

CG Board Class 9 Maths Book Solutions



CGBSE Class 9 Math 2 Solutions

Unit - 5

Chapter - 11

चतुर्भुज

Page Number 241

प्रश्न 1. संलग्न समान्तर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं AB और CD के मध्य बिंदु क्रमशः x और y है , सिद्ध कीजिए कि AXCy समान्तर चतुर्भुज है ।

हल :- ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है।

$$\therefore AB \parallel DC$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}AB \parallel \frac{1}{2}DC$$

$$\Rightarrow AX \parallel YC$$

इसी प्रकार, $AB = DC$

$$\therefore \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}DC$$

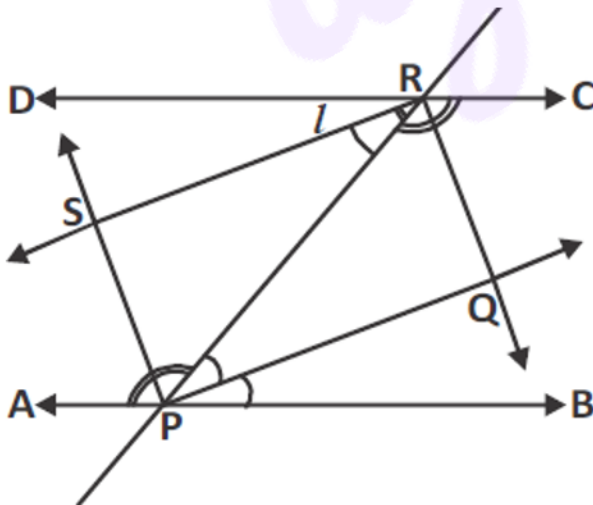
$$\Rightarrow AX = YC$$

अन्तः, $AX \parallel YC$ एवं $AX = YC$

चूँकि चतुर्भुज AXCy की सम्मुख भुजाओं का एक युग्म AX तथा CY समान और समांतर है , अन्तः AXCy एक समांतर चतुर्भुज है।

Page Number 241

प्रश्न 2- संलग्न चित्र में AB और DC दो समांतर रेखाएँ है , जिन्हें तिर्यक रेखा l रेखाखण्ड AB को P पर तथा रेखाखंड DC को R पर प्रतिच्छेद करती है । सिद्ध कीजिये कि अंतः कोणों के समद्विभाजक एक आयत बनाते है ।



हल :- $AB \parallel DC$ तथा l तिर्यक रेखा है।

$$\angle 1 = \angle 2$$

$$\angle 3 = \angle 4$$

$$\angle 5 = \angle 6$$

$$\angle 7 = \angle 8$$

अब, $\angle 6 + \angle 5 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$,
(एक ही बिंदु पर, एक ही रेखा पर बने कोण)

$$\Rightarrow \angle 5 + \angle 5 + \angle 3 + \angle 3 = 180^\circ, \quad (\because \angle 5 = \angle 6, \angle 3 = \angle 4)$$

$$\Rightarrow 2(\angle 5 + \angle 3) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle 5 + \angle 3 = 90^\circ$$

अंतः समद्विभाजक द्वारा निर्मित चतुर्भुज का एक अन्तः कोण 90° का है। इसी प्रकार सिद्ध किया जा सकता है कि

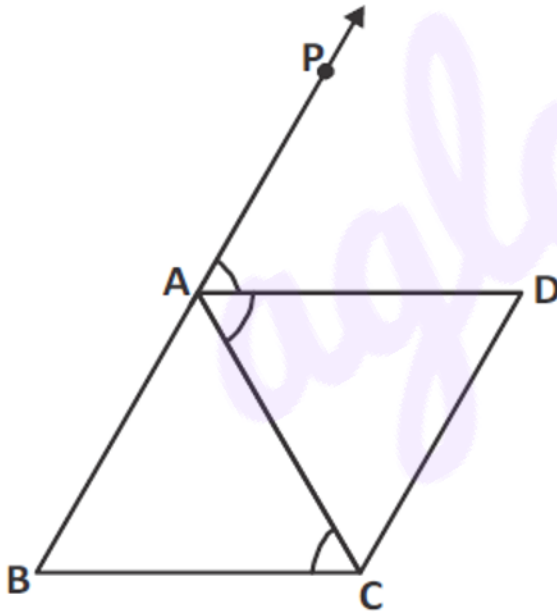
$\angle 1 + \angle 8 = 90^\circ$ अर्थात् दूसरा अन्तः कोण भी 90° होगा।

