BD ∴∠ BDA = 45°

$\Delta ABD \quad \tan 45^0 = \frac{AB}{BD}$

$1 = \frac{AB}{BD}$

BD = AB

BD = 7m

tan 45° मुळे BD = AB = 7 m

$\Delta ACE \tan 60^0 = \frac{CE}{AE}$

$\sqrt{3} = \frac{CE}{7}$

$CE = 7\sqrt{3}$

tan 60° मुळे CE = 7√3 m.

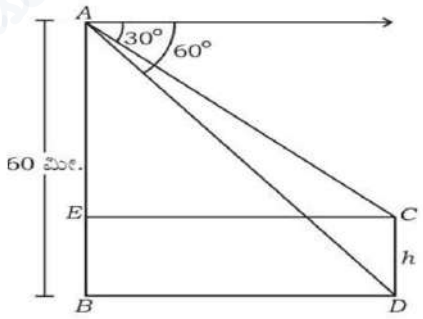
म्हणून मनोऱ्याची उंची = $CE + DE = 7\sqrt{3} + 7 = 7(\sqrt{3} + 1)$ m.

V. चार गुणांचे प्रश्न

21. Let BD = EC = x

∴ AE = (60 – h) m.

$\angle ACE = 30^0$



$\angle ADB = 60^0$

In Δ AEC

$\tan 30^0 = \frac{AE}{EC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{60-h}{x}$

$x = \sqrt{3}(60 - h)$ ----------(1)

In Δ ABD $\tan 60^0 = \frac{AB}{BD}$

$\sqrt{3} = \frac{60}{x}$

$x = \frac{60}{\sqrt{3}}$ ----------(2)

From Eqn(1) and Eqn(2)

$\sqrt{3}$ (60 – h) = $\frac{60}{\sqrt{3}}$

(60 – h) = $\frac{60}{\sqrt{3}x\sqrt{3}}$

(60 – h) = $\frac{60}{3}$

(60 – h) = 20

h = 60 – 20

h = 40 m

खांबाची उंची = CD = h = 40m

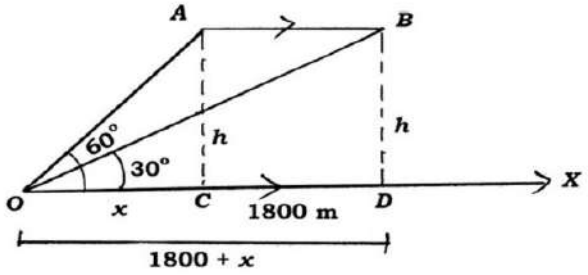
.

22. Velocity = 648 km/h = $\frac{648x1000}{3600}$

= 180 m/sec.

१० सेकंदांनंतर विमानाने कापलेले अंतर= 180x10 = 1800 m

आकृतीमध्ये OC = x CD = 1800 m OD = 1800 + x



In Δ OAC $\angle$C = 90^0 tan θ= $\frac{AC}{OC}$

tan 60^0 = $\frac{h}{x}$

$\sqrt{3}$ = $\frac{h}{x}$

h = $\sqrt{3}$ x --------

-- (i)

In Δ ODB $\angle$D = 90^0, t

tan3C

$\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{3}$

समीकरण (i) ची किंमत

$x\sqrt{3}.\sqrt{3}$ = 1800 + x

3x = 1800 + x

3x – x = 1800

2x = 1800

x = $\frac{1800}{2}$ = 900

∴ h = $\sqrt{3}$x = 900. $\sqrt{3}$ = 900 x 1.73

∴ h = 1557 m

23. मिनाराची उंची= AC = ?

तळापासून त्या बिंदूपर्यंतची मनोऱ्याची उंची B = AB = 50m.

अवनत कोन = 60^0 and 30^0

∴ $\angle ADB = 30^0$

$\angle ADC = 60^0$

In ΔABD , $\tan\theta = \frac{AB}{AD}$

$\tan 30^0 = \frac{50}{AD}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{AD}$

$AD = 50\sqrt{3}$ m ----------(1)

In ΔADC , $\tan 60^0 = \frac{AC}{AD}$

$\sqrt{3} = \frac{AC}{50\sqrt{3}}$

$AC = 50\sqrt{3}x\sqrt{3}$

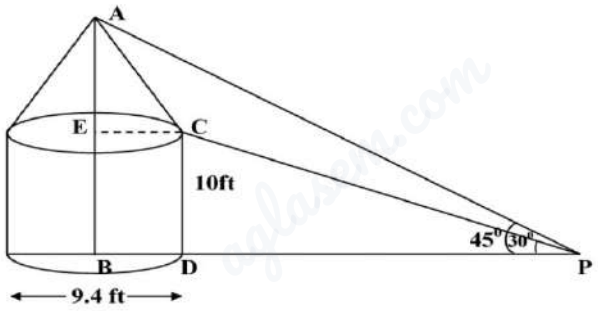
$AC = 50x3 = 150m$

∴ मिनाराची उंची= AC = 150m

24. दंडगोलाची उंची r = CD = 10 ft

शंकूच्या आकाराच्या समाधीची उंची= AE = ?

उन्नतांश θ = 30^0 and 45^0



In ΔPCD , $\tan\theta = \frac{CD}{PD}$

$\tan 30^0 = \frac{10}{PD}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{PD}$

$PD = 10\sqrt{3} = 10x\ 1.73 = 17.3$ ft

दंडगोलाचा व्यास= 9.4 ft

त्रिज्या= BD = 4.7 ft

म्हणून, BP = BD + PD = 4.7 + 17.3 = 22 ft

In Δ ABP $\tan 45^0 = \frac{AB}{BP}$

$1 = \frac{AB}{22}$

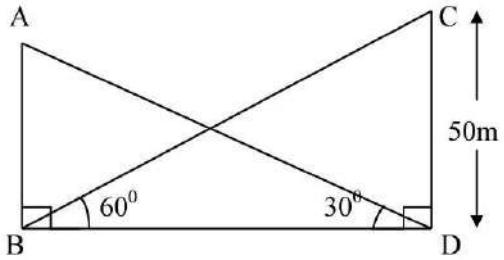
AB = 22 ft

शंकूच्या आकाराच्या समाधीची उंची= AE = AB – EB = 22-10 = 12 ft

25. मध्ये ΔABC , $\tan 60^0 = \frac{CD}{BD}$

$\sqrt{3} = \frac{50}{BD}$

$BD = \frac{50}{\sqrt{3}}$ --------(1)



मध्ये ΔABD , $\tan 30^0 = \frac{AB}{BD}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BD}$

$BD = \sqrt{3}.AB$ ---------- (2)

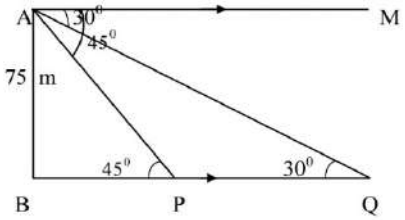
कडून (1) and **(2)**

$\sqrt{3}.AB = \frac{50}{\sqrt{3}}$

∴ इमारतीची उंची = $AB = \frac{50}{3}$ m

.

26. दोन जहाजांमधील अंतर आहे PQ



मध्ये ΔABP , $\tan 45^0 = \frac{AB}{BP}$

$1 = \frac{75}{BP}$

$BP = 75$

मध्ये ΔABQ , $\tan 30^0 = \frac{AB}{BQ}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{75}{BP+PQ}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{75}{75+PQ}$

$75 + PQ = 75\sqrt{3}$

$PQ = 75\sqrt{3} - 75$

$PQ = 75(\sqrt{3} - 1)$ m

∴ दोन जहाजांमधील अंतर = $PQ = 75(\sqrt{3} - 1)$ m

27. Height of the building = AB

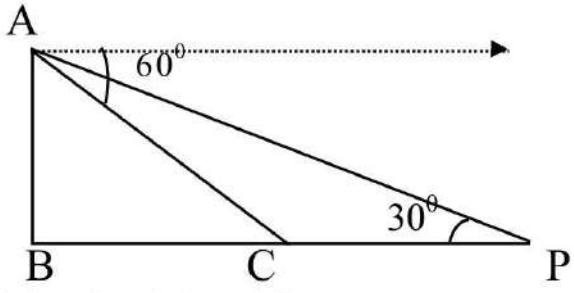
Angle of depression = 60^0 and angle of elevation = 30^0 ,

We have to prove that CP = 2 BC.

$\therefore \angle ACB = 60^0$

मध्ये ΔABC , $\tan\theta = \frac{AB}{BC}$

$\tan 60^0 = \frac{AB}{BC}$



$\sqrt{3} = \frac{AB}{BC}$

$AB = \sqrt{3}\ BC$ ----------(1)

मध्ये Δ ABP, $\tan 30^0 = \frac{AB}{BP}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BP}$

$AB = \frac{BP}{\sqrt{3}}$ ----------(2)

समीकरण (1) आणि (2) वरून

$\sqrt{3}\ BC = \frac{BP}{\sqrt{3}}$

$3BC = BP$

$3BC = BC + CP$

$3BC - BC = CP$

$2BC = CP$

$\therefore$ **CP = 2BC**

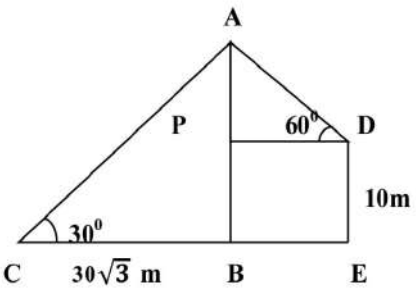
28. मिनाराच्या तळापासून त्या बिंदूचे अंतर= BC = $30\sqrt{3}$ m

इमारतीची उंची= DE = 10 m

मिनाराचा तळ आणि इमारत यांच्यातील अंतर = BE = ?

त्यांच्या शिखरांमधील अंतर = AD = ?

मध्ये Δ ABC, $\tan\theta = \frac{AB}{BC}$



$\tan 30^0 = \frac{AB}{30\sqrt{3}}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{30\sqrt{3}}$

$AB = 30$ m

$AP = AB - PB = 30 - 10 = 20$ m

मध्ये Δ APD , $\tan\theta = \frac{AP}{PD}$

$\tan 60^0 = \frac{20}{PD}$

$\sqrt{3} = \frac{20}{PD}$

$PD = \frac{20}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ मिनाराचा तळ आणि इमारत यांच्यातील अंतर= BE = PD = $\frac{20}{\sqrt{3}}$ m

Δ APD मध्ये, $\sin\theta = \frac{AP}{AD}$

$\sin 60^0 = \frac{20}{AD}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{20}{AD}$

$AD = \frac{40}{\sqrt{3}}$ m

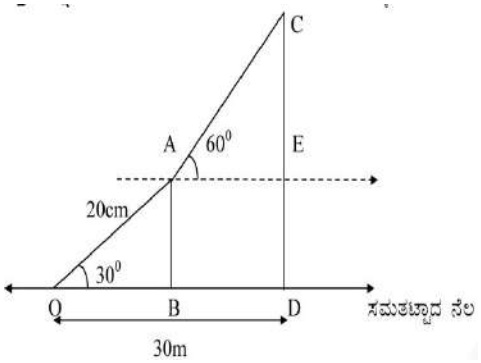
∴ त्यांच्या शिखरांमधील अंतर = AD = $\frac{40}{\sqrt{3}}$ m

29. In ΔABO , $\sin\theta = \frac{AB}{AO}$

$\sin 30^0 = \frac{AB}{20}$

$\frac{1}{2} = \frac{AB}{20}$

AB = 10 cm



DE = AB = 10cm

$\cos\theta = \frac{OB}{AO}$

$\cos 30^0 = \frac{OB}{20}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{OB}{20}$

$OB = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.73 = 17.3$ cm

BD = OD – OB = 30 – 17.3 = 12.7 cm

AE = BD = 12.7 cm

In ΔACE , $\tan 60^0 = \frac{CE}{AE}$

$\sqrt{3} = \frac{CE}{12.7}$

CE = 1.73 x 12.7 = 21.97 cm

खांबाची उंची= CD = CE + DE

= 21.97 + 10

खांबाची उंची = 31.97 cm

30. जमिनीपासून फुग्याची उंची = AB = CD = 88.2 – 1.2 = 87 m

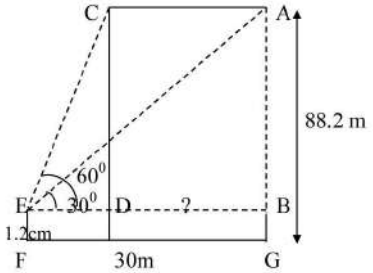
ΔAEB , $\tan\theta = \frac{AB}{BE}$

$\tan 30^0 = \frac{87}{BE}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{87}{BE}$

$BE = 87\sqrt{3}$ m

ΔCED , $\tan\theta = \frac{CD}{DE}$



$$\tan 60^0 = \frac{87}{DE}$$

$$\sqrt{3} = \frac{87}{DE}$$

$$DE = \frac{87}{\sqrt{3}}$$

$$DE = \frac{29 \times 3}{\sqrt{3}}$$

$$DE = 29x\sqrt{3} \text{ m}$$

फुग्याने कापलेले अंतर= AC = DB

$$= BE - DE$$

$$= 87\sqrt{3} - 29\sqrt{3}$$

$$= 58\sqrt{3} \text{ m}$$

31. $\angle ABC = 60°$, $\angle ACB = 30°$ then $\angle CAB = 90^0$

काटकोन त्रिकोणात ABC, $\angle CAB = 90^0$

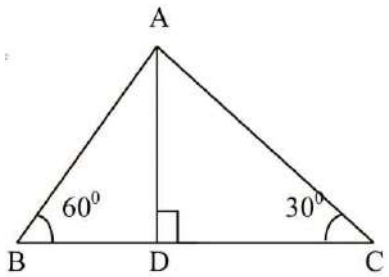
$$\sin\theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin 30^0 = \frac{AB}{36}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{AB}{36}$$

$$AB = \frac{36}{2}$$

$$AB = 18 \text{ cm}$$



$$\cos\theta = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos 30^0 = \frac{AC}{36}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{36}$$

$$AC = 18\sqrt{3} \text{ cm}$$

काटकोन त्रिकोणात ADB, $\angle ADB = 90^0$

$$\sin\theta = \frac{AD}{AB}$$

$$\sin 60^0 = \frac{AD}{18}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{18}$$

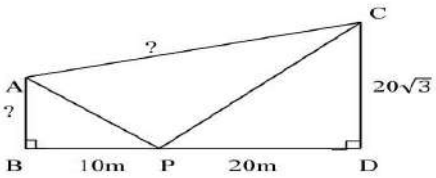
$$AD = 9\sqrt{3} \text{ cm}$$

32.In Δ CPD,

Let angle CPD be θ

Then $\tan\theta = \frac{CD}{PD} = \frac{20\sqrt{3}}{20} = \sqrt{3}$

$\therefore \theta = 60^0$



$\angle APB = 90^0 - 60^0 = 30^0$

In ΔABP ,

$\tan\theta = \frac{AB}{BP}$ v

$\tan 30^0 = \frac{AB}{10}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{10}$

$AB = \frac{10}{\sqrt{3}}$ m

$\therefore$ **खांबाची लांबी** $AB = \frac{10}{\sqrt{3}}$ m

उजवीकडे ΔPDC , $PC^2 = PD^2 + DC^2$

$= 20^2 + (20\sqrt{3})^2$

$= 400 + (400 \times 3)$

$= 400 + 1200$

$PC^2 = 1600$ ..... (1)

उजवीकडे ΔABP , $AP^2 = AB^2 + BP^2$

$= (\frac{10}{\sqrt{3}})^2 + 10^2$

$= \frac{100}{3} + 100$

$= \frac{100+300}{3}$

$AP^2 = \frac{400}{3}$ ..... (2)

उजवीकडे ΔAPC , $AC^2 = AP^2 + PC^2$

$= \frac{400}{3} + 1600$

$= \frac{400+4800}{3}$

$= \frac{5200}{3}$

$AC = \sqrt{\frac{400\ X\ 13}{3}}$

$AC = \frac{20X\sqrt{13}}{\sqrt{3}} = \frac{20}{3} \times \sqrt{39}$ m

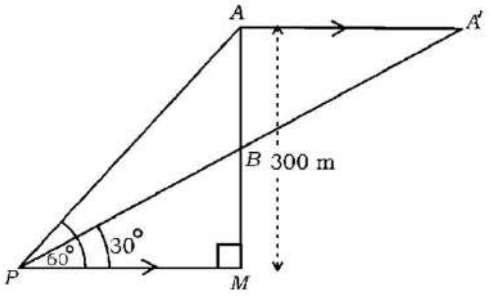
$\therefore$ **खांबांच्या टोकांमधील अंतर** $AC = \frac{20\sqrt{39}}{3}$ m

33.उन्नतांश $\theta = 60°$ and $30°$

ΔPMA , $\tan 60^0 = \frac{AM}{PM}$

$\sqrt{3} = \frac{300}{PM}$

$PM = \frac{300}{\sqrt{3}}$



ΔPMB , $\tan 60^0 = \frac{BM}{PM}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BM}{\frac{300}{\sqrt{3}}}$

$\sqrt{3}.\sqrt{3}.BM = 300$

$3.BM = 300$

$BM = \frac{300}{3}$

$BM = 100$ m

$AB = AM - BM = 300 - 100 = 200$ m

ΔABA^1 , $\angle AA^1B = \angle BPM = 30°$ ($AA^1 \parallel PM$, संगत कोन)

$\sin 30^0 = \frac{AB}{A^1B}$

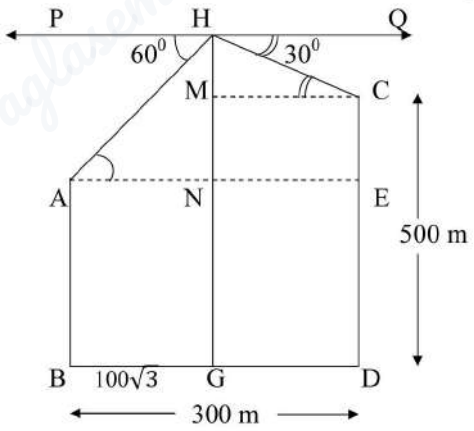
$\frac{1}{2} = \frac{200}{A^1B}$

$A^1B = 200X2 = 400$ m

पतंगांमधील अंतर(A^1B) = 400 m

.

34. उंच मनोऱ्याची उंची = DC = 500 m,
दोन मनोऱ्यांच्या तळांमधील अंतर = BD = 300 m
AN, MC आणि NE जोडा.
अवनत कोन θ = 60° and 30°
$\angle AHP = \angle HAN = 60^0$ (व्युत्क्रम कोन)
$\angle CHQ = \angle HCM = 30^0$ (व्युत्क्रम कोन)



In ΔAHN , $\tan 60 = \frac{HN}{AN}$

$\sqrt{3} = \frac{HN}{100\sqrt{3}}$ (AN = BG)

$HN = 100\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$= 100 \times 3$

HN = 300 m

But GD = $300 - 100\sqrt{3}$

$= 100x3 - 100\sqrt{3}$

$= 100\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)$

In ΔHMC, $\tan 30^0 = \frac{HM}{MC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{HM}{100\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}$

$HM = 100(\sqrt{3} - 1)$

$= 100(1.73 - 1)$

$= 100 \times 0.73$

HM = 73 m

MN = HN – HM = 300 – 73

MN = 227 m

∴ ठेंगण्या मनोऱ्याची उंची= AB= DE = DC – CE = 500 – 227 = 273 m

VI. पाच गुणांचे प्रश्न

35. ΔABD, $\tan 30^0 = \frac{AB}{BD}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{6}{BD}$

$BD = 6\sqrt{3}$ m

BD =AE= $6\sqrt{3}$ m

ΔAEC, $\tan 60^0 = \frac{CE}{AE}$

$\sqrt{3} = \frac{CE}{6\sqrt{3}}$

$CE = 6\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ m

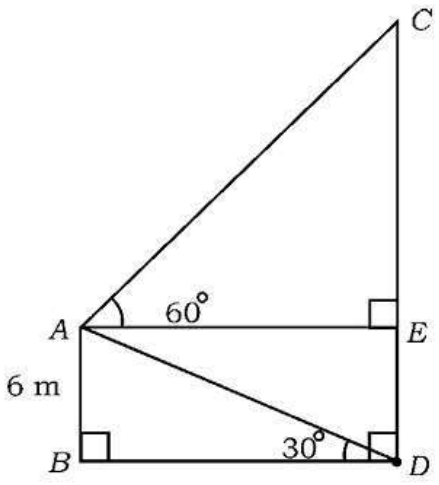
CE = 18 m

ΔAEC, $\sin 60^0 = \frac{CE}{AC}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{18}{AC}$

$AC = \frac{18 \times 2}{\sqrt{3}}$

$AC = \frac{36\sqrt{3}}{3}$



AC = $12\sqrt{3}$ m

CD=CE+DE

CD=18+6

CD=24 m

36.

