

[This question paper contains 24 printed pages.]

598

Your Roll No.

B.Com. (Hons.) / II

G

Paper Code : B-104

BUSINESS MATHS – Paper XI

(Admissions of 2004 and onwards)

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 75

*(Write your Roll No. on the top immediately
on receipt of this question paper.)*

*(इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए
निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।)*

*Note :- Answers may be written either in English or in Hindi; but
the same medium should be used throughout the paper.*

*इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा
में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।*

Attempt all questions.

*Logarithmic Tables and graph
papers will be supplied on demand.
Use of simple calculator is allowed.*

सभी प्रश्न कीजिए।

P.T.O.

लॉगैरिथ्मिक टेबल और ग्राफ पेपर माँगने पर दिये जायेंगे।

साधारण कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति है।

1. (a) A firm has revenue function given by $R = 8x$ (where R is gross revenue and x is quantity sold) and the cost function is given by

$$C = 1,50,000 + 60\left(\frac{x}{900}\right)^2$$

Find the total profit function and the number of units to be sold to get the maximum profit. Also calculate the profit.

OR

If x be the number of workers employed, the average cost of production is given by :

$$AC = 24x + \frac{3}{2(x-4)}$$

Determine the value of x that will make average cost minimum. Will you advice to employ 4 or 5 workers ? (6)

- (b) For the demand functions of two commodities given below, find the four partial elasticities of demand with respect to price and indicate whether the commodities are competitive or complementary :

$$x_1 = 6 p_1^{-0.2} p_2^{0.5}$$

$$x_2 = 5 p_1^{0.3} p_2^{-0.7}$$

where x_1 and x_2 are the quantities demanded of the two commodities at prices p_1 and p_2 respectively.

OR

Show that the production function :

$$x = f(l, k) = 2\sqrt{l k}$$

where x , l , k are units of output, labour and capital respectively, gives constant returns to scale and diminishing returns to inputs. (6)

- (c) The marginal cost function when output is x units is given by

$$MC = x^2 - 2x + 5$$

Find the total cost function and average cost function if the fixed cost is ₹30. Also, show that the slope of the

average cost function is $\frac{MC - AC}{x}$.

P.T.O.

OR

The demand and supply functions, respectively, under perfect competition are

$$P_d = 16 - x^2$$

$$P_s = 2x^2 + 4$$

Find the market price, consumer's surplus and producer's surplus. (6)

(d) The demand curve for a commodity is given by

$$x = 20 - 2p - p^2$$

where p and x are the price and the quantity in demand respectively. Find the elasticity of demand for $p = 2.5$. For what demand the elasticity will be unity?

OR

A department store sells 2500 refrigerators per year, with sales occurring at a relatively constant rate. The annual holding cost per refrigerator is ₹10. To reorder, there is a basic ₹20 service fee per order. How many times per year and in what size should the store reorder to minimize the total annual inventory cost? (6)

- (क) एक फर्म का राजस्व फलन इससे ज्ञात होता है : $R = 8x$ (जहाँ R सकल राजस्व और x बिक्री की मात्रा हैं) और लागत फलन इससे पता चलता है :

$$C = 1,50,000 + 60 \left(\frac{x}{900} \right)^2$$

कुल लाभ फलन और अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए बेची जाने वाली यूनिटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि x नियुक्त कर्मचारियों की संख्या है तो औसत उत्पादन लागत इससे ज्ञात होती है :

$$AC = 24x + \frac{3}{2(x-4)}$$

x का मूल्य निर्धारित कीजिए जिससे औसत लागत न्यूनतम हो जाए। क्या आप 4 या 5 कर्मचारियों को नियुक्त करने की सलाह देंगे ?

