इकाई (Unit) 1

सम्मिश्र संख्या
(Complex Numbers)

बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 1. यदि इकाई के घनमूल 1, ω, ω^2 हों, तो समीकरण $(x-1)^3 + 8 = 0$ के मूल हैं

(a) $-1, 1+2\omega, 1+2\omega^2$ (b) $-1, 1-2\omega, 1-2\omega^2$

(c) –1, –1, – (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 1. If the cube roots of unity be 1, ω, ω^2, then the roots of the equation $(x-1)^3 + 8 = 0$ are

(a) $-1, 1+2\omega, 1+2\omega^2$ (b) $-1, 1-2\omega, 1-2\omega^2$

(c) –1, –1, – (d) None of these

प्रश्न 2. $\sqrt{-2}\sqrt{-3}$ =

(a) (b) – (c) i (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 2. = $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(a) (b) – (c) i (d) None of these

प्रश्न 3. दो संख्यायें जिनमें से प्रत्येक दूसरे का वर्ग हो, हैं

(a) ω, ω^3 (b) –i, i (c) –1, 1 (d) ω, ω^2

Que. 3. The two numbers such that each one is square of the other, are

(a) ω, ω^3 (b) –i, i (c) –1, 1 (d) ω, ω^2

प्रश्न 4. यदि z_1 तथा z_2 दो अशून्य सम्मिश्र संख्याएँ ऐसी हों कि $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ हो तब कोणांक (z_1) – कोणांक (z_2) का मान है

(a) $-\pi$ (b) (c) (d) 0

Que. 4. If z_1 and z_2 are two non-zero complex numbers such that $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$, then arg (z_1) – arg (z_2) is equal to

(a) $-\pi$ (b) (c) (d) 0

प्रश्न 5. यदि $a + ib = c + id$, तब

(a) $a - c = i(b - d)$ (b) $a - ib = c - id$

(c) $a = d, b = c$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 5. If $a + ib = c\ id$, then

(a) $a - c = i(b - d)$ (b) $a - ib = c - id$

(c) $a = d, b = c$ (d) None of these

प्रश्न 6. यदि n एक धनात्मक पूर्णांक हो, तो निम्न में कौन–सा सम्बन्ध असत्य है

(i) $i^{4n} = 1$ (b) $i^{4n-1} = i$ (c) $i^{4n+1} = i$ (d) $i^{-4n} = 1$

Que. 6. If n is a positive integer, then which of the following relations is false

(i) $i^{4n} = 1$ (b) $i^{4n-1} = i$ (c) $i^{4n+1} = i$ (d) $i^{-4n} = 1$

प्रश्न 7. arg =

(a) $\arg z_1 / \arg z_2$ (b) $\arg z_1 + \arg z_2$ (c) $\arg z_1 - \arg z_2$ (d) इनमें से कोईनहीं

Que. 7. $\arg \frac{z_1}{z_2} =$

(a) $\arg z_1 / \arg z_2$ (b) $\arg z_1 + \arg z_2$ (c) $\arg z_1 - \arg z_2$ (d) None of these

प्रश्न 8. यदि $x + i\,y = \sqrt{\frac{a+ib}{c+id}}$, तो $(x^2 + y^2)^2 =$

(a) $\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$ (b) (c) (d)

Que. 8. If $x + i\,y = \sqrt{\frac{a+ib}{c+id}}$, then $(x^2 + y^2)^2 =$

(a) $\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$ (b) (c) (d)

प्रश्न 9. सम्मिश्र समतल में बिन्दु $1 + 3i, 5 + i, 3 + 2i$ है

(a) एक समकोणीय त्रिभुज के शीर्ष (b) समरेखीय

(c) एक अधिक कोण त्रिभुज के शीर्ष (d) एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष

Que. 9. The points 1 + 3i, 5 + i and 3 + 2i in the complex plane are

(a) Vertices of a right angled triangle

(b) Collinear

(c) Vertices of an obtuse angled triangle

(d) Vertices of an equilateral triangle

प्रश्न 10. $\sqrt{i}$ =

(a) (b) $\pm\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ (c) $\pm\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 10. $\sqrt{i}$ =

(a) (b) $\pm\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ (c) $\pm\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ (d) None of these

प्रश्न 11. समीकरण $\frac{(1+i)x-2i}{3+i}+\frac{(2-3i)y+i}{3-i}=i$ को सन्तुष्ट करने वाले x, y के मान हैं

(a) x = – 1, y = 3 (b) x = 3, y = – 1 (c) x = 0, y = 1 (d) x = 1, y = 0

Que. 11. The values of x and y satisfying the equation $\frac{(1+i)x-2i}{3+i}+\frac{(2-3i)y+i}{3-i}=i$

(a) x = – 1, y = 3 (b) x = 3, y = – 1 (c) x = 0, y = 1 (d) x = 1, y = 0

प्रश्न 12. यदि ω इकाई का एक घनमूल हो, तो $(1+\omega-\omega^2)(1-\omega+\omega^2)$ =

(a) 1 (b) 0 (c) 2 (d) 4

Que. 12. If ω is a cube root of unity, then $(1+\omega-\omega^2)(1-\omega+\omega^2)$ =

(a) 1 (b) 0 (c) 2 (d) 4

प्रश्न 13. =

(a) $\frac{1}{2}+\frac{9}{2}i$ (b) $\frac{1}{2}-\frac{9}{2}i$ (c) $\frac{1}{4}-\frac{9}{4}i$ (d) $\frac{1}{4}+\frac{9}{4}i$

Que. 13. $\frac{1}{1-2i}+\frac{3}{1+i}\left(\frac{3+4i}{2-4i}\right)$ =

(a) $\frac{1}{2}+\frac{9}{2}i$ (b) $\frac{1}{2}-\frac{9}{2}i$ (c) $\frac{1}{4}-\frac{9}{4}i$ (d) $\frac{1}{4}+\frac{9}{4}i$

प्रश्न 14. $\frac{1+i}{1-i}$ के कोणांक तथा मापांक क्रमशः हैं

(a) – तथा 1 (b) तथा (c) 0 तथा (d) तथा 1

Que. 14. Argument and modulus of are respectively

(a) – and 1 (b) and (c) 0 and (d) and 1

प्रश्न 15. i + =

(a) 1 (b) –1 (c) –i (d) 0

Que. 15. i + =

(a) 1 (b) –1 (c) –i (d) 0

प्रश्न 16. =

(a) 1 ± 3i (b) ± (1 – 3i) (c) ± (1 + 3i) (d) ± (3 – i)

Que. 16. =

(a) 1 ± 3i (b) ± (1 – 3i) (c) ± (1 + 3i) (d) ± (3 – i)

प्रश्न 17. वास्तवकि होगा, यदि θ =

(a) 2nπ (b) $n\pi + \frac{\pi}{2}$ (c) nπ (d) इनमें से कोई नहीं

जहाँ n एक धनात्मक पूर्णांक है।

Que. 17. will be real, if θ =

(a) 2nπ (b) $n\pi + \frac{\pi}{2}$ (c) nπ (d) None of these

where n is positive integral.

प्रश्न 18. यदि z एक सम्मिश्र संख्या हो, तो निम्न में से कौन–सा सम्बन्ध सत्य नहीं है

$|z^2| = |z|^2$ (b) $|z^2| = |\quad|^2$ (c) z = (d) ^{2} =

Que. 18. If z is a complex number, then which of the following is not true

$|z^2| = |z|^2$ (b) $|z^2| = |\bar{z}|^2$ (c) z = (d) ^{2} =

प्रश्न 19. यदि α और β इकाई के सम्मिश्र मूल हों, तो $\alpha^2 + \beta^4 + \frac{1}{\alpha\beta}$ =

(a) 3 (b) 0 (c) 1 (d) 2

Que. 19. If α and β are are imaginary cube roots of unity, then $\alpha^2 + \beta^4 + \frac{1}{\alpha\beta}$ =

(a) 3 (b) 0 (c) 1 (d) 2

प्रश्न 20. यदि ω इकाई का एक घनमूल हो, तो $(1 - \omega + \omega^2)^5 + (1 + \omega - \omega^2)^5$ =

(a) 16 (b) 32 (c) 48 (d) – 32

Que. 20. If ω is a cube root of unity, then the value of $(1 - \omega + \omega^2)^5 + (1 + \omega - \omega^2)^5$ =

(a) 16 (b) 32 (c) 48 (d) – 32

प्रश्न 21. यदि z_1 तथा z_2 दो सम्मिश्र संख्यायें हों तो $|z_1 + z_2|$

(a) $\leq |z_1| + |z_2|$ (b) $\leq |z_1| - |z_2|$ (c) $< |z_1| + |z_2|$ (d) $> |z_1| + |z_2|$