दीपगृहाची उंची= $10\sqrt{3}$ m

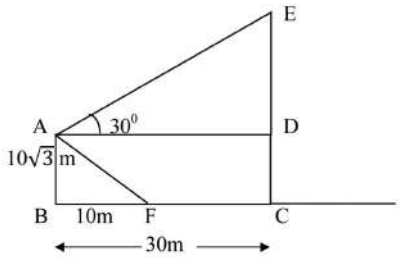
दीपगृहाचा तळ आणि मनोऱ्याचा तळ यांमधील अंतर = BC = 30 m

दीपगृहाचा तळ आणि जहाज यांमधील अंतर = BF = 10 m

मिनाराची उंची = CE = ?

दीपगृहाचे शिखर आणि मनोऱ्याचे शिखर यांमधील अंतर= AE = ?

अवनत कोन = θ = ?



Δ ADE , $\tan\theta = \frac{DE}{AD}$

$\tan 30^0 = \frac{DE}{30}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{DE}{30}$

$DE = \frac{30}{\sqrt{3}}$ m

∴ मिनाराची उंची = CE = DE + CD

$= \frac{30}{\sqrt{3}} + 10\sqrt{3}$

$= (\frac{30+10X3}{\sqrt{3}})$

$= \frac{60}{\sqrt{3}}$

$= 20\sqrt{3}$ m

Δ ADE , $\cos\theta = \frac{AD}{AE}$

$\cos 30^0 = \frac{30}{AE}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{30}{AE}$

$AE = \frac{60}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3}$ m

दीपगृहाचे शिखर आणि मनोऱ्याचे शिखर यांमधील अंतर = AE = **$20\sqrt{3}$ m**

अवनत कोन = ∟DAF = ∟AFB = θ

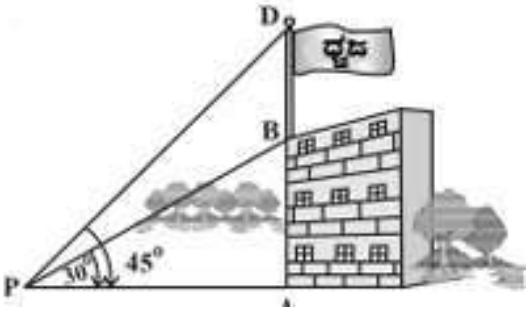
In Δ ABF , $\tan\theta = \frac{AB}{BF}$

$\tan\theta = \frac{10\sqrt{3}}{10}$

$\tan\theta = \sqrt{3}$

$\tan\theta = \tan 60^0$

∴ अवनत कोन= θ = **60^0**



37) काटकोन त्रिकोणात PAB

$$\tan 30^0 = \frac{AB}{AP}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{AP}$$

$$AP = 10\sqrt{3}$$

इमारतीचे पासूनचे अंतर P=AP=10x1.732=17.32M

काटकोन त्रिकोणात PAD

$$\tan 45^0 = \frac{AD}{AP}$$

$$1 = \frac{AD}{17.32}$$

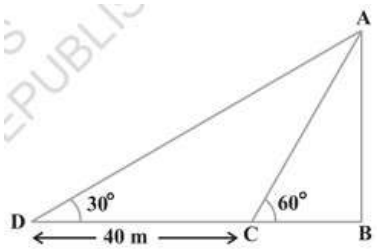
AD=17.32M

ध्वजस्तंभाची लांबी DB=AD-AB.

DB=17.32-10=7.32M

38) CB= xM

त्रिकोणातABD



$$\tan 30^0 = \frac{AB}{DB}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{40+x}$$

$$AB = \frac{40+x}{\sqrt{3}} \text{ -------(1)}$$

त्रिकोणात ABC

$$\tan 60^0 = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{AB}{X}$$

$$AB = \sqrt{3}x \text{ -------(2)}$$

(1) and (2)

$$\frac{40+x}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}x$$

40+x=3x

2x=40

x=$^{40}/_{2}$

x=20m

मिनाराची उंची आहे $AB = \sqrt{3}x$

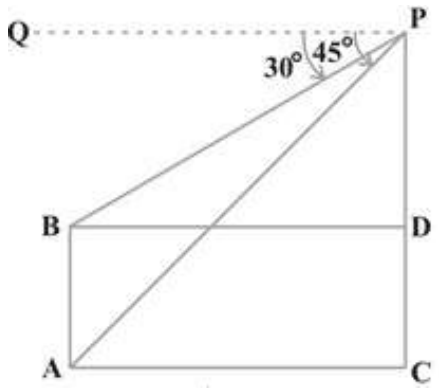
$AB = \sqrt{3}(20)$

AB = 20x1.732=34.64m

39) आकृतीमध्ये AB=DC=8m

PD= x m $\quad \angle QPA = \angle PAC = 45^0$

AC = BD $\quad \angle QPB = \angle PBD = 30^0$



त्रिकोणात ACP

$$\tan 45^0 = \frac{PC}{AC}$$

$$1 = \frac{8+x}{AC}$$

$$AC = 8 + x \text{.....(1)}$$

त्रिकोणात PBD

$$\tan 30^0 = \frac{PD}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{BD}$$

$$BD = \sqrt{3}x \text{.....(2)}$$

(1) and (2)

$$8 + x = \sqrt{3}x$$

$$8 = (\sqrt{3}x - x)$$

$$8 = x(\sqrt{3} - 1)$$

$$8 = 0.732x$$

$$x = \frac{8}{0.732}$$

$$x = 10.93$$

बहुमजली इमारतीची उंची आहे PC=8+10.93=18.93 m

दोन इमारतींमधील अंतर आहे 18.93 (AC=PC)

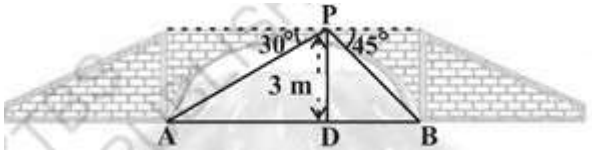
40) .त्रिकोणात PDB

$\angle PBD = 45^0$

$\tan 45^0 = \frac{PD}{DB}$

$1 = \frac{3}{DB}$

$DB = 3m.....(1)$



त्रिकोणात PDA

$\angle PAD = 30^0$

$\tan 30^0 = \frac{PD}{AD}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{AD}$

$AD = 3\sqrt{3}m.....(2)$

नदीची रुंदी AB = AD + DB

AB=3 $\sqrt{3}$ +3 m

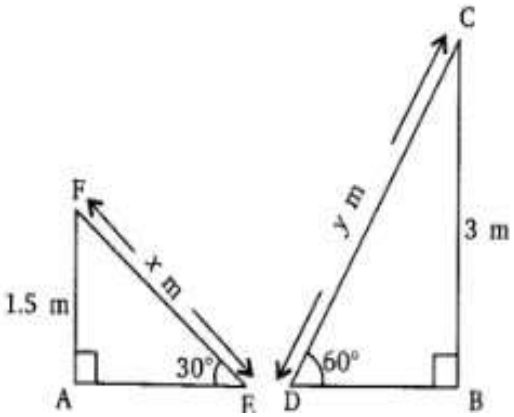
AB=3x1.732+3 = 5.196 + 3 = 8.196 m

41) त्रिकोणात AEF

$\sin 30^0 = \frac{AF}{EF}$

$\frac{1}{2} = \frac{1.5}{EF}$

$EF = 3.0m.....(1)$



त्रिकोणात DBC

$\sin 60^0 = \frac{BC}{DC}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{DC}$

$DC = \frac{6}{\sqrt{3}}$

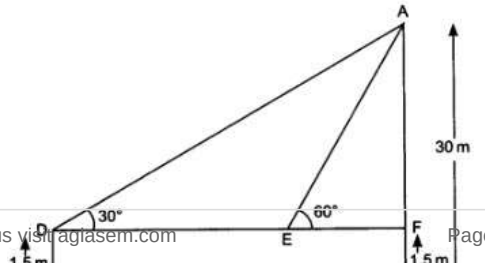
$DC = \frac{6\sqrt{3}}{3}$

$DC = 2\sqrt{3} = 2.1.732 = 3.464m$

42) AB=30m

AF=30-1.5=28.5m

त्रिकोणात AEF



aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

$$\tan 30^0 = \frac{AF}{DF}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{28.5}{DF}$$

$$DF = 28.5\sqrt{3}m.....(1)$$

मुलाने पार केलेले अंतर आहे $DE = DF - EF = 28.5\sqrt{3} - \frac{28.5}{\sqrt{3}}$

$$= 28.5\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 28.5\left(\frac{3-1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= 28.5x\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{57}{\sqrt{3}}m$$

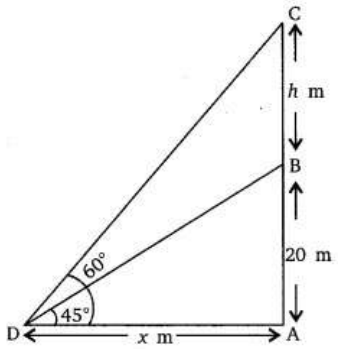
$$DE = \frac{57}{1.732} = 32.9m$$

43) आकृतीमध्ये
त्रिकोणात DAB

$$\tan 60^0 = \frac{AB}{AD}$$

$$1 = \frac{20}{AD}$$

$$AD = 20m$$



त्रिकोणात DAC

$$\tan 60^0 = \frac{AC}{AD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{20+h}{20}$$

$$20 + h = 20\sqrt{3}$$

$$h = 20\sqrt{3} - 20$$

$$h = 20(\sqrt{3} - 1) = 20(1.732 - 1) = 20x0.732$$

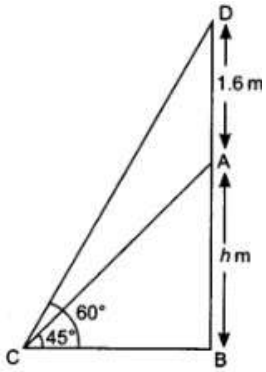
$$h = 14.64m$$

44) त्रिकोणात ABC

$$\tan 45^0 = \frac{AB}{BC}$$

$$1 = \frac{h}{BC}$$

$$BC = h \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$



त्रिकोणात DBC

$$\tan 60^0 = \frac{DB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h+1.6}{BC}$$

$$BC = \frac{h+1.6}{\sqrt{3}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

(1) and (2)

$$h = \frac{h+1.6}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3}h - h = 1.6$$

$$h(\sqrt{3}-1) = 1.6$$

$$h(0.732) = 1.6$$

$$h = \frac{1.6}{0.732}$$

$$h = 2.19m$$

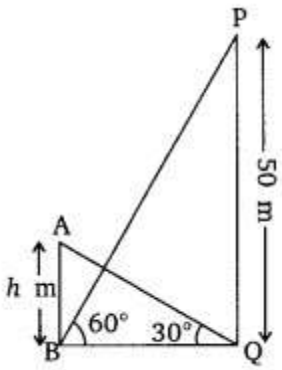
45) त्रिकोणात BPQ

$$\tan 60^0 = \frac{PQ}{BQ}$$

$$\sqrt{3} = \frac{50}{BQ}$$

$$BQ = \frac{50}{\sqrt{3}} m$$

त्रिकोणात BAQ



$$\tan 30^0 = \frac{AB}{BQ}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{50/\sqrt{3}}$$

$$\frac{AB\sqrt{3}}{50} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$AB = \frac{50}{3}$$

$$AB = 16.67m.$$

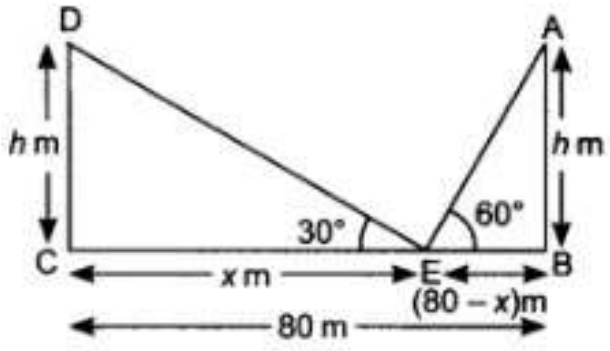
46) आकृतीमध्ये CE= xm EB = 80-xm

त्रिकोणात DCE

$$\tan 30^0 = \frac{DC}{CE}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{DC}{x}$$

$$DC = \frac{x}{\sqrt{3}} m.....(1)$$



त्रिकोणात ABE

$$\tan 60^0 = \frac{AB}{EB}$$

$$\sqrt{3} = \frac{AB}{80-x}$$

$$AB = \sqrt{3}(80-x)m.....(2)$$

(1) and (2)

AB=DC

$$\frac{x}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}(80-x)$$

x = 3(80-x)

x = 240-3x

4x = 240

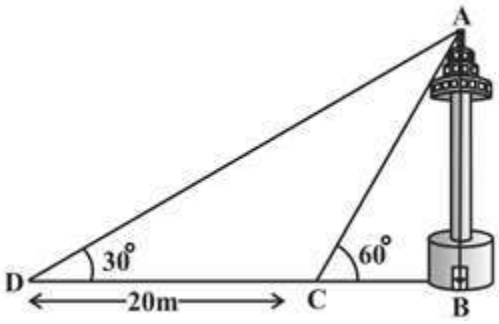
x = $^{240}/_{4}$

x = 60m

कोनासह ध्रुवापासून बिंदूचे अंतर 30^0=60m

कोन असलेल्या खांबापासून दुसऱ्या खांबाचे अंतर 60^0=80-60=20m

47) आकृतीमध्ये BC= xm



त्रिकोणात ABC

$$\tan 60^0 = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{AB}{x}$$

$$AB = \sqrt{3}xm.....(1)$$

त्रिकोणात ABD

$$\tan 30^0 = \frac{AB}{DB}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{20+x}$$

$$AB = \frac{20+x}{\sqrt{3}}.....(2)$$

From (1) & (2)

$$\sqrt{3}x = \frac{20+x}{\sqrt{3}}$$

$$3x = 20 + x$$

$$2x = 20$$

$$x = \frac{20}{2}$$

$$x = 10m$$

कालव्याची रुंदी १० मीटर

मिनाराची उंची

$$AB = \sqrt{3}x$$

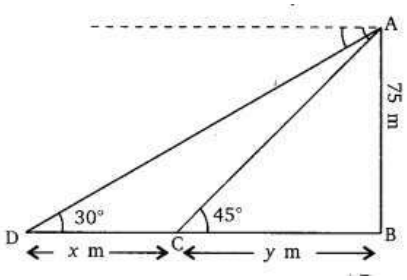
AB = 1.732 x 10

AB = 17.32m

48) आकृतीमध्ये

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

$\angle ACB = 45^0 \angle ADB = 30^0$



त्रिकोणात ABC

$$\tan 45^0 = \frac{AB}{BC}$$

$$1 = \frac{75}{BC}$$

$$BC = 75m$$

त्रिकोणात ABD

$$\tan 30^0 = \frac{AB}{DB}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{75}{DB}$$

$$DB = 75\sqrt{3}m = 75x1.732$$

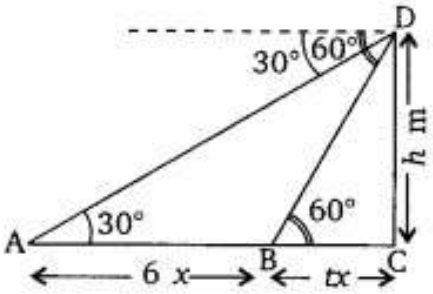
$$DB = 129.9m$$

दोन जहाजांमधील अंतर आहे.

129.9-75 = 54.9m

49) आकृतीमध्ये

$\angle DBC = 60^0 \angle DAC = 30^0$



त्रिकोणात DBC

$$\tan 60^0 = \frac{DC}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{DC}{BC}$$

$$BC = \frac{DC}{\sqrt{3}} \text{.....(1)}$$

त्रिकोणात DAC

$$\tan 60^0 = \frac{DC}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{DC}{AC}$$

$$AC = \sqrt{3}DC \text{.....(2)}$$

६ सेकंदात कापलेले अंतर

$$AC - BC = \sqrt{3}DC - \frac{DC}{\sqrt{3}}$$

$$AC - BC = \frac{3DC - DC}{\sqrt{3}} = \frac{2DC}{\sqrt{3}}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{2DC}{\sqrt{3}/6} = \frac{DC}{3\sqrt{3}}$$

दुसऱ्या स्थानापासून टॉवरच्या पायथ्याशी पोहोचण्यासाठी लागणारा वेळ

$$t = \frac{DC}{\sqrt{3}} X \frac{3\sqrt{3}}{DC} = 3\,\text{sec}\,onds$$

लागलेला एकूण वेळ = 6+3= 9 seconds

घटक १० : वर्तुळे

I. बहुपर्यायी प्रश्न

1) D) MN

2) D) AB

3) A) P

4) C) 8cm

5) C) 90^0

6) A) 7cm

7) B)) Secant

8) A) tangent

9) B)100^0

10) D) 4cm

11) B) 50^0

12) B) 3cm

13) A) 25^0

14) D) 65^0

15) D) 40^0

16) B) 5cm

17) D)$\sqrt{119}$ cm

18) A) 7cm

19) B) 70^0

II. एक गुणांचे प्रश्न:

20) वर्तुळाला केवळ एकाच बिंदूत छेदणाऱ्या रेषेला 'स्पर्शिका' म्हणतात.

21) वर्तुळाला दोन बिंदूंमध्ये छेदणाऱ्या रेषेला 'छेदिका' (secant) म्हणतात.

22) 90^0

23) 2

24) One

25) $\angle BOC + \angle BAC = 180^0$

$130^0 + \angle BAC = 180^0$

$\angle BAC = 180^0 - 130^0$

$\angle BAC = 50^0$

26) Δ OAP

$\angle OPA + \angle OAP + \angle AOP = 180°$

$40^0 + 90^0 + \angle AOP = 180°$

$130^0 + \angle AOP = 180°$

$\angle AOP = 180° - 130^0$

$\angle AOP = 50°$

III . दोन गुणांचे प्रश्न:

27) In Δ OAP , $\angle AOP = 90°$ [$\because OA \perp AP$]

$\angle AOP = 180° - (90^0 + 40)$

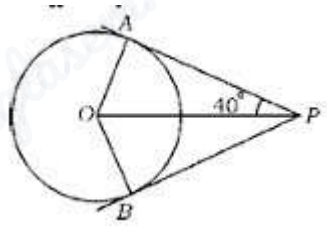
$= 180^0 - 130^0$

$\angle AOP = 50°$

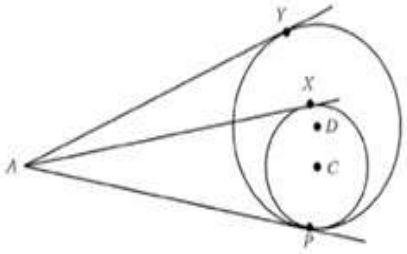
$\angle AOP = \angle BOP = 50°$

$\angle AOB = 50° + 50^0 = 100^0$

AP = PB (by theorem) $\therefore$PB =4cm



28) केंद्र असलेल्या वर्तुळात 'D' AY=AP--------(1)



(∵वर्तुळाच्या बाहेरील बिंदूतून काढलेले स्पर्शिका-खंड समान लांबीचे असतात.)