चूँकि चतुर्भुज की चारों भुजाएं समान नहीं हैं, केवल सम्मुख भुजाएं समान हैं तथा सभी अंतः कोण समकोण हैं, अन्तः समद्विभाजक द्वारा निर्मित चतुर्भुज एक आयत होगा।

Page Number 241

प्रश्न 3- ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें $AB = AC$ है। AD बहिष्कोण PAC को समद्विभाजित करता है, और $CD \parallel BA$ है। सिद्ध कीजिये कि -

(i) $\angle DAC = \angle BCA$ (ii) क्या ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है ?



हल :- चित्र में, $\triangle ABC$ में,

$$AB = AC$$

$$\angle 1 = \angle 2, \quad (\text{बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण})$$

AD, $\angle PAC$ का समद्विभाजक है।

$$\therefore \angle 3 = \angle 4$$

$CD \parallel BA$ तथा AC तिर्यक रेखा है।

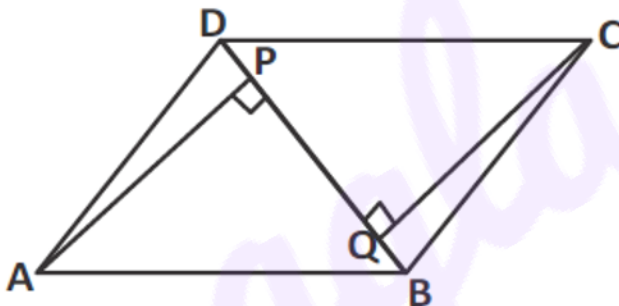
$$\therefore (\angle 3 + \angle 4) = (\angle 2 + \angle 5), \quad (\text{एकान्तर कोण})$$

$\Rightarrow \angle 4 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 1$
 $(\because CD \parallel BA \text{ तथा } BC \text{ तिर्यक रेखा है}, \therefore \angle 1 = \angle 5 \text{ एकान्तर कोण} \therefore \angle 3 = \angle 4, \angle 1 = \angle 2)$
 $\Rightarrow 2\angle 4 = \angle 2 + \angle 2$
 $\Rightarrow 2\angle 4 = 2\angle 2$
 $\Rightarrow \angle 4 = \angle 2$ _____(1)
 $\Rightarrow \angle DAC = \angle BCA.$ सिद्ध हुआ।
(ii) $\angle 3 + \angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$, (एक ही बिंदु पर, एक ही रेखा पर बने कोण)
तथा $\angle 1 + \angle 2 + \angle 6 = 180^\circ$, ($\triangle ABC$ के अन्तः कोणों का योग)
अतः, $\angle 3 + \angle 4 + \angle 6 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 6$
 $\Rightarrow \angle 3 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 2$
 $\Rightarrow \angle 3 = \angle 1$, [$\because \angle 4 = \angle 2$ समी(1)]
परन्तु ये संगत कोण है।
 $\therefore AD \parallel BC$
अतः $\square ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

Page Number 242

प्रश्न 4- $ABCD$ समान्तर चतुर्भुज है। तथा AP और CQ शीर्ष A और C से विकर्ण BD पर क्रमशः लंब है तो सिद्ध कीजिए कि -

(i) $\triangle APB \cong \triangle CQD$ (ii) $AP = CQ$



हल :- चित्र में, $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है।
 $\therefore AB \parallel CD$ तथा BD तिर्यक रेखा है।
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$, (एकान्तर कोण) _____(1)
अब, $\triangle APB$ और $\triangle CQD$ में,
 $\angle 1 = \angle 2$, (समी (1) से)
 $\angle APB = \angle CQD$, (प्रत्येक 90°)
तथा $AB = CD$, (समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएं)
अतः, $\triangle APB \cong \triangle CQD$ में, (AAS सर्वांगसमता) सिद्ध हुआ।
 $\Rightarrow AP = CQ$, (C.P.C.T. से) सिद्ध हुआ।