- (ख) नीचे दिए गए दो पण्यों के माँग फलनों के लिए, चार आंशिक माँग लोचों को कीमत के संबंध में ज्ञात कीजिए और बताइए कि ये पण्य प्रतियोगात्मक हैं या पूरक :

P.T.O.

$$x_1 = 6 p_1^{-0.2} p_2^{0.5}$$

$$x_2 = 5 p_1^{0.3} p_2^{-0.7}$$

जहाँ x_1 और x_2 दो पण्यों की माँगी गई मात्राएँ क्रमशः p_1 कीमत और p_2 कीमत पर हैं।

अथवा

प्रदर्शित कीजिए कि उत्पादन फलन

$$x = f(l, k) = 2\sqrt{l k}$$

जहाँ x , l और k क्रमशः उत्पादन श्रम और पूँजी की यूनिटें हैं जो मापनी आधार पर नियत प्रतिफल और निवेशों के लिए ह्रासमान प्रतिफल देते हैं।

(ग) सीमांत लागत फलन, जब उत्पादन x यूनिटों का है, इससे प्राप्त होता है:

$$MC = x^2 - 2x + 5$$

कुल लागत फलन और औसत लागत फलन ज्ञात कीजिए यदि स्थायी लागत 30 रु. है। साथ ही प्रदर्शित कीजिए कि औसत लागत फलन

का ढाल यह है $\frac{MC - AC}{x}$ ।

अथवा

माँग और सप्लाई फलन पूर्ण प्रतियोगिता के अंतर्गत क्रमशः ये हैं

$$P_d = 16 - x^2$$

$$P_s = 2x^2 + 4$$

बाजार कीमत, उपभोक्ता अधिशेष और उत्पादक अधिशेष ज्ञात कीजिए।

(घ) एक पण्य के लिए माँग वक्र इससे ज्ञात होता है :

$$x = 20 - 2p - p^2$$

जहाँ p और x क्रमशः कीमत और माँग की मात्रा हैं। $p=2.5$ के लिए माँग की लोच ज्ञात कीजिए। किस माँग के लिए लोच यूनिटी होगी ?

अथवा

एक डिपार्टमेंट स्टोर प्रतिवर्ष 2500 रेफ्रिजरेटर बेचता है और बिक्री साढेक्षतः अचर दर से हो रही है। प्रति रेफ्रिजरेटर की वार्षिक धारण लागत 10 रु. है। फिर से आदेश देने के लिए प्रति आदेश आधारी सेवा शुल्क 20 रु. है। हर वर्ष कितनी बार और किस आकार में स्टोर को पुनः आदेश देने चाहिए ताकि कुल मालसूची वार्षिक लागत न्यूनतम हो जाए।

P.T.O.

2. (a) Explain (i) unbounded solution, and (ii) infeasibility in the context of linear programming problems. Show these with the help of rough sketches.

OR

Obtain dual of the following linear programming problem :

$$\text{Maximize } Z = 16x_1 + 22x_2 - 18x_3$$

Subject to

$$3x_1 + 6x_2 + 2x_3 \leq 36$$

$$4x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 25$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (5)$$

- (b) A company manufactures and sells three models of large sized pressure cookers for canteen use. While market demands pose no constraints, supply of aluminium is limited to 750 kg per week and availability of machine time is limited to 600 hours per week which restrict the product-mix. The resource usage of the three models and their profitability are given below :

	<i>Model</i>		
	<i>M₁</i>	<i>M₂</i>	<i>M₃</i>
Aluminium/unit	6	3	5
Machine-time/unit	3	4	5
Contribution Rs/unit	60	20	80

- (i) Formulate the problem as an LPP and solve for optimal solution.
- (ii) Does the problem have multiple optimal solutions? If yes, identify another optimal solution.
- (iii) Using the information in optimal solution tableau, determine shadow prices of the resources.
- (iv) Which of the models is not being produced and why?

OR

Given below is the simplex table for a maximization type of linear programming problem in which x_1 , x_2 and x_3 represent the number of units to produce of the three products A, B and C respectively while S_1 , S_2 and S_3 stand for the respective slack in three resources used :

$C_j \rightarrow$	10	6	4	0	0	0	
Basis	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	Quantity
x_2	0	1	5/6	5/3	-1/6	0	200/3
x_1	1	0	1/6	-2/3	1/6	0	100/3
S_3	0	0	4	-2	0	1	100

P.T.O.