केंद्र असलेल्या वर्तुळात 'C' AX = AP ----------(2)

(1) and (2)

AY = AX

29) पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार, $OA^2 = AB^2 + OB^2$



$5^2 = AB^2 + 3^2$

$OA^2 = AB^2 + 9^2$

$AB^2 = 25 - 9$

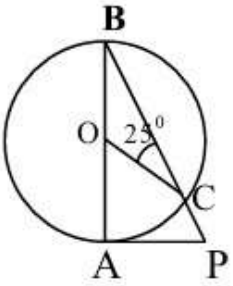
$AB^2 = 16$

AB = 4cm

∴जीवेची लांबी =AC =8cm

30) $\angle OCD = 25^0$

OB = 0C (∵ एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या)



$\angle OBC = \angle OCD = 25^0$ (∵Δ OBC हा समद्विभुज त्रिकोण आहे.)

$\angle PAB = 90^0$ (∵ Tवर्तुळाच्या कोणत्याही बिंदूपाशी काढलेली स्पर्शिका त्या स्पर्शबिंदूतून जाणाऱ्या त्रिज्येला लंब असते.)

In Δ PAB, $\angle APB + \angle ABP + \angle PAB = 180^0$

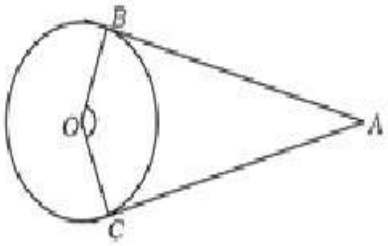
$\angle APB + 25^0 + 90^0 = 180^0$

$\angle APB = 180^0 - 115^0$

$\angle APB = 65^0$

31) : $\angle BOC + \angle BAC = 180°$

$\angle OBA = \angle OCA = 90°$ (प्रमेय १०.१)



चौकोनात OBAC,

$\angle BOC + \angle OCA + \angle BAC + \angle OBA = 360°$

(चौकोनाच्या कोनांच्या बेरजेचा गुणधर्म)

$\angle BOC + 90° + \angle BAC + 90° = 360°$

$\angle BOC + \angle BAC + 180° = 360°$

$\angle BOC + \angle BAC = 360° - 180°$

$\angle BOC + \angle BAC = 180°$

32) BE = BC

Given AB = AC

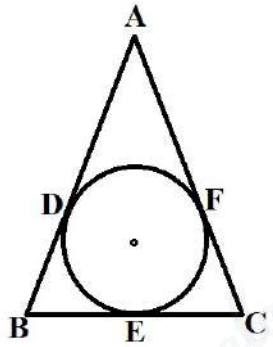
AD + BD = AF + FC

AD = AF (प्रमेय १०.२)

, BD = FC

, BD = BE and FC = CE

BE = CE



33) आकृतीवरून,

(i) DR = DS, (ii) BP = BQ, (iii) AP = AS, (iv) CR = CQ (प्रमेयानुसार10.2)

आता, वरील समीकरणांची डावी बाजू आणि उजवी बाजू यांची बेरीज केल्यास, आपल्याला मिळते,

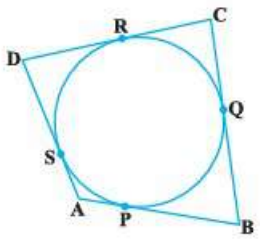
DR+BP+AP+CR = DS+BQ+AS+CQ

त्यांची पुनर्रचना केल्यावर आपल्याला मिळते,

(DR+CR) + (BP+AP) = (CQ+BQ) + (DS+AS)

सुलभीकरण करून,

AD+BC= CD+AB



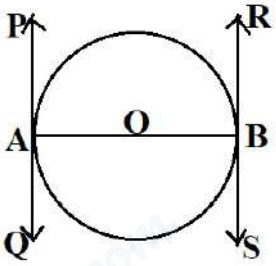
34) ३४) आकृतीमध्ये, O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे आणि PQ व RS या AB या व्यासाच्या टोकांशी वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिका आहेत.

$\angle OAP = 90°$ (Theorem 10.1)

$\angle OBS = 90°$ (Theorem 10.1)

$\angle OAP = \angle OBS = 90°$

व्युत्क्रम कोन समान असल्याने PQ || RS



35) दिले आहे : O **केंद्र असलेले एक वर्तुळ**. AB **ही स्पर्शिका वर्तुळाला** P **या बिंदूत स्पर्श करते**.

साध्य : **बिंदू** P **मधून काढलेली लंब रेषा** O **या केंद्रातून जाते**.

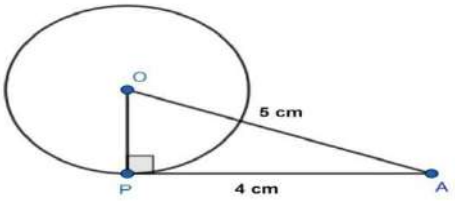
सिद्धता : **समजा**, P **मधून काढलेला लंब** O' **या दुसऱ्या बिंदूतून जातो**.

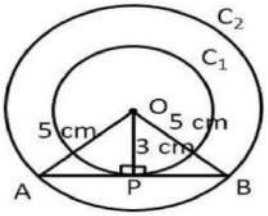
आता, ∠O'PB = 90°

आपल्याला माहित आहे की, **केंद्रापासून स्पर्शबिंदू** P **पर्यंत काढलेली त्रिज्या नेहमी लंब असते**.

म्हणून, ∠OPB = 90°
वरील दोन समीकरणांवरून आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की O′ **आणि** O **हे बिंदू एकच आहेत** (**ते तंतोतंत जुळतात**).
म्हणून, **बिंदू** P **मधून काढलेली लंब रेषा** O **या केंद्रातून जाते**.

36) बाह्य बिंदूसाठी, $OA^2 = OP^2 + AP^2$ जिथे OP = r,
AP = 4, OA = 5
$r^2 + 4^2 = 5^2$
$r^2 + 16 = 25$
$r^2 = 9 \rightarrow r = 3$ cm
त्रिज्या = 3 cm



37) समजा, **मोठ्या वर्तुळाची**  **जीवा** AB **लहान वर्तुळाला** P **बिंदूत स्पर्श करते**.

OP ⊥ AB **आणि** OP = **३** **सेमी** = **लहान वर्तुळाची त्रिज्या**.
In Δ OMA: OA = 5, OP = 3, ∠OPA = 90°
$AP^2 = OA^2 - OP^2 = 25 - 9 = 16 \rightarrow AP = 4$ cm
केंद्रातून काढलेला लंब जीवेला दुभागतो, AB = 2 × AM = 8 cm
लांबी AB = 8 cm

38) दिलेले आहे: PA आणि PB या P मधून काढलेल्या स्पर्शिका आहेत. O हे केंद्र आहे.
सिद्ध करायचे आहे: ∠APB + ∠AOB = 180°
सिद्धता: **स्पर्शबिंदूपाशी त्रिज्या स्पर्शिकेला लंब असते.**
OA ⊥ PA, OB ⊥ PB →∠OAP = ∠OBP = 90°
चौकोनात OAPB:
∠OAP + ∠APB + ∠PBO + ∠BOA = 360°
90° + ∠APB + 90° + ∠AOB = 360°
∠APB + ∠AOB = 180°.

39) Pसिद्धता: समजा ABCD हा वर्तुळाभोवती परिगत असलेला समांतरभुज चौकोन आहे. वर्तुळाबाहेरील बिंदूतून काढलेले स्पर्शिकाखंड समान लांबीचे असतात.
समजा वर्तुळ बाजू P, Q, R आणि S या बिंदूंवर स्पर्श करते.
Then AP = AS, BP = BQ, CR = CQ, DR = DS

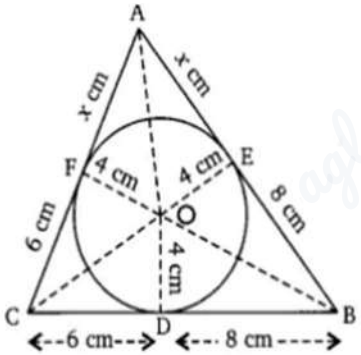
AB + CD = AP + PB + CR + RD = AS + BQ + CQ + DS = AD + BC

समांतरभुज चौकोनासाठी, AB = CD, BC = AD.

So, 2AB = 2BC → AB = BC

म्हणून सर्व बाजू समान असल्याने, ABCD हा समभुज चौकोन आहे.

40) समजा, वर्तुळ AB ला E बिंदूत, BC ला D बिंदूत आणि AC ला F बिंदूत स्पर्श करते.



एकाच बिंदूतून काढलेले स्पर्शिका-खंड समान लांबीचे असतात:

BD = BE = 8, CD = CF = 6, AF = AE = x

So BC = BD + DC = 8 + 6 = 14 cm

AB = x + 8, AC = x + 6

हेरोनच्या सूत्रानुसार,क्षेत्रफळ Δ ABC = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

जिथे s = $\frac{AB+BC+AC}{2}$ = $\frac{x+8+14+x+}{2}$ = x + 14

s = x + 14, s-a = x+14-14 = x, s-b = x+14-(x+6) = 8, s-c = x+14-(x+8) = 6

क्षेत्र = $\sqrt{(x+14)(x)(8)(6)} = \sqrt{48x(x+14)}$

आपल्याला माहित आहे की, क्षेत्र $\Delta = \frac{1}{2} \times b \times h$

चे क्षेत्रफळ ΔABC = चे क्षेत्रफळ Δ AOC + चे क्षेत्रफळ Δ COB + चे क्षेत्रफळ Δ AOB

$= \frac{1}{2} \times (x+6) \times 4 + = \frac{1}{2} \times (14) \times 4 + = \frac{1}{2} \times (x+8) \times 4$

= 4(x+14)

समान मानणे: $4(x+14) = \sqrt{48x(x+14)}$

चौरस: $16(x+14)^2 = 48x(x+14)$

ने भागा 16(x+14): x+14 = 3x → 14 = 2x → x = 7

, AB = 7 + 8 = 15 cm, AC = 7 + 6 = 13 cm

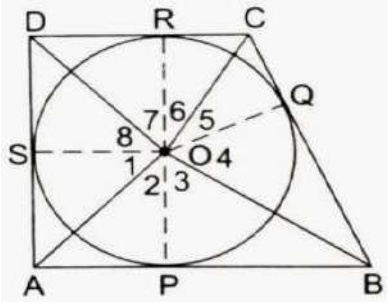
AB = 15 cm, AC = 13 cm

41) दिलेले आहे: O केंद्र असलेल्या वर्तुळाभोवती ABCD हा चौकोन परिगत आहे.

साध्य: ∠AOB + ∠COD = 180° आणि ∠BOC + ∠DOA = 180°

सिद्धता: स्पर्शबिंदू जोडा. शिरोबिंदूतून काढलेले स्पर्शिका-खंड केंद्राला जोडणाऱ्या रेषेशी समान मापाचे कोन करतात.

म्हणून, ∠1 = ∠2 , ∠3 = ∠4, ∠5 = ∠6 , ∠7 = ∠8



सर्व कोनांची बेरीज ABCD = 360°

∠1 + ∠2 + ∠3 + ∠4 + ∠5 + ∠6 + ∠7 + ∠8 = 360°

2∠2 + 2∠3 + 2∠6 + 2∠7 = 360°

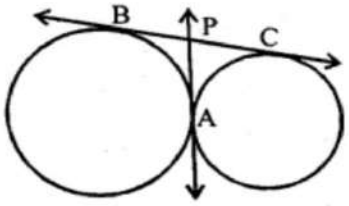
2(∠2 + ∠3 + ∠6 + ∠7) = 360°

∠2 + ∠3 + ∠6 + ∠7 = 180°

→∠AOB + ∠COD = 180°.

त्याचप्रमाणे, ∠BOC + ∠DOA = 180°

42) दोन वर्तुळे A बिंदूवर बाह्यतः स्पर्श करतात. बाह्य बिंदूतून काढलेल्या स्पर्शिकांची लांबी समान असल्यामुळे,



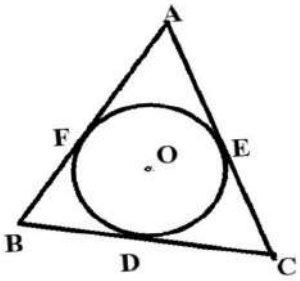
BP = PA = PC = 3.8 cm

अशा प्रकारे, BC = BP + PC = 3.8 + 3.8 = 7.6 cm

त्यामुळे, BC = 7.6 cm

43) BD = BF = 4 cm , DC = CE = 3 cm

AF = AE = CA - CE = 8 – 3 = 5 cm



AB = AF + BF = 5 + 4 = 9 cm

BC = BD + DC = 4 + 3 = 7 cm

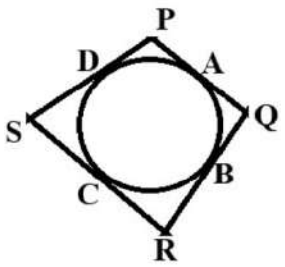
CA = 8 cm

परिमीती= 9 + 7 + 8 = 24 cm

परिमीती = 24 cm

44) एकाच बिंदूतून काढलेले स्पर्शिका: PD = PA, QA = QB, RB = RC, SC = SD

PQ = PA + AQ = PD + BQ. अशा प्रकारे हे सिद्ध झाले.



SC = DS = 2 cm → SC = 2 cm

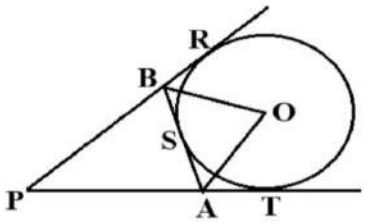
RC = RB = 3 cm → RC = 3 cm

So, RS = RC + SC = 3 + 2 = 5 cm

RS = 5 cm

45) दिलेले, ∠APB = 40°

Δ ABP, ∠APB + ∠ABP + ∠BAP = 180°



40° + ∠ABP + ∠BAP = 180°

∠ABP + ∠BAP = 180° - 40°

∠ABP + ∠BAP = 140°

आकृतीवरून, ∠SAT = 180° - ∠BAP .....(1)

∠RBS = 180° - ∠ABP .....(2)

(1) and (2),

∠SAT + ∠RBS = 360° - (∠ABP + ∠BAP)

∠SAT + ∠RBS = 360° - 140°

∠SAT + ∠RBS = 220°

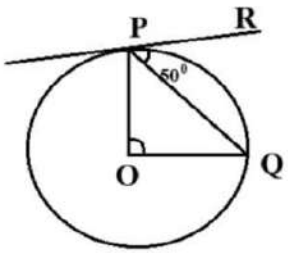
OA आणि OB हे अनुक्रमे ∠SAT आणि ∠RBS चे दुभाजक असल्याने,∠OAS + ∠OBS = $\frac{1}{2}\times$ 220°

∠OAS + ∠OBS = 110°

म्हणून, ∠AOB = 180° - 110°

∠AOB = 70°

46)



दिले आहे की, ∠QPR = 50°

स्पर्शिका ही स्पर्शबिंदूपाशी त्रिज्येला लंब असते, म्हणून ∠OPR = 90°

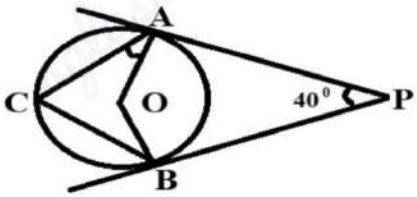
म्हणून, ∠OPQ = ∠OPR - ∠QPR = 90°- 50° = 40°

त्रिकोण OPQ हा समद्विभुज असल्याने, ∠OPQ = ∠OQP = 40°

त्यामुळे, ∠POQ = 180° - (∠OPQ + ∠OQP) = 180° - 80° = 100°

∠POQ = 100°

47)



आकृतीमध्ये, ∠AOB आणि ∠APB हे पूरक कोन आहेत.

म्हणून, ∠AOB = 180°- ∠APB = 180°- 40° = 140°

आकृतीमध्ये, ∠ACB = $\frac{1}{2}\times$∠AOB = = $\frac{1}{2}\times$ 140° = 70°

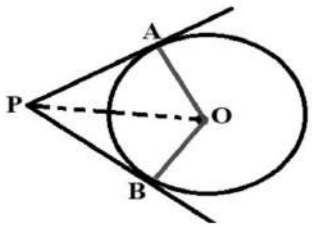
∠ACB = 70°

48)

स्पर्शबिंदूपाशी स्पर्शिका त्रिज्येला लंब असते, म्हणून

∠OAP = ∠OBP = 90°

दिले आहे: ∠OPB = 90°



चौकोन OAPB मध्ये तीन कोन 90° मापाचे आहेत, त्यामुळे चौथा कोनही 90° मापाचा असेल.

म्हणून, सर्व कोन 90° मापाचे आहेत आणि लगतच्या बाजू OA = OB व PA = PB आहेत.

→ OAPB हा चौरस आहे.

त्यामुळे, OP हा 5 सेमी बाजू असलेल्या चौरसाचा कर्ण आहे.

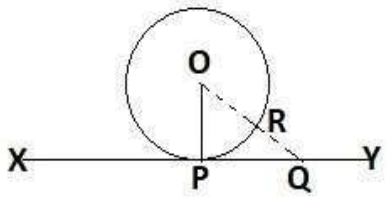
पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार, OP = √52 सेमी ≈ 7.07 सेमी.

IV. तीन गुणांचे प्रश्न:

49) दिलेले आहे : O केंद्र असलेले वर्तुळ आणि XY ही P बिंदूपाशी असलेली स्पर्शिका.

साध्य : OP ⊥ XY

रचना : स्पर्शिका XY वर P व्यतिरिक्त कोणताही बिंदू Q घ्या आणि OQ जोडा.



सिद्धता : Q हा स्पर्शिका XY वरील, स्पर्शबिंदू P व्यतिरिक्त असलेला बिंदू आहे. म्हणून Q हा बिंदू वर्तुळाच्या बाहेरच्या भागात आहे.

समजा, OQ वर्तुळाला R बिंदूत छेदते.

∴ OP = OR [एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या]

आता, OQ = OR + RQ

⇒OQ> OR

⇒OQ > OP [∵ OP = OR]

म्हणून, केंद्र O पासून स्पर्शिकेचे OP हे सर्वात कमी अंतर आहे; ∴ OP ⊥ XY [∵ लंब अंतर हे नेहमीच सर्वात कमी अंतर असते]

50).दिलेले आहे : O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला बाहेरील बिंदू P मधून PQ आणि PR हे दोन स्पर्शिका-खंड काढले आहेत.

सिद्ध करायचे आहे : PQ = PR

रचना : जोडाOP, OQ, OR

पुरावा : In △OQP and △ORP

OQ =OR (∵एकाच वर्तुळांच्या त्रिज्या)

OP =OP (सामाईक बाजू)

∠OQP =∠ORP =90^0

∴ΔOQP≅△ORP

∴PQ = PR

51) OT जोडा; ती PQ ला R बिंदूत छेदते असे समजा.