Que. 21. If z_1 and z_2 are two complexnumbers, then $|z_1 + z_2|$ is

(a) $\leq |z_1| + |z_2|$ (b) $\leq |z_1| - |z_2|$ (c) $< |z_1| + |z_2|$ (d) $> |z_1| + |z_2|$

प्रश्न 22. यदि $|z| = 4$ और $\arg z = \frac{5\pi}{6}$, तो z =

(a) (b) (c) – (d) –

Que. 22. If $|z| = 4$ and arg z = , then z =

(a) (b) (c) – (d) –

प्रश्न 23. यदि $z = x + iy$, तो बिन्दुओं z, iz तथा z + iz से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल है

(a) $2|z|^2$ (b) $|z|^2$ (c) $|z|^2$ (d) $|z|^2$

Que. 23. If $z = x + iy$, then the area of the triangle whose vertices are points z, iz and z + iz is

(a) $2|z|^2$ (b) $|z|^2$ (c) $|z|^2$ (d) $|z|^2$

प्रश्न 24. पूर्णतः अधिकल्पित होगा, यदि $\theta =$

(a) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (b) $n\pi +$ (c) $n\pi \pm$ (d) इनमें से कोई नहीं

जहाँ n एक पूर्णांक है।

Que. 24. will be purely imaginary, if $\theta =$

(a) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (b) $n\pi +$ (c) $n\pi \pm$ (d) None of these

where n is an integral.

प्रश्न 25. $(1 - \cos\theta + 2i\sin\theta)^{-1}$ का वास्तविक भाग है

(a) (b) $\frac{1}{5-3\cos\theta}$ (c) $\frac{1}{3-5\cos\theta}$ (d) $\frac{1}{5+3\cos\theta}$

Que. 25. The real part of $(1 - \cos\theta + 2i\sin\theta)^{-1}$ is

(a) $\frac{1}{3+5\cos\theta}$ (b) $\frac{1}{5-3\cos\theta}$ (c) $\frac{1}{3-5\cos\theta}$ (d) $\frac{1}{5+3\cos\theta}$

प्रश्न 26. यदि $(x + iy)^{1/3} = a + ib$ हो तब $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}$ बराबर है

(a) $4(a^2 + b^2)$ (b) $4(a^2 - b^2)$ (c) $4(b^2 - a^2)$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 26. if $(x + iy)^{1/3} = a + ib$, then $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}$ is equal to

(a) $4(a^2 + b^2)$ (b) $4(a^2 - b^2)$ (c) $4(b^2 - a^2)$ (d) None of these

प्रश्न 27. समीकरण $|z| - z = 1 + 2i$ का हल है

(a) $2 - \frac{3}{2}i$ (b) $+ 2i$ (c) $- 2i$ (d) $- 2 +$ i

Que. 27. The solution of the equation $|z| - z = 1 + 2i$ is

(a) $2 - i$ (b) $+ 2i$ (c) $- 2i$ (d) $- 2 + i$

प्रश्न 28. =

(a) 1 (b) 2i (c) 1 – i (d) 1 – 2i

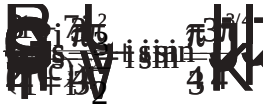
Que. 28. =

(a) 1 (b) 2i (c) 1 – i (d) 1 – 2i

प्रश्न 29. के सभी मूलों का गुणनफल है

(a) – 1 (b) 1 (c) $\frac{3}{2}$ (d) –

Que. 29. The product of all the roots of , is

(a) – 1 (b) 1  (d) –

प्रश्न 30. =

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{2}$

(c) $\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Que. 30. $\frac{1+7i}{(2-i)^2}$ =

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{2}$

(c) $\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}$ (d) None of these

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 31. मान ज्ञात कीजिये :

(a) i^{99} (b) i^{-71} (c) i^7 (d) i^{15}

(e) i^{-55} (f) $i^2 + \frac{1}{i^2}$

Que. 31. Find the value :

(a) i^{99} (b) i^{-71} (c) i^7 (d) i^{15}

(e) i^{-55} (f) $i^2 +$

सिद्ध कीजिए :

Prove that :

32. $i^5 + i^6 + i^7 + i^8 = 0.$

33. $i^{107} + i^{112} + i^{117} + i^{122} = 0.$

34. $= 0.$ $\frac{1}{i^2}\sqrt{2}\frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} - \frac{1}{i^4}$

35. $i\,(i^{12} + i^{13} + i^{14} + i^{15}) = 0.$

36. सिद्ध कीजिए कि $i^8 + i^{10} + i^{20} + i^{30}$ एक वास्तविक संख्या है।

36. Prove that $i^8 + i^{10} + i^{20} + i^{30}$ is a real number.

37. $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0.$

38. $(1 + i)^4 \left(1 + \frac{1}{i}\right)^4 = 16.$

प्रश्न 39. निम्नांकित सम्मिश्र संख्याओं को क्रमित युग्म रूप में व्यक्त कीजिए :

(i) 0 + 0i (ii) 2 + 3i (iii) $\sqrt{2}$ + i (iv) 3 – 2i

(v) – a – bi (vi) – 7i.

Que. 39. Write the following in the form of ordered pairs :

(i) 0 + 0i (ii) 2 + 3i (iii) + i (iv) 3 – 2i

(v) – a – bi (vi) – 7i.

प्रश्न 40. निम्नांकित क्रमित युग्मों को संगत सम्मिश्र संख्याएँ a + ib के रूप में लिखिए :

(i) (1, 0) (ii) (0, 1) (iii) (2, –) (iv) (–3, 5).

Que. 40. Write the following ordered pairs in the form of a + ib :

(i) (1, 0) (ii) (0, 1) (iii) (2, –) (iv) (–3, 5).

प्रश्न 41. a और b के मान की गणना कीजिए जबकि

(i) (3, b) = (a, – 1) (ii) (0, 2) = (a – 3, b + 5)

Que. 41. Calculate the value of a and b when

(i) (3, b) = (a, – 1) (ii) (0, 2) = (a – 3, b + 5)

प्रश्न 42. x और y के मान की गणना कीजिए जबकि

Que. 42. Compute x and y while

(i) $3x + (2x - y)\,i = 6 - 3i$ (ii) $(8 - 3x) + (2y + 5)\,i = 0$

(iii) $3x + (2x - y)\,i = 6 - 3i$.

प्रश्न 43. यदि $z = 3 - 5i$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$z^3 - 10z^2 + 58z - 136 = 0.$$

Que. 43. If $z = 3 - 5i$ then prove that

$$z^3 - 10z^2 + 58z - 136 = 0.$$

प्रश्न 44. सरल कीजिये

.

Que. 44. Simplify

$$\sqrt{-4} \times (1 - \sqrt{-64}).$$

प्रश्न 45. यदि $\frac{a + ib}{c + id} = x + iy$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$= x - iy$ तथा $x^2 + y^2 =$

व्यंजक $(1 - \cos\theta + i \sin\theta)$ को ध्रुवीय रूप में व्यक्त कीजिये।

Que. 45. If = x + iy then prove that

= x – iy and $x^2 + y^2$ =

Represent the expression in polar form.

प्रश्न 46. सम्मिश्र चर z = x + iy सम्बन्ध = 2 को सन्तुष्ट करता है। सिद्ध कीजिए कि इसका बिन्दुपथ एक वृत्त है।

Que. 46. Complex number z = x + iy satisfies the relation $\left|\frac{z-3}{z+3}\right|$ = 2. Prove that its locus is circle.

प्रश्न 47. उचित मात्रक लेकर निम्नांकित सम्मिश्र संख्याओं को सम्मिश्र तल (Complex plane) पर अंकित कीजिए :

(a) 3 (b) 2i (c) 1 + i (d) – 3 + 2i

(e) 3 – 2i (f) – 4 – 5i $\sqrt{-1}$

Que. 47. Represent the following numbers on a complex plane talking proper unit :

(a) 3 (b) 2i (c) 1 + i (d) – 3 + 2i

(e) 3 – 2i (f) – 4 – 5i (g) 1 +

प्रश्न 48. निम्नलिखित सम्मिश्र संख्याओं के कोणांकों के प्रमुख मान (principal values) ज्ञात कीजिए :

(i) 1 – i (ii) 7i (iii) – 3 (iv) 2

(v) – + i (vi) –

Que. 48. Find the principal values of the arguments of the following complex numbers :

(i) 1 – i (ii) 7i (iii) – 3 (iv) 2

(v) – $\sqrt{3}$ + i (vi) –

प्रश्न 49. निम्नांकित को r (cos θ + i sin θ) के रूप में बदलिए तथा मापांक व कोणांक ज्ञात कीजिए :

(a) $\sqrt{3}+i$ (b) –

(c) – 1 + i (d) – 1 – i

Que. 49. Convert the following into r (cos θ + i sin θ) form and find the modulus and amplitude :

(a) (b) –

(c) – 1 + i (d) – 1 – i

मापांक ज्ञात कीजिए :

Find the modulus of the following :

50. 5 – 12 i.

