முதல் இடைப்பருவ பொதுத்தேர்வு - 2023

A

பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு

பதிவு எண் : | | | | | | |

கணிதம்

நேரம் : 1.30 மணி

மதிப்பெண்கள் : 50

பகுதி - அ

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக. $10 \times 1 = 10$

1. A என்ற 3×3 பூச்சியமற்ற கோவை அணிக்கு $AA^T = A^TA$ மற்றும் $B = A^{-1}A^T$, என்றவாறு இருப்பின் $BB^T =$ a) A b) B c) I_3 d) B^T

2. $A^T A^{-1}$ ஆனது சமச்சீர் எனில், $A^2 =$

   a) $(A^T)^2$ b) A^{-1} c) $(A^{-1})^2$ d) A^T

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் adj(adj A) ன் மதிப்பு

   a) $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 6 & -6 & 8 \\ 4 & -6 & 8 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -3 & 3 & -4 \\ -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

4. A என்பது n வரிசையுடைய பூச்சியமற்ற கோவை அணி எனில், $|A(\text{adj } A)| =$

   a) $|A|^{n-1}$ b) $|A|^n$ c) $|A|^{n+1}$ d) $|A|^2$

5. $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3}$ - ன் மதிப்பு a) 1 b) –1 c) 0 d) i

6. $|z| = 1$ எனில், $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ - ன் மதிப்பு a) z b) $\bar{z}$ c) $1/z$ d) 1

7. $\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^{3/4}$ ன் எல்லா நான்கு மதிப்புகளின் பெருக்குத்தொகை a) –2 b) –1 c) 1 d) 2

8. $\left(\frac{1+\sqrt{3}\,i}{1-\sqrt{3}\,i}\right)^{10}$ -ன் மதிப்பு a) $\text{cis}\frac{2\pi}{3}$ b) $\text{cis}\frac{4\pi}{3}$ c) $-\text{cis}\frac{2\pi}{3}$ d) $-\text{cis}\frac{4\pi}{3}$

9. $x^3 + px^2 + qr + r$ க்கு α, β மற்றும் γ என்பன பூச்சியமாக்கிகள் எனில் $\sum \frac{1}{\alpha}$ ன் மதிப்பு

   a) $-q/r$ b) $-p/r$ c) q/r d) $-q/p$

10. $x^3 - kx^2 + 9x$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை

    a) $|k| \le 6$ b) $k = 0$ c) $|k| > 6$ d) $|k| \ge 6$

பகுதி - ஆ

II. எவையேனும் 4 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 16 கட்டாய வினா) $4 \times 2 = 8$

11. $\text{adj } A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் A^{-1} ஐக் காண்க.

12. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 3 & -6 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு சிற்றணிக்கோவையைப் பயன்படுத்தி அணித்தரம் காண்க.

13. சுருக்குக : $i\ i^2\ i^3 \ldots\ldots\ldots i^{2000}$

14. $|z - 2 - i| = 3$ என்ற சமன்பாடு வட்டத்தைக் குறிக்கிறது என காட்டுக. மேலும் இதன் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.

15. $2-\sqrt{3}$ ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களை உடைய பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

16. $\text{adj}\,A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\text{adj}\,B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ எனில், adj(AB) காண்க.

பகுதி - இ

III. எவையேனும் 4 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 22 கட்டாய வினா) $4 \times 3 = 12$

17. $A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ எனில், $A(\text{adj}\,A) = (\text{adj}\,A)\,A = |A|\,I_2$ என்பதை சரிபார்க்க.

18. எறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்தி அணித்தரம் காண்க : $\begin{bmatrix} 3 & -8 & 5 & 2 \\ 2 & -5 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$

19. $(2+i)x + (1-i)y + 2i - 3$ மற்றும் $x + (-1+2i)y + 1 + i$ ஆகிய கலப்பெண்கள் சமம் எனில் x மற்றும் y ன் மெய் மதிப்புகளைக் காண்க.

20. $z = \dfrac{-2}{1+i\sqrt{3}}$ எனில் முதன்மை வீச்சு Arg z - ஐக் காண்க.

21. $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் மூன்றாம் படிமூலம் எனில் $\dfrac{a+b\omega+c\omega^2}{b+c\omega+a\omega^2} + \dfrac{a+b\omega+c\omega^2}{c+a\omega+b\omega^2} = -1$ என நிறுவுக.

22. பின்வரும் நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பின் ஒருங்கமைவுத் தன்மையை சோதிக்க.
$x - 2y + 3z = 4$; $2x + 3y + 2z = 3$; $3x + y + 5z = 10$

பகுதி - ஈ

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். $4 \times 5 = 20$

23. a) $A = \dfrac{1}{9}\begin{bmatrix} -8 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \\ 1 & -8 & 4 \end{bmatrix}$ எனில், $A^{-1} = A^T$ என நிறுவுக. *(அல்லது)*

b) தீர்க்க : $(x-2)(x-7)(x-3)(x+2) + 19 = 0$

24. a) கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க.

$$\frac{3}{x} - \frac{4}{y} - \frac{2}{z} - 1 = 0,\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} - 2 = 0 \text{ and } \frac{2}{x} - \frac{5}{y} - \frac{4}{z} + 1 = 0$$ *(அல்லது)*

b) சுருக்குக : $(1+i)^{18}$

25. a) z_1, z_2 மற்றும் z_3 என்ற கலப்பெண்கள் $|z_1| = |z_2| = |z_3| = r > 0$ மற்றும்

$z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$ எனவும் இருந்தால் $\left|\dfrac{z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1}{z_1 + z_2 + z_3}\right| = r$ என நிறுவுக. *(அல்லது)*

b) தீர்க்க : $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$

26. a) λ, μ இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $x + 2y + z = 7$, $x + y + \lambda z = \mu$, $x + 3y - 5z = 5$ என்ற சமன்பாடுகள் i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க. *(அல்லது)*

b) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\dfrac{z-i}{z+2}\right) = \dfrac{\pi}{4}$ எனில், $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக் காட்டுக.

******