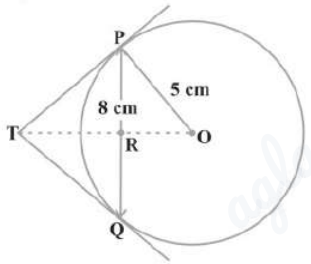
त्यामुळे ΔTPQ हा समद्विभुज त्रिकोण आहे आणि TO हा ∠PTQ चा कोनदुभाजक आहे.
म्हणून, OT⊥PQ आणि OT हा PQ ला दुभागतो.

⇒ PR = RQ = 4cm

RO = $\sqrt{5^2 - 4^2}$

RO = $\sqrt{25 - 16}$

RO = $\sqrt{9}$ = RO = 3cm



∠OPR + ∠ TPR =90^0 ---------- (1)

∠PTR + ∠ TPR =90^0 ---------- (2)

From (1) and (2)

∠OPR = ∠ PTR ----------(3)

ΔPRO and ΔPTR काटकोन त्रिकोण समरूप असतात [AA समरूपता कसोटी]

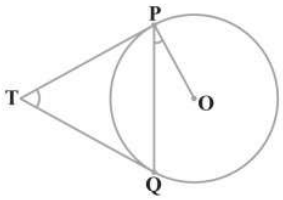
$\Rightarrow \frac{PT}{OP} = \frac{PR}{OR} = \frac{PT}{5} = \frac{4}{3}$

$PT = \frac{4\times5}{3} = \frac{20}{3}$

52) दिलेली माहिती : O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला बाहेरील बिंदू T मधून TP आणि TQ या दोन स्पर्शिका काढल्या आहेत..

सिद्धता: ∠PTQ = 2∠ OPQ

∠PTQ = θ ----------(1)



TP = TQ

म्हणून, TPQ हा समद्विभुज त्रिकोण आहे.

∠TPQ = ∠TQP = $\frac{1}{2}$ [180 – θ]

$\Rightarrow$∠TPQ = ∠TQP = 90^0 - $\frac{1}{2}\theta$ ----------(2)

∠OPT = 90^0 ----------(3)

∠OPT = ∠OPT -∠TPQ

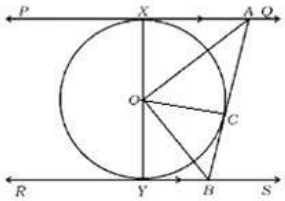
$\Rightarrow$ ∠OPQ = 90^0 - (90^0 - $\frac{1}{2}\theta$)

$\Rightarrow$ ∠OPQ = $\frac{1}{2}\theta$

$\Rightarrow$∠PTQ = 2 ∠ OPQ [∵ (2) and (3)]

५३) सिद्धता : समजा, स्पर्शिका AB वर्तुळाला C बिंदूत स्पर्श करते; OC जोडा.

IΔ OXA and ΔOCA
AX = AC (∵ स्पर्शिका)
OX = OC (∵ त्रिज्या)
OA = OA (∵ सामाईक बाजू)
∴Δ OXA ≅Δ OCA (∵ बा.बा.बा. कसोटी)



∠XOA = ∠COA ----------(1)

त्याचप्रमाणे, Δ OCB ≅Δ OYB (∵बा.बा.बा कसोटी)
∠COB = ∠YOB ----------(2)
∠XOA + ∠COA + ∠COB + ∠YOB = 180^0 ----------(3) (∵XY ही एक सरळ रेषा आहे)
(1) and (2) ,
2 ∠AOC + 2 ∠COB = 180^0
∠AOC + ∠COB = 90^0
∠AOB = 90^0

घटक ११ : वर्तुळाशी संबंधित क्षेत्रफळ

I. बहुपर्यायी प्रश्न :

1. A) 7π units
2. A) 2 πr^2
3. C) $\frac{\theta}{180} X\ \pi r$
4. C) $\frac{\pi r^2}{4}$cm
5. C) $\frac{3\pi r^2}{4}$$cm^2$
6. D) 88cm
7. B) 80^0
8. C) वृत्तांशचे क्षेत्रफळ – ΔAOB चे क्षेत्रफळ
9. C) 66cm
10. C) 44 cm^2
11. A) $\frac{(360-30)\pi r^2}{360}$$cm^2$
12. C) $\frac{\pi r}{2}$ cm

II. एक गुणांचे प्रश्न :-

13. $\frac{\theta}{360} X\ \pi r^2$
14. $\frac{\theta}{360} X\ 2\pi r$

15. 45^0
16. 11cm
17. 11cm
18. 7cm
19. 3.5cm
20. त्रिज्या r =2 units

I. Two Marks Questions : -

21. कंसाची लांबी = $\frac{\theta}{360} X\ 2\pi r$

$= \frac{60}{360} X\ 2\ X\ \frac{22}{7} X\ 2$

$= \frac{1}{3}\ X\ \frac{22}{7} X\ 21$

कंसाची लांबी= $22cm$

22. वृत्तांश-क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} X\ \pi r^2$

$= \frac{45}{360} X\ \frac{22}{7} X\ 4^2$

$= \frac{1}{8} X\ \frac{22}{7}\ X\ 16$

वृत्तांश-क्षेत्रफळ= 6.28 cm^2.

23. मोठ्या वर्तुळाचे क्षेत्रफळ= (92 + 62) Sq.cm

πr^2 = 154

$r^2 = 154\ X\ \frac{7}{22} = 49$

$r^2 = 49$

त्रिज्या r = 7cm.

घड्याळाच्या मिनिट काट्याने व्यापलेले क्षेत्रफळ = वृत्तांश-क्षेत्रफळ= $\frac{\theta}{360} X\ \pi r^2$

$= \frac{60}{360} X\ \frac{22}{7} X\ 14^2$

$= \frac{1}{8} X\ \frac{22}{7}\ X\ 16$

$= \frac{22\ X\ 14}{3} = \frac{308}{3}$ cm^2.

24. वर्तुळाच्या चतुर्थांशाचे क्षेत्रफळ = $\frac{\pi r^2}{4} = \frac{3.14X20\ X20}{4} = 3.14\ X5X20 = 3.14X100 =$ 314 cm^2.

वर्तुळपादाची परिमिती = $\frac{\pi r}{2} + 2r = \frac{3.14\ X\ 20}{2} + 2X20 = 31.4 + 40 = 71.4cm$

II. तीन गुणांचे प्रश्न :-

26. हाताचा पंखा बनवण्यासाठी लागणाऱ्या कापडाचे क्षेत्रफळ = वृत्तांश-खंडाचे क्षेत्रफळ= $\frac{\theta}{360} X\ \pi r^2$

$$= \frac{120}{360} X \frac{22}{7} X\ 21\ X\ 21$$
$$= 22\ X\ 21$$

हाताचा पंखा बनवण्यासाठी लागणाऱ्या कापडाचे क्षेत्रफळ $= 462 cm^2.$

तारेची एकूण लांबी = कंसाची लांबी + २ त्रिज्या= $\frac{\theta}{360} X\ 2\pi r + 2r$

$$= \frac{120}{360} X\ 2X \frac{22}{7} X\ 21 + 2X21$$
$$= 44 + 42$$

तारेची एकूण लांबी= $86cm$

27.i) कंसाची लांबी $= \frac{\theta}{360} X\ 2\pi r$

$$= \frac{60}{360} X\ 2X\ \frac{22}{7} X21$$
$$= \frac{1}{6} X2\ X\ 22\ X\ 3$$
$$= 22cm$$

ii)वृत्तांश-क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} X\ \pi r^2 = \frac{60}{360} X\ \frac{22}{7} X\ 21\ X\ 21$

$$= \frac{1}{6}\ X\ 22\ X\ 3\ X\ 21$$
$$= 231\ \text{cm}^2.$$

28.. वृत्तांशखंडाचे क्षेत्रफळ = वृत्तांशाचे क्षेत्रफळ – समभुज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ= $\frac{\theta}{360} X\ \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$$= \frac{60}{360} X\ \frac{22}{7} X\ 21\ X\ 21 - \frac{1.73}{4}\ X21\ X21$$
$$= \frac{1}{6}\ X\ 22\ X\ 3\ X\ 21 - \frac{762.93}{4}$$
$$= 231\ - 190.7325$$
$$= 40.2675\ \text{cm}^2.$$

29. वर्तुळाच्या उर्वरित भागाचे क्षेत्रफळ = अर्धवर्तुळाचे क्षेत्रफळ – त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ= $\frac{\pi r^2}{2} -$ $\frac{1}{2}\ X$ पाया $\times$ उंची

$$= \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8cm$$
$$= \frac{22\ X5\ X5}{2\ X\ 7} - \frac{1}{2}\ X\ 6\ X\ 8$$
$$= \frac{11\ X\ 25}{7} -\ 24$$
$$= 39.28 -\ 24$$

वर्तुळाच्या उरलेल्या भागाचे क्षेत्रफळ= $15.28\ \text{cm}^2.$

30.वृत्तांशचे क्षेत्रफळ : वर्तुळाचे क्षेत्रफळ= 1:5

$(\theta/360°)\ \pi r^2/\ \pi r^2 = ⅕$

$\theta = 360°/\ 5$

$\theta = 72°$

कंसाची लांबी = $(\theta/360°)\ 2\pi r$

$= (72°/\ 360°) \times 2 \times 22/7 \times 7$

$= (1/5) \times 44$

$= 44/5$ cm

31.वृत्तांशचे क्षेत्रफळ = 231

$(\theta/360°)\ \pi r^2 = 231$

$(\theta/360°) = 231/\pi r^2$.....(1)

कंसाची लांबी = 22

$(\theta/360°)\ 2\pi r = 22$

$(\theta/360°) = 22/2\pi r$ .....(2)

(1) & (2)

$231/\pi r^2 = 22/2\pi r$

$231/22 = \pi r^2/\ 2\pi r$

$r = 21$ cm

$(\theta/360°)\ 2\pi r = 22$

$(\theta/360°) = 22/2\pi r$

$\theta = 22 \times 360°/\ 2\times\ 22/7 \times 21$

$\theta = 60°$

32. कंसाची लांबी = 22cm

$(\theta/360°)\ 2\pi r = 22$

$(\ 60°/360°) \times 2\times\ 22/7 \times r = 22$

$(1/6\ ) \times 2\times 22/7 \times r = 22$

$r = 22 \times 7 \times 6\ /\ 2\times\ 22$

$r = 21$ cm

वृत्तांशचे क्षेत्रफळ = $(\theta/360°)\ \pi r^2$

$= (60°/360°) \times 22/7 \times 21\times 21$

$= 11 \times 21$

$= 231\ cm^2$

33.वृत्तांशचे क्षेत्रफळ = कंसाची लांबी

$(\theta/360°)\ \pi r^2 = (\theta/360°)\ 2\pi r$

$\pi r^2 = 2\pi r$

$r = 2$

कंसाची लांबी= 44/21

$(\theta/360°)\ 2\pi r = 44/21$

$(\theta/360°) \times 2 \times 22/7 \times 2 = 44/21$

$\theta = 44\times 360\times 7/ 21\times22\times2\times2$

$\theta = 60°$

34.वृत्तांशचे क्षेत्रफळ = 462 cm^2

$(\theta/360°)\ \pi r^2 = 462$

$(120°/360°)\times\ \pi r^2 = 462$

$(1/3) \times 22/7 \times r^2 = 462$

$r^2 = 462\times3\times7/ 22$

$r^2 = 21\times21$

$r = 21$ cm

कंसाची लांबी = $(\theta/360°)\ 2\pi r$

$= (120°/360°) \times 2 \times22/7 \times 21$

$= 44cm$

35. कंसाची लांबी = 11 cm

$11 = \frac{\theta}{360} X\ 2\pi r$

$11 = \frac{30}{360} X\ 2X \frac{22}{7} X\ r$

11 X 12 X 7 = 2 X 22 X r

$r = \frac{11\ X12}{2\ X\ 22}$

$r = 21cm$

वृत्तांशचे क्षेत्रफळ OAXB = A1 $= \frac{\theta}{360} X\ \pi r^2$

$= \frac{30}{360} X\ \frac{22}{7} X21\ X\ 21$

A1 $= \frac{231}{2}$ cm^2.

वृत्तांशचे क्षेत्रफळ OCYD = A2 $= \frac{\theta}{360} X\ \pi r^2$

$= \frac{30}{360} X\ \frac{22}{7} X7\ X\ 7$

A2 $= \frac{77}{6}$ cm^2.

छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ = A1 – A2

$$= \frac{231}{2} - \frac{77}{6}$$
$$= \frac{693 - 7}{6}$$
$$= \frac{606}{6}$$
$$= \frac{308}{3}$$
$$= 102.66 \text{ cm}^2.$$

36.ABC हा समभुज त्रिकोण आहे, म्हणून $\theta = 60^0$ r = 3.5cm

कंसाची लांबी PQ $= \frac{\theta}{360} X\ 2\pi r = \frac{60}{360} X\ 2\ X \frac{22}{7} X \frac{7}{2} = \frac{11}{3}\ cm$

PQ = RS = UT

∴कंसाची लांबी RS $= \frac{11}{3}\ cm$

समभुज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ $= \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

$$= \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = 49\sqrt{3}$$
$$a^2 = 49\ X4$$
$$\therefore \quad a = 14\text{cm}$$

AB = AC = BC = 14cm

QR ची लांबी = AC – AQ – CR

= 14 – 3.5 – 3.5

= 7 cm

QR = TS = PU = 7cm

PQRSTUP ची परिमिती = PQ + RS + UT + QR + TS + PU

$$= \frac{11}{3} + \frac{11}{3} + \frac{11}{3} + 7 + 7 + 7$$
$$= \frac{33}{3} + 21$$
$$= 11 + 21$$

PQRSTUP ची परिमिती$= 32\ cm$

37.कंसाची लांबी $= \frac{\theta}{360} X\ 2\pi r$

$$\frac{22}{3} = \frac{\theta}{360} X\ 2\ X \frac{22}{7} X7$$
$$\frac{1}{3} = \frac{\theta}{360} X\ 2$$
$$\theta = \frac{180}{3}$$
$$\theta = 60^0$$

वर्तुळाचे क्षेत्रफळ= A1 = $\pi r^2 = \frac{22}{7}\ X\ 7\ X\ 7 = 22\ X\ 7 = 154$ cm^2.

वृत्तांशचे क्षेत्रफळ = A2 $= \frac{\theta}{360} X\ \pi r^2 = \frac{60}{360} X\ \frac{22}{7}\ X\ 7\ X\ 7 = \frac{1}{6} X 22\ X\ 7 = 25.66$ cm^2.

आवश्यक क्षेत्र = A1 - A2

= 154 – 25.66

= 128.34 cm^2.

38.अर्धवर्तुळाचे क्षेत्रफळ πr = 44

$$r = 44\ X\ \frac{7}{22} = 14cm$$

∠OPQ = 180 – 90 = 90^0

वृत्तांशचे क्षेत्रफळ OPRQ $= \frac{\theta}{360} X\ \pi r^2 = \frac{90}{360} X\ \frac{22}{7}\ X\ 14\ X\ 14 = \frac{1}{4} X\ \frac{22}{7}\ X\ 196$

$$= \frac{1}{4} X\ 22\ X\ 28$$

$$= 22\ X\ 7$$

$$= 154 \text{ cm}^2.$$

ΔOPQ चे क्षेत्रफळ= $\frac{1}{2}\ X$ पाया $\times$ उंची $= \frac{1}{2}\ X\ 14\ X\ 14 = \frac{1}{2}\ X\ 196 = 98$cm^2.

वृत्तांशखंडाचे क्षेत्रफळ = OPRQ चे क्षेत्रफळ – ΔOPQ चे क्षेत्रफळ

= 154 – 98

= 56 cm^2.

39.चौरसाचे क्षेत्रफळ = 144 cm^2

प्रत्येक बाजूची लांबी= $\sqrt{144} = 12cm$

कंसाची लांबी PQ = $\frac{90}{360} 2\pi r = \frac{1}{4} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 = 5.5$ cm

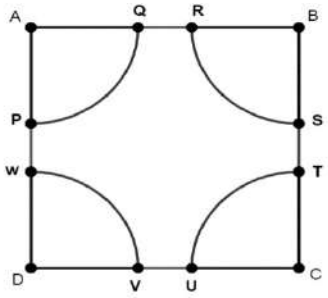
त्याचप्रमाणे कंस RS = arc UT= arc VW = 5.5 cm

QR = ST = UV = PW = 12 – 3.5 – 3.5 = 5 cm

PQRSTUVWP ची परिमिती= PQ +QR+RS

+ST+TU+UV+VW+WP

= 5.5+5+5.5+5+5.5+5+5.5+5= 42cm



40.तयार झालेला वृत्तांश कोन= 35minutes $\times \frac{360°}{60\ minutes}$ = 210°

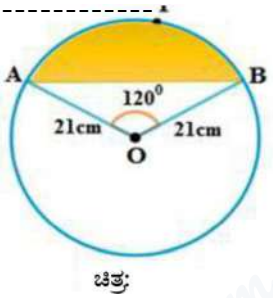
व्यापलेले क्षेत्र= $\frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

= $\frac{210}{360°} \times \frac{22}{7} \times (18)^2$= 594cm^2

कंसाची लांबी = $\frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$

= $\frac{210}{360°} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 18$= 66cm

41. वृत्ताखंडाचे क्षेत्रफळ= वृत्तांश OAYB चे क्षेत्रफळ – त्रिकोण OAB चे क्षेत्रफळ---------- (1)



ಚಿತ್ರ:

वृत्तांशचे क्षेत्रफळ = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$=\frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 462$ cm^2 ----------(2)

ΔOAB चे क्षेत्रफळ काढण्यासाठी, आकृतीत दर्शविल्याप्रमाणे OM $\perp$ AB काढा.

येथे OA = OB आहे,

त्यामुळे, RHS एकरूपतेच्या कसोटीनुसार ΔAMO $\cong$ ΔBMO.

म्हणून, M हा AB चा मध्यबिंदू आहे आणि $\angle$AMO = $\angle$BMO = 60° आहे.

Δ OAM, $\frac{OM}{OA}$ =Cos 60^0

$\Rightarrow\frac{OM}{21} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$OM = $\frac{21}{2}$ cm

Δ OAM, $\frac{AM}{OA}$ = Sin60^0

$\Rightarrow\frac{AM}{21} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow$ AM =$\frac{21\sqrt{3}}{2}$ cm

$\Rightarrow$ AB =2AM

$\Rightarrow 21\sqrt{3}$ cm

$\therefore$ ΔOAB चे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times AB \times OM$

$=\frac{1}{2} \times 21\sqrt{3} \times \frac{21}{2}$

$=\frac{441\sqrt{3}}{4}$ cm^2

वृत्तखंडाचे क्षेत्रफळ = 462 - $\frac{441\sqrt{3}}{4}$

$=\frac{462\times4-441\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{21}{8}(88 - 21\sqrt{3})$ cm^2

42. वर्तुळाची त्रिज्या = 10 cm

विशाल वृत्तांशाचा कोन= $360^0 - 90^0 = 270^0$

विशाल वृत्तांशाचे क्षेत्रफळ =$\frac{270}{360} \times \pi r^2\ cm^2$

= $\frac{3}{4} \times 3.14 \times 10 \times 10$

= 75× 3.14 cm^2

= 235.5 cm^2

काटकोनात ∆AOB , OA=10cm, OB= 10cm

∆AOB चे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times OA \times OB$

=$\frac{1}{2} \times 10 \times 10$

= 50 cm^2 ----------(1)

लघु वृत्तांशाचा कोन = 90^0

लघु वृत्तांशाचे क्षेत्रफळ = $\frac{90}{360} \times \pi r^2$ cm^2

= $\frac{1}{4} \times 3.14 \times 10 \times 10$

= 25× 3.14 cm^2

= 78.5 cm^2 -------(2)

लघुवृत्तखंडाचे क्षेत्रफळ= (2) – (1)

= 78.5 cm^2 – 50 cm^2

= 28.5 cm^2

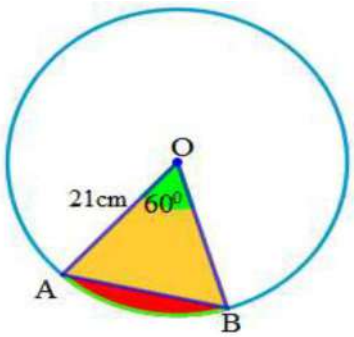
43. वर्तुळाची त्रिज्या= 21 cm

i) कंसाची लांबी AB = $\frac{\theta}{360} \times 2\ \pi r$

कंस AB =$\frac{60}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$

= $\frac{1}{6} \times 22 \times 3 \times 21$ cm^2

= 22 cm



ii) AB चापाने तयार केलेले क्षेत्रफळ $=60^0$

60^0 कोन असलेल्या वृत्तांशचे क्षेत्रफळ$=\frac{60}{360} \times \pi r^2$ cm^2

$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$ cm^2

$= \frac{1}{6} \times 22 \times 3 \times 21$ cm^2

$= \frac{1}{2} \times 22 \times 21$ cm^2

$= 11 \times 21$ cm^2

$=$ **231 cm^2**

iii) समभुज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ ΔAOB $=\frac{\sqrt{3}}{4} \times (OA)^2$

$=\frac{\sqrt{3}}{4} \times (21)^2$

$=\frac{441\sqrt{3}}{4}$ cm^2

म्हणून, आवश्यक क्षेत्रफळ = कंसाने तयार केलेल्या वृत्तांशखंडाचे क्षेत्रफळ - ΔAOB चे क्षेत्रफळ

$= \left(231 - \frac{441\sqrt{3}}{4} \right)$ cm^2

44.दोरीची लांबी , r = 5m ,$\theta = 90^0$

वृत्तखंडाचे क्षेत्रफळ = ?

