गणित

वर्ग- XI एवं XII

भूमिका–

उच्च माध्यमिक गणित का पाठ्यक्रम अनिवार्य माध्यमिक गणित के पाठ्यक्रम एवं टेक्नीकल और सामान्य महाविद्यालय पाठ्यक्रम के मध्य की एक मजबूत कड़ी है। माध्यमिक स्तर तक गणित शिक्षा के लिए समान अवसर सभी जगह उपलब्ध नहीं होते हैं उसके बावजूद भी यह अपेक्षा की जाती है कि उच्च माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण सामान्य छात्रों को द्रुत गति से परिवर्तनशील समाज की आवश्यकताओं के अनुरूप बना सकेगा। जहाँ माध्यमिक स्तर तक इस बात की प्रधानता रही है कि गणित में सफलता हर बच्चे का अधिकार है एवं समस्याओं को सूत्रबद्ध करना उनका समाधान निकालना उनकी आदत बन जाय, उच्च माध्यमिक स्तर पर इस बात को महत्व प्रदान किया गया है कि इस विषय में रूचि रखनेवाले छात्र अमूर्त तथ्यों की कल्पना, अवधारणाओं पर आधारित चिंतन और तर्क जैसे गुणों से समाहित हों और टेक्नीकल शिक्षा के भार को ग्रहण करने का सामर्थ्य विकसित हो।

राष्ट्रीय तथा अंतर्राष्ट्रीय नक्शे पर बिहार के गौरवशाली पहचान को बनाये रखने के लिए इस स्तर पर निम्न मुख्य बिन्दुओं की चर्चा की जायेगी।

सामान्य उद्देश्य–

- गणित की अवधारणाओं की व्याख्या एवं प्रयोग।
- वास्तविक जीवन स्थिति को यथासंभव गणित की सहायता से सूत्रबद्ध करना।
- विज्ञान तथा कला के क्षेत्रों में गणित की उपादेयता एवं उपयोगिता, जैसे- बायोमैथमेटिक्स, इनवॉयरमेंटल मैथेमैटिक्स, मैथेमैटिकल इकोनॉमिक्स की समझ देना।
- संश्लेषण एवं विश्लेषण के आधार पर निकटतम अनुमान ज्ञात करना।
- गणितीय मॉडल की व्याख्या करना एवं नए मॉडल का निर्माण करना।
- गणितीय गतिविधियों की प्रशंसा करना एवं भाग लेना।
- सुनिश्चितता, संक्षिप्तता, परिशुद्धता एवं संतुलित अभिव्यक्ति की आदत बनाना।

यह माना जा रहा है कि सभी बिन्दुओं का शिक्षण न्यूनतम 180 घंटे में की जायेगी तथा वर्ग-XI की परीक्षा आंतरिक परीक्षा और वर्ग-XII की परीक्षा बोर्ड की परीक्षा होगी।

आंतरिक तथा बोर्ड परीक्षा में मूल्यांकन कार्य रा०शै०एवं अनु०प० द्वारा प्रदत्त राष्ट्रीय पद्धति के अनुसार होना चाहिये।

शिक्षकों से अपेक्षा–

1. आधुनिक शिक्षण विधि के अनुसार कक्षा में शिक्षक और छात्र, गणितीय विचारधारा, अवधारणा के विकास में तथा गणितीय समस्या के समाधान के क्रम में स्वाभाविक सहभागी बन जाते हैं।
2. और, मूल्यांकन को शिक्षण के समेकित भाग के रूप में देखा जाना चाहिये।
3. शिक्षक को प्रभावशाली प्रशिक्षक प्रणाली का प्रयोग करना चाहिये जिससे विद्यार्थी में भागीदारी की प्रवृत्ति का विकास हो।

पाठ्य सामग्री का स्वरूप (Teaching Aids)–

पाठन कार्य करते समय यथासाध्य शिक्षक को पाठ्य सामग्री का प्रयोग करना चाहिये।

1. समतलीय आकृतियों, विभिन्न वक्र, महान गणितज्ञों के चित्र तथा संक्षिप्त जीवनवृत्त आदि के चार्ट का प्रयोग कक्षा में किया जाना चाहिये।
2. ठोस आकृतियों से संबंधित कठिन अवधारणाओं को समझाने हेतु स्व-निर्मित मॉडल का प्रयोग किया जाना चाहिये। काष्ठ मिस्त्री की सहायता से अच्छे मॉडल, प्रयोगशाला हेतु बनवा कर रखे जाने चाहिये तथा कक्षा में उसका प्रदर्शन होना चाहिये।
3. जहाँ उपलब्ध हो वहाँ ओभर हेड प्रोजेक्टर का प्रयोग किया जाना चाहिये। यह एक बहुत अच्छा दृश्य यंत्र है तथा अमूर्त भावों को आसानी से समझने में सहायता करता है।
4. बड़े एवं सुविधा सम्पन्न विद्यालयों में जहाँ उपलब्ध हों, VCR और VCP की सहायता से विशेष रूप से बनाये हुए कैसेट का प्रयोग किया जाना चाहिये।