51. (4 – 3i) – (3 + 4i).

प्रश्न 52. निम्नांकित को x + iy के रूप में निरूपित कीजिए :

(a) 3 (cos 90° + i sin 90°)

(b) 5 (cos 60° + i sin 60°)

(c) 4 (cos 30° + i sin 30°)

(d) 7 [cos (2 π + 60°) + i sin (2 π + 60°)].

$\sqrt{3}+i$

Que. 52. Represent each of the following in the form of x + iy :

(a) 3 (cos 90° + i sin 90°)

(b) 5 (cos 60° + i sin 60°)

(c) 4 (cos 30° + i sin 30°)

(d) 7 [cos (2 π + 60°) + i sin (2 π + 60°)].

प्रश्न 53. निम्नलिखित सम्मिश्र संख्याओं के योग और गुणनफल ज्ञातकरो तथा उन्हें तल पर निरूपित करो :

(a) –4, 3 – 2i (b) 2 – 2i, –2 + 2i.

Que. 53. Find the sum and product of the following numbers and represent them on the plane :

(a) –4, 3, –2i (b) 2 – 2i, –2 + 2i.

प्रश्न 54. बिना योग किये उन बिन्दुओं को अंकित करो जिन्हें निम्नांकित सम्मिश्र संख्याओं के योग निरूपित करते हैं :

(a) (3 + 4i) + (5 – 3i) (b) (5 + i) + (5 – i)

(c) (– 3 – i) + (2 + 5i) (d) (5 + 2i) + (– 5 + 2i).

Que. 54. Without adding the numbers, represent the sum of the number on the graph paper :

(a) $(3 + 4i) + (5 – 3i)$ (b) $(5 + i) + (5 – i)$

(c) $(– 3 – i) + (2 + 5i)$ (d) $(5 + 2i) + (– 5 + 2i)$.

प्रश्न 55. बिना गुणा किए निम्नांकित गुणनों को व्यक्त करने वाले बिन्दुओं को अंकित करो :

(a) $(3 – 4i)\, i$ (b) $(4 + 4i)\, i$

(c) $(3 – 4i)\, 2i$ (d) $(3 + 4i)\, (– 2)$.

Que. 55. Without multiplhing the numbers represent the product of the number on the graph paper :

(a) $(3 – 4i)\, i$ (b) $(4 + 4i)\, i$

(c) $(3 – 4i)\, 2i$ (d) $(3 + 4i)\, (– 2)$.

प्रश्न 56. सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र संख्याओं $(3 + 2i)$, $(2 – i)$ तथा $– 7i$ को निरूपित करने वाले बिन्दु समरेख हैं।

Que 56. Show that the points $(3 + 2i)$, $(2 – i)$ representing complex numbers $– 7i$ are collinear.

प्रश्न 57. सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र चर z जो प्रतिबन्ध = 2 को संतुष्ट करता है, एक वृत्त है। वृत्त का समीकरण ज्ञात करो।

Que. 57. Show that the locus of complex variable z satisfy $\left|\frac{z-2}{z+2}\right| = 2$ is a circle. Find the equaion of the circle.

प्रश्न 58. x और y के मान ज्ञात कीजिए जबकि

(i) $x + yi = (1 + i)\, (4 – 3i)$ (ii) $(3 – 4i)\, (x + iy) = 1$.

Que. 58. Find the value of x and y when :

(i) $x + yi = (1 + i)\, (4 – 3i)$ (ii) $(3 – 4i)\, (x + iy) = 1$.

प्रश्न 59. निम्नांकित के संयुग्मी (conjugate) ज्ञात कीजिए :

Que. 59. Find the conjugate of the following :

(i) $– 3 + 5i$ (ii) $5 + \sqrt{-9}$ (iii) (iv) $– 3$

(v) $(6 + 5i)^2$ (vi) (vii) (viii) $i\sqrt{-4} + 7i$

(ix) (x) (xi) $\frac{2-5i}{3-2i}$

प्रश्न 60. निम्नांकित को a + ib के रूप में व्यक्त कीजिए :

Que. 60. Represent the following in the form of a + ib :

(i) (ii) (iii) (iv)

(v) $\frac{2+3i}{2-3i}$ (vi) (vii) (viii)

प्रश्न 61. (i) $\left(\frac{4i}{1-i}\right)^2$ (ii) $\frac{5-3i}{6+i}$.

Que. 61. (i) (ii) $\frac{5-3i}{6+i}$.

प्रश्न 62. (i) (+ 7i) (– 7i)^2.

(ii) (1 + i) (2 + 3i) (3 + 4i) (4 + 5i).

Que. 62. (i) (+ 7i) (– 7i)^2.

(ii) (1 + i) (2 + 3i) (3 + 4i) (4 + 5i).

प्रश्न 63. गुणन प्रतिलोम ज्ञात कीजिए :

Que. 63. Find the multiplicative inverse of the following :

(i) (ii) (6 + 5i)^2 (iii) – i (iv)

(v) $\frac{i(2+3i)(3+2i)}{5+i}$ (vi) 5 + 3i (viii) .

सरल कीजिए (Simplify) :

प्रश्न 64. (i) (3 + 4i) (4 + 6i) (ii) (–2 + 3i) (3 – 5i).

Que. 64. (i) (3 + 4i) (4 + 6i) (ii) (–2 + 3i) (3 – 5i).

प्रश्न 65. (i) (– 7i)^2 + (–2 + 7i)^2 (ii) (1 + i) (1 + 2i) (1 + 3i)

(iii) (1 + 2i) (2 + 3i) (3 + 4i).

Que. 65. (i) (– 7i)^2 + (–2 + 7i)^2 (ii) (1 + i) (1 + 2i) (1 + 3i)

(iii) (1 + 2i) (2 + 3i) (3 + 4i).

प्रश्न 66. निम्नांकित सम्मिश्र संख्या का मापांक ज्ञात कीजिये :

(a) (1 + i) (1 + 2i) (b) (c) .

Que. 66. Find the modulus of the following :

(a) (1 + i) (1 + 2i) (b) (c) .

प्रश्न 67. निम्नांकित के वर्गमूल ज्ञात कीजिये :

(i) 6 + 8i (ii) 12 + 5i (iii) 3 + 4i (iv) 21 – 20i

(v) – 7 + 24i.

Que. 67. Find the square root of the following :

(i) 6 + 8i (ii) 12 + 5i (iii) 3 + 4i (iv) 21 – 20i

(v) – 7 + 24i.

प्रश्न 68. द मॉवर प्रमेय (De Moivre's Theorem) के उपयोग से निम्नांकित का मान ज्ञात कीजिए :

(a) $(1 + i)^5$ (b) $(1 - i)^{12}$ (c) (d) $\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6$.

(e) $(\sqrt{3} - i)^8$.

Que. 68. By De Moivre's theorem find the value of he following :

(a) $(1 + i)^5$ (b) $(1 - i)^{12}$ (c) (d) $\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6$.

(e) $(\sqrt{3} - i)^8$.

प्रश्न 69. त्रिकोणमितीय रूप में ज्ञात कीजिए :

(a) – i का पंचममूल (b) – 1 + i का चतुर्थमूल

(c) – 8i का घनमूल (d) – 4 का चतुर्थमूल

Que. 69. Find in trigonometric form :

(a) fifth rootof – i (b) fourth root of – 1 + i

(c) cube root of – 8i (d) fourth root of – 4

प्रश्न 70. सिद्ध करो कि $= \cos n\theta + i \sin n\theta$.

Que. 70. Prove that $\left(\frac{1+\cos\theta+i\sin\theta}{1+\cos\theta-i\sin\theta}\right)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$.

प्रश्न 71. सिद्ध करो कि $(a + ib)^{m/n} + (a - ib)^{m/n} = 2 (a^2 + b^2)^{m/2n} \cos\left(\frac{m}{n}\tan^{-1}\frac{b}{a}\right)$.

Que. 71. Prove that $(a + ib)^{m/n} + (a - ib)^{m/n} = 2 (a^2 + b^2)^{m/2n} \cos\left(\frac{m}{n}\tan^{-1}\frac{b}{a}\right)$.