वृत्तखंडाचे क्षेत्रफळ$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{90}{360} \times 3.14 \times (5)^2$

$= \frac{1}{4} \times 3.14 \times 25$

$= 3.14 \times 6.25$ sq.cm .....(1)

ii) दोरीची लांबी , r=10cm , $\theta = 90^0$

वृत्तखंडाचे क्षेत्रफळ=?

वृत्तखंडाचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{90}{360} \times 3.14 \times (10)^2$

$= \frac{1}{4} \times 3.14 \times 100$

$= 3.14 \times 25$

= 78.5 sq. cm.....(2)

∴ चराईसाठी वाढवलेले शेताचे क्षेत्र = Equation (2) – equation (1)

= 78.5 – 19.63

= 58.87 sq.cm.

45.व्यासांची संख्या = 5 : व्यासाची लांबी = 35 सेमी

∴ त्रिज्या (r) = 35/2 mm

(i) आवश्यक तारेची एकूण लांबी

= परिमिती + ५ व्यासांची लांबी=$2\pi r$ +(5× 35) mm

= $(2\times \frac{22}{7} \times \frac{35}{2})$ + 175 mm

=110+175 =285 mm



(ii)क्षेत्रांची संख्या = 10

म्हणून, प्रत्येक वृत्तांशाचे क्षेत्रफळ = $\frac{\pi r^2}{10} = \frac{\frac{22}{7}\times(\frac{35^2}{2})}{10}$

$= \frac{\frac{22}{7}\times\frac{35}{2}\times\frac{35}{2}}{10}$

$= \frac{\frac{3850}{4}}{10}$

$= \frac{385}{4}$ mm^2

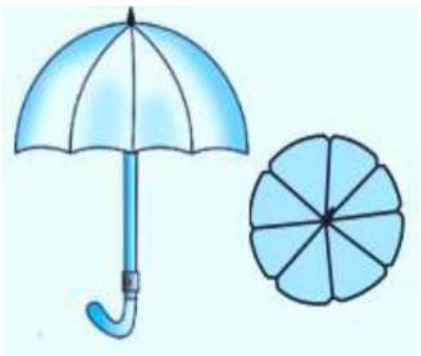
46. छत्रीमधील एकूण काड्या = ८

छत्रीची त्रिज्या (ती सपाट असताना) = ४५

लगतच्या बरगड्या = एकूण क्षेत्रफळ / बरगड्यांची संख्या

$= \frac{\pi r^2}{8} = \frac{\frac{22}{7}\times 45^2}{8}$

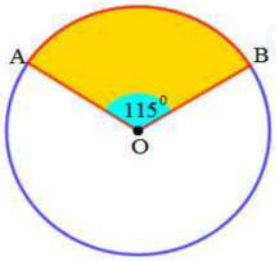
$= \frac{44550}{56}$ cm^2



$= \frac{22275}{28}$ cm^2

$= 795.5$ cm^2

47. वृत्तांशची त्रिज्या = वायपरची लांबी= 25 cm



वायपरने तयार केलेल्या वृत्तांशचे क्षेत्रफळ $= \frac{115^0}{360^0} \times \pi r^2$cm^2

$= \frac{115^0}{360^0} \times \frac{25}{7} \times 25 \times 25$ cm^2

$= \frac{23}{72} \times \frac{22}{7} \times 625$ cm^2

$= \frac{23}{36} \times \frac{11}{7} \times 625$ cm^2

$= \frac{158125}{252}$ cm^2

दोन वायपर्सच्या पात्यांनी व्यापलेले एकूण क्षेत्रफळ

$= 2 \times \frac{158125}{252}$ cm^2

$= \frac{158125}{126} = 1254.96$ cm^2

48.समजा, दीपगृह O या बिंदूवर आहे.

वृत्तांश-त्रिज्येची लांबी (प्रकाशझोताची लांबी) r = १६.५ किमी

प्रकाशझोतामुळे तयार होणाऱ्या वृत्तांशाचा कोन = ८०°

प्रकाश पसरणाऱ्या भागाचे क्षेत्रफळ

= वृत्तांशाचे क्षेत्रफळ= $\frac{80^0}{360^0} \times \pi r^2$ km^2

$= \frac{2}{9} \times 3.14 \times 16.5 \times 16.5$ km^2

$= \frac{2}{9} \times 3.14 \times 272.25$ km^2

$= 189.97$ km^2

49.समान डिझाइन्सची संख्या = ६

आच्छादनाची (कव्हरची) त्रिज्या = २८ सेमी

डिझाइनचा निर्मिती खर्च = ०.३५ प्रति चौ.सेमी

प्रत्येक वृत्तांशाचा कोन = ३६०° ÷ ६ = ६०°

ΔAOB मध्ये, OA = OB (एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या)

$\therefore \angle A = \angle B = ६०°$

$\therefore$ समभुज त्रिकोण AOB चे क्षेत्रफळ=$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (OA)^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (28)^2$

$=1.7\times 7 \times\times 28 = 333.2 \text{ cm}^2$

वृत्तांशचे क्षेत्रफळ OACB = $\frac{60^0}{360^0} \times \pi r^2 \text{ cm}^2$

$= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7} \times 28^2 \text{ cm}^2$

$= \frac{1}{3} \times 22 \times 4 \times 28 \text{ cm}^2 = 410.67 \text{ cm}^2.$

=डिझाइनचे क्षेत्रफळ = OACB या वृत्तांश-खंडाचे क्षेत्रफळ – Δ AOB चे क्षेत्रफळ

$= 410.67 \text{ cm}^2 - 333.2 \text{ cm}^2 = 77.47 \text{ cm}^2$

$\therefore$६ डिझाइन्सचे एकूण क्षेत्रफळ $= 6\times 77.47 \text{ cm}^2$

$= 464.82 \text{ cm}^2$

$\therefore$ डिझाइन्स तयार करण्याचा एकूण खर्च = $464.76 \text{ cm}^2 \times 0.35 /\text{cm}^2$

प्रकरण : १२ पृष्ठफळ आणि घनफळ

I. बहुपर्यायी प्रश्न

1. B) $6a^2$
2. D) $4a^2$
3. C) a^3
4. A) 2(lb+bh+hl)

5. B) 2h(l+b)

6. B) lxbxh

7. D) $2\pi rh$

8. A) $2\pi r\ (r+h)$

9. C) πr^2h

10. A) πrl

11. B) $\pi r(r+l)$

12. C) $^1/_3\ \pi r^2h$

13 D) $4\pi r^2$

14 D) $\mathbf{^4/_3\ \pi r^3}$

15. C) 3 : 1

16. D) $20cm^3$

17. B) 6cm

18. C) $216cm^3$

19. D) $30cm^3$

20. B) 10cm

21. D) 60,000 ltr

22. C) $220cm^3$

23. A) 120 cm^3

24. C) 616 cm^3

25. D) 125 cm^3

II. एका गुणाचे प्रश्न

26. $A = 3\pi r^2$

27. $A = 2\pi r^2$

28. $V = {}^2/_3\pi r^3$

29. $V = {}^4/_3\ \pi r^3$

30. 2:1

31. 4:1

32. $30cm^3 \times 3 = 90cm^3$

33. $A = 2\pi rh = 25 \times 10 = 250\ cm^2$

34. $TSA = \pi rl + 2\pi r^2$

35. $V = \pi r^2 h - {}^4/_3\,\pi r^3$

36. $V = \pi r^2 h$

$$500 = \frac{22}{7} x r^2 x 10$$
$$r^2 = \frac{500x7}{22x10}$$
$$\frac{350}{22} = r^2$$
$$r = 3.9cm$$

37.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_1^2 h_2}$$
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{9^2}{1^2} = \frac{1}{9}$$
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{81}{9}$$
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{9}{1}$$
$$v_1 : v_2 = 9:1$$

38. $616cm^2$

III. दोन गुणांचे प्रश्न

39. h=20cm r=6cm

दंडगोलाचे वक्रपृष्ठफळ= $2\pi rh$

$$A = 2x\frac{22}{7}x6x20$$
$$A = \frac{5280}{7}$$
$$A = 754.2857cm^2$$

aglasem.com For more Question Papers, Sample Papers, Notes & Syllabus visit aglasem.com

40. घनच्या कडेची लांबी = 3 सेमी
इष्टिकाचितीची लांबी = 3+ 3 = 6 सेमी
l=6cm, b=3cm, h=3cm

TSA = 2[lb+bh+hl]
= 2[6x3+3x3+3x6]
= 2 x 45
TSA = 90 cm^2

41. खेळण्याचे घनफळ = अर्धगोलाचे घनफळ + शंकूचे घनफळ

$$V = \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3}x\frac{22}{7}x7x7[2x7+4]$$

$$V = \frac{2772}{3}$$

$$V = 924cm^3$$

42. खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ = दंडगोलाचे वक्र पृष्ठफळ + गोलाचे एकूण पृष्ठफळ

$$A = 2\pi rh + 4\pi r^2$$

$$A = 2\pi r(h+2r)$$

$$A = 2x\frac{22}{7}x7(10+2x7)$$

$$A = 44x24$$

$$A = 1056cm^2$$

43. a^3=125 a=5cm
घनचे वक्रपृष्ठफळ = 4a2
$A=4x5^2$
A=4x25
$A=100cm^2$

.44.

V = $^4/_3 \pi r^3$
38808=$^4/_3 (^{22}/_7)$ r^3

r^3 = $^{814968}/_{88}$
r = 21

$A = 4\pi r^2$

$A = 4(^{22}/_{7})21^2$

$A = 5544\ cm^2$

IV. तीन गुणांचे प्रश्न

45. शंकूची उंची $h = 14-6 = 8cm$

$r = 6cm$

शंकूचा उतार $l^2=r^2+h^2$

$l^2=6^2+8^2$

$l^2=10^2$

$l=10\ cm$

खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ = शंकूचे वक्र पृष्ठफळ + अर्धगोलाचे वक्र पृष्ठफळ

$A=\pi rl+2\pi r^2$

$A=\pi r\ (l+2r)$

$A=22/7(6)\ (10+2*6)$

$A=22/7\ \ (6)(22)$

$A=13684\ /\ 7$

$A=1954.85\ cm^2$

46. खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ = दंडगोलाचे वक्र पृष्ठफळ + अर्धगोलाचे वक्र पृष्ठफळ + वर्तुळाचे क्षेत्रफळ

$A = 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi r^2$

$A = 2\pi r\ (h+2r+r)$

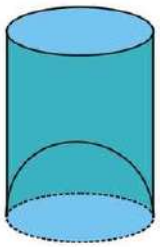
$A= 2\ (^{22}/_{7})\ (3.5\ )(10+3*3.5)$

$A\ = 3157\ /\ 7$

$A\ = 451\ cm^2$

47. d = 6cm r=3cm h=12cm

ग्लासची प्रत्यक्ष क्षमता = दंडगोलाचे घनफळ – अर्धगोलाचे घनफळ



$$V = \pi r^2 h - \frac{2}{3}\pi r^3$$

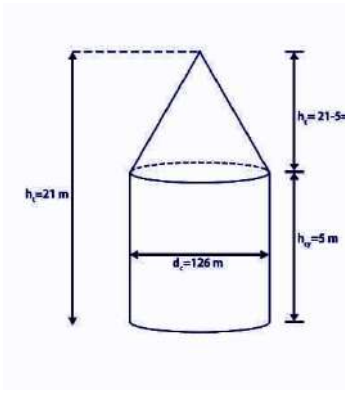
$$V = \pi r^2 (h - \frac{2}{3} r)$$

$$V = \frac{22}{7} x3x3(12 - \frac{2}{3} x3)$$

$$V = \frac{1980}{7}$$

$$V = 282.857 cm^3$$

48. d=126m r=63m h=5m



शंकूची उंची h = 21-5 = 16 m

$l^2 = r^2 + h^2$

$l^2 = 63^2 + 16^2$

$l^2 = 65^2$

l= 65 m

कॅनव्हास कापडाचे क्षेत्रफळ = दंडगोलाचे वक्रपृष्ठफळ + शंकूचे वक्रपृष्ठफळ

$$A = 2\pi rh + \pi rl$$

$$A = 2\pi r(2h + l)$$

$$A = \frac{22}{7} x63(2x5 + 65)$$

$$A = 14850 m^2$$

कॅनव्हास कापडाचे क्षेत्रफळ = 14850 m

I. चार गुणांचे प्रश्न

49. प्रति मिनिट पेट्रोलचे प्रमाण = ७४२.५ लिटर
एका तासात = ७४२.५ × ६० = ४४,५५० लिटर
टाकीची क्षमता = ४४,५५० लिटर
टाकीचे घनफळ = दंडगोलाचे घनफळ + २ अर्धगोलांचे घनफळ

$$V = \pi r^2 h + 2x\frac{2}{3}\pi r^3$$

$$V = \pi r^2 + \left(h + \frac{4}{3}x\frac{3}{2}\right)$$

$$44550 = \frac{22}{7}x\frac{3}{2}x\frac{3}{2}\left(h + \frac{4}{3}x\frac{3}{2}\right)$$

6.3 = h+2

h = 6.3-2 = 4.3 m

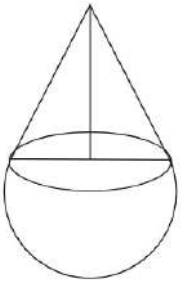
टाकीची लांबी = 4.3 m

50. **खंड** = $^2/_3\pi\ r^3$

539/6=$^2/_3(^{22}/_7)\ r^3$

r^3 =1/8

r = ½ cm



खेळण्याचे पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ= $2\pi r^2 + \pi rl$

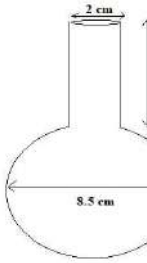
= $\pi r(2r + l)$

= 22/7 X 1/2 (281/2 +12.5)

A = 21.21 cm^2

51. $r_s = {}^{8.5}/_2$ = 4.25 cm

r_c=1cm



पाण्याचे घनफळ = दंडगोलाचे घनफळ + गोलकाचे घनफळ

$$V = \pi r_c^2 h + \frac{4}{3}\pi r_s^3$$

$$V = \pi\left(r_c^2 h + \frac{4}{3}r_c^2\right)$$

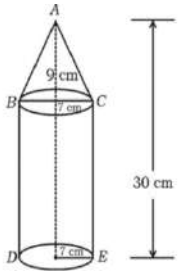
$$V = 3.14\left(1^2 x 8 + \frac{4}{3}(4.25)^3\right)$$

$$V = 3.14\left(\frac{24 + 307.08}{3}\right)$$

$$V = \frac{1039.59}{3}$$

$$V = 346.53 cm^3$$

52. r = 7cm दंडगोलासाठी h1 = 21 सेमी
शंकूसाठी h2 = 9 सेमी



स्थायूचे घनफळ = दंडगोलाचे घनफळ + शंकूचे घनफळ

= $\pi r^2 h_1 + {}^1/_3\, r^2 h_2$

= $\pi r^2 (h_1 + {}^1/_3\, h_2$

= ${}^{22}/_7$ x 7 x 7 (21 + ${}^1/_3$ x 9)

= 22 x 7 x 24

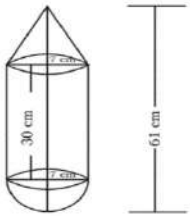
V = 3696 c.c.

53. शंकूची उंची = 61 – (30 + 7)

= 61 – 37 = 24 सेमी

परंतु 7, 24, 25 ही पायथागोरसची त्रिके आहेत.

शंकूची तिरकस उंची = l = 25 सेमी



स्थायूचे एकूण पृष्ठफळ = शंकूचे वक्र पृष्ठफळ + दंडगोलाचे वक्र पृष्ठफळ + अर्धगोलाचे वक्र पृष्ठफळ

= $\pi rl + 2\pi rh + 2\pi r^2$

= $\pi r (l + 2h + 2r)$

= ${}^{22}/_7$ x 7 (25 + 2x30 + 2x7)

= 22 x 99

= 2178 cm^2

१० रुपये प्रति १०० सेमी² दराने रंगकाम करण्याचा खर्च= $\frac{2178x10}{100} = 217.8rupees$

54. पात्राचे घनफळ = दंडगोलाचे घनफळ – शंकूचे घनफळ

दंडगोलाचे घनफळ = $\pi r^2 h$

= $^{22}/_{7}$ x 7 x 7 x 20

V_1 = 3080 cm^3

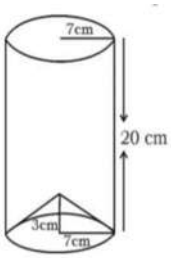
शंकूचे घनफळ = $^{1}/_{3}\pi r^2 h$

= $^{1}/_{3}$ x $^{22}/_{7}$ x 7 x 7 x 3

V_2 = 154 cm^3

पात्राचे घनफळ = $V_1 - V_2$ = 3080 – 154 = 2926 cm^2

$\frac{2926}{1000} = 2.926lit$



OR

20 रुपये प्रति लिटर दराने हे भांडे भरण्यासाठी लागणाऱ्या दुधाची किंमत.

= 2.926 x 20= Rs. 58.20

55. अर्धगोलाची त्रिज्या r = 1 मी

दंडगोलाची त्रिज्या r = 1 मी

दंडगोलाची उंची h = 4 मी

घन वस्तूचे घनफळ = दंडगोलाचे घनफळ + 2 (अर्धगोलाचे घनफळ)

$= \pi r^2 h + 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$

$= \pi r^2\left(h + \frac{4}{3}r\right)$

$= \frac{22}{7}x1x1\left(4 + \frac{4}{3}x1\right)$

$= \frac{22}{7}x\frac{16}{3}m^3$

$= \frac{352}{21}x(100)^3 cm^3$

$= \frac{352000}{21}$



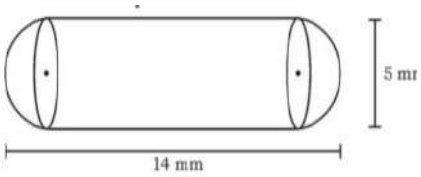
दुधाच्या टाकीची क्षमता = 16761.9 लिटर.