   ये दृश्य श्रव्य-उपकरण अमूर्त भावों को आसानी से समझने में बड़े सहायक होते हैं।
5. जहाँ उपलब्ध हों कम्प्यूटर का प्रयोग भी दृश्य-श्रव्य उपकरण के रूप में किया जाना चाहिये। इससे पठन-पाठन की दक्षता कई गुनी बढ़ जायेगी।

Class-XI

इकाई-I :

1. **समुच्चय–** सम्मुच्च एवं उनका निरूपण, परिमित एवं अनन्त समुच्चय, रिक्त समुच्चय, समिक समुच्चय, उप-समुच्चय, शक्ति समुच्चय, सर्वाष्टि समुच्चय, वेन-आरेख (सम्मिलन, सर्वनिष्ठ, अन्तर), समुच्चयों का अनुप्रयोग, दिमांगन लॉ, वास्तविक संख्याओं, दो के समुच्चय का अन्तराल, क्रमित युग्म, दो समुच्चयों का कार्तीय गुणन, दो निश्चित समुच्चयों के कार्तीय गुणन में सदस्यों की संख्या।
2. **संबंध और फलन–** सम्बन्ध की परिभाषा, दो समुच्चयों के बीच का फलन, संबंध का मुख्य प्रकार, सम्बन्ध और फलन का चित्रीय निरूपण, वास्तविक चरों का वास्तविक मान वाला फलन, प्रान्त, सह-प्रान्त और परिसर, फलन के विभिन्न प्रकार और इनका मुख्य गुण (अचर, तादात्मय, बहुपद, मापांक, Signum, महत्तम-पूर्णांक फलन), इन्जेक्टिव, सरजेक्टिव और बाईजेक्टिव फलन। फलनों का जोड़, घटाव, गुणा, उपर दिये गये सभी फलनों का ग्राफ, फलनों के ग्राफ का सममिति और रूपांतरण, $f(x+a), f(x) + (a), f(ax), a.f(x), -f(x), f(|x|), |f(x)|$ के ग्राफ की समझ अगर $f(x)$ का ग्राफ दिया हो, मापांक के मुख्य गुण, घातांक और लघुगणक फलन।
3. **गणितीय तर्कशास्त्र–** कथन, मूल तार्किय संयुक्तक, (शब्द/मुहावरा), तर्कशास्त्र में वेन आरेख का अनुप्रयोग, नकारात्मक संक्रियाएँ, यौगिक कथन और उनकी नकारात्मकता, प्रमाणक की अवधारणाएँ एवं समझ 'यदि एवं केवल यदि', इम्प्लाइज 'वाई', 'और'/ 'या' 'और', 'या', 'सभी का' कथनों की प्रामाणिकता, विरोध, विलोम और विरूद्ध धनात्मक (contrapositive) कथनों में अंतर, सत्यता सारणी, पुनरूमित, द्विबक्षता, कथनों की बीजगणित, सरल प्रश्नों के हल में तर्कशास्त्र का अनुप्रयोग, सत्यापन के प्रकार, प्रत्यक्ष संबंध (Direct), विरूद्ध धनात्मक (contrapositive), विरोध से, विपरीत उदाहरणों से सवर्सत, द्वि सवशर्त्त कथन, वैद्य यूनिट।
4. **बूलियन बीजगणित–** बीजीय संरचना के रूप में बूलियन बीजगणित, द्विबद्धता (Duality) प्रमेय, बूलियन फलन। बूलियन बीजगणित का Switching परिपथ में अनुप्रयोग।

इकाई-II :

1. **अनुक्रम और श्रेणी–** फलन के रूप में अनुक्रम की परिभाषा, निश्चित एवं अनिश्चित अनुक्रमों के उदाहरण, ए.पी., जी.पी., और एच.पी., अनुक्रम के उदाहरण, ए.पी., जी.पी. और एच.पी. के सामान्य पद, जी.पी. के गुण और उनका प्रयोग, ए.एम., जी.एम. और एच.एम. की अवधारणाएँ और उनके बीच संबंध, अनुक्रम और श्रेणी में अंतर, ए.पी., जी.पी. के n पदों का योग, जी.पी. के अनन्त पदों का योग, समानान्तर एवं गुणोत्तर अनुक्रम का n पदों का योग, माध्यों का सरल प्रयोग।
2. **समिश्र संख्याएँ–** सभी द्विघात समीकरणों के हल नहीं निकाल पाने के कारण सम्मिश्र संख्याओं की आवश्यकता, समिश्र संख्याओं के बीजीय गुणों का विस्तृत परिचय, समिश्र संख्याओं का बिन्दु के रूप में आर्गन तल पट निरूपण, ध्रुवीय निरूपण, मौलिक प्रमेय, द्विघात समीकरणों का समिश्र, संख्या पद्धति में हल, त्रिभुज असमीकरण, समिश्र संख्याओं का वर्गमूल, इकाई का घनमूल।
3. **द्विघात समीकरण एवं व्यंजक–** द्विघात समीकरण एवं व्यंजक, मूलों का सममित फलन, दिये गये मूलों से द्विघात समीकरण का निर्माण, सम्मान मूल, द्विघात व्यंजक का सीमांत मान।
4. **संचय और क्रमसंचय–** गणन का मौलिक सिद्धांत, नन ऋणात्मक पूर्णांक संख्याओं का फेक्टोरियल, सूत्रों का अवफलन एवं उनका संबंध, सरल प्रयोग (वृत्तीय संचय एवं समूह का संचय)।
5. **गणितीय आगमन का सिद्धांत–** गणितीय आगमन की जरूरत, गणितीय आगमन का सिद्धांत और उसका प्रयोग।
6. **द्विपद प्रमेय–** इतिहास, कथन एवं प्रमाण (सिर्फ धनात्मक पूर्णांक घात के लिए) पास्कल का त्रिभुज, द्विपद विस्तार का सामान्य एवं मध्य पद एवं उनका प्रयोग।
7. **रैखिक असमिकाएँ–** रैखिक असमिकाएँ, एकचर में रैखिक असमिकाओं का बीजगणितीय हल एवं संख्या रेखा पर उनका निरूपण, दो चरों में रैखिक असमिकाओं का ग्राफिय हल, दो चर वाले रैखिक असमिकाओं की संहति का ग्राफिय हल।
8. **कुछ प्रमुख अनन्त श्रेणी–** ऋणात्मक एवं भिन्नात्मक घातों के लिए द्विपद प्रमेय, घातीय एवं लघुगणकीय श्रेणी (दिये गये नियम के अनुसार एवं बिना सत्यापन) सरल प्रयोग।