प्रश्न 72. समीकरण $z^5 = 1$ को हल करो एवं इकाई के 5वाँ मूल ज्ञात करें।

Que. 72. Solve the equation $z^5 = 1$ and find the fifth root of unity.

प्रश्न 73. $\cos 2\theta$ और $\sin 2\theta$ को $\sin\theta$ और $\cos\theta$ की घातों में व्यक्त कीजिए।

Que. 73. Express $\cos 2\theta$ and $\sin 2\theta$ in terms of $\sin\theta$ and $\cos\theta$.

प्रश्न 74. $\cos 4\theta$ और $\sin 4\theta$ को $\sin\theta$ और $\cos\theta$ की घातों में व्यक्त कीजिए।

Que. 74. Express $\cos 4\theta$ and $\sin 4\theta$ in terms of $\sin\theta$ and $\cos\theta$.

प्रश्न 75. निम्नांकित के घनमूल ज्ञात कीजिए :

Que. 75. Find that Cube root following :

(a) – 1 (b) i.

प्रश्न 76. यदि ω इकाई का घनमूल हो तो सिद्ध कीजिए :

Que. 76. If ω is the cube root of unity then prove that :

$$(1 + \omega) (1 + \omega^2) (1 + \omega^4) (1 + \omega^5) = 1.$$

प्रश्न 77. $(1 - \omega + \omega^2) (1 - \omega^2 + \omega^4) (1 - \omega^4 + \omega^8)$ .... 2n गुणनखण्ड $= 2^{2n}$.

Que. 77. $(1 - \omega + \omega^2) (1 - \omega^2 + \omega^4) (1 - \omega^4 + \omega^8)$ .... 2n factors $= 2^{2n}$.

प्रश्न 78. यदि 1, w और w^2 इकाई के घनमूल हों तो सिद्ध कीजिए :

Que. 78. If 1, ω and ω^2 is the cube root of unity then prove that :

$$(1 - \omega + \omega^2) (1 + \omega - \omega^2) = 4.$$

प्रश्न 79. $\omega^n + \omega^{2n} = 2$ यदि $n = 3m$

$= – 1$ यदि $n = 3m + 1$.

Que. 79. $\omega^n + \omega^{2n} = 2$ if $n = 3m$

$= – 1$ if $n = 3m + 1$.

प्रश्न 80. $(a + b)^2 + (a\omega + b\omega^2)^2 + (a\omega^2 + b\omega^2) = 6ab.$

Que. 80. $(a + b)^2 + (a\omega + b\omega^2)^2 + (a\omega^2 + b\omega^2) = 6ab.$

प्रश्न 81. $(1 - \omega^2)(1 + \omega^2)^2 + (1 + \omega)^3 = 2\omega^2.$

Que. 81. $(1 - \omega^2)(1 + \omega^2)^2 + (1 + \omega)^3 = 2\omega^2.$

प्रश्न 82. $\frac{a + b\omega + c\omega^2}{c + a\omega + b\omega^2} + \frac{a + b\omega + c\omega^2}{b + c\omega + a\omega^2} = -1.$

Que. 82. $\frac{a + b\omega + c\omega^2}{c + a\omega + b\omega^2} + \frac{a + b\omega + c\omega^2}{b + c\omega + a\omega^2} = -1.$

प्रश्न 83. $(x - y)(x\omega - y)(x\omega^2 - y) = x^3 - y^3.$

Que. 83. $(x - y)(x\omega - y)(x\omega^2 - y) = x^3 - y^3.$

प्रश्न 84. $(2 + \omega + \omega^2)^3 (1 + \omega - \omega^2)^8 = (1 + \omega^2 - 3\omega)^4.$

Que. 84. $(2 + \omega + \omega^2)^3 (1 + \omega - \omega^2)^8 = (1 + \omega^2 - 3\omega)^4.$

* * *

इकाई (Unit) 2

वर्ग समीकरण के सिद्धान्त
(Theory of Quadratic Equations)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्रश्न 1. यदि समीकरण $5x^2 + 13x + k = 0$ का एक मूल दूसरे का व्युत्क्रम हो तो k =

(a) 0 (b) 5 (c) 1/6 (d) 6

Que. 1. If one root of $5x^2 + 13x + k = 0$ is reciprocal of the other, then k =

(a) 0 (b) 5 (c) 1/6 (d) 6

प्रश्न 2. वह समीकरण जिसके मूल समीकरण $3x^2 - 8x - 3 = 0$ के मूलों के दुगने हैं, होगा

(a) $3x^2 + 16x + 12 = 0$ (b) $3x^2 - 16x - 12 = 0$

(c) $3x^2 + 16x - 12 = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 2. The equation whose roots are two times the roots of the equation $3x^2 - 8x - 3 = 0$

(a) $3x^2 + 16x + 12 = 0$ (b) $3x^2 - 16x - 12 = 0$

(c) $3x^2 + 16x - 12 = 0$ $\frac{11}{2a}$ (d) None of these

प्रश्न 3. यदि a तथा b समीकरण $4x^2 + 3x + 7 = 0$ के मूल हों, तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ =

(a) –3/7 (b) 3/7 (c) –3/5 (d) 3/5

Que. 3. If a and b are the roots of the equation $4x^2 + 3x + 7 = 0$, then $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ =

(a) –3/7 (b) 3/7 (c) –3/5 (d) 3/5

प्रश्न 4. समीकरण $a(x^2 + 1) - (a^2 + 1)x = 0$ के मूल हैं

(a) a, $\frac{1}{a}$ (b) a, 2a (c) a, (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 4. The roots of the equation $a(x^2 + 1) - (a^2 + 1)x = 0$ are

(a) a, (b) a, 2a (c) a, (d) None of these

प्रश्न 5. समीकरण $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ के मूल हैं

(a) $\pm 3, \pm 1$ (b) $\pm 3, \pm i$ (c) $\pm 2, \pm i$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 5. The roots of the equation $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ are

(a) $\pm 3, \pm 1$ (b) $\pm 3, \pm i$ (c) $\pm 2, \pm i$ (d) None of these

प्रश्न 6. यदि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल a तथा b हों तो समीकरण $cx^2 + bx + a = 0$ के मूल होंगे

(a) $-a, -b$ (b) $a, 1/b$ (c) $1/a, 1/b$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 6. If the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$ be a and b, then the roots of the equation $cx^2 + bx + a = 0$ are

(a) $-a, -b$ (b) $a, 1/b$ (c) $1/a, 1/b$ (d) None of these

प्रश्न 7. यदि a, b समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल हों, तो वह समीकरण जिसके मूल तथा $\beta + \frac{1}{\alpha}$ होंगे, हैं

(a) $acx^2 + (a + c)\, bx + (a + c)^2 = 0$

(b) $abx^2 + (a + c)\, bx + (a + c)^2 = 0$ $\alpha + \frac{1}{\beta}$

(c) $acx^2 + (a + b)\, cx + (a + c)^2 = 0$

(d) इनमें से कोई नहीं

Que. 7. If a, b are the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$, then the equation whose roots are $\alpha + \frac{1}{\beta}$ and $\beta + \frac{1}{\alpha}$, is

(a) $acx^2 + (a + c)\, bx + (a + c)^2 = 0$

(b) $abx^2 + (a + c)\, bx + (a + c)^2 = 0$

(c) $acx^2 + (a + b)\, cx + (a + c)^2 = 0$

(d) None of these

प्रश्न 8. यदि समीकरण $(m^2 + 1)\, x^2 + 2amx + a^2 - b^2 = 0$ के मूल बराबर हों, तो

(a) $a^2 + b^2 (m^2 + 1) = 0$ (b) $b^2 + a^2 (m^2 + 1) = 0$

(c) $a^2 - b^2 (m^2 + 1) = 0$ (d) $b^2 - a^2 (m^2 + 1) = 0$

Que. 8. If the roots of the given equation $(m^2 + 1) x^2 + 2amx + a^2 – b^2 = 0$ be equal then

(a) $a^2 + b^2 (m^2 + 1) = 0$ (b) $b^2 + a^2 (m^2 + 1) = 0$

(c) $a^2 – b^2 (m^2 + 1) = 0$ (d) $b^2 – a^2 (m^2 + 1) = 0$

प्रश्न 9. समीकरण $(x – a) (x – b) + (x – b) (x – c) + (x – c) (x – a) = 0$ के दोनों मूल हैं हमेशा

(a) धनात्मक (b) ऋणात्मक (c) वास्तविक (d) काल्पनिक

Que. 9. Both the roots of the given equation

$(x – a) (x – b) + (x – b) (x – c) + (x – c) (x – a) = 0$ are always

(a) Positive (b) Negative (c) Real (d) Imaginary

प्रश्न 10. यदि समीकरणों $2x^2 + 3x + 5\lambda = 0$ तथा $x^2 + 2x + 3\lambda = 0$ का एक मूल उभयनिष्ठ हो, तो $\lambda =$