56. अर्धगोलाचा व्यास = 5 मिमी

त्रिज्या = 2.5 मिमी

संपूर्ण कॅप्सूलची लांबी = 14 मिमी

दंडगोलाची उंची h = 14 - 5 = 9 मिमी



कॅप्सूलचे पृष्ठफळ = $2\pi rh + 4r^2$

$= 2\pi r (h + 2r)$

$= 2 \times {}^{22}/_{7} \times 2.5 (9+2x2.5)$

$= 88 \times 2.5$

कॅप्सूलचे पृष्ठफळ = 220 mm^2

57. शंकूची उंची hc = 23 - 11 = 12 सेमी

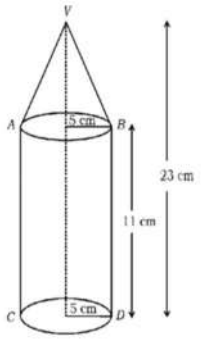
शंकूची त्रिज्या r = 5 सेमी

शंकूची तिरकस उंची $l^2 = r^2 + h^2$

$l^2 = 5^2 + 12^2$

$l^2 = 169$

$l = 13$ cm



दिलेल्या घन वस्तूचे छेद क्षेत्रफळ = शंकूचे छेद क्षेत्रफळ + दंडगोलाचे छेद क्षेत्रफळ

$= \pi rl + 2\pi rh$

$= \pi r (l + 2h)$

$= {}^{22}/_{7} \times 5 (13+2x11)$

$= 550\ cm^2$

दिलेल्या आकृतीचे घनफळ = शंकूचे घनफळ + दंडगोलाचे घनफळ

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h_c + \pi r^2 h_{cy}$$

$$= \pi r^2 \left(\left(\frac{1}{3} x h_c + h_{cy}\right)\right.$$

$$= \frac{22}{7} x5x5\left(\frac{1}{3} x12 + 11\right)$$

$$= \frac{8250}{7}$$

$$= 1178.57 cm^3$$

58. दंडगोलाचे घनफळ $= \pi r^2 h$

$= (60x60)x180$

$= 648000\ \pi\ cm^3$

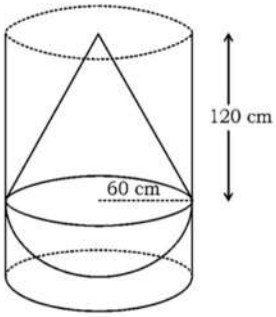
स्थायूचे घनफळ = शंकूचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 (h + 2r)$$

$$= \frac{1}{3} x\pi + 60 + 60[120 + 6(60)]$$

$$V = 288000\pi cm^3$$



दंडगोलात उरलेल्या पाण्याचे घनफळ = दंडगोलाचे घनफळ – भरीव वस्तूचे घनफळ

= 64800 π - 28800 π

= 360000 π cm^3

59. अर्धगोलाचे घनफळ = $^2/_3$π r^3

18000 π = $^2/_3$ x π x r^3

r^3 = $^{18000 \times 3}/_2$

r^3 = 27000

r = 30 cm

स्थायूचे एकूण पृष्ठफळ = अर्धगोलाचे वक्र पृष्ठफळ + दंडगोलाचे वक्र पृष्ठफळ + वर्तुळाकार तळाचे क्षेत्रफळ

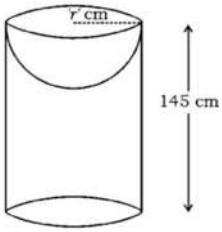
= 2 π r^2+2 π rh + π r^2

= π r (2r + 2h + r)

= $^3/_2$ x 30 (2x30 + 2x145 + 30)

= $^{250800}/_7$ cm^2

= 35828.5cm^2



60. शंकूच्या तळाची त्रिज्या = BO = $^1/_2$ x 4 = 2cm

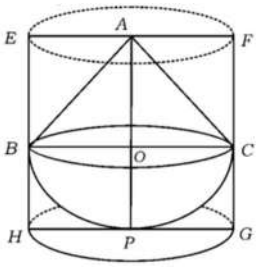
अर्धगोलाची त्रिज्या = BO = r = 2cm

खेळण्याचे घनफळ = अर्धगोलाचे घनफळ + शंकूचे घनफळ

$$= \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{2}{3} x3.14x2^3 + \frac{1}{3} x3.14x2^2 x2$$

$$= 25.12cm^3$$



EFGH हा एक लंबवृत्तीय दंडगोल आहे.

EFGH ची त्रिज्या = HP = BO = r = 2 मीटर

EFGH ची उंची = EH = h

EH = 4 सेमी

आवश्यक घनफळ = लंबवृत्तीय दंडगोलाचे घनफळ – खेळण्याचे घनफळ

= πr^2h – 25.12

$=3.14 \times 2^2 \times 4 - 25.12$
$= 25.12\ cm^3$

61. दंडगोलाची उंची = h = शंकूची उंची = 2.4 मीटर
दंडगोलाचा व्यास = d = 1.4 मीटर
दंडगोलाची त्रिज्या = $^{1.4}/_{2}$ = 0.7 m

शंकूची तिरकस उंची $l^2 = h^2 + r^2$
$l^2 = 2.4^2 + 0.7^2$
$l = 2.5$ m

शंकूची त्रिज्या = r = 0.7 m

उर्वरित घनाकृतीचे एकूण पृष्ठफळ = दंडगोलाचे वक्रपृष्ठफळ + शंकूचे वक्रपृष्ठफळ + दंडगोलाच्या तळाचे क्षेत्रफळ

$= 2\pi rh + \pi rl + \pi r^2$
$= \pi r (2h+l+r)$
$= {}^{22}/_{7} \times 0.7\ (2x2.4+2.5+0.7)$
$= 2.2 \times 8$
$= 17.6\ m^2$

VI. पाच गुणांचे प्रश्न

62. **खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ = खेळण्याचे वक्रपृष्ठफळ + अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ + शंकूचे वक्रपृष्ठफळ**

$$A = 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi rl$$
$$A = \pi r(2h + 2r + l)$$
$$A = \frac{22}{7} x5(2x20 + 2x5 + 13)$$
$$A = \frac{110}{7} x63$$
$$A = 990cm^2$$

$l^2 = h^2 + r^2$
$13^2 = h^2 + 5^2$
$h^2 = 144$
$h = 12$

खेळण्याचे घनफळ V = दंडगोलाचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ + शंकूचे घनफळ

$$A = \pi r^2 h + \frac{22}{7}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^3 h$$

$$A = \pi r^2 \left(h + \frac{2}{3}r + \frac{1}{3}h \right)$$

$$A = \frac{22}{7} x5x5 \left(20 + \frac{2}{3} x5 + \frac{1}{3} x12 \right)$$

$$A = \frac{15015}{7} x27.3$$

$$A = 2145 cm^3$$

63. d = 4.2 सेमी, r = 2.1 सेमी

1. दंडगोलाची उंची = शंकूची उंची = 2.8 सेमी

शंकूची तिरकस उंची $l^2=h^2+r^2$

$l^2=(2.8)^2+(2.1)^2$

$l^2=12.25cm$

$l^2=(3.5)^2$

l=3.5cm

घन वस्तूच्या उर्वरित भागाचे पृष्ठफळ.

A = दंडगोलाचे वक्रपृष्ठफळ + शंकूचे वक्रपृष्ठफळ + वर्तुळाचे क्षेत्रफळ

$$A = 2\pi rh + \pi rl + \pi r^2$$

$$A = 2x\frac{22}{7}x2.1x2.8 + \frac{22}{7}x2.1x3.5 + \frac{22}{7}x2.1x2.1$$

$$A = 36.96 + 23.1 + 13.86$$

$$A = 73.92 cm^2$$

64. दंडगोलाची उंची = २७ सेमी

त्रिज्या (r) = ६ सेमी

शंकूची उंची = ८ सेमी

शंकूचा तिरकस कोन (किंवा तिरकस उंची)

$l^2=h^2+r^2$

$l^2=8^2+6^2$

$l^2=10^2$

l=10cm

स्थायूचे पृष्ठफळ = दंडगोलाचे वक्रपृष्ठफळ + अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ + शंकूचे वक्रपृष्ठफळ

$$A = 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi rl$$
$$A = \pi r[2h + 2r + l]$$
$$A = \pi x6[2x27 + 2x6 + 10]$$
$$A = 6\pi[54 + 12 + 10]$$
$$A = 456\pi cm^2$$
$$A = 456x\frac{22}{7}$$
$$A = 1433.142cm^2$$

V = दंडगोलाचे घनफळ – अर्धगोलाचे घनफळ – शंकूचे घनफळ

$$V = \pi r^2 h - \frac{2}{3}\pi r^3 - \frac{1}{3}\pi r^2 h$$
$$V = \pi\left(6x6x27 - \frac{2}{3}6x6x6 - \frac{1}{3}6x6x8\right)$$
$$V = \pi(972 - 144 - 96)$$
$$V = 732\pi cm^3$$
$$V = 732x\frac{22}{7}$$
$$V = 2300.57cm^3$$

65. शंकूची उंची

$h^2 = l^2 - r^2$
$h^2 = 25^2 - 7^2$
$h^2 = 625 - 49$
$h^2 = 576$
h= 24 cm

शंकूचे घनफळ = $^1/_3\pi r^2h$
= $^1/_3$ x $^{22}/_7$ x 7 x 7 x 24
= 1232 cc

दंडगोलाचे घनफळ = ५ × शंकूचे घनफळ
= 5 x 1232
= 6160 cc

दंडगोलाची त्रिज्या = १४ सेमी

दंडगोलाचे घनफळ = πr^2h
= $^{22}/_7$ x 14 x 14 x h
h = $^{6160}/_{616}$ = 10 cm

शंकूचे वक्रपृष्ठफळ = 2πrh
=2 x $^{22}/_7$ x 14 x 10
= 880 cm^2

66. पात्राची त्रिज्या

अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ:$2\pi r^2 = 2772$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 2772$$

$$r^2 = \frac{2772 \times 7}{2 \times 22}$$

$$r^2 = 441$$

$$r = \sqrt{441}$$

$$r = 21cm$$

साठवलेल्या पाण्याची कमाल मात्रा:

दंडगोलातील पाण्याची उंची = १४० - २० = १२० सेमी

पाण्याचे घनफळ=πr^{2}h

$$= \frac{22}{7} \times 21^2 \times 120 = 22 \times 3 \times 21 \times 120$$

$$= 166320cm^3$$

उर्वरित भागातील हवेचे प्रमाण:

दंडगोलाच्या वरच्या भागातील हवा=πr^{2}h

$$= \frac{22}{7} \times 21^2 \times 20$$

$$= 22 \times 3 \times 21 \times 20$$

$$= 27720cm^3$$

अर्धगोलार्धातील हवा= $\frac{2}{3}\pi r^3$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 21^3$$

$$= 2 \times 22 \times 21 \times 21$$

$$= 19404cm^3$$

एकूण हवेचे घनफळ: $27720 + 19404 = 47124cm^3$

67. शंकूची त्रिज्या:

शंकूचे वक्रपृष्ठफळ: $\pi rl = 23.1$

$$\frac{22}{7} \times r \times 3.5 = 23.1$$

$$11 \times r = 23.1$$

$$r = \frac{23.1}{11}$$

$$r = 2.1cm$$

शंकूची उंची: $h_2=\sqrt{l^2 - r^2}$

$$= \sqrt{3.5^2 - 2.1^2}$$

$$= \sqrt{12.25 - 4.41}$$

$$= \sqrt{7.84}$$

h_2=2.8cm

स्थायूचे एकूण घनफळ = दंडगोलाचे घनफळ + शंकूचे घनफळ – अर्धगोलाचे घनफळ

$$=\pi r^2 h_1+\frac{1}{3}\pi r^2 h_2-\frac{2}{3}\pi r^3$$

$$=\pi r^2 [h_1+ \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3} r]$$

$$= \frac{22}{7} \times 2.1^2 \left[14 + \frac{1}{3} \times 2.8 - \frac{2}{3} \times 2.1\right]$$

$$= 6.6 \times 2.1[14 + 0.93 - 1.4]$$

$$= 13.86 \times 13.53$$

स्थायूचे एकूण घनफळ $= 187.52cm^2$

68. अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ:$2\pi r^2$=1584/7

$$2 \times \frac{22}{7} \times r^2 = \frac{1584}{7}$$

$$r^2 = \frac{1584}{7} \times \frac{7}{44}$$

$$r^2 = 36$$

$$r = \sqrt{36}$$

$$r = 6cm$$

गोल, दंडगोल आणि शंकू यांची त्रिज्या = ६ सेमी

दंडगोलाची उंची h1 = ८० - ८ = ७२ सेमी

शंकूची तिरकस उंची l = १० सेमी

शंकूची उंची $h_2=\sqrt{l^2 - r^2}$

$$= \sqrt{10^2 - 6^2}$$

$$= \sqrt{64}$$

h_2=8cm

मॉडेलचे घनफळ = दंडगोलाचे घनफळ + शंकूचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ

$$= \pi r^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_2 - \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \pi r^2 \left[h_1 + \frac{1}{3}h_2 - \frac{2}{3}r\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times 6^2 \left[72 + \frac{8}{3} - \frac{2 \times 6}{3}\right]$$

$$= \frac{792}{7}\left[\frac{216 + 8 - 12}{3}\right]$$

$$= \frac{792 \times 212}{7 \times 3}$$

मॉडेलचे घनफळ=7995.43cm^3

$$\frac{\text{अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ}}{\text{शंकूचे वक्रपृष्ठफळ}} = \frac{2\pi r^2}{\pi r l}$$

$$= \frac{2r}{l}$$

$$= \frac{2 \times 6}{10}$$

$$\frac{\text{अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ}}{\text{शंकूचे वक्रपृष्ठफळ}} = \frac{6}{5}$$

अर्धगोलकाचे वक्रपृष्ठफळ : शंकूचे वक्रपृष्ठफळ = 6:5

69. शंकूची तिरकस उंची: l=25cm

शंकूची उंची:h_1=24cm

$$r = \sqrt{l^2 - h^2}$$

$$= \sqrt{25^2 - 24^2}$$

$$= \sqrt{625 - 576}$$

$$= \sqrt{49}$$

$$\therefore r = 7cm$$

अर्धगोलाची त्रिज्या = दंडगोलाची त्रिज्या = शंकूची त्रिज्या = ७ सेमी

शंकूची उंची: h1 = २४ सेमी

दंडगोलाची उंची: h2 = २४ + ७ = ३१ सेमी

उर्वरित घनाकृतीचे घनफळ = दंडगोलाचे घनफळ - शंकूचे घनफळ - अर्धगोलाचे घनफळ

$$= \pi r^2 h_2 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 - \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \pi r^2 \left[h_2 - \frac{1}{3} h_1 - \frac{2}{3} r\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \left[31 - \frac{24}{3} - \frac{2 \times 7}{3}\right]$$

$$= 22 \times 7 \left[\frac{69 - 24 - 14}{3}\right]$$

$$= 154 \left[\frac{69 - 14}{3}\right]$$

$$= 154 \times \frac{55}{3}$$

उर्वरित घन पदार्थाचे घनफळ $= 2823.33$ सेमी^{3}

उरलेल्या घन पदार्थाचे वक्र पृष्ठफळ

= दंडगोलाचे वक्र पृष्ठफळ + शंकूचे वक्र पृष्ठफळ + अर्धगोलाचे वक्र पृष्ठफळ

$=2\pi rh_2+\pi rl+2\pi r^2$

$=\pi r[2h+l+2r]$

$$=\frac{22}{7}\times 7[2\times 31+25+2\times 7]$$

$$=22[62+25+14]$$

$$=22\times 101$$

उर्वरित घन पदार्थाचे $CSA = 2222cm^2$

70. शिसेच्या गोळ्यांची संख्या = १४ × (शंकूचे घनफळ / प्रत्येक शिसेच्या गोळीचे घनफळ)

$$100 = \frac{\frac{1}{4}X\frac{1}{3}X\pi {r_1}^2 h}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$100=\frac{\frac{1}{12}\times 5^2\times 8}{\frac{4}{3}r^3}$$

$$100=\frac{50}{4r^3}$$

$$4r^3=\frac{50}{100}$$

$$4r^3=\frac{1}{2}$$

$$r^3=\frac{1}{8}$$

$$r=\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$$

$$r=0.5cm$$

∴ प्रत्येक शिशाच्या गोळ्याची त्रिज्या $= 0.5$ सेमी

$$\therefore \text{ प्रत्येक शिशाच्या गोळ्याचे आकारमान } = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.5^3$$

$$= \frac{2 \times 11 \times 0.5}{21}$$

$$= \frac{11}{21}$$

$$\therefore \text{ प्रत्येक शिसेच्या गोळीचे घनफळ } = 0.523cm^3$$

71. सॉलिड (घणरूप) धातूचा इष्टिकाचिती (cuboid): l=15 सेमी, b=10 सेमी, h=8 सेमी

दंडगोलाचा (cylinder) व्यास: d=4.2 सेमी, r=2.1 सेमी

उर्वरित धातूच्या ठोकळ्याचे एकूण पृष्ठफळ (TSA) = धातूच्या इष्टिकाचिती ठोकळ्याचे एकूण पृष्ठफळ - 3 × दंडगोलाचे वरचे वर्तुळाकार क्षेत्रफळ + 3 × दंडगोलाचे वक्र पृष्ठफळ (CSA) + 3 × दंडगोलाचे तळाचे वर्तुळाकार क्षेत्रफळ

$$= 2[lb + bh + hl] - 3\pi r^2 + 3 \times 2\pi rh + 3\pi r^2$$

$$= 2[lb + bh + hl] + 3 \times 2\pi rh$$

$$= 2[15 \times 10 + 10 \times 8 + 8 \times 15] + 3 \times 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 6$$

$$= 2[150 + 80 + 120] + 6 \times 22 \times 1.8$$

$$= 2[350] + 237.6$$

$$= 700 + 237.6$$

उर्वरित धातूच्या ठोकळ्याचे एकूण पृष्ठफळ $= 937.6$चौ. सेमी

धातूच्या ठोकळ्याचे उर्वरित घनफळ = धातूच्या ठोकळ्याचे घनफळ − 3 × दंडगोलाचे घनफळ $= lbh - 3 \times \pi r^2 h$

$$= 15 \times 10 \times 8 - 3 \times \frac{22}{7} \times 2.1^2 \times 6$$

$$= 1200 - 3 \times 0.3 \times 2.1 \times 6$$

$$= 1200 - 249.48$$

$$= 950.52cm^2$$

धातूच्या ठोकळ्याचे उर्वरित घनफळ $= 950.52cm^2$

72. शंकू: $l = 10cm, CSA = 60\pi\ cm^2$

दंडगोल: h=24cm, r=10cm

पाण्याची उंची=14.4cm

शंकूचे वक्रपृष्ठफळ $= 60\pi\ cm^2$

$$\pi rl = 60\pi$$

$$r \times 10 = 60$$

$$r = \frac{60}{10}$$

$$r = 6cm$$

शंकूची त्रिज्या = अर्धगोलाची त्रिज्या = ६ सेमी

शंकूची उंची= $h = \sqrt{l^2 - r^2}$

$$= \sqrt{10^2 - 6^2}$$

$$= \sqrt{100 - 36}$$

$$= \sqrt{64}$$

$$h = 8cm$$

समजा, घन वस्तू बुडवल्यावर पाण्याची वाढलेली पातळी 'h1' आहे:

घन वस्तूचे घनफळ = h1 उंची असलेल्या दंडगोलाचे घनफळ

शंकूचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ = h1 उंची असलेल्या दंडगोलाचे घनफळ

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h_1$$

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 + \frac{2}{3} \times \pi \times 6^3 = \pi \times 10^2 \times h_1$$

$$\frac{288\pi}{3} + \frac{432\pi}{3} = \pi \times 100h_1$$

$$\frac{720\pi}{3} = \pi \times 100h_1$$

$\frac{240}{100} = h_1$

$$h_1 = 2.4cm$$

स्थायू बुडवल्यावर पाण्याची वाढलेली पातळी $=$ h1 $=$ 2.4 सेमी

दंडगोलातील उर्वरित उंची $= 24 - 14.4 - 2.4 = 7.2$ सेमी

आणखी भरावयाच्या पाण्याची मात्रा $=$ 7.2 सेमी उंची असलेल्या दंडगोलाचे घनफळ $= \pi r^2 h$

$$= 3.14 \times 10^2 \times 7.2$$

$$= 314 \times 7.2$$

$$= 2260.8cm^3$$

दंडगोलामध्ये पाण्याची पातळी त्याच्या काठापर्यंत वाढण्यासाठी त्यात अजून भरावयाचे पाण्याचे प्रमाण = 2260.8 घन सेमी.

