AGLASEM.COM

Uttarakhand Board
Question Paper

CLASS 12



रोल नं.
Roll No. | | | | | | | | |

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8
No. of printed pages : 8

428 (IGT)

128

2023

गणित

MATHEMATICS

[पूर्णांक : 80
[Max. Marks : 80

समय : 3 घण्टे]
Time : 3 Hours]

निर्देश : (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल 26 प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।
Directions : There are in all 26 questions in this question paper. **All** questions are **compulsory**.

(ii) प्रश्नों हेतु निर्धारित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
Marks alloted to the questions are mentioned against them.

(iii) प्रत्येक प्रश्न को ध्यानपूर्वक पढ़िये तथा समुचित उत्तर दीजिए।
Read each question carefully and answer to the point.

(iv) प्रश्न संख्या 1 बहुविकल्पीय प्रश्न है। इस प्रश्न के प्रत्येक खण्ड के उत्तर में चार विकल्प दिये गए हैं। सही विकल्प अपनी उत्तरपुस्तिका में लिखिए। प्रश्न संख्या 2 से 9 तक निश्चित उत्तरीय प्रश्न हैं।
Question No. 1 is multiple choice question. Four options are given in answer of each part of this question. Write correct option in your answer book. Question No. 2 to 9 are definite answer type questions.

(v) प्रश्न संख्या 1 का प्रत्येक खण्ड **एक** अंक का है। प्रश्न संख्या 2 से 9 तक **एक** अंक के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 10 से 14 तक **दो** अंक के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 15 से 20 तक **चार** अंक के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 21 से 26 तक **पाँच** अंक के प्रश्न हैं।
Each part of Question No. 1 carries **one** mark. Question No. 2 to 9 are of **one** mark each. Question No. 10 to 14 are of **two** marks each. Question No. 15 to 20 are of **four** marks each. Question No. 21 to 26 are of **five** marks each.

(vi) इस प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है तथापि कतिपय प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों में केवल एक विकल्प का ही उत्तर दीजिए।
There is no overall choice in this question paper, however, an internal choice has been provided in few questions. Attempt only one of the given choices in such questions.

[P.T.O.

schools.aglasem.com
aglasem.com

1. (क) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ का मुख्य मान है- 1

Principal value of $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ is-

(i) $\frac{3\pi}{4}$ (ii) $\frac{\pi}{4}$ (iii) $-\frac{\pi}{4}$ (iv) $\frac{\pi}{3}$

(ख) आव्यूह A तथा B एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे केवल यदि- 1

Matrices A and B will be inverse of each other only if-

(i) $AB=BA$ (ii) $AB=BA=0$

(iii) $AB=0, BA=I$ (iv) $AB=BA=I$

(ग) $\sin(x^2)$ का 'x' के सापेक्ष अवकलन है- 1

Differentiation of $\sin(x^2)$ with respect to 'x' is-

(i) $\cos(x^2)$ (ii) $2x \sin(x^2)$ (iii) $2x \cos(x^2)$ (iv) $\cos(2x)$

(घ) यदि $f(a+b-x)=f(x)$, तो $\int_a^b x\, f(x)\, dx$ का मान है- 1

If $f(a+b-x)=f(x)$, then $\int_a^b x\, f(x)\, dx$ is equal to-

(i) 0 (ii) $\frac{a+b}{2}\int_a^b f(b+x)\,dx$

(iii) $\frac{b-a}{2}\int_a^b f(x)\,dx$ (iv) $\frac{a+b}{2}\int_a^b f(x)\,dx$

(ङ) अवकल समीकरण $2x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+y=0$ की कोटि है- 1

The order of the differential equation $2x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+y=0$ is:

(i) 2 (ii) 1 (iii) 0 (iv) 3

schools.aglasem.com

aglasem.com

(च) सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ के दिक् कोसाइन हैं- 1

Direction cosines of the vector $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ are-

(i) $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{-2}{6}\right)$ (ii) $(1, 1, -2)$

(iii) $(\sqrt{6}, \sqrt{6}, -2\sqrt{6})$ (iv) $\left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-2}{\sqrt{6}}\right)$

(छ) समतल $\bar{r}.(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 2$ का कार्तीय समीकरण है- 1