Answer with reasons the following questions in relation to the solution in this table :

- (i) Is the above solution feasible ?
 - (ii) Is the above solution optimal ?
 - (iii) Is the above solution unbounded ?
 - (iv) Is the above solution degenerate ?
 - (v) Does the problem have multiple optimal solutions ? If yes, give an alternate optimal solution.
 - (vi) What are shadow prices of the three resources ?
 - (vii) Which of the products is not being produced and why ?
 - (viii) What is the objective function of this problem ?
 - (ix) What are the optimal values of the dual variables ? (9)
- (क) व्याख्या कीजिए : (i) अनाबद्ध हल और (ii) रैखिक प्रोग्रामिंग समस्याओं के संदर्भ में असाध्यता । इन्हें मोटे तौर पर आरेखों की मदद से प्रदर्शित कीजिए ।

अथवा

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या का द्वैध प्राप्त कीजिए :

$$\text{Maximize } Z = 16x_1 + 22x_2 - 18x_3$$

Subject to

$$3x_1 + 6x_2 + 2x_3 \leq 36$$

$$4x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 25$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- (ख) एक कंपनी बड़े आकार के प्रेशर कुकरों के तीन मॉडलों का निर्माण और बिक्री करती है जो कैंटीन के प्रयोग में आते हैं। यद्यपि बाज़ार माँगों कोई बंधन पैदा नहीं करतीं परंतु एल्यूमीनियम की सप्लाई 750 किग्रा प्रति सप्ताह तक सीमित है और मशीन समय 600 घंटे प्रति सप्ताह तक सीमित हैं इसमें उत्पाद-मिश्र प्रतिबंधित हो जाता है। तीन मॉडलों के संसाधन उपयोग और उनकी लाभप्रदता नीचे दी जा रही हैं :

	मॉडल		
	M_1	M_2	M_3
एल्यूमीनियम/यूनिट	6	3	5
मशीन समय/यूनिट	3	4	5
योगदान रु./यूनिट	60	20	80

P.T.O.

- (i) LPP के रूप में समस्या का निरूपण कीजिए और इष्टतम हल के लिए सरल कीजिए।
- (ii) क्या समस्या के बहुल इष्टतम हल हैं ? यदि हाँ तो अन्य इष्टतम हल को बताइए।
- (iii) इष्टतम हल टेब्लो में उपलब्ध सूचना का प्रयोग करके संसाधनों की कल्पित कीमतें निर्धारित कीजिए।
- (iv) इन मॉडलों में से कौनसा बनाया नहीं जा रहा है और क्यों ?

अथवा

नीचे रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या की अधिकतमीकरण किस्म के लिए सिम्प्लेक्स तालिका दी गई है जिसमें x_1 , x_2 और x_3 तीन उत्पादों यथा A, B और C को क्रमशः बनाने के लिए यूनिटों की संख्या का निरूपण करते हैं और S_1 , S_2 और S_3 प्रयुक्त तीन संसाधनों में उनकी कमी को बताते हैं :

$C_j \rightarrow$	10	6	4	0	0	0	
आधार	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	मात्रा
x_2	0	1	5/6	5/3	-1/6	0	200/3
x_1	1	0	1/6	-2/3	1/6	0	100/3
S_3	0	0	4	-2	0	1	100

कारण बताकर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए जो इस तालिका में हल से संबंधित हैं :