(a) 0 (b) – 1 (c) 0, – 1 (d) 2, – 1

Que. 10. If the equations $2x^2 + 3x + 5\lambda = 0$ and $x^2 + 2x + 3\lambda = 0$ have a common root, then $\lambda =$

(a) 0 (b) – 1 (c) 0, – 1 (d) 2, – 1

प्रश्न 11. यदि समीकरण $x^2 – bx + c = 0$ के मूलों का अतर 1 हो, तो

(a) $b^2 – 4c – 1 = 0$ (b) $b^2 – 4c = 0$

(c) $b^2 – 4c + 1 = 0$ (d) $b^2 + 4c – 1 = 0$

Que. 11. If the difference of the roots of the equation $x^2 – bx + c = 0$, be 1, then

(a) $b^2 – 4c – 1 = 0$ (b) $b^2 – 4c = 0$

(c) $b^2 – 4c + 1 = 0$ (d) $b^2 + 4c – 1 = 0$

प्रश्न 12. समीकरण $(4m + 5) x^2 – (2m + 4) x – m + 2 = 0$ के मूल बराबर होंगे, यदि $m =$

(a) $1, -\frac{5}{6}$ (b) $-1, \frac{5}{6}$ (c) $-1, \frac{6}{5}$ (d) $1, -\frac{6}{5}$

Que. 12. The equation $(4m + 5) x^2 – (2m + 4) x – m + 2 = 0$ will have equal roots, if $m =$

(a) $1, -\frac{5}{6}$ (b) $-1, \frac{5}{6}$ (c) $-1, \frac{6}{5}$ (d) $1, -\frac{6}{5}$

प्रश्न 13. माना $y = \sqrt{\frac{(x+1)(x-3)}{(x-2)}}$ तो y के वास्तविक मानों के लिए x है

(a) $-1 \leq x < 2$ या $x \geq 3$ (b) $-1 \leq x < 3$ या $x > 2$

(c) $1 \leq x < 2$ या $x \geq 3$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Que. 13. Let $y = \sqrt{\frac{(x+1)(x-3)}{(x-2)}}$, then all real values of x for which y takes real values, are

(a) $-1 \leq x < 2$ or $x \geq 3$ (b) $-1 \leq x < 3$ or $x > 2$

(c) $1 \leq x < 2$ or $x \geq 3$ (d) None of these

प्रश्न 14. यदि $2 + i\sqrt{3}$ समीकरण $x^2 + px + q = 0$ जहाँ p तथा q वास्तविक हैं, का एक मूल हो, तो (p, q) =

(a) (– 4, 7) (b) (4, –7) (c) (4, 7) (d) (– 4, –7)

Que. 14. If $2 + i$ is a root of the equation $x^2 + px + q = 0$, where p and q are real, then (p, q) =

(a) (– 4, 7) (b) (4, –7) (c) (4, 7) (d) (– 4, –7)

प्रश्न 15. यदि समीकरण $\lambda x^2 + 2x + 3\lambda = 0$ के मूलों का योग उनके गुणनफल के बराबर हो, तो λ =

(a) 4 (b) – 4 (c) 6 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 15. If the sum of the roots of the equation $\lambda x^2 + 2x + 3\lambda = 0$ be equal to their product, then λ =

(a) 4 (b) – 4 (c) 6 (d) None of these

प्रश्न 16. यदि समीकरण $x^2 + \lambda x + \mu = 0$ के मूल $\sqrt{\frac{p}{q}}$ बराबर हों और समीकरण $x^2 + \lambda x - 12 = 0$ का एक मूल 2 हो, तो (λ, μ) =

(a) (4, 4) (b) (– 4, 4) (c) (4, – 4) (d) (– 4, – 4)

Que. 16. If the equation $x^2 + \lambda x + \mu = 0$ has equal roots and one root of the equation $x^2 + \lambda x - 12 = 0$ is 2, then (λ, μ) =

(a) (4, 4) (b) (– 4, 4) (c) (4, – 4) (d) (– 4, – 4)

प्रश्न 17. समीकरण $x^{2/3} + x^{1/3} - 2 = 0$ के मूल हैं

(a) 1, 4 (b) 1, – 4 (c) 1, – 8 (d) 1, 8

Que. 17. The roots of the equation $x^{2/3} + x^{1/3} - 2 = 0$ are

(a) 1, 4 (b) 1, – 4 (c) 1, – 8 (d) 1, 8

प्रश्न 18. यदि समीकरण $\lambda x^2 + nx + n = 0$ के मूल p : q के अनुपात में हो, तो

(a) 0 (b) $2\sqrt{\frac{n}{\lambda}}$ (c) (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 18. If the roots of the equation $lx^2 + nx + n = 0$ be in the ratio p : q, then

(a) 0 (b) $2\sqrt{\frac{n}{l}}$ (c) (d) None of these

प्रश्न 19. यदि $(x + 1)$ व्यंजक $x^4 - (p - 3)x^3 - (3p - 5)x^2 + (2p - 7)x + 6$ का एक गुणनखण्ड हो, तो p =

(a) 4 (b) 2 (c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 19. If $(x + 1)$ is a factor of $x^4 - (p - 3)x^3 - (3p - 5)x^2 + (2p - 7)x + 6$, then p =

(a) 4 (b) 2 (c) 1 (d) None of these

प्रश्न 20. यदि समीकरण $2x^2 + 3(l - 2)x + l + 4 = 0$ के मूल परिमाण में बराबर तथा चिन्ह में विपरीत हों, तो l =

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 2/3

Que. 20. If the roots of the given equation $2x^2 + 3(l - 2)x + l + 4 = 0$ be equal in magnitude but opposite in sign, then l =

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 2/3

प्रश्न 21. यदि समीकरण $(p^2 + q^2)x^2 - 2q(p + r)x + (q^2 + r^2) = 0$ के मूल वास्तविक तथा बराबर हों, तो p, q, r होंगे

(a) A.P. में (b) G.P. में (c) H.P. में (d) इनमें से किसी में नहीं

Que. 21. If the roots of the equation $(p^2 + q^2)x^2 - 2q(p + r)x + (q^2 + r^2) = 0$ be real and equal, then p, q, r will be in

(a) A.P. (b) G.P. (c) H.P. (d) None of these

प्रश्न 22. यदि $x = \sqrt{p + \sqrt{q + \sqrt{r + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ldots\ldots\infty}}}}}}$, तो x =

(a) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (b) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (c) $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 22. If $x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ldots\ldots\infty}}}$, then x =

(a) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (b) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (c) $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ (d) None of these

प्रश्न 23. यदि a तथा b समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल हों, तो $\frac{\alpha}{a\beta+b}+\frac{\beta}{a\alpha+b}$

(a) $\frac{2}{a}$ (b) (c) (d)

Que. 23. If a, b are the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$, then

(a) $\frac{2}{a}$ (b) (c) (d)

प्रश्न 24. वह अंक जो अपने धनात्मक वर्गमूल से 12 अधिक है, है

(a) 9 (b) 16 (c) 25 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 24. The number which exceeds its positive square root by 12 is

(a) 9 (b) 16 (c) 25 (d) None of these

प्रश्न 25. यदि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूलों का योग उनके वर्गों के योग के बराबर हो, तो

(a) a (a + b) = 2bc (b) c (a + c) = 2ab

(c) b (a + b) = 2ac (d) b (a + b) = ac

$\frac{\alpha^2+\beta^2}{a\beta+b}=\frac{\beta}{a\alpha+b}$

Que. 25. If the sum of the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$ be equal to the sum of their squares, then

(a) a (a + b) = 2bc (b) c (a + c) = 2ab

(c) b (a + b) = 2ac (d) b (a + b) = ac

प्रश्न 26. माना a, b, c वास्तविक संख्यायें हैं जहाँ $a \neq 0$, यदि समीकरण $a^2x^2 + bx + c = 0$ का एक मूल a है एवं समीकरण $a^2x^2 - bx - c = 0$ का एक मूल b है तथा $0 < a < b$, तो समीकरण $a^2x^2 + 2bx + 2c = 0$ का एक मूल g होगा जो हमेशा सन्तुष्ट करेगा

(a) g = (b) g = a + (c) g = a (d) a < g < b

Que. 26. Let a, b, c be real numbers $a \neq 0$. If a is a root of $a^2x^2 + bx + c = 0$, b is a root of $a^2x^2 - bx - c = 0$ and $0 < a < b$, then the equation $a^2x^2 + 2bx + 2c = 0$ has a root g that always satisfies