इकाई-III :

1. **त्रिकोणमिति–** धनात्मक और ऋणात्मक कोण, कोणों का रेडियन और डिग्री में मापन एवं एक-दूसरे में परिवर्तन, त्रिकोणमितीय फलनों की परिभाषा, सामान्य कोणों का त्रिकोणमीतिय अनुपात, कोणांक (Argument) में एक या अधिक समकोणों को जोड़ने का प्रभाव। आवर्ती वितत, त्रिकोणमीतिय फलनों का आवर्त्त एवं चिन्ह, कोन्या, स्पर्शांत्या का ग्राफ एवं व्युत्क्रम फलन, त्रिकोणमितीय समीकरणों का सामान्य हल, संयुक्त कोण, अपवर्त कोण, आवर्तक कोण, रूपांतर सूत्र, प्रतिबंधित तादात्म्य, किसी त्रिभुज के भुजाओं एवं कोणों के बीच संबंध, त्रिभुज का क्षेत्रफल, वाह्य त्रिज्या, अन्तःत्रिज्या एवं उनके बीच संबंध, सरल समस्याओं का प्रयोग, ह मावर प्रमेय एवं उसका प्रयोग।

इकाई-IV :

(i) **नियामक ज्यामिति–** सरल रेखा का मानक व्यापक समीकरण, दो रेखाओं का छेदन, दो रेखाओं के बीच का कोण, दो रेखाओं के

बीच के अर्द्धकों का समीकरण, किसी सरल रेखा को छूने एवं दो सरल रेखाओं के बीच का कोण, सरल रेखा के समीकरणों का विविध रूप, तीन रेखाओं का एक बिन्दुगामी होना, परिवृत्तकाओं (गुरुत्व केन्द्र) कोण, समद्विभाजक (अन्तःकेन्द्र), कैवार्ड (लम्बकेन्द्र) केंद्र एवं समलम्ब समद्विभाजक (बहिःकेन्द्र) का एक त्रिभुज होना।

(ii) **शंकु खण्ड–** शंकु खण्ड, शंकु का खण्ड, वृत्त, प्रवलय, दृर्घवृत्त, अति प्रवलय, एक बिन्दु, एक सरल रेखा, दो सरल रेखाओं का जोड़ा, वृत्त का प्रमाणिक समीकरण एवं सरल गुण, प्रवलय, दृढ़ावृत्त और अतिप्रवलय का प्रमाणिक समीकरण एवं गुण, स्पर्श ज्या एवं परतंत्र का समीकरण, बिन्दु पद, सरल प्रश्न।

(iii) **त्रिविमिय ज्यामिति का परिचय–** नियामक अक्ष और त्रिविमिय नियामक, तल बिन्दु का नियामक, दो बिन्दु के बीच की दूरी और खण्ड-सूत्र।

इकाई-V :

1. **कलन का भाग–** पूर्णावलोकन इकाई-1, भाग-3 (वास्तविक मानों का फलन एवं उनका ग्राफ), सीमाएँ सतता की अवधारणा अवकलित का परिचय, दूरी फलन एवं ज्यामितिय ढंग से सीमाएँ एवं सतता का अन्तःज्ञान से परिचय, अवकलित की परिभाषा, स्पर्शज्या का ढाल से संबंध, सतता एवं अवकलनता के बीच संबंध, जोड़, घटाव, गुणा एवं भाग- फलनों के अवकलितों का, बहुपद एवं त्रिकोणमितीय फलनों का अवकलित।

इकाई-VI :