- (i) क्या उपर्युक्त हल संभव है ?
 - (ii) क्या उपर्युक्त हल इष्टतम है ?
 - (iii) क्या उपर्युक्त हल अनावांछित है ?
 - (iv) क्या उपर्युक्त हल ह्रासमान है ?
 - (v) क्या समस्या के बहुल इष्टतम हल हैं ? यदि हाँ तो विकल्पी इष्टतम हल को बताइए ।
 - (vi) इन तीन संसाधनों की कल्पित कीमतें क्या हैं ?
 - (vii) इन उत्पादों में से कौनसा बनाया नहीं जा रहा है और क्यों ?
 - (viii) इस समस्या का वस्तुपरक फलन क्या है ?
 - (ix) द्वैध परिवर्तियों के इष्टतम मान क्या हैं ?
3. (a) There are two families A and B. There are 5 men, 3 women and 3 children in Family A and 2 men, 2 women and 3 children in Family B. The recommended daily

P.T.O.

allowance for calories is Men – 3400, Women – 2900, Children – 2000 and for proteins is Men – 65 gms, Women – 50 gms and children – 35 gms. Represent the information by matrices. Calculate the total requirements of calories and proteins for each of the two families.

OR

A manufacturer produces two types of products X and Y. Each product is first processed in Machine M_1 and then Sent to another machine M_2 for finishing. Each unit of X requires 20 minutes time in M_1 and 10 minutes time in M_2 whereas each unit of Y requires 10 minutes time in M_1 and 20 minutes time in M_2 . The total time available on each machine is 600 minutes. Calculate the number of units of two products X and Y by using matrix algebra. (5)

(b) A firm has three service departments S_1 , S_2 and S_3 , and two production departments P_1 and P_2 . The direct cost of each department and the percentage of the total cost of each service department allocated to various departments are as given below :

Department	Direct Cost	Percentage Allocation of Total Cost of the Department		
		S_1	S_2	S_3
S_1	Rs. 25,000	0	30	10
S_2	Rs. 124,000	20	0	10
S_3	Rs. 77,000	10	10	0
P_1	Rs. 120,000	40	30	30
P_2	Rs. 290,000	30	30	50
Total		100	100	100

Find the total cost (direct plus allocated) of each department by using matrix algebra.

OR

A two-industry input-output relationship is given below :

Industry	I	II	Final Demand	Gross Output
I	120	50	130	300
II	90	100	310	500
Labour Days	450	1,000		

Using matrix notation, determine

P.T.O.

- (i) Technology matrix and test whether the system is viable.
- (ii) Gross output required to satisfy the new final demand of 90 units and 135 units for industry I and II respectively.
- (iii) Total labour days required.
- (iv) Total value added if wage is Rs. 80 per labour-day. (6)
- (क) A और B दो परिवार हैं। परिवार A में 5 आदमी, 3 औरतें और 3 बच्चे हैं, B परिवार में 2 आदमी, 2 औरतें और 3 बच्चे हैं। कैलोरियों की दृष्टि से सिफारिशसुदा दैनिक भत्ता आदमी का 3400, औरत का 2900 और बच्चे का 2000 है। प्रोटीन की मात्रा आदमियों के लिए 65 ग्राम औरतों के लिए 50 ग्राम और बच्चों के लिए 35 ग्राम है। इन सूचनाओं को मैट्रिक्स में निरूपित कीजिए। दो परिवारों में से प्रत्येक के लिए कैलोरियों और प्रोटीनों की कुल जरूरतों का परिकलन कीजिए।

अथवा

एक निर्माता X और Y नामक उत्पादों की दो किस्में बनाता है। प्रत्येक उत्पाद का पहले M_1 मशीन में प्रक्रमण किया जाता है और फिर उसे दूसरी मशीन M_2 में भेज दिया जाता है जहाँ इसे तैयार किया जाता

है। X की प्रत्येक यूनिट के लिए M_1 मशीन में 20 मिनट का समय लगता है और M_2 मशीन में 10 मिनट का समय लगता है जबकि Y की प्रत्येक यूनिट को M_1 में 10 मिनट का समय और M_2 में 20 मिनट का समय लगता है। प्रत्येक मशीन पर उपलब्ध कुल समय 600 मिनट है। मैट्रिक्स बीजगणित का प्रयोग करके X और Y दो उत्पादों की यूनिटों की संख्या का परिकलन कीजिए।