(a) g = (b) g = a + (c) g = a (d) a < g < b

प्रश्न 27. यदि समीकरण $x^2 - 2x + k = 0$ का एक मूल $1 + 2i$ हो, तो $k =$

(a) 3 (b) 5 (c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 27. If one root of the equation $x^2 - 2x + k = 0$ be $1 + 2i$, then $k =$

(a) 3 (b) 5 (c) 1 (d) None of these

प्रश्न 28. यदि $x^2 - 3x + 2$ व्यंजक $x^4 - px^2 + q$ का एक गुणनखण्ड हो, तो $(p, q) =$

(a) (3, 4) (b) (4, 5) (c) (4, 3) (d) (5, 4)

Que. 28. If $x^2 - 3x + 2$ be a factor of $x^4 - px^2 + q$, then $(p, q) =$

(a) (3, 4) (b) (4, 5) (c) (4, 3) (d) (5, 4)

प्रश्न (Question)

निम्नलिखित समीकरणों के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए :

Find the nature of the roots of the following equations :

29. $x^2 + 6x + 9 = 0.$

30. $(b + c)\, x^2 - (a + b + c)\, x + a = 0.$

प्रश्न 31. यदि समीकरण $(1 + m^2)\, x^2 + 2cmx + c^2 - a^2 = 0$ के मूल बराबर हैं तो सिद्ध कीजिए कि $c = a\sqrt{1 + m^2}$.

Que. 31. If equation $(1 + m^2)\, x^2 + 2cmx + c^2 - a^2 = 0$ have equal roots prove that $c = a\sqrt{1 + m^2}$.

प्रश्न 32. यदि समीकरण $(p^2 + q^2)\, x^2 - 2\,(ap + bq)\, x + (a^2 + b^2) = 0$ के मूल समान हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$.

Que. 32. If equation $(p^2 + q^2)\, x^2 - 2\,(ap + bq)\, x + (a^2 + b^2) = 0$ have equal roots prove that $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$.

प्रश्न 33. यदि समीकरण $(1 + n)\, x^2 - 2\,(1 + 3n)\, x + (1 + 8n) = 0$ के मूल समान हो तो n के मान ज्ञात कीजिए।

Que. 33. If equation $(1 + n)\, x^2 - 2\,(1 + 3n)\, x + (1 + 8n) = 0$ have equal roots find that n.

प्रश्न 34. यदि समीकरण $(a^2 + b^2)\, t^2 - 2\,(ac + bd)\, t + (c^2 + d^2) = 0$ के मूल बराबर हों, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Que. 34. If equation $(a^2 + b^2)\, t^2 - 2\,(ac + bd)\, t + (c^2 + d^2) = 0$ have equal roots prove that $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

समीकरण बनाइये जिनके मूल निम्नांकित हैं :

Form the equation whose roots are :

प्रश्न 35. $a + \sqrt{-b}$ तथा $a -$.

Que. 35. $a +$ and $a -$.

प्रश्न 36. $2 + 3i$ तथा $2 - 3i$.

Que. 36. $2 + 3i$ and $2 - 3i$.

प्रश्न 37. 1/3 and 1.

Que. 37. 1/3 and 1.

प्रश्न 38. 2 तथा – 1/2.

Que. 38. 2 and – 1/2.

प्रश्न 39. + 1 तथा – 1.

Que. 39. + 1 and – 1.

$\sqrt{3b}$

प्रश्न 40. + 3 तथा – 3.

Que. 40. + 3 and – 3.

प्रश्न 41. यदि समीकरण $ax^2 + 2bx + c = 0$ के मूल वास्तविक तथा परस्पर भिन्न हों तो सिद्ध कीजिए कि समीकरण $x^2 + 2\,(a + c)\, x + a^2 + 2b^2 + c^2 = 0$ के मूल अधिकल्पित (Imaginary) हैं।

Que. 41. If the roots of the equation $ax^2 + 2bx + c = 0$ be real and distinct then prove that the roots of the equation $x^2 + 2\,(a + c)\, x + a^2 + 2b^2 + c^2 = 0$ will be imaginary.

प्रश्न 42. यदि $ax^2 + 2bx + c = 0$ के मूल अधिकल्पित हों तो सिद्ध कीजिए कि समीकरण $ax^2 + 2\,(a + b)\, x + (a + 2b + c) = 0$ के मूल भी अधिकल्पित होंगे।

Que. 42. If the roots of $ax^2 + 2bx + c = 0$ be imaginary then prove that the roots of $ax^2 + 2\,(a + b)\, x + (a + 2b + c) = 0$ will also be imaginary.

प्रश्न 43. यदि a और c का मध्यानुपाती b हो तो सिद्ध कीजिए कि $(a^2 + b^2)\, x^2 - 2b\,(a + c)\, x + b^2 + c^2 = 0$ के मूल वास्तविक होंगे।

Que. 43. If b be the mean proportional of a and c then show that the roots of $(a^2 + b^2)\, x^2 - 2b\,(a + c)\, x + b^2 + c^2 = 0$ will also be imaginary.

प्रश्न 44. यदि a, b, c परिमेय संख्याएँ हैं तथा $a + b + c = 0$, तो सिद्ध कीजिए कि समीकरण $(b + c – a) x^2 + (c + a – b) x + (a + b – c) = 0$ के मूल परिमेय होंगे।

Que. 44. If a, b, c are rational numbers such that $a + b + c = 0$, show that the roots of $(b + c – a) x^2 + (c + a – b) x + (a + b – c) = 0$ will be rational.

प्रश्न 45. यदि समीकरण $(c^2 – ab) x^2 – 2 (a^2 – bc) x + b^2 – ac = 0$ के मूल वास्तविक व समान हैं तो सिद्ध कीजिए कि या तो $a = 0$ या $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

Que. 45. If the roots of equation $(c^2 – ab) x^2 – 2 (a^2 – bc) x + b^2 – ac = 0$ are real and equal show that either $a = 0$ or $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

प्रश्न 46. सिद्ध कीजिए कि समीकरण $x^2 + ax – 1 = 0$ के मूल a के वास्तविक मानों के लिए वास्तविक व विभिन्न होंगे।

Que. 46. Prove that the roots of equation $x^2 + ax – 1 = 0$ will be real and different for all real values of a.

प्रश्न 47. यदि समीकरण $p (q – r) x^2 + q (r – p) x + r (p – q) = 0$, के मूल समान हों तो सिद्ध कीजिए कि .

Que. 47. If the roots of equation $p (q – r) x^2 + q (r – p) x + r (p – q) = 0$ are equal, prove that $\frac{1}{p}+\frac{1}{r}=\frac{2}{q}$. $\frac{1}{p}+\frac{1}{r}=\frac{2}{q}$

प्रश्न 48. सिद्ध कीजिए कि समीकरण $2 (a^2 + b^2) x^2 + 2 (a + b) x + 1 = 0$ के मूल अधिकल्पित हैं, यदि $a \neq b$.

Que. 48. Show that the roots of equation $2 (a^2 + b^2) x^2 + 2 (a + b) x + 1 = 0$ are imaginary if $a \neq b$.

प्रश्न 49. समीकरण $x^2 – 6x + k = 0$ के मूल a और b इस प्रकार हैं कि $3a + 2b = 20$, k का मान ज्ञात कीजिये।

Que. 49. a, b be the root of equation $x^2 – 6x + k$ such that $3a + 2b = 20$. Find the value of k.

प्रश्न 50. यदि समीकरणों $ax^2 + bx + c = 0$ और $cx^2 = bx + a = 0$ में एक मूल उभयनिष्ठ हो तो सिद्ध कीजिये कि $a + b + c = 0$ अथवा $a – b + c = 0$.

Que. 50. If equations $ax^2 + bx + c = 0$ and $cx^2 + bx + a = 0$ have a common root show that either $a + b + c = 0$ or $a – b + c = 0$.

प्रश्न 51. यदि समीकरण $x^2 + px + q = 0$ का एक मूल दूसरे मूल का दुगुना हो तो सिद्ध कीजिये कि $2p^2 = 9q$.

Que. 51. If one root of equation $x^2 + px + q = 0$ is double of another. Prove that $2p^2 = 9q$.

प्रश्न 52. यदि समीकरण $ax^2 + cx + c = 0$ के मूलों में p : q का अनुपात हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{c}{a}} = 0.$$

Que. 52. If the rootsof the equation $ax^2 + cx + c = 0$ are in the ratio of p : q show that

$$\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{c}{a}} = 0.$$

प्रश्न 53. यदि समीकरणों $3x^2 + ax - 4 = 0$ तथा $3x^2 - 2x - 8 = 0$ के दोनों मूल उभयनिष्ठ हो तो a तथा b मान ज्ञात कीजिए।

Que. 53. If both the roots are common in the equations $3x^2 + ax - 4 = 0$ and $3x^2 - 2x - 8 = 0$ then find the value of a and b.