1. **सांख्यिकीय–** केन्द्रीय प्रवृत्तीय के मान और विवेचन, प्रसरण, माध्य विचलन, मानक विचलन (सामूहिक एवं असामूहिक आंकड़ा), समान माध्य किन्तु असमान प्रसरण एवं संयुक्त वितरण (विसरणों का) वाले बारम्बारता वितरण का विवेचन।
2. **प्रायिकता–** यादृच्छिक प्रयोग, आउट कम प्रतिदर्श समष्टि, घटनाओं का वेग, 'नहीं', 'और' अथवा 'या' घटनाएँ, सर्व समावेष्य घटनाएँ, परस्पर अनन्य घटनाएँ अभिगृहीतीय संबंध (पिछली कक्षाओं के संबंध में), घटनाओं की प्रायिकता, नहीं, और, या घटनाएँ।

÷

गणित

(Class-XI & XII)

I. Introduction :

The higher secondary school mathematics describes a vision in which the purposes are embedded in a context that is both broader and more consistent with accelerating changes in today's society. To develop the requisite adaptability, the instruction must adopt broader goals for all students. The instruction must reflect the needs of all students, explicitly recognizing that they will spend their adult lives in a society increasingly dominated by technology and quantitative methods.

It is intended to provide a common body of Mathematical ideas accessible to all students in spite of the existing disparities in educational opportunity in Mathematics and the increasing necessity for further education and alternative careers. It is well understood and well taken that the students entering higher secondary stage differ in many ways, including mathematical achievement, but these differences are best addressed by enrichment and extensions of the purposed contents rather than by deletions.

There is a vision of the emergence of a new classroom dynamic in which teachers and students become natural partners in developing mathematical ideas and solving mathematical problems. Assessment of student learning should be viewed as an integral part of instruction and should be aligned with key aspects of instruction.

In classes XI and XII especially, the Mathematics curriculum includes the refinement and extension of methods of mathematical problem solving so that all students can–

* use, with increasing confidence, problem-solving approaches to investigate and understand mathematical content;
* apply integrated mathematical problem-solving strategies to solve problems from within and outside mathematics;
* Recognise and formulate problems from situations within and outside Mathematics;
* Apply the process of Mathematical modelling to real-world problems situation.
* move towards abstractions.
* reflect upon and clarify their thinking about mathematical ideas and relationship.
* formulate mathematical definitions and express generalisations discovered through investigations;
* express mathematical ideas orally and in writing.

In short, at this stage students should develop analytical ability logical interpretation skill and sharp thinking power.

The following instructional practices in Mathematics are recommended.

* The active involvement of students in constructing and applying mathematical ideas.
* Treating problem solving as a means as well as a goal of instruction.
* Effective questioning techniques that promote student interaction.
* The use of a variety of instructional formats such as, small groups, individual explorations, peer instruction, whole-class discussions, project-work, use of Mathematical Laboratories, etc.
* Student communication of Mathematical ideas orally and in writing.
* The establishment, understanding and application of the interrelatedness of Mathematical topics.
* The assessment of learning as an integral part of instruction.

The following practices need to be avoided as far as possible :

* Assuming teacher and text as exclusive sources of knowledge.
* Rote memorization of facts and procedures.
* Paper-and-pencil manipulative skill work.
* Instruction by teacher exposition.

2. *Objectives :*

The basic objectives of teaching mathematics at the senior secondary stage is to develop among students a sound analytical ability, deep logical interpretation with sharp thinking and application of mathematics into various other branches of science and humanities (Bio-Mathematics, Environmental Mathematics, Mathematical Economics). Developing problem-solving ability and to be able to formulate real-life situation, mathematically.

The mathematization of the concepts has been stressed upon rather than rote learning, at this stage. The proposed syllabus is an amalgamation of the present Bihar Syllabus and new NCERT-syllabus in a way that the broad headings given in the new NCERT-syllabus have been retained while the contents of both the syllabi have been incorporated keeping in mind. For example "chord of contact, equations of tangents and normals, condition of tangency of a line", have been included in the co-ordinate give a better understanding together with a tool to increase problem solving ability.

The present NCERT syllabus has been retained with few additions but no deletion, presuming the Class-XI Examination will be internal assessment of the school and questions in the Board Examination would be asked from Class-XII portion of the syllabi. It may be proposed that twenty per cent (20%) of the total weightage be given on objective type questions and rest on "short answer" questions fully based on the syllabus with main focus being given on the application of mathematical concepts and ideas.

The teachers need to use more figures, sketches of various curves while delivering their lectures in the classes. This helps the students visualise the abstract ideas, thereby making the transition to abstraction easier. For the sake of convenience of teachers and students, the syllabus is presented in an explicit form.

COURSE-STRUCTURE

Class-XI

One Paper **Three Hours** **Max. Marks : 100**

Units		Marks
1.	Mathematical Logic, Sets and Functions	26
2.	Algebra	30
3.	Trigonometry	10
4.	Co-ordinate Geometry	14
5.	Elements of Calculus	08
6.	Statistics and Probability	12
		100