(ख) एक फर्म के तीन सेवा विभाग, S_1, S_2 और S_3 और दो उत्पादन विभाग P_1 और P_2 हैं। प्रत्येक विभाग की प्रत्यक्ष लागत और प्रत्येक सेवा विभाग, जिसे विभिन्न विभागों को आबंटित किया गया है, की कुल लागत प्रतिशतता नीचे दी जा रही हैं :

विभाग	प्रत्यक्ष लागत	विभाग की कुल लागत की विनिधान प्रतिशतता विभाग		
		S_1	S_2	S_3
S_1	25,000 रु.	0	30	10
S_2	124,000 रु.	20	0	10
S_3	77,000 रु.	10	10	0
P_1	120,000 रु.	40	30	30
P_2	290,000 रु.	30	30	50
	जोड़	100	100	100

मैट्रिक्स बीजगणित का प्रयोग करके प्रत्येक विभाग की कुल लागत (प्रत्यक्ष धन विनिधान) ज्ञात कीजिए।

अथवा

दो-उद्योगों के निवेश-उत्पादन संबंध नीचे दिए गए हैं :

उद्योग	I	II	अंतिम माँग	सकल माँग
I	120	50	130	300
II	90	100	310	500
श्रम दिवस	450	1,000		

मैट्रिक्स नोटेशन का प्रयोग करके निर्धारित कीजिए :

- (i) प्रौद्योगिकी मैट्रिक्स और जाँच कीजिए कि यह प्रणाली जीवनक्षय है।
- (ii) सकल उत्पादन जो उद्योग I और II के लिए क्रमशः 90 यूनिटों और 135 यूनिटों की नई अंतिम माँग की तुष्टि के लिए आवश्यक है।
- (iii) कुल श्रम दिवस की आवश्यकता।
- (iv) कुल मूल्य योजित यदि मज़दूरी 80 रु. प्रति श्रम दिवस है।

4. Solve the following transportation problem and determine the minimum total cost of transportation.

<i>Plant</i>	<i>Market</i>				<i>Supply</i>
	M_1	M_2	M_3	M_4	
P_1	20	10	14	16	600
P_2	12	8	16	10	500
P_3	18	24	20	14	900
Demand	440	320	760	480	2,000

OR

A production manager wants to assign one of five new methods to each of four operators. The following table gives the weekly output in units from different operator-method combinations. Find the maximum output per week. Which method remains unassigned?

<i>Operator</i>	<i>Weekly Output</i>				
	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
A	25	27	42	37	30
B	26	29	47	40	30
C	30	34	42	42	34
D	27	27	30	32	28

(11)

P.T.O.

निम्नलिखित परिवहन समस्या को हल कीजिए और परिवहन की कुल न्यूनतम लागत का निर्धारण कीजिए।

संयंत्र	बाज़ार				सप्लाई
	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	
P ₁	20	10	14	16	600
P ₂	12	8	16	10	500
P ₃	18	24	20	14	900
माँग	440	320	760	480	2,000

अथवा

एक उत्पादन प्रबंधक चार प्रचालकों में से प्रत्येक को पाँच नई विधियों में से एक की जिम्मेदारी देता है। निम्नलिखित तालिका भिन्न प्रचालक विधि संयोजनों से यूनिटों का साप्ताहिक उत्पादन प्रस्तुत करती है। अधिकतम उत्पादन प्रति सप्ताह ज्ञात कीजिए। किस विधि को नियत किया गया है ?

साप्ताहिक उत्पादन

प्रचालक	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅
A	25	27	42	37	30
B	26	29	47	40	30
C	30	34	42	42	34
D	27	27	30	32	28

5. (a) A computer whose cost is ₹4,40,000 will depreciate to a scrap value of ₹24,000 in 5 years.

(i) If the reducing balance method of depreciation is used, find the rate of depreciation.