Page Number 242

प्रश्न 5 - $ABCD$ एक आयत है जिसमे विकर्ण AC दोनों कोणों A और C को समद्विभाजित करता है। तो सिद्ध कीजिये कि

(i) $ABCD$ एक वर्ग है।

(ii) विकर्ण BD दोनों कोणों B और D को समद्विभाजित करता है।

हल :- आयत ABCD में विकर्ण AC, $\angle A$ और $\angle C$ को समद्विभाजित करता है।

$$\therefore \angle DAC = \angle CAB$$

$$\text{तथा } \angle DCA = \angle ACB$$

$\triangle ACD$ और $\triangle ABC$ में,

$$\angle DAC = \angle CAB$$

$$AC = AC$$

$$\angle DCA = \angle ACB$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABC, \quad (\text{ASA सर्वांगसमता})$$

$$\text{अतः } AD = AB, \quad (\text{C.P.C.T.})$$

$$\text{परन्तु, } AB = DC, \quad (\because \text{ABCD आयत है})$$

$$\therefore AB = AD = DC = BC, \quad (\because AD = BC)$$

$$\text{अतः ABCD एक वर्ग है।} \quad \text{सिद्ध हुआ}$$

(प्रत्येक भुजा बराबर, प्रत्येक कोण 90°)

$$(ii) \because AD = DC$$

$$\Rightarrow \angle ABD = \angle CBD, \quad (\text{बराबर भुजाओं का सम्मुख कोण})$$

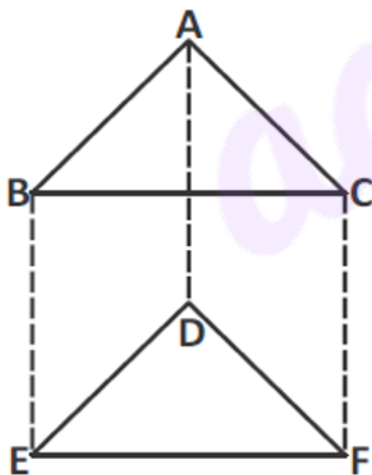
इसी प्रकार,

$$\angle ADB = \angle CDB$$

अतः विकर्ण BD दोनों कोणों B एवं D को समद्विभाजित करता है।

Page Number 242

प्रश्न 6- ABC और DEF इस प्रकार है कि AB और BC क्रमशः DE और EF के बराबर और समान्तर है, सिद्ध कीजिए कि AC और DF बराबर और समान्तर है।



$$\text{हल :-} \because AB \parallel DE \text{ तथा } BC \parallel EF$$

अतः चित्र से स्पष्ट है कि A, B तथा C एवं D, E तथा F संरेख होंगे।

$$\text{अब, } AB = DE$$

$$\text{तथा } BC = EF, \quad (\text{दत्त})$$

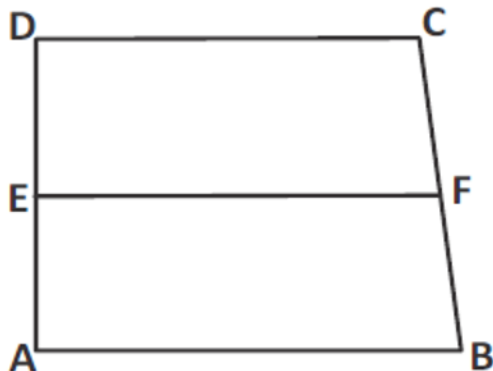
$$\therefore AB + BC = DE + EF$$

$$\Rightarrow AC = DF$$

तथा $AC \parallel DF$, ($\because ACFD$ एक समांतर चतुर्भुज है) सिद्ध हुआ।

Page Number 244

प्रश्न 1- समलंब चतुर्भुज $ABCD$ की भुजा AD का मध्य बिंदु E तथा $AB \parallel DC$ है। बिंदु E से होकर AB के समान्तर खींची गयी रेखा BC को F पर मिलती है। सिद्ध कीजिये कि F रेखाखण्ड BC का मध्य बिंदु है।