3. *Outlines of the Syllabus (For Class-XI):*

UNIT-I : MATHEMATICAL LOGIC, SETS & FUNCTIONS : ***(Periods-12)***

1. **Sets :** Sets and their representations, Finite & infinite sets, Empty sets, Equal sets, Subsets, Power sets, Universal sets, Venn diagrams, Operations on sets (Union, Intersection, Difference of sets), Complement of a set, Application of sets. De Morgan's Law, Intervals in the set of real numbers.
2. **Relations and Functions :** Ordered pairs, cartesian product of two sets, Number of elements in the cartesian product of two finite sets. Definition of a relation, function as a special kind of relation between two sets. Pictorial representation of a relation and function, Real-valued functions of a real variable. Domain, Co-domain and range of such functions, Different types of functions and their basic properties (Constant, identity, Polynomial, Modulus, Signum, Greatest-integer function), Injective, surjective and bijective functions Sum, Difference, Product of functions, Graphs of all such functions. Symmetry and transformation of graph of functions, understanding the graphs of $f(x+a)$, $f(x)+a$, $f(ax)$, $a.f(x)$, $-f(x)$, $f(|x|)$, $|f(x)|$ if the graph $f(x)$ is known. Basic properties of modulus, exponential and logarithmic functions. ***(Periods-15)***

3. **Mathematical Logic :** Statement, basic logical connectives (words/phrases), Use of Venn diagrams in logic, Negative operation, Compound statements and their negations. Concepts and understanding of quantifiers ("If and only if", "implies", "implied by", "and/or", "and", "or", "for all", "there exists") Validation of statements, Difference between contradiction, converse and contrapositive statements. ***(Periods-12)***
Truth tables, tautology, Duality, Algebra of statements, Applications of logic in solving simple problems. Kind of proofs: direct, contrapositive, by contradiction by counter example. Conditional and biconditional statements, valid arguments.

4. **Boolean Algebra :** Boolean algebra as an algebraic structure. Principle of duality, Boolean functions, Application of Boolean Algebra in Switching Circuit. ***(Periods-04)***

UNIT-II : ALGEBRA

1. **Sequence and Series :** Definition of a sequence as a function, Example of finite and infinite sequences, general terms of an A.P., G.P. and H.P. Properties of A.P. and G.P. and their application. Concept of A.M., G.M. and H.M. and relation between them. Difference between a sequence and a series. Sum of the first n terms of an A.P., G.P. Sum of an infinite G.P. Sum of an Arithmeticogeometric series. Evaluation Σn, Σn^2 and Σn^3. Simple application of means, Inequalities. ***(Periods-12)***

2. **Complex numbers :** Need for complex numbers to be motivated by inability to solve every quadratic equation. Brief description of algebraic properties of complex numbers. Representation of complex numbers as points on Argand plane, polar representation. Statement of Fundamental theorem of Algebra, solution of Fundamental theorem of Algebra, solution of quadratic equations in the complex number system. Modulus and arguments of complex numbers. Triangle inequality, Square root of a complex number, cube root of unity. ***(Periods-10)***

3. **Quadratic equations and expressions :** Quadratic equations and expressions. Symmetric functions of roots, formation of quadratic equations with given roots, common roots, Extreme values of quadratic expressions. ***(Periods-08)***

4. **Permutation & Combination :** Fundamental Principle of counting. Concept of Factorial of non-negative integers. Permutations and combinations, Derivative of formulae and their connections, simple applications (including, permutations in groups and cyclic permutations). ***(Periods-10)***

5. **Principle of Mathematical Induction :** The need for mathematical induction. The principle of mathematical induction and simple applications. ***(Periods-04)***

6. **Binomial Theorem :** History, statement and proof of the bionimal theorem for positive integral indices. Pascal's triangles, general and middle term in binomial expansion, simple applications. ***(Periods-08)***

7. **Logarithm :** Definition with respect to a given base and natural base, properties and application to simple problems. ***(Periods-04)***

8. **Some important Infinite Series :** Binomial Theorem for negative and fractional indices exponential and logarithmic series with proper conditions on the variable and without proof, simple applications. ***(Periods-06)***

UNIT-III : TRIGONOMETRY ***(Periods-18)***

Positive and negative angle, Measuring angles in radians & in degrees and conversion from one measure to another. Definition of trigonometric functions. Trigonometric ratios of general angles. Effect of adding one or more right angles to the argument. Periodic functions, Periods of trigonometric functions, signs of trigonometric functions, Graphs of sine, cosine, tangent and their reciprocal functions. General

solutions of trigonometric equations. Compound angles. Multiple and submultiple angles. Transformation formula. Conditional identities.

Relation between sides and angles of a triangle. Area of triangle, circum-radius, in-radius and ex-radii and relation between them. Application to simple problems. De Moivre's theorem and application to simple problems.

UNIT-IV : CO-ORDINATE GEOMETRY ***(Periods-09)***

1. **Straight lines :** Standard general equation of a straight line, Intersection of lines. Equation of bisectors of angle between two straight lines. Slope of a line and angle between two lines. Various forms of equations of a line, concurrency of three lines, concurrency of medians (centroid), angle-bisectors (incentre), altitudes (ortho-centre) and perpendicular-bisectors (circum-centre).
2. **Conic Sections :** Definition of a conic by focus directrix property, sections of a cone : circle, ellipse, parabola, hyperbola, a point, a straight line and pair of intersecting lines as a degenerated case of a conic section. Standard equations and simple properties of circle, parabola ellipse and hyperbola. Equation of tangent and normal. Locus of a point, simple problems. ***(Periods-12)***
3. **Introduction of three dimensional geometry, cordinate axis and dimensional coord'nate, coordinates of a point - on plane, distance between two points and section formula.** ***(Periods-18)***