The Cartesian equation of the plane $\bar{r}.(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 2$ is-

(i) $x + y - z = 0$ (ii) $x + y - z = 2$

(iii) $x + y - z = 1$ (iv) $x + y + z + 2 = 0$

(ज) यदि A और B स्वतंत्र घटनाएं हैं, जहाँ प्रायिकताएँ $P(A)=0.3$ तथा $P(B)=0.6$ हैं तो $P(A \cap B)$ का मान होगा- 1

If A and B are independent events, where probabilities $P(A)=0.3$ and $P(B)=0.6$, then value of $P(A \cap B)$ will be-

(i) 1 (ii) 0.18

(iii) 0.9 (iv) 0.01

2. $\cos(\sec^{-1} x + \text{cosec}^{-1} x)$, $|x| \geq 1$ का मान ज्ञात कीजिए। 1
Find the value of $\cos(\sec^{-1} x + \text{cosec}^{-1} x)$, $|x| \geq 1$.

3. यदि किसी आव्यूह में 14 अवयव हैं, तो इसकी संभव कोटियाँ क्या हो सकती हैं? 1
If a matrix has 14 elements, what are the possible orders it can have?

4. यदि $y + \text{siny} = \cos x$ तो dy/dx ज्ञात कीजिए। 1
Find dy/dx, if $y + \text{siny} = \cos x$.

5. एक उत्पाद की x इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रुपयों में $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$ से प्रदत्त है। सीमांत आय ज्ञात कीजिए जब $x = 15$ है। 1
The total revenue in Rupees received from the sale of x units of a product is given by $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$. Find the marginal revenue when $x = 15$.

schools.aglasem.com
aglasem.com

6. फलन $\frac{\tan^{-1} x}{1+x^2}$ का 'x' के सापेक्ष समाकलन ज्ञात कीजिए। 1

Integrate the function $\frac{\tan^{-1} x}{1+x^2}$ with respect to 'x'.

7. समाकलन ज्ञात कीजिए : 1

Find the integral :

$\int (4e^{3x} + 2)\, dx$.

8. यदि $\bar{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ और $\bar{b} = 3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ तो $\bar{a} . \bar{b}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

If $\bar{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ and $\bar{b} = 3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$, then calculate $\bar{a} . \bar{b}$.

9. x-अक्ष के समान्तर तथा मूल-बिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 1

Find the equation of a line parallel to x-axis and passing through the origin.

10. परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q में एक द्विआधारीय संक्रिया '*' निम्न प्रकार से परिभाषित है-

$a*b=a+ab;\ a, b \in Q$

दर्शाइए कि '*' न तो क्रम विनिमेय है न ही साहचर्य। 2

In a set of rational numbers Q, a binary operation '*' is defined as follows:

$a*b=a+ab;\ a, b \in Q$

Show that '*' is neither commutative nor associative.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय **R** में $R=\{(a, b): a \leq b\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R स्वतुल्य एवं संक्रामक है।

Show that the relation R in set of real numbers **R** defined as $R=\{(a, b): a \leq b\}$, is reflexive and transitive.

11. वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x)=2x^3-3x^2-36x$ द्वारा प्रदत्त फलन f वर्धमान है। 2

Find the intervals in which the function f given by $f(x)=2x^3-3x^2-36x$ is increasing.

12. $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x\, dx$.

schools.aglasem.com
aglasem.com

13. दो समतलों $3x-6y+2z=10$ और $2x+2y-2z=15$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

Find the angle between the two planes $3x-6y+2z=10$ and $2x+2y-2z=15$.

14. एक बॉक्स में 100 बल्ब हैं, जिसमें 10 त्रुटियुक्त हैं। 5 बल्ब के नमूने में से, किसी भी बल्ब के त्रुटियुक्त न होने की प्रायिकता क्या है? 2

In a box containing 100 bulbs, 10 are defective. What is the probability that out of a sample of 5 bulbs, none is defective?

15. $f(x)=4x+3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है। f का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए। 4

Consider the function $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ given by $f(x)=4x+3$. Show that f is invertible. Find the inverse function of f.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि-

Prove that-

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right)=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\cos^{-1}x\,;\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\le x\le 1.$$

16. x के किस मान के लिए $\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 2\\ x\end{bmatrix}=0$ है? 4

For what value of x , $\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 2\\ x\end{bmatrix}=0$?