हल :- समलंब चतुर्भुज $ABCD$ में,

$AB \parallel DC$ तथा $AE = ED$ एवं $EF \parallel AB$

रचना - BD को मिलाया

$\triangle ADB$ में,

E , AD का मध्य बिंदु है तथा

$EG \parallel AB$, ($\because EF \parallel AB$)

अतः, G , BD का मध्य बिंदु होगा।

अब, $\triangle BCD$ में,

G , BD का मध्य बिंदु है

तथा $GE \parallel CD$, ($\because EF \parallel AB$ तथा $AB \parallel CD$)

अतः F , BC का मध्य बिंदु होगा।

(किसी त्रिभुज में दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समानांतर और उसकी आधी होती है।)

Page Number 244

प्रश्न 2 - $ABCD$ एक समचतुर्भुज है और P, Q, R, S क्रमशः भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्य बिंदु है।

दर्शाइए कि चतुर्भुज $PQRS$ एक आयत है।

हल :- दिया है - $ABCD$ एक समचतुर्भुज है। P, Q, R, S क्रमशः AB, BC, CD तथा AD के मध्य बिंदु है।

रचना - को मिलाया।

चतुर्भुज $PQRS$ को आयत सिद्ध करने हेतु यह सिद्ध करना पर्याप्त होगा कि यह एक समान्तर चतुर्भुज है जिसका एक कोण समकोण है।

$\triangle ABC$ में P तथा Q भुजाओं AB तथा BC के मध्य बिंदु है।

अतः $PQ \parallel AC$ तथा

$$PQ = \frac{1}{2} AC \quad \text{_____ (1)}$$

$\triangle ADC$ में, R तथा S क्रमशः CD एवं AD के मध्य बिंदु है।

$$\therefore RS \parallel AC \text{ तथा } RS = \frac{1}{2} AC \quad \text{_____ (2)}$$

अतः समी (1) और (2) से,

$$PQ \parallel RS \text{ तथा } PQ = RS$$

इस प्रकार PQRS एक ऐसा चतुर्भुज है जिसकी सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर और समानांतर है
अतः चतुर्भुज PQRS एक समान्तर चतुर्भुज होगा।

अब, ABCD एक समचतुर्भुज है।

$$\Rightarrow AB = BC$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC$$

$$\Rightarrow PB = BQ \quad \text{_____ (3)}$$

अब, $\triangle PBQ$

$$PB = BQ$$

$$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2, \quad \text{_____ (4)}$$

पुनः, ABCD एक समचतुर्भुज है।

$$\Rightarrow AB = BC = CD = AD$$

$$\Rightarrow AB = BC = CD = AD$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC, \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AD$$

$$\Rightarrow AP = CQ, CR = AS \quad \text{_____ (5)}$$

$\triangle APS \triangle CQR$

$$AP = CQ, \quad \text{[समी. (5)]}$$

$$AS = CR, \quad \text{[समी. (5)]}$$

$$PS = QR, \quad (PQRS \text{ एक समांतर चतुर्भुज है})$$

$$\therefore \triangle APS \cong \triangle CQR, \quad (SSS \text{ सर्वांगसमता})$$

$$\Rightarrow \angle 3 = \angle 4, \quad (C.P.C.T.) \quad \text{_____ (6)}$$

$$\text{अब } \angle 2 + \angle SPQ + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\text{तथा } \angle 1 + \angle PQR + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle 2 + \angle SPQ + \angle 3 = \angle 1 + \angle PQR + \angle 4$$

$$\Rightarrow \angle SPQ = \angle PQR, \quad \text{[समी (4) एवं (6) से। (7)]}$$

अब, चूँकि समांतर रेखाओं SP तथा RQ को तिर्यक रेखा PQ प्रतिच्छेद करती है।

$$\therefore \angle SPQ + \angle PQR = 180^\circ, \quad (\text{एक ही ओर के अंतः कोण})$$

$$\Rightarrow \angle SPQ + \angle SPQ = 180^\circ \quad \text{[समी (7)]}$$

$$\Rightarrow 2\angle SPQ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle SPQ = 90^\circ$$