73. दंडगोलाचा व्यास = १० सेमी, त्रिज्या $r = \frac{10}{2} = 5cm$

∴सर्व घनाकृतींची त्रिज्या समान आहे.

∴ दंडगोलाची उंची h = 20 सेमी

शंकूची तिरकस उंची l = 13 सेमी

खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ = दंडगोलाचे वक्र पृष्ठफळ + अर्धगोलकाचे वक्र पृष्ठफळ + शंकूचे वक्र पृष्ठफळ

$$A = 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi rl$$

$$A = \pi r[2h + 2r + l]$$

$$A = \frac{22}{7} \times 5[2 \times 20 + 2 \times 5 + 13]$$

$$A = \frac{110}{7} \times 63$$

$$A = 990cm^2$$

शंकूची उंची: $h = \sqrt{l^2 - r^2}$

$$= \sqrt{13^2 - 5^2}$$

$$= \sqrt{169 - 25}$$

$$h = \sqrt{144}$$

$$h = 12cm$$

खेळण्याचे घनफळ = दंडगोलाचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ + शंकूचे घनफळ

$$V = \pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_1$$

$$V = \pi r^2 \left[h + \frac{2}{3}r + \frac{1}{3}h_1\right]$$

$$V = \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \left[20 + \frac{2}{3} \times 5 + \frac{1}{3} \times 12\right]$$

$$V = 78.5 \times 27.3$$

$$V = 2143.05cm^3$$

74. दंडगोलाची उंची: $h1 = 27$ सेमी, त्रिज्या $r = 6$ सेमी शंकूची उंची: $h2 = 8$ सेमी

शंकूची तिरकस उंची: $l = \sqrt{{h_2}^2 + r^2}$

$$l = \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$l = \sqrt{64 + 36}$$

$$l = \sqrt{100}$$

$$l = 10cm$$

उर्वरित घन पदार्थाचे एकूण पृष्ठभाग क्षेत्रफळ = CSA दंडगोल + CSA अर्धगोल + CSA शंकू

$$A = 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi rl$$

$$A = \pi r[2h + 2r + l]$$

$$A = \frac{22}{7} \times 6[2 \times 27 + 2 \times 6 + 10]$$

$$A = \frac{22}{7} \times 6[54 + 12 + 10]$$

$$A = \frac{22}{7} \times 456$$

$$A = 1432.2cm^2$$

उर्वरित घनाकृतीचे घनफळ = Vदंडगोल − Vअर्धगोल − Vशंकू

$$V = \pi r^2 h - \frac{2}{3}\pi r^3 - \frac{1}{3}\pi r^2 h_1$$

$$V = \pi r^2 \left[h - \frac{2}{3}r - \frac{1}{3}h_1\right]$$

$$V = \frac{22}{7} \times 6^2 \left[27 - \frac{2}{3} \times 6 - \frac{1}{3} \times 8\right]$$

$$V = \frac{22}{7} \times 36 \left[27 - 4 - \frac{8}{3}\right]$$

$$V = \frac{22}{7} \times 36 \times \frac{61}{3}$$

$$V = 2299.4cm^3$$

उर्वरित घनाचे घनफळ $= 2299.4cm^3$

घटक: 13 सांख्यिकी

I. बहुपर्यायी प्रश्न

1. B) बहुलक
2. C) $\frac{\text{उच्चतम मर्यादा } + \text{निच्चतम मर्यादा}}{2}$
3. C) 30
4. A) 35
5. B) मध्यांक
6. A) 3 मध्यांक = 2 मध्य + बहुलक
7. C) वर्ग व्याप्ती
8. C) 7
9. B) 50% मुलींची उंची 149.03 cm पेक्षा जास्त आहे आणि 50% मुलींची उंची 149.03 cm पेक्षा कमी आहे
10. A) $x = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$

II. एक गुणांचे प्रश्न:

11. 17
12. 20-30
13. 3-5
14. $\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$
15. 40

16. मध्यांक = मध्य + 3

बहुलक = 3 मध्यांक – 2 मध्य

= 3 (मध्य + 3) – 2 मध्य

बहुलक = मध्य + 9

∴ 9पेक्षा जास्त असणारा बहुलक

17. मध्यांक $= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$

18.बहुलक $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

19. 3 मध्यांक = बहुलक + 2 मध्य

= 12.4 + 2 x 10.5

= 33.4

20. 3 मध्यांक = बहुलक + 2 मध्य

3(33) = बहुलक + 2 (27)

बहुलक = 99 – 54 = 45

21. 3 मध्यांक = बहुलक + 2 मध्य

= 7 + 2 x 8

= 7 + 16

मध्यांक =23/3

= 7.66

III. दोन गुणांचे प्रश्न

22. 3 मध्यांक = बहुलक + 2 मध्य

3 x 45.5 = 50.5 + 2 मध्य

2 मध्य = 136.5−50.5.

मध्य = $\frac{86}{2}$

मध्य = 43

23.

I-C	f	x	$f_i x_i$
1-5	2	3	6
6-10	3	8	24
11-15	4	13	52
16-20	2	18	36

	.=10		$\Sigma f_i x_i$.=118

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$= \frac{118}{10}$$

$$= 11.8$$

IV. तीन गुणांचे प्रश्न :

24.

I -C	f	x_i	$f_i x_i$
45 - 55	3	50	150
55 – 65	10	60	600
65 – 75	11	70	770
75 – 85	8	80	640
85 – 95	3	90	270
	Σ,f .=35		$\Sigma f_i x_i$=2430

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{2400}{35} = 69.42$$

25.

I -C	f	x_i	$f_i x_i$
1 – 3	2	2	4
3 – 5	5	4	20
5 – 7	8	6	48
7 – 9	3	8	24
9 – 11	2	10	20

	Σ,f-i .=20		$\Sigma f_i\, x_i$.=116

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{116}{20} = 5.8$$

26.

I –C	f	x_i	$f_i x_i$
10-14	2	12	24
15-19	3	17	51
20-24	5	22	110
25-29	3	27	81
30-34	2	32	64
	Σ,f_i .=15		$\Sigma f_i\, x_i$=330

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{330}{15} = 22$$

27.

I -C	f	x_i	$f_i x_i$
0 - 10	4	5	20
10 - 20	9	15	135
20 - 30	15	25	375
30 - 40	14	35	490
40 - 50	8	45	360
	Σ,f_i =50		$\Sigma f_i\, x_i = 1380$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{1380}{50} = 27.6$$

28.

I -C	f	x_i	$f_i x_i$
11 - 13	7	12	84
13 - 15	6	14	84
15 - 17	9	16	144
17 - 19	13	18	234
19 - 21	x	20	20x
21 - 23	5	22	110
23 - 25	4	24	96
	Σf_i =44+x		$\Sigma f_i\, x_i$ = 752+20x

$$.\overline{X} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$18 = \frac{752+20x}{44+x}$$

$$792 + 18x = 752 + 20x$$

$$40 = 2x$$

$$x = \frac{40}{2} = 20$$

29.

I -C	f	x_i	$f_i x_i$
15-25	8	20	160
25-35	12	30	360
35-45	15	40	600
45-55	9	50	450
55-65	6	60	360
	Σf_i =50		$\Sigma f_i x_i$=1930

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{1930}{50} = 38.6$$

30.

I -C	f	x_i	$f_i x_i$
10-20	2	15	30
20-30	3	25	75
30-40	5	35	175
40-50	7	45	315
50-60	3	55	165
	.=20		$\Sigma f_i x_i$.=760

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{760}{20} = 38$$

31.

I –C	f	x_i	$f_i x_i$
10-20	2	15	30
20-30	3	25	75
30-40	6	35	210
40-50	5	45	225
50-60	4	55	220
	$\Sigma f_i = 20$		$\Sigma f_i x_i = 760$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{760}{20} = 38$$

32.

I -C	f	x_i	$f_i x_i$
10-20	2	15	30
20-30	5	25	125
30-40	6	35	210

40-50	5	45	225
50-60	2	55	110
	$\Sigma f_i = 20$		$\Sigma f_i x_i = 700$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{700}{20} = 35$$

33.

I -C	f	x_i	$f_i x_i$
10-20	4	15	60
20-30	6	25	150
30-40	5	35	175
40-50	4	45	180
50-60	1	55	55
	$\Sigma f_i = 20$		$\Sigma f_i x_i = 620$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{620}{20} = 31$$

34.

I -C	f	x_i	$f_i x_i$
5-15	1	10	10
15-25	3	20	60
25-35	5	30	150
35-45	4	40	160
45-55	2	50	100
	Σ,f-i .=15		$\Sigma f_i xi = 480$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{480}{15} = 32$$

35.

I -C	f	x_i	$f_i\,x_i$
5 - 15	4	10	40
15 - 25	6	20	120
25 - 35	5	30	150
35 - 45	6	40	240
45 - 55	4	50	200
	$\Sigma f_i = 25$		$\Sigma f_i\,x_i = 750$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{750}{25} = 30$$

36.

I -C	f	x_i	$f_i\,x_i$
2 - 6	4	4	16
6 – 10	8	8	64
10 – 14	2	12	24
14 – 18	1	16	16
18 - 22	5	20	100
	$\Sigma f_i = 20$		$\Sigma f_i\,x_i = 220$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{220}{20} = 11$$

37.

L=20

Cf_i =13

h =10

f=20

$$\frac{N}{2} = \frac{55}{2} = 27.5$$

C - I	f	Cf_i
0-10	5	5
10-20	8	13
20-30	20	33
30-40	15	48
40-50	7	55
	N=55	

$$\text{मध्यांक} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h = 20 + \left(\frac{27.5 - 13}{20}\right) \times 10$$

$= 20 + \left(\frac{145}{20}\right)$

$= 20 + 7.25$

$= 27.25$

38

I . C	f	x_i	$f_i\, x_i$
1 - 5	4	3	12
6 - 10	3	8	24
11 - 15	2	13	26
16 - 20	1	18	18
20 - 25	5	23	115
	$\Sigma f_i = 15$		$\Sigma f_i\, x_i = 195$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{195}{15} = 13$$

39.

L=250

$\mathrm{Cf_i} = 14$

h =50

f=20

$$\frac{\mathrm{N}}{2} = \frac{44}{2} = 22$$

C . I	f	Cf_i
100-150	6	6
150-200	3	9
200-250	5	14
250-300	20	34
300-350	10	44
	N=44	

$$\text{मध्यांक} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$$

$$= 250 + \left(\frac{22 - 14}{20}\right) \times 50$$

$$= 250 + \left(\frac{400}{20}\right)$$

$$= 250 + 20$$

$$= 270$$

40.

C.I	f	Cf_i
50-60	6	6
60-70	9	15
70-80	20	35
80-90	10	45
90-100	5	50
	N=50	

L=70

Cf_i =15

h =10

f=20

$\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$

$$\text{मध्यांक} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$$

$$= 70 + \left(\frac{25 - 15}{20}\right) \times 10$$

$$= 70 + \left(\frac{100}{20}\right)$$

$= 70 + 5 = 75$

41.

C.I	f	Cf_i
50-60	5	5
60-70	8	13
70-80	10	23
80-90	4	27
90-100	3	30
	N=30	

L=70

Cf_i =13

h =10

f=10

$\frac{N}{2} = \frac{30}{2} = 15$

$$\text{मध्यांक} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$$

$$= 70 + \left(\frac{15 - 13}{10}\right) \times 10$$

$$= 70 + \left(\frac{20}{20}\right) = 70 + 1 = 71$$

42.

L=21

Cf_i =13

h =10

f=20

$\frac{N}{2} = \frac{55}{2} = 27.5$

$\text{मध्यांक} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$

$= 21 + \left(\frac{27.5 - 13}{20}\right) \times 10$

$= 21 + \left(\frac{145}{20}\right) = 21 + 7.25$

$= 28.25$

C.I	f	Cf_i
1-10	5	5
11-20	8	13
21-30	20	33
31-40	15	48
41-50	7	55
	N=55	

C.I	f_i	Cf_i
0-20	6	6
20-40	5	11
40-60	9	20
60-80	4	24
80-100	2	26

43.

	N=26	

L=40

Cf_i =11

h =20

f=9

$\frac{N}{2} = \frac{26}{2} = 13$

$\text{मध्यांक} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h = 40 + \left(\frac{13-11}{9}\right) \times 20 = 40 + \left(\frac{40}{9}\right) = 40 + 4.4 = 44.44$

44

L=60

Cf_i =22

h =20

f=20

$\frac{N}{2} = \frac{48}{2} = 24$

$\text{मध्यांक} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$

$= 60 + \left(\frac{24-22}{20}\right) \times 20$

$= 60 + \left(\frac{40}{20}\right) = 60 + 2 = 62$

C.I	f_i	Cf_i
20-40	7	7
40-60	15	22
60-80	20	42
80-100	2	44
100-120	4	48
	N=48	

45.

C.I	f_i	Cf_i
20 - 40	7	7

L=60

Cf_i =22

h =20

f=20

$\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$

40 - 60	15	22
60 - 80	20	42
80 - 100	8	50
	N=50	

$$\text{मध्यांक} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$$

$$= 60 + \left(\frac{25 - 22}{20}\right) \times 20$$

$$= 60 + \left(\frac{3}{20}\right) 20$$

$$= 60 + 3$$

$$= 63$$

46.

L=40

Cf_i =15

h =20

f=10

$\frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$

C.I	f_i	Cf_i
0 – 20	6	6
20 – 40	9	15
40 – 60	10	25
60 – 80	8	33
80 - 100	7	40
	N=40	

$$\text{मध्यांक} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$$

$$= 40 + \left(\frac{20 - 15}{10}\right) \times 20$$

$$= 40 + \left(\frac{5}{10}\right) \text{ X } 20 = 40 + 10 = 50$$

47.

C.I	f	Cf_i
5-15	1	1
15-25	3	4
25-35	5	9
35-45	7	16
45-55	2	18
	N=18	

L=25

Cf_i =4

h =10

f=5

$\frac{N}{2} = \frac{18}{2} = 9$

मध्यांक $= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$

$= 25 + \left(\frac{9-4}{5}\right) \times 10$

$= 25 + \left(\frac{50}{5}\right)$

$= 25 + 10$

$= 35$

48.

C.I	f	Cf_i
5-15	3	3
15-25	4	7
25-35	8	15
35-45	7	22
45-55	3	25
	N=25	

L=25

Cf_i =7

h =10

f=8

$\frac{N}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$

मध्यांक $= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$

$= 25 + \left(\frac{12.5-7}{8}\right) \times 10 = 25 + \left(\frac{55}{8}\right)$

$= 25 + 6.87 = 31.87$

49

C.I	f	Cf_i
15-20	4	4
20-25	5	9
25-30	10	19
30-35	5	24
35-40	6	30
	N=30	

मध्यांक $= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$

$= 25 + \left(\frac{15-7}{8}\right) \times 10$

$= 25 + \left(\frac{55}{8}\right) = 25 + 6.87 = 31.87$

50.

C.I	f	Cf_i
50-52	15	15
53-55	110	125
56-58	135	260
59-61	115	375
62-64	25	400
	N=400	

L=55.5

Cf_i =125

h =2

f=135

$\frac{N}{2} = \frac{400}{2} = 200$

मध्यांक $= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h$

$= 55.5 + \left(\frac{200-125}{135}\right) \times 2$

$= 55.5 + \left(\frac{150}{135}\right) = 55.5 + 1.11$

$= 56.61$

51.

C.I	f	Cf_i
1 - 4	6	6
4 - 7	30	36
7 - 10	40	76
10 - 13	16	92
13 - 16	4	96
16 - 19	4	100
	N=100	

L=7

Cf_i =36

h =3

f=40

$\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$

$$\text{मध्यांक} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - CF_i}{f}\right) \times h = 7 + \left(\frac{50 - 36}{40}\right) \times 3$$

$$= 7 + \left(\frac{14}{40}\right) 3 = 7 + 1.05 = 8.05$$

52.

30 – 40 वारंवारता मधील बहुलक

C.I	f
10-20	6
20-30	4
30-40	12
40-50	3
50-60	5

L =30

f_0 =4

f_1 =12

f_2 =3

$h = 10$

$$\text{बहुलक} = L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$$

$$= 30 + \left[\frac{12 - 4}{2(12) - 4 - 3}\right] \times 10$$

$$= 30 + \left[\frac{8}{17}\right] \times 10$$

$$= 30 + 4.7$$

$$= 34.7$$

53.

C.I	f
5-10	3

15 – 20 वारंवारता मधील बहुलक

10-15	5
15-20	8
20-25	4
25-30	5

L =15

f_0 =5

f_1 =8

f_2 =4

h =5

बहुलक $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 15 + \left[\frac{8-5}{2(8)-5-4}\right] \times 5 = 15 + \left[\frac{3}{7}\right] \times 10 = 15 + 4.28 = 19.28$

54.

3 – 5 वारंवारता मधील बहुलक

C.I	f
1-3	7
3-5	8
5-7	2
7-9	2
9-11	1

L =3

f_0 =7

f_1 =8

f_2 =2

h =2

बहुलक $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 3 + \left[\frac{8-7}{2(8)-7-2}\right] \times 2$

$= 3 + \left[\frac{1}{7}\right] \times 10 = 3 + 1.42 = 4.42$

55.

60 – 80 वारंवारता मधील बहुलक

C.I	f
0-20	10
20-40	35
40-60	52
60-80	61
80-100	38

L =60

f_0 =52

f_1 =61

f_2 =38

h =20

बहुलक $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 60 + \left[\frac{61 - 52}{2(61) - 52 - 38}\right] \times 20$

$= 60 + \left[\frac{9}{32}\right] \times 20$

$= 60 + 5.625$

$= 65.625$

56.

20 -30 वारंवारता मधील बहुलक

C.I	f
0-10	6
10-20	9
20-30	15
30-40	9
40-50	1

L =20

f_0 =9

f_1 =15

f_2 =9

h =10

बहुलक $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 20 + \left[\frac{15 - 9}{2(15) - 9 - 9}\right] \times 10 = 20 + \left[\frac{6}{12}\right] \times 10 = 20 + 5 = 25$

57.

20 – 30 वारंवारता मधील बहुलक

C.I	f
0-10	7
10-20	9
20-30	15
30-40	11
40-50	8

L =20

f_0 =9

f_1 =15

f_2 =11

h =10

बहुलक $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h \;\; = 20 + \left[\frac{15 - 9}{2(15) - 9 - 11}\right] \times 10 = 20 + \left[\frac{6}{10}\right] \times 10 = 20 + 6 = 6$

58.

10 – 20 वारंवारता मधील बहुलक

L =10

f_0 =7

f_1 =8

f_2 =2

h =10

C.I	f
0-10	7
10-20	8
20-30	2
30-40	2
40-50	1

बहुलक $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 10 + \left[\frac{8 - 7}{2(8) - 7 - 2}\right] \times 10 = 10 + \left[\frac{1}{7}\right] \times 10 = 10 + 1.42 = 11.42$

59.