17. यदि $x=a(\cos t+t\sin t)$ और $y=a(\sin t-t\cos t)$, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए। 4

If $x=a(\cos t+t\sin t)$ and $y=a(\sin t-t\cos t)$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$.

schools.aglasem.com
aglasem.com

18. $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

Evaluate $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$.

अथवा/OR

$\int \frac{3x - 2}{(x+1)^2 (x+3)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \frac{3x - 2}{(x+1)^2 (x+3)} dx$.

19. यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ तो $2\vec{a} - \vec{b}$ तथा $|\vec{a} \times \vec{b}|$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ then find the value of $2\vec{a} - \vec{b}$ and $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

20. रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 4

Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$.

अथवा/OR

उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ बिन्दुओं A(3, 4, 1) और B(5, 1, 6) को मिलाने वाली रेखा XY-तल को काटती है।

Find the coordinates of the point where the line through the points A(3, 4, 1) and B(5, 1, 6) crosses the XY-plane.

21. निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए- 5

Solve the following system of linear equations, using matrix method-

$x + y + z = 6$

$x + 3z = 11$

$x - 2y + z = 0$

schools.aglasem.com

aglasem.com

22. सिद्ध कीजिए कि r त्रिज्या के गोले के अंतर्गत उच्चतम आयतन के लंब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई $\frac{4r}{3}$ है। 5

Show that the altitude of the right circular cone of maximum volume that can be inscribed in a sphere of radius r is $\frac{4r}{3}$.

अथवा/OR

परवलय $y^2=4ax$ के बिन्दु $(at^2, 2at)$ पर स्पर्श रेखा और अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equations of the tangent and normal to the parabola $y^2=4ax$ at the point $(at^2, 2at)$.

23. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ एवं रेखा $2x+3y=6$ से घिरे लघु क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

Find the area of the smaller region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ and the line $2x+3y=6$.

24. अवकल समीकरण $(x+y)dy+(x-y)dx=0$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया हुआ है कि $y=1$ यदि $x=1$. 5

Find the particular solution of the differential equation $(x+y)dy+(x-y)dx=0$, given that $y=1$ when $x=1$.

अथवा/OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}+y\cot x=4x\,\text{cosec}\,x \quad (x\neq 0)$ का एक विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया हुआ है कि $y=0$ यदि $x=\pi/2$.

Find a particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx}+y\cot x=4x\,\text{cosec}\,x \quad (x\neq 0)$, given that $y=0$ when $x=\pi/2$.

25. आलेखीय विधि से निम्न अवरोधों के अन्तर्गत $Z=60x+40y$ का न्यूनतमीकरण एवं अधिकतमीकरण ज्ञात कीजिए- 5

By graphical method, minimise and maximise $Z=60x+40y$ under the following constraints:

$$x + 2y \leq 12$$
$$2x + y \leq 12$$
$$4x + 5y \geq 20$$
$$x, y \geq 0$$

schools.aglasem.com
aglasem.com

26. एक व्यावसायिक निर्माता के पास A, B तथा C मशीन ऑपरेटर हैं। प्रथम ऑपरेटर A, 4% खराब सामग्री उत्पादित करता है तथा ऑपरेटर B और C क्रमशः 5% और 7% खराब सामग्री उत्पादित करते हैं। कार्य पर A कुल समय का 50% लगाता है, B कुल समय का 30% तथा C कुल समय का 20% लगाता है। यदि एक खराब सामग्री उत्पादित है तो इसे B द्वारा उत्पादित किये जाने की प्रायिकता क्या है? 5

A manufacturer has three machine operators A, B and C. The first operator A produces 4% defective items, where as the other two operators B and C produces 5% and 7% defective items respectively. A is on the job for 50% of the time, B is on the job for 30% of the time and C is on the job for 20% of the time. A defective item is produced, what is the probability that it was produced by B?

अथवा/OR

पासों के एक जोड़े को तीन बार उछालने पर द्विकों (doublets) की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

Find the probability distribution of number of doublets in three throws of a pair of dice.

*****

schools.aglasem.com
aglasem.com