UNIT-V : ELEMENTS OF CALCULUS

Recall Unit-1, Sections 3 (Real-valued functions of a single variable and their graphs). Concepts of limit & continuity. Derivative introduced as rate of change both as that of distance functions and geometrically, intuitive idea of limit and continuity. Definition of derivative, relate it to slope of tangent of the curve, Relation between continuity and differentiability. Derivative of sum, difference, product and quotient of a function, Derivative of polynomial and trigonometric functions. ***(Periods-08)***

UNIT-VI : STATISTICS & PROBABILITY

1. **Statistics :** Measure of central tendency and dispersion, variance, mean deviation and standard deviation of ungrouped / grouped data. Analysis of frequency distributions with equal means but different variances and variance of combined distribution.

2. **Probability :** Random experiments, outcomes, sample spaces (set representation). Events : occurence of events, 'not', 'and' & 'or events, exhaustive events, mutually exclusive events. Axiomatic (set theorotic probability) Connections with the theories of earlier classes. Probability of an event, probability of 'not', 'and' & 'or' events. ***(Periods-10)***

Note : Focus should be laid on formulation of problems related to real-life situations (like environments, travel etc.) and connections with other subjects of study.

वर्ग- XII

विषय- गणित

यूनिट-1 : सम्बन्ध एवं फलन (Relation and Function)

1.1 **सम्बन्ध और फलन–** सम्बन्ध के प्रकार (प्रतिवर्ती (Reflexive), सममिति (Symmetric), संक्रामी (Transitive), तुल्य संबंध, फलनों का संयोजन, प्रतिलोम फलन, द्वि-चर संक्रिया)।

1.2 **व्युत्क्रम त्रिकोणमितिय फलन–** प्रारंभिक अवधारणा एवं गुण, परिभाषा, परिसर, प्रांत, व्यापक और मुख्य मान, व्युत्क्रम त्रिकोणमितिय फलनों का आरेख और इनके प्रारंभिक गुण।

यूनिट-2 : बीजगणित (Algebra)

2.1 आव्यूह (Matrix)– आव्यूह की अवधारणाएँ, संकेत, कोटि (Order), समानता, प्रकार, शून्य आव्यूह (Zero Matrix), परिवर्तन (Transpose), सममीति एवं कुटिल सममीति आव्यूह (Symmetric and Skew Symmetric of a Matrix), आव्यूह का योग एवं गुणन और अदिश से गुणन का क्रम, विनिमेय नियम का पालन नहीं करना, आव्यूह के गुणनफल का शून्य-विभाजक की अवधारण। प्रारंभिक रों तथा कॉलम (Row and Column) की संक्रियाओं की अवधारणा। आव्यूह का सह खण्ड (Adjoint) और प्रतिलोम (Invertibility)।

2.2 सारणिक (Determinant)– वर्ग-आव्यूह का सारणिक (3×3 कोटि तक), सारणिक के गुण, उप सारणिक, सह-खण्ड और किसी त्रिभुज के क्षेत्रफल निकालने से सारणिक का अनुप्रयोग, 1, 2 या तीन चर-मुक्त रेखायें, समीकरण निकाय की निकाय विरोधी या अविरोधी होना तथा उनके संभावित हल की संख्या (Matrix - inversion विधि द्वारा)।

यूनिट-3 : कलन (Calculus)

3.1 किसी बिन्दु पर कलन का अवकलन, संयोजन फलन का अवकलन, संयोजन फलन का अवकलन (Chain-rule), अस्पष्ट फलन, प्रतिलोम वृत्तीय फलन, लघुगणकीय एवं चर घाताकी फलनों का अवकलन, लघुगणकीय अवकलन, फलनों का परिमीतिय रूप का अवकलन, प्रायल रूप से तीन-कोटि के कलन का अवकलन, रुल का प्रमेय तथा लैगरांजे का मध्य बिन्दु प्रमेय (सत्यापन रहित) तथा उनकी ज्यामीतिय व्याख्या।

3.2 अवकलन का अनुप्रयोग– दर मापक के रूप में, $\frac{dy}{dx}$ की ज्यामीतिय व्याख्या, वर्धमान एवं असमान फलन, स्पर्शरेखा एवं अभिलम्ब, अवकलन का चिन्ह, सन्निकट मान, उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ मान (प्रथम अवकलन का ज्यामीतिय अभिप्रेरणा एवं द्वितीय अवकलन का प्रमाणीय तकनीक के रूप में प्रयोग), वास्तविक जीवन की सामान्य समस्याओं पर आधारित प्रश्न।

3.3 अनिश्चित समाकलन (Indefinite Integrals)– समाकलन : अवकलन की विपरीत क्रिया, प्रतिस्थापन विधि, खण्ड विधि एवं आंशिक-भिन्न विधि से समाकलन। निम्न प्रकार के सामान्य सकलन–

$$\int \frac{dx}{x^2 \pm a^2} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \quad \int \frac{px+q}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$$

$$\int \frac{px+q}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx \quad \int \sqrt{ax^2 \; x^2} \; dx \text{ तथा } \int \sqrt{x^2 - a^2 d}$$