प्रश्न 54. यदि $px^2 - qx + r = 0$ के मूल a और b हों तो $a^3b + b^3a$ का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 54. If $px^2 - qx + r = 0$ has a and b as its, roots, evaluate $a^3b + b^3a$.

प्रश्न 55. यदि a और b समीकरण $2x^2 - 5x + 7 = 0$ के मूल हो तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल $2a + 3b$ तथा $3a + 2b$ हों।

Que. 55. If a, b are the roots of $2x^2 - 5x + 7 = 0$ find the equation whose roots are $2a + 3b$ and $3a + 2b$.

प्रश्न 56. समीकरण $(p - q)\, x^2 + (q - r)\, x + (r - p) = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए।

Que. 56. find the roots of the equation $(p - q)\, x^2 + (q - r)\, x + (r - p) = 0$.

प्रश्न 57. यदि a, b समीकरण $ax^2 + 2bx + c = 0$ के मूल हों तथा $a + d, b + d$ समीकरण $Ax^2 + 2Bx + C = 0$ के मूल हों तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{b^2 - ac}{B^2 - AC} = \qquad .$$

Que. 57. If a, b be the roots of $ax^2 + 2bx + c = 0$ and $a + d, b + d$ be those of $Ax^2 + 2Bx + C = 0$ then prove that

$$\frac{b^2 - ac}{B^2 - AC} = \qquad .$$

हल कीजिये :

Solve the following :

58. $x + y + z = 7$

$x + 2y + 3z = 16$

$x + 3y + 4z = 22.$

हल कीजिये :

Solve the equation :

59. $xy + bx + ay = 0$

$yz + cy + bz = 0$

$zx + az + cx = 0.$

प्रश्न 60. यदि $x = cy + bz, y = az + cx, z = bx + ay$ जहाँ x, y, z सभी शून्य नहीं हैं तो सिद्ध कीजिए कि

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1.$$

Que. 60. If $x = cy + bz, y = az + cx, z = bx + ay$, when x, y, z all are not zero then prove that

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1.$$

61. $x + y + z = 0$

$ax + by + cz = 0$ और (and) $\frac{x^2}{(b-c)^2} + \frac{y^2}{(c-a)^2} + \frac{z^2}{(a-b)^2} = 3$ र

62. $x + y + z = 15$

$x^3 + y^3 + z^3 = 495$ और (and) $xyz = 105.$

63. $x^2y^2z = 12$ $x^2yz^3 = 54$ $xy^3z^2 = 72.$

64. $x^2 - yz = a$ $y^2 - zx = b$ $z^2 - xy = c.$

65. $x + y + z = 0$ $2x + 3y + 5z = 0$ $x^2 + y^2 + z^2 = 0.$

66. $(y + z)(x + y + z) = 1$

$(z + x)(x + y + z) = 3$

$(x + y)(x + y + z) = 4.$

67. $x^2 - yz = a^2$

$y^2 - zx = b^2$

$z^2 - xy = c^2.$

68. $xz + y = 7z$

$yz + x = 8z$

$x + y + z = 12.$

* * *

इकाई (Unit) 3

समान्तर श्रेणी एवं हरात्मक श्रेणी

(Arithmetic Progression & Harmonic Progression)

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 1. निम्नलिखित अनुक्रम के प्रथम पाँच पद लिखें जिसका nवाँ पद है :

(i) 2^n (ii) $\frac{n(n+1)}{2}$.

Que. 1. Find the first two terms of the following sequences whose nth terms are :

(i) 2^n (ii) .

प्रश्न 2. निम्नलिखित के व्यापक पद से अनुक्रम के 7वें और 13वें पदों को लिखें।

Que. 2. Write the 7th and 13th term of the following sequences from their general terms.

(i) $a_{n = 2n + 4}$ (ii) $t_n = (-1)^n n^2$ (iii) $a_n = [1 + (-1)^n] a_n$.

प्रश्न 3. यदि किसी अनुक्रम का nवाँ पद $3n + 1$ हो तो उस अनुक्रम को निकालें। क्या यह अनुक्रम A.P. में है ?

Que. 3. If the nth term of a sequence is $3n + 1$ then find the sequence. Is the sequence in A.P. ?

प्रश्न 4. एक अनुक्रम $t_n = an^2 + bn + c$ द्वारा परिभाषित है। अगर $t_2 = 2$, $t_3 = 4$, $t_7 = 8$, तो साबित करें $5t_n = -n^2 + 15n - 16$.

Que. 4. A sequence $t_n = an^2 + bn + c$ is defined by $t_2 = 2$, $t_3 = 4$, $t_7 = 8$, then prove that $5t_n = -n^2 + 15n - 16$.

प्रश्न 5. समांतर श्रेणी 3, 5, 7, 9, ... का 10वाँ पद निकालें।

Que. 5. Find the 10th term of the A.P. 3, 5, 7, 9, ...

प्रश्न 6. एक A.P. में 60 पद है। इस A.P. के प्रथम तथा अंतिम पद क्रमशः 8 और 135 हैं, सार्व अंतर ज्ञात करें।

Que. 6. An A.P. has 60 terms. The first and last terms of this A.P. are 8 and 135 respectively, find the common difference.

प्रश्न 7. क्या – 447 श्रेणी 8, 5, 2, ... का कोई पद है ?

Que. 7. Is – 447 a term of the series 8, 5, 2, ... ?

प्रश्न 8. एक A.P. का nवाँ पद t_n से सूचित हो तथा यदि तो $\frac{t_5}{t_9}$ का मान निकालें।

Que. 8. If t_n denotes the nth term of an A.P. and if $\frac{t_2}{t_4} = \frac{3}{7}$ then find the value of $\frac{t_5}{t_9}$.

प्रश्न 9. यदि किसी A.P. के pवें, qवें तथा rवें पद क्रमशः a, b, c हों तो सिद्ध करें कि

$$a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0.$$

Que. 9. If the pth, qth and rth term of an A.P. be a, b, c, then prove that

$$a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0.$$

प्रश्न 10. यदि किसी A.P. के mवें पद का m गुणा उसके nवें पद के n गुणा के बराबर हो, तो दिखाएँ कि उसका (m + n)वाँ पद शून्य है ?

Que. 10. If an in A.P., the m times of the mth term is equal to the n times of the nth term then show that its (m + n)th term is zero.

प्रश्न 11. यदि किसी A.P. का पाँचवाँ तथा सत्रहवाँ पद क्रमशः 7 और 25 है, तो तेरहवाँ पद ज्ञात करें।

Que. 11. If the fifth and seventeenth term of an A.P. be 7 and 25 then find its 13th term.

प्रश्न 12. यदि किसी A.P. का mवाँ पद n और nवाँ पद m हो, तो सिद्ध करें कि उसका (i) pवाँ पद (m + n – p) तथा (ii) (m + n)वाँ पद शून्य होगा।

Que. 12. If the mth term of an A.P. be n and nth term be m then prove that its (i) pth term will be (m + n – p) and (ii) (m + n)th term will be zero.

प्रश्न 13. किसी A.P. का 12वाँ पद उसके 5वें पद से 14 अधिक है। दोनों पदों का योग 36 है, तो A.P. ज्ञात करें।

Que. 13. The 12th term of an A.P. is 14 more than 5th term. The sum of these two terms is 36, find the A.P.

प्रश्न 14. समांतर श्रेणी 2, 4, 6, 8, ... 100 पदों तक तथा 3, 6, 9, ... 80 पदों तक में कितने पद समान हैं ?

Que. 14. How many terms are identical in the two A.P.'s 2, 4, 6, 8, ... to 100 terms and 3, 6, 9, ... to 80 terms ?

प्रश्न 15. यदि किसी A.P. का पहला पद a और अंतिम पद *l* हो, तो सिद्ध करें कि आरंभ एवं अंत से rवें पद का योग a + *l* है।

Que. 15. If the first term of an A.P. be a and last term be *l*, then prove that the sum of the rth term from begining and end is a + *l*.

प्रश्न 16. श्रेणी 1 – 2 + 3 – 4 + 5 – 6 + ... n पदों तक का योगफल निकालें।

Que. 16. find the sum of the series 1 – 2 + 3 – 4 + 5 – 6 + ... to n terms.

प्रश्न 17. n का न्यूनतम मान ज्ञात करें ताकि $3 + 6 + 9 + ...$ n पदों तक ≥ 1000.