(ii) What is the book value of the computer at the end of third year?

OR

Explain the relationship between nominal, effective rate of interest and force of interest. Also, calculate the nominal rate of interest convertible half-yearly when the effective rate of interest is 6% per annum. (5)

(b) Find the present value of a sequence of payments of ₹3,000 made at the end of every three months and continuing forever, if money is worth 8% per annum converted quarterly. If the payment of ₹3,000 is made at the end of each year and continuing forever, find the present value if money is worth 8% per annum converted quarterly.

OR

A man borrowed ₹5,000 at compound interest of 7% per annum and has to repay the money in 20 equal

P.T.O.

yearly installments. What should be the installment if repayment has to start three years hence. (5)

- (c) Ram borrowed ₹25,000 from a money lender but he could not repay any amount in a period of 5 years. Accordingly, the moneylender now demands ₹35,880 from him. At what rate percent per annum compound interest did the latter lend his money ?

OR

A has taken a loan of ₹20,000 at a rate of interest of 4% per annum payable half-yearly. He repaid ₹4,000 after two years, ₹6,000 after a further period of two years and cleared all outstanding dues at the end of seven years from the commencement of the transaction. What is the final payment made by him ? (5)

- (क) एक कम्प्यूटर, जिसकी लागत 4,40,000 रु. है, का मूल्य घटकर पाँच वर्ष में स्क्रेप मूल्य के रूप में 24000 रु. रह जाती है।
- (i) यदि मूल्य ह्रास की ह्रासमान शेष विधि का प्रयोग किया जाता है तो मूल्य ह्रास की दर ज्ञात कीजिए।
- (ii) तृतीय वर्ष की समाप्ति पर कम्प्यूटर का खाता मूल्य क्या है ?

अथवा

नाममात्र, प्रभावी ब्याज-दर और ब्याज का दबाव में संबंध की व्याख्या कीजिए। साथ ही अर्धवार्षिक रूप में परिवर्तनीय नाममात्र ब्याज-दर का परिकलन कीजिए जब ब्याज की प्रभावी दर 6% प्रति वर्ष है।

- (ख) 3000 रु. की अदायगी का वर्तमान मूल्य ज्ञात कीजिए जो हर तीन माह की समाप्ति पर की जाती है और सदैव के लिए जारी रहेगी यदि धन पर तीन माह में बदल कर 8% प्रति वर्ष ब्याज मिल सकता है। यदि 3000 रु. की अदायगी प्रत्येक वर्ष की समाप्ति पर की जाती है और सदैव के लिए जारी रखी जाती है तो इस धन का वर्तमान मूल्य क्या है जबकि इसे तिमाही बदल कर 8% प्रति वर्ष से ब्याज पर डाला गया है।

अथवा

एक व्यक्ति ने 7% प्रति वर्ष चक्रवृद्धि ब्याज पर 5000 रु. उधार हैं और इसे 20 बराबर की सालाना किस्तों में वापस करना है। यदि पैसे की वापसी अब से तीन वर्ष बाद शुरू की जाए तो किस्त कितनी होनी चाहिए।

- (ग) राम ने ऋणदाता से 25000 रु. उधार लिए परंतु वह 5 वर्ष की अवधि में कोई पैसा नहीं दे पाया। अतः ऋणदाता ने उससे 35,880 रु. की माँग की। ऋणदाता ने उधार किस प्रतिशत प्रतिवर्ष चक्रवृद्धि ब्याज पर दिया था।

अथवा

P.T.O.

A ने 4% प्रति वर्ष की ब्याज दर पर 20000 रु. उधार लिए हैं जो अर्धवार्षिक देय हैं। उसने दो वर्ष बाद 4000 रु. वापस किए और 6000 रु. अगले दो वर्ष की अवधि में दिए तथा ऋण के आरंभ से सात वर्षों की समाप्ति पर बकाया राशि दे दी। उसने अंतिम अदायगी क्या की ?

(8500)