3.4 निश्चित समाकलन (Definite Integrals)– निश्चित समाकलन योगफल सीमा के रूप में एवं इसके सरल गुण, कलन का मौलिक सिद्धांत, निश्चित समाकलन के गुण।

3.5 समाकलन के अनुप्रयोग– मानक सरल वक्र से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (सरल रेखा, वृत्त के चाप, परवलय/दीर्घवृत्त), उपरोक्त वर्णित वक्रों के बीच का क्षेत्रफल।

3.6 अवकल समीकरण– कोटि एवं घात की परिभाषा, अवकलन समीकरण की रचना (जिनका व्यापक रूप दिया गया हो), समीकरण का व्यापक एवं खास हल, अवकलन समीकरण का चर पृथक्कीकरण विधि से हल, समघात अवकलन समीकरण (प्रथम कोटि एवं प्रथम घात), रेखीय अवकलन समीकरण का हल (प्रथम कोटि या $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$ के प्रकार का), पर्यावरण तथा गति-विज्ञान से संबंधित समस्याओं में अवकलन समीकरणों का प्रयोग, सरल उदाहरण।

यूनिट-4 : सदिश

4.1 सदिश– सदिश एवं अदिश, मापांक एवं सदिशों की दिशा, दिशा कोज्या/सदिशों का अनुपात, सदिशों का प्रकार (समान सदिश, शून्य सदिश, स्थिति सदिश, इकाई सदिश, रैखिक सदिश, समान्तर सदिश), किसी बिन्दु का स्थिति सदिश, ऋणात्मक सदिश, स्थानीय एवं स्वतंत्र सदिश, सदिशों का संघटक, दो सदिशों का योग, सदिश का अदिश से गुणन, दो सदिशों का अदिश एवं सदिश गुणन एवं इनका ज्यामीतिय अर्थ, रेखाखंड को दिए गए अनुपात में विभाजित करनेवाले बिन्दु का स्थिति सदिश (Position Vector), एक रेखा पर दिए गए सदिश का प्रक्षेपण, अदिश एवं सदिश का त्रिगुणन।

4.2 3-D त्रिआमक ज्यामीति– 3-D समूह में त्रियान कक्ष एवं निर्देशांक समष्टि में बिन्दुओं का त्रिआमक, दो बिन्दुओं के

बीच की दूरी, खण्ड सूत्र, दिक् कोन्या, दो बिन्दुओं को मिलानेवाली रेखा का दिक् कोण- (a) दो रेखाओं के बीच का कोण, (b) दो समतल के बीच का कोण (c) एक रेखा एवं तल के बीच का कोण, सरल रेखा से किसी बिन्दु की दूरी, तीन बिन्दुओं के संरेखी (Collinear) होने की शर्त, समतलीय एवं कुटिल रेखाएँ, दो रेखाओं के बीच की निम्नतम दूरी, दो रेखाओं के छेदक होने की शर्त, दो तलों के छेदक होने की शर्त तथा एक रेखा एवं एक तल के छेदक होने की शर्त, कार्तीय एवं सदिश रूप में व्यक्त दो रेखाओं के समतलीय होने की शर्त, किसी बिन्दु से तल पर डाले गए लम्ब की लम्बाई (सदिश एवं कार्तीय दोनों विधि से)।

यूनिट-5 : रैखिक असमीकरण एवं रैखिक प्रोग्रामिंग

रैखिक असमीकरण, एक चर वाले रैखिक असमीकरणों का बीजगणितीय हल एवं उनका संख्या रेखा पर निरूपण, दो चर वाले रैखिक असमीकरणों का ग्राफीय हल, दो चर वाले रैखिक असमीकरण-तंत्र एवं उनका ग्राफिय हल, रैखिक प्रोग्रामिंग में प्रयुक्त होनेवाले विभिन्न शब्दावलियों से परिचय एवं उनकी परिभाषा। विभिन्न प्रकार के रैखिक प्रोग्रामिंग समस्याएँ (Linear Programming Problems) एवं उनका गणितीय संरूपण, दो चर वाले LPP का ग्राफीय हल। साध्य एवं असाध्य क्षेत्र Feasible and infesibles regions), साध्य एवं असाध्य हल, इष्टतम (Optimal) एवं साध्य हल (तीन अनगण्य (Nontrivial) प्रतिबंधों या संकीर्णकों तक का प्रयोग करते हुए।

यूनिट-6 : प्रायिकता (Probability)

प्रायिकता का गुणन प्रमेय, प्रतिबंधी प्रायिकता, स्वतंत्र घटनाएँ, कुल प्रायिकता, बॉयस का प्रमेय, यादृच्छिक चर एवं प्रायिकता वितरण, अनियमित चरों का माध्य (Mean) एवं प्रसरण (Variance), पुनरावृत्त प्रयास (Bernoulli trails) एवं द्विपद वितरण।

COURSE-STRUCTURE

Class-XII

One Paper | **Three Hours** | **Max. Marks : 100**

Units		Marks
1.	Relations and functions	10
2.	Algebra	13
3.	Calculus	40
4.	Vectors and Three-dimensional geometry	18
5.	Linear programming	09
6.	Probability	10
		100

UNIT-I : RELATIONS AND FUNCTIONS : *(Periods-12)*

1. **Relations and Functions :** Types of relations : Reflexive, Symmetric and Transitive, Equivalence relations, Composite functions, Inverse of a function, Binary Operations.