C.I	f
1-3	7
4-6	8
7-9	2
10-12	2
13-15	1

4 – 6 वारंवारता मधील बहुलक

L =3.5

f_0 =7

f_1 =8

f_2 =2

h =2

बहुलक $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h \;\; = 3.5 + \left[\frac{8 - 7}{2(8) - 7 - 2}\right] \times 2 = 3.5 + \left[\frac{1}{7}\right] \times 2 = 3.5 + 0.28 = 3.78$

60.

25 – 35 वारंवारता मधील बहुलक

L =25

f_0 =4

f_1 =8

f_2 =7

C.I	f
5-15	3
15-25	4
25-35	8
35-45	7
45-55	3

$h = 10$

बहुलक $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 25 + \left[\frac{8-4}{2(8)-4-7}\right] \times 10$

$= 25 + \left[\frac{4}{5}\right] \times 10$

$= 25 + 8$

$= 33$

61.

20-30 वारंवारता मधील बहुलक

C.I	f
10-20	3
20-30	9
30-40	6
40-50	7
50-60	5

$L = 20$

$f_0 = 3$

$f_1 = 9$

$f_2 = 6$

$h = 10$

$Mode = L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 20 + \left[\frac{9-3}{2(9)-3-6}\right] \times 10$

$= 20 + \left[\frac{6}{9}\right] \times 10$

$= 20 + 6.66$

$= 26.66$

घटक – 14 संभावता

I. बहुपर्यायी प्रश्न :

1) A) 1

2) B) 0

3) B) 2

4) C) 4

5) D) 6

6) B) -1.5

7) A) $\frac{1}{5}$

8) A) $\frac{3}{6}$

9) B) 0.95

10) B) $\frac{5}{26}$

11) B) 0.25

12) C) 36

13) C) $\frac{1}{4}$

14) A) $\frac{2}{6}$

15) B) $\frac{21}{28}$

16) C) $\frac{4}{12}$

17) B) $\frac{1}{365}$

18) B) $0 \leq P(E) \leq 1$

19) D) 0

20) C) 0.5

21) A) $\frac{1}{2}$

22) C) 0.7

23) C) 1

24) A) $\frac{1}{5}$

25) B) $\frac{2}{3}$

26) C) $\frac{3}{7}$

II. एक गुणांचे प्रश्न :

27) S={T,R,I,A,N,G,L,E} n(S)=8
A= {A, I , E} n(A)=3 ∴P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{3}{8}$

28) P(A) + P($\overline{A}$)=1

29) P(E) + P($\overline{E}$)= 1 , P($\overline{E}$)=1-0.05=0.95

30) P(E) + P($\overline{E}$)= 1 , संभावता नाही =P($\overline{E}$)=1-0.75=0.25

31) P(A) + P($\overline{A}$)= 1 , P($\overline{A}$)=1 - $\frac{2}{3}$ = $\frac{1}{3}$

32) P(B) + P($\overline{B}$)= 1 , P($\overline{B}$) = 1-0.65=0.35

33) S={1,2,3,4,5,6} , n(S)=6
A= {6} n(A)=1
∴ 6 वर येण्याची संभावता =P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$=$\frac{1}{6}$

34) S={ H,T } n(S)=2

A={H} n(A)=1

∴छापा येण्याची संभावता =P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{1}{2}$

35) P(E) + P($\overline{E}$)= 1 , खेळ हरण्याची संभावता = P($\overline{E}$)= 1-0.8 = 0.2

36) P($\overline{A}$) = $1 - P(A)$

=1-80%

=1-80/100 g

=1-4/5

= 1/5

37) एकूण चाचण्यांची संख्या ={ HH,HT,TH,TT}

n(S)=4

III. दोन गुणांचे प्रश्न:

38) S={ HH,HT,TH,TT} n(S)=4

i) A={HT,TH} n(A)=2 ∴P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{2}{4}$= $\frac{1}{2}$

ii) B={HH,HT,TH} n(B)=3 ∴ P(A)=$\frac{n(B)}{n(S)}$= $\frac{3}{4}$

39) S={1,2,3,4,5,6}n(S)=6

A= {3,4,5} n(A)=3 ∴P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{3}{6}$= $\frac{1}{2}$

40) S={(1,1),(1,2) ,(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)
(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)
(3,1),(3,2) ,(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)
(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)
(5,1),(5,2) ,(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)
(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)} n(S)=36

A={ (3,2)(2,3),(4,1)(1,4)} n(A)= 4

∴P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{4}{36}$= $\frac{1}{9}$

41) S={(1,1),(1,2) ,(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)
(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)

(3,1),(3,2) ,(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)
(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)
(5,1),(5,2) ,(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)
(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)}

n(S)=36

A={ (4,6),(6,4),(5,5)} n(A)= 3

$\therefore P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

42) S={(1,1),(1,2) ,(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)
(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)
(3,1),(3,2) ,(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)
(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)
(5,1),(5,2) ,(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)
(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)}

n(S)=36

A={(4,4),(4,5),(5,4),(5,5),(4,6),(6,4),(6,5),(5,6),(6,6)}

n(A)=9

$\therefore P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

43)

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$ $\frac{1}{2} P(\overline{A}) + P(\overline{A}) = 1$ $\Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{2}{3}$	$\frac{P(A)}{P(\overline{A})} = \frac{1}{2}$ $P(\overline{A}) = 2\,P(A)$ $\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} P(\overline{A})$

44) S={1,2,3,4,5,6,7,8}n(S)=8

A= {2,4,6,8} n(A)= 4 ∴P(A)= $\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{4}{8}$= $\frac{1}{2}$

45) S={2,3,4,5,6,.....25} n(S) = 24

i) n(A) ={2,4,6,8,.....,24} n(A) = 9

∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{9}{24}$

ii) n(B) = { 4,9,16,25} n(B)=4

∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}$= $\frac{4}{24}$

46) n(S)=6+5+4=15

i) n(A)=6+5=11

∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{11}{15}$

ii) n(B) = 6

∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}$= $\frac{6}{15}$=$\frac{2}{5}$

47) n(S)=3 बाद आंब्यांची संख्या = 36× $\frac{1}{4}$ = 9

⇒ चांगल्या आंब्यांची संख्या = 36-9 =27

n(A)=27

∴ चांगल्या आंब्यांची संभावता = P(A)= $\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{27}{36}$

48) P(A) + P($\overline{A}$)= 1 P(A) : P($\overline{A}$)= 5 : 11

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$ $\frac{5}{11} P(\overline{A}) + P(\overline{A}) = 1$ $\Rightarrow P(\overline{A}) \frac{60}{11} = 1$ $\Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{11}{60}$ $\therefore P(A) = \frac{5}{60}$	$\frac{P(A)}{P(\overline{A})} = \frac{5}{11}$ $\Rightarrow P(A) = P(\overline{A}) \frac{5}{11}$

49) बाद आंब्यांची संभावता = P (A)$=\frac{50}{500}=\frac{1}{10}$

50) S={1,2,3,4,5,6} n(S)=6

A={2,4,5,6} n(A)= 4 P(A)$=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

51) S={(1,1),(1,2) ,(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)
(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)
(3,1),(3,2) ,(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)
(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)
(5,1),(5,2) ,(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)
(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)} n(S)=36

A={(1,5),(5,1),(2,4),(4,2),(3,3)} n(A)=5

P(A)$=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{5}{36}$

52) S={ HH,HT,TH,TT} n(S)=4

i) A={HH,} n(A)=1 ∴P(A)$=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{4}$

ii) B={HT,TH} n(B)=2 ∴ P(A)$=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

53) S={1,2,3,4,5,6} n(S)=6

a) A={2,4,6} n(A)=3 P(A)$=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

b) B={1,4} n(B)=2 P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

54) S={A,B,C,D,E,I} n(S)=6

A={A,E,I } n(A)=3,

P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

55) n(B)=6 n(R) =? n(S)=?

P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}\frac{3}{8}=\frac{6}{n(s)}\Longrightarrow$n(S)=16 $\therefore n(R)=16-6=10$

P(R)=$\frac{n(R)}{n(S)}$

P(R) =$\frac{5}{8}$

56) S={1,2,3,4,1,5} n(S)=6

A={1,1,4} n(A)=3 P(A)= $\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

57) n(S)=20 A={1,8} n(A)=2

P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

IV. तीन गुणांचे प्रश्न

58) S={1,2,3,4,5,6} n(S)=6

i) A= दोन पेक्षा जास्त = {3,4,5,6} n(A) =4∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

ii) B= दोन पेक्षा कमी किंवा समान ={1,2} n(B) =2∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

iii) C= दोन पेक्षा जास्त नव्हे (दोन पेक्षा कमी किंवा समान) = {1,2} n(C) = 2 ∴ P(C)=$\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

59) S = { HH,HT,TH,TT} n(S)=4

i)A={HH,HT,TH} n(A)=3 ∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{4}$

ii) B={HH} n(B) = 1 P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{1}{4}$

iii) C={TT} n(C) = 1 P(B)=$\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{1}{4}$

60) S={5,6,7,8,.....,30} n(S)=26

i) A={6,12,18,24,30} n(A)=5 P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{5}{26}$

ii) B= {9,16,25 } n(B) = 3 ∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{26}$

iii) C={6,9,12,15,18,21,24,27,30} n(C) =9 ∴ P(C)=$\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{9}{26}$

61) n(S)= 3+5+8=16

a) A= लाल चेंडू n(A) =3

P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{16}$

b) B= पांढरा चेंडू सोडून n(B)=11,

∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{11}{16}$

62) S={1,2,3,4,.....,20} n(S)=20

i) A= {1,4,9,16 } n(A) = 4 ∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{20}$

ii) B= {6,12,18} n(B)=3 ∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{20}$

63) P(W)+P(B)+P(R) = 1

$\frac{3}{10}+\frac{2}{5}+P(R)=1$

$P(R)=\frac{3}{10}$

P(B)=$\frac{2}{5}$ ∵ n(B)=20

$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2}{5}\Rightarrow\frac{20}{n(S)}=\frac{2}{5}\Rightarrow$ n(S)=50

64) n(S) = 50,

i) A= 34 पेक्षा कमी n(A)=8 ∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{8}{50}$

ii) B= 71 ते 90 च्या मधील , n(B)=11 ∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{11}{50}$

iii)C= 90 पेक्षा जास्त, n(C)=8 ∴ P(C)=$\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{8}{50}$

65) S = { 1, 2, 3, 4, ..., 20} n(S) = 20

(i) A= {2,4,8,10,14,16,20} n(A) = 7

P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{20}$

(ii) B={1} n(B) = 1

P(A) = $\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{20}$

****

घटक – 14 संभावता

II. बहुपर्यायी प्रश्न :

66) A) 1

67) B) 0

68) B) 2

69) C) 4

70) D) 6

71) B) -1.5

72) A) $\frac{1}{5}$

73) A) $\frac{3}{6}$

74) B) 0.95

75) B) $\frac{5}{26}$

76) B) 0.25

77) C) 36

78) C) $\frac{1}{4}$

79) A) $\frac{2}{6}$

80) B) $\frac{21}{28}$

81) C) $\frac{4}{12}$

82) B) $\frac{1}{365}$

83) B) $0 \leq P(E) \leq 1$

84) D) 0

85) C) 0.5

86) A) $\frac{1}{2}$

87) C) 0.7

88) C) 1

89) A) $\frac{1}{5}$

90) B) $\frac{2}{3}$

91) C) $\frac{3}{7}$

II. एक गुणांचे प्रश्न :

92) S={T,R,I,A,N,G,L,E} n(S)=8
A= {A, I , E} n(A)=3 ∴P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{3}{8}$

93) P(A) + P($\overline{A}$)=1

94) P(E) + P($\overline{E}$)= 1 , P($\overline{E}$)=1-0.05=0.95

95) P(E) + P($\overline{E}$)= 1 , संभावता नाही =P($\overline{E}$)=1-0.75=0.25

96) P(A) + P($\overline{A}$)= 1 , P($\overline{A}$)=1 - $\frac{2}{3}$ = $\frac{1}{3}$

97) P(B) + P($\overline{B}$)= 1 , P($\overline{B}$) = 1-0.65=0.35

98) S={1,2,3,4,5,6} , n(S)=6
A= {6} n(A)=1
∴ 6 वर येण्याची संभावता =P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$=$\frac{1}{6}$

99) S={ H,T } n(S)=2

A={H} n(A)=1

∴छापा येण्याची संभावता =P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{1}{2}$

100) P(E) + P($\overline{E}$)= 1 , खेळ हरण्याची संभावता = P($\overline{E}$)= 1-0.8 = 0.2

101) P($\overline{A}$) = $1 - P(A)$

=1-80%

=1-80/100 g

=1-4/5

= 1/5

102) एकूण चाचण्यांची संख्या ={ HH,HT,TH,TT}

n(S)=4

III. दोन गुणांचे प्रश्न:

103) S={ HH,HT,TH,TT} n(S)=4

iii) A={HT,TH} n(A)=2 ∴P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{2}{4}$= $\frac{1}{2}$

iv) B={HH,HT,TH} n(B)=3 ∴ P(A)=$\frac{n(B)}{n(S)}$= $\frac{3}{4}$

104) S={1,2,3,4,5,6}n(S)=6

A= {3,4,5} n(A)=3 ∴P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{3}{6}$= $\frac{1}{2}$

105) S={(1,1),(1,2) ,(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)
(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)
(3,1),(3,2) ,(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)
(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)
(5,1),(5,2) ,(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)
(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)} n(S)=36

A={ (3,2)(2,3),(4,1)(1,4)} n(A)= 4

∴P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{4}{36}$= $\frac{1}{9}$

106) S={(1,1),(1,2) ,(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)
(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)

(3,1),(3,2) ,(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)
(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)
(5,1),(5,2) ,(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)
(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)}

n(S)=36

A={ (4,6),(6,4),(5,5)} n(A)= 3

$\therefore P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

107) S={(1,1),(1,2) ,(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)
(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)
(3,1),(3,2) ,(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)
(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)
(5,1),(5,2) ,(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)
(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)}

n(S)=36

A={(4,4),(4,5),(5,4),(5,5),(4,6),(6,4),(6,5),(5,6),(6,6)}

n(A)=9

$\therefore P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

108)

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$ $\frac{1}{2} P(\overline{A}) + P(\overline{A}) = 1$ $\Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{2}{3}$	$\frac{P(A)}{P(\overline{A})} = \frac{1}{2}$ $P(\overline{A}) = 2\,P(A)$ $\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2} P(\overline{A})$

109) S={1,2,3,4,5,6,7,8}n(S)=8

A= {2,4,6,8} n(A)= 4 ∴P(A)= $\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{4}{8}$= $\frac{1}{2}$

110) S={2,3,4,5,6,.....25} n(S) = 24

iii) n(A) ={2,4,6,8,.....,24} n(A) = 9

∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{9}{24}$

iv) n(B) = { 4,9,16,25} n(B)=4

∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}$= $\frac{4}{24}$

111) n(S)=6+5+4=15

ii) n(A)=6+5=11

∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{11}{15}$

ii) n(B) = 6

∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}$= $\frac{6}{15}$=$\frac{2}{5}$

112) n(S)=3 बाद आंब्यांची संख्या = 36×$\frac{1}{4}$ = 9

⇒ चांगल्या आंब्यांची संख्या = 36-9 =27

n(A)=27

∴ चांगल्या आंब्यांची संभावता = P(A)= $\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{27}{36}$

113) P(A) + P$\overline{(A)}$= 1 P(A) : P$\overline{(A)}$= 5 : 11

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$ $\frac{5}{11} P(\overline{A}) + P(\overline{A}) = 1$ $\Rightarrow P(\overline{A}) \frac{60}{11} = 1$ $\Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{11}{60}$ $\therefore P(A) = \frac{5}{60}$	$\frac{P(A)}{P(\overline{A})} = \frac{5}{11}$ $\Rightarrow P(A) = P(\overline{A}) \frac{5}{11}$

114) बाद आंब्यांची संभावता = P (A)=$\frac{50}{500} = \frac{1}{10}$

115) S={1,2,3,4,5,6} n(S)=6

A={2,4,5,6} n(A)= 4 P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

116) S={(1,1),(1,2) ,(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)
(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)
(3,1),(3,2) ,(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)
(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)
(5,1),(5,2) ,(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)
(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)} n(S)=36

A={(1,5),(5,1),(2,4),(4,2),(3,3)} n(A)=5

P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36}$

117) S={ HH,HT,TH,TT} n(S)=4

i) A={HH,} n(A)=1 ∴P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$

ii) B={HT,TH} n(B)=2 ∴ P(A)=$\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

118) S={1,2,3,4,5,6} n(S)=6

c) A={2,4,6} n(A)=3 P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

d) B={1,4} n(B)=2 P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

119) S={A,B,C,D,E,I} n(S)=6

A={A,E,I } n(A)=3,

P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

120) n(B)=6 n(R) =? n(S)=?

P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}\frac{3}{8}=\frac{6}{n(s)}\Longrightarrow$n(S)=16 $\therefore n(R)=16-6=10$

P(R)=$\frac{n(R)}{n(S)}$

P(R) =$\frac{5}{8}$

121) S={1,2,3,4,1,5} n(S)=6

A={1,1,4} n(A)=3 P(A)= $\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

122) n(S)=20 A={1,8} n(A)=2

P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

IV. तीन गुणांचे प्रश्न

123) S={1,2,3,4,5,6} n(S)=6

iv) A= दोन पेक्षा जास्त = {3,4,5,6} n(A) =4∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

v) B= दोन पेक्षा कमी किंवा समान ={1,2} n(B) =2∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

vi) C= दोन पेक्षा जास्त नव्हे (दोन पेक्षा कमी किंवा समान) = {1,2} n(C) = 2 ∴ P(C)=$\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

124) S = { HH,HT,TH,TT} n(S)=4

iv) A={HH,HT,TH} n(A)=3 ∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{4}$

v) B={HH} n(B) = 1 P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{1}{4}$

vi) C={TT} n(C) = 1 P(B)=$\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{1}{4}$

125) S={5,6,7,8,.....,30} n(S)=26

iv) A={6,12,18,24,30} n(A)=5 P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{5}{26}$

v) B= {9,16,25 } n(B) = 3 ∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{26}$

vi) C={6,9,12,15,18,21,24,27,30} n(C) =9 ∴ P(C)=$\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{9}{26}$

126) n(S)= 3+5+8=16

c) A= लाल चेंडू n(A) =3

P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{16}$

d) B= पांढरा चेंडू सोडून n(B)=11,

∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{11}{16}$

127) S={1,2,3,4,.....,20} n(S)=20

iii) A= {1,4,9,16 } n(A) = 4 ∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{20}$

iv) B= {6,12,18} n(B)=3 ∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{20}$

128) P(W)+P(B)+P(R) = 1

$\frac{3}{10}+\frac{2}{5}+P(R)=1$

$P(R)=\frac{3}{10}$

P(B)=$\frac{2}{5}$ ∵ n(B)=20

$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2}{5}\Rightarrow\frac{20}{n(S)}=\frac{2}{5}\Rightarrow$ n(S)=50

129) n(S) = 50,

iv) A= 34 पेक्षा कमी n(A)=8 ∴ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{8}{50}$

v) B= 71 ते 90 च्या मधील , n(B)=11 ∴ P(B)=$\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{11}{50}$

vi)C= 90 पेक्षा जास्त, n(C)=8 ∴ P(C)=$\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{8}{50}$

130) S = { 1, 2, 3, 4, ……., 20} n(S) = 20

(iii) A= {2,4,8,10,14,16,20} n(A) = 7

P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{20}$

(iv) B={1} n(B) = 1

P(A) = $\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{20}$

****