अतः PQRS एक ऐसा समान्तर चतुर्भुज है जिसका एक कोण $\angle SPQ = 90^\circ$

$\therefore$ PQRS एक आयत है।

Page Number 244

प्रश्न 3 - ABCD एक आयत है, जिसमें P, Q, R और S क्रमशः भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्य बिंदु हैं। दर्शाइए कि चतुर्भुज PQRS समचतुर्भुज है।

हल :- ABCD एक आयत है।

AB, BC, CD, DA के मध्य बिंदु P, Q, R, S हैं।

AC और BD को मिलाया।

$\triangle ABC$ में,

AB का मध्य बिन्दु P तथा BC का मध्य बिन्दु Q है।

∴ PQ || AC तथा

$$PQ = \frac{1}{2}AC \quad \text{_____ (1)}$$

इसी प्रकार ΔACD में

CD का मध्य बिन्दु R तथा AD का मध्य बिन्दु S है।

RS || AC तथा

$$RS = \frac{1}{2}AC \quad \text{_____ (2)}$$

समी (1) और (2) से ,

$$PQ = RS$$

इसी प्रकार सिद्ध किया जा सकता है कि ,

$$RQ = \frac{1}{2}BD \quad PS = \frac{1}{2}BD$$

$$\therefore RQ = PS$$

परन्तु आयत के विकर्ण बराबर होते हैं।

$$AC = BD$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD$$

$$\Rightarrow PQ = PS$$

इसी प्रकार $PQ = RS = PS = RQ$

∴ चतुर्भुज PQRS एक समचतुर्भुज है।

सिद्ध हुआ

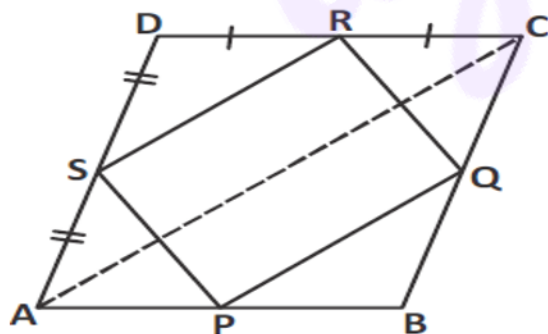
Page Number 244

प्रश्न 4 - ABCD एक चतुर्भुज है जिसमें P, Q, R और S क्रमशः भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्य बिन्दु हैं AC उसका एक विकर्ण है। दर्शाइए कि -

(1) SR || AC और $SR = \frac{1}{2}AC$ है।

(2) PQ = SR है।

(3) PQRS एक समान्तर चतुर्भुज है।



हल :- P, Q, R, S चतुर्भुज ABCD भुजाओं AB, BC, CD तथा DA के मध्य बिन्दु हैं
AC चतुर्भुज ABCD का विकर्ण

(i) ΔACD में ,

S तथा R क्रमशः भुजाओं AD तथा CD के मध्य बिन्दु हैं। अतः

$$SR || AC \quad \text{_____ (1)}$$

तथा $SR = \frac{1}{2}AC$ _____(2) सिद्ध हुआ।

(ii) $\triangle ABC$ में ,

P तथा Q भुजाओं AB तथा BC के मध्य बिंदु हैं। अतः ,

$$PQ \parallel AC \quad \text{_____}(3)$$

$$\text{तथा } PQ = \frac{1}{2}AC \quad \text{_____}(4)$$

∴ समी (2) और (4) से ,

$$PQ = SR \quad \text{_____}(5) \quad \text{सिद्ध हुआ।}$$

(iii) समी (i) और (iii) से ,

$$PQ \parallel SR \quad \text{तथा समी (5) से}$$

$$PQ = SR$$

चतुर्भुज $PQRS$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

सिद्ध हुआ।

aglasem