2. **Inverse trigonometric Functions :** *(Periods-12)*

Elementary concepts and properties of inverse trigonometric functions, Definition, Range, domain, general and principle value branches. Graphs of inverse trigonometric functions. Elementary properties of inverse trigonometric functions.

UNIT-II : ALGEBRA :

1. **Matrices :** *(Periods-15)*

Concept of a matrix, Notation, order, equality, types of matrices, zero matrix, transpose of a matrix, Symmetric and Skew-symmetric matrices. Addition, Multiplication and scalar multiplication of matrices, Addition, Multiplication and scalar multiplication of matrices and their simple properties, Non-commutativity of matrix-multiplication and concepts of zero-divisors in product of matrices. Concept of elementary row and column operations. Adjoint of a matrix and invertible matrices. Proof of uniuences of inverse, if it exists.

2. Determinants : *(Periods-15)*

Determinant of a square matrix (upto 3 x 3 matrices). Properties of determinants, minors, cofactors and applications of determinants in finding the area of a triangle. Consistency, inconsistency and number of possible solutions of a system of linear equations in two or three variables (using matrix inversion method).

UNIT-III : CALCULUS :

1. Differentiability : *(Periods-18)*

Derivative of a function at a point, Derivative of a composite function, Chain rule, Derivatives of implicit functions, inverse circular functions, exponential and logarithmic functions. Logarithmic differentiation. Derivative of functions expressed in parametic forms. Derivatives upto order three.

Rolle's and Lagrange's mean value theorems / theorem (without proof) and their geometric interpretations.

2. Applications of Derivatives : *(Periods-15)*

dy / dx as a rate-measurer, geometric interpretation of dy/dy, increasing and decreasing functions, tangents and normals, approximation, signs of derivatives, maxima and minima

3. Indefinite Integrals: *(Periods-15)*

d

4. Definite integrals : *(Periods-10)*

Definite Integrals as limit of a sum and its simple properties. Fundamental theorem of calculus (without proof), Evaluation of definite integrals. Properties of definite integrals.

5. Application of the integrals : *(Periods-10)*

Application in finding the area enclosed by simple curves, especially lines, areas of circles / Parabolas / ellipses (in standard form), area between the two above said curves (clearly identifiable regions).

6. Differential Equations : *(Periods-10)*

Definition, order degree. Formation of differential equation whose general solution is given, general and particular solutions of a differential equations. Solution of differential equations by method of separtion of variables, homogenous differential equations of first order and first degree. Linear differential equation of order one (or the type : dy/dx + p(x)y = q(x). Applications of differential equations to problem related to the environment and to Dynamics (simple cases only).

UNIT-IV : VECTORS AND THREE-DIMENSIONAL GEOMETRY :

1. Vectors : *(Periods-10)*

Vectors and scalars, magnitude, and direction of a vector. Direction consines / ratios of a vector, types of vectors (equal, unit, zero, parallel and collinear vectors), position vector of a point, negative of a vector, local and free vectors, components of a vector, addition of vectors, multiplication by scalars. Position vector of a point dividing a line segment in a given ratio. Scalar and vector product of two vectors with their geometrical meaning. Projection of a vector on a line. Scalar and vector triple product.

2. Introduction to Three-dimensional Geometry : *(Periods-18)*

Co-ordinate axes and co-ordinate planes in three dimensions. Co-ordinates of a point, Distance between two points and section formula.

Direction cosines / ratios of a line joining two points. Cartesian equation of a line and plane. Angles between (a) two lines, (b) two planes, (c) aline and a plane. Distance of

a point from a line. Collinearity of three points. Coplanar and skew lines. Shortest distance between two lines. Condition of intersection of two lines and two planes and a line and a plane.

Condition of coplanarityof two lines in vector and cartesian form length of perpendicular of a point from a plane by both vectors and cartesian method.

NIT-V : **LINEAR INEQUATIONS AND LINEAR PROGRAMMING :**

1. Linear inequations, Algebraic solutions of linear inequations in one variable and their representation on the number line. Graphical solutions of linear inequations in two variables. Solution of system of linear inequations in two variables (graphically).

Introduction, definition of related terminology such as constraints, objective function, optimization, different types of linear programming problems (LPP), mathematical formulation of LPP, graphical method of solution for problems in two variables, feasible and infeasible regions, feasible and infeasible solutions, optimal and feasible solutions (up to three non-trivial constraints)

NIT-VI : **PROBABILITY :** ***(Periods-12)***

1. **Probability :** Multiplication theorem on probability. Conditional probability, independent events, total probability, Bay'es theorem. Random variable and its probability distribution, mean and variance of haphazard variable. Repeated independent (Bernoulli) trials and Binomial distribution.

Note : Attempt should be made to discuss real life problems as far as practicable. Techniques of matrices, alculus and linear programming should be used to solve such problems.

+