Que. 17. Find the least value of n for which $3 + 6 + 9 + ...$ to n terms ≥ 1000.

प्रश्न 18. (i) 1 और 100 के बीच उन सभी संख्याओं का जोड़ निकालिए जिसमें 2 या 5 से पूरा–पूरा भाग लग जाता है।

(ii) 1 और 100 के बीच उन सभी संख्याओं का जोड़ निकालिए जो 3 तथा 5 से विभाजित नहीं है।

Que. 18. (i) Find the sum of all numbers between 1 and 100 which are divisible by 2 or 5.

(ii) Find the sum of all integers from 1 to 100 not divisible by 3 and 5.

प्रश्न 19. यदि किसी श्रेणी के n पदों का योग $n^2 + 3n$ हो तो इसका nवाँ पद ज्ञात करें। क्या यह श्रेणी A.P. में है ?

Que. 19. If the sum of n terms of a series be $n^2 + 3n$, find its nth term. Is the series in A.P. ?

प्रश्न 20. श्रेणी $20 + 19\frac{1}{3} + 18\frac{2}{3} + ...$ के कितने पदों का योग 300 होगा ? दोहरे उत्तरों की व्याख्या करें।

Que. 20. How many terms of the series $20 + 19\frac{1}{3} + 18\frac{2}{3} + ...$ must be taken to amount to 300. Explain the double answer.

प्रश्न 21. किसी A.P. के n पदों का योगफल 136, सार्व अंतर 4 तथा अंतिम पद 31 है। n का मान ज्ञात करें।

Que. 21. The sum to n terms of an A.P. is 136, common difference 4 and last term is 31. Find n.

प्रश्न 22. समांतर श्रेणी 40, 37, 34, 31, ... का महत्तम योगफल निकालें।

Que. 22. Find the maximum sum of the A.P. 40, 37, 34, 31, ...

प्रश्न 23. एक A.P. के 13 पदों का योगफल 169 तथा 24 पदों का योगफल 576 है, तो इस A.P. के n पदों का योग निकालें।

Que. 23. The sum of 13 terms of an a.P. is 169 and the sum of 24 terms is 576, find the sum to n terms.

प्रश्न 24. यदि किसी A.P. का पहला, दूसरा और nवाँ पद क्रमशः a, b और c हो, तो सिद्ध करें कि इसके n पदों का योगफल $\frac{1}{2}(c + a)$ है।

Que. 24. If the first, second and nth term of an A.P. be a, b and c respectively then prove that the sum of its n terms is $\frac{1}{2}(c + a)$.

प्रश्न 25. यदि किसी समांतर श्रेणी के p, q, r पदों के योग क्रमशः a, b, c हो तो सिद्ध करें कि $\frac{a}{p}(q - r) + \frac{b}{q}(r - p) + \frac{c}{r}(p - q) = 0.$

Que. 25. If the sum of p, q and r terms of an A.P. be respectively a, b and c then prove that $(q - r) + \frac{b}{q}(r - p) + \frac{c}{r}(p - q) = 0.$

प्रश्न 26. यदि किसी A.P. का pवाँ पद a और qवाँ पद b हो, तो सिद्ध करें कि इसके (p + q) पदों का योग है।

Que. 26. The pth term of an A.P. is a and the qth term is b, then prove that sum of its (p + q) terms is .

प्रश्न 27. यदि किसी A.P. के m पदों और n पदों के योगफल का अनुपात $m^2 : n^2$ हों, तो सिद्ध करें कि इसके mवें पद और nवें पद का अनुपात $2m - 1 : 2n - 1$ है।

Que. 27. If the ratio of sum of m terms and n terms of an A.P. be $m^2 : n^2$, then prove that the ratio of their mth term and nth term is $2m - 1 : 2n - 1$.

प्रश्न 28. यदि $S_1, S_2, \ldots S_p$ उन समांतर श्रेणी के n पदों का योग हो जिनके पहले पद एवं सार्व अंतर क्रमशः 1, 2, 3, 4, ... तथा 1, 3, 5, 7, ... हो तो $S_1 + S_2 + .. + S_p$ का मान निकालें।

Que. 28. If $S_1, S_2, \ldots S_p$ be the sum of n terms of theose A.P. whose first terms are 1, 2, 3, 4, ... and whose common differences are 1, 3, 5, 7, ... respectively, find the value of $S_1 + S_2 + .. + S_p$.

प्रश्न 29. यदि किसी स.श्रे. के n, 2n और 3n पदों के जोड़ क्रमशः S_1, S_2, S_3 हों तो सिद्ध करें कि $S_3 = 3(S_2 - S_1)$.

Que. 29. If S_1, S_2, S_3 be the sum of n, 2n and 3n terms of an A.P. then prove that $S_3 = 3(S_2 - S_1)$.

प्रश्न 30. यदि किसी स.श्रे. के m पदों का योग उसके (m + n) पदों के योग का आधा और (m + p) पदों के योग का भी आधा हो, तो सि करें कि

(m + n) = (m + p) .

Que. 30. If the sum of m terms of an A.P. is equal to half the sum of (m + n) terms and is also equal to half the sum of (m + p) terms, prove that

$$(m + n) \qquad = (m + p) \qquad .$$

प्रश्न 31. यदि तीन समांतर श्रेणी के n पदों का योगफल S_1, S_2, S_3 हो जिसके प्रत्येक का पहला पद एक ही है और सार्व अंतर A.P. में हो तो सिद्ध करें कि S_1, S_2, S_3 A.P. में है।

Que. 31. If S_1, S_2, S_3 be the sums of n terms of three series in A.P. whose first term are the same and whose common differences are in A.P. then show that S_1, S_2, S_3 are in A.P.

प्रश्न 32. 2 और 57 के बीच 10 A.M. रखें।

Que. 32. Insert 10 A.M.'s between 2 and 57.

प्रश्न 33. यदि a, b, c सभी अशून्य हो तथा ab + ac एवं ac + bc का A.M. ab + bc हो तो दिखाएँ कि और का A.M. है।

Que. 33. If a, b, c are all non-zero and ab + bc is the A.M. between ab + ac and ac bc, then show that is the A.M. between and .

प्रश्न 34. यदि a, b, AP में हो तो दिखायें कि  A.P. में हैं।

Que. 34. If a, b, c are in AP then prove that $\frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}, \frac{1}{ab}$ are in A.P.

प्रश्न 35. यदि a^2, b^2, c^2 A.P. में हो तो दिखाएँ कि $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ A.P. में हैं।

Que. 35. If a^2, b^2, c^2 are in A.P. then show that $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ are in A.P.

प्रश्न 36. यदि $\frac{a}{b+c}, \frac{b}{c+a}, \frac{c}{a+b}$ A.P. में हो तो सिद्ध करें कि a^2, b^2, c^2 भी A.P. में हैं।

Que. 36. If $\frac{a}{b+c}, \frac{b}{c+a}, \frac{c}{a+b}$ are in A.P. then prove that a^2, b^2, c^2 are also in A.P.

प्रश्न 37. किसी A.P. की तीन लगातार संख्याओं का योग 9 तथा गुणनफल 24 है, उन संख्याओं को ज्ञात करें।

Que. 37. The sum of three consecutive termsof an A.P. is 9 and their product is 24, find the numbers.

प्रश्न 38. निम्नलिखित ह.श्रे. के इष्टपद निकालें :

$$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \text{ ... का 10वाँ पद}$$

Que. 38. Find the required term of the following H.P.

$$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \text{ ... 10th term.}$$

प्रश्न 39. निम्नलिखित ह.श्रे. का nवाँ पद निकालें।

$$4, 4, \frac{2}{7}, 4 \quad , 5, \ldots$$

Que. 39. Find the nth term of following H.P.'s

$$4, 4, \quad , 4 \quad , 5, \ldots$$

प्रश्न 40. ह.श्रे. ज्ञात करें जिसका

11वाँ पद = , 2[illegible] $\frac{1}{a}$.

Que. 40. Find the H.P. whose

11th term = , 21st term = – .

प्रश्न 41. यदि किसी ह.श्रे. का mवाँ पद n तथा nवाँ पद m हो, तो श्रेणी का rवाँ, mवाँ तथा (m + n)वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Que. 41. If the mth term of an H.P. be n and the nth term be m, then find the rth, mth and (m + n)th term of this progression.

प्रश्न 42. यदि ह.श्रे. के तीन संख्याओं का योग 37 तथा उनके व्युत्क्रम का योग 1/4 हो, तो उन संख्याओं को निकलें।

Que. 42. If the sum of three numbers in H.P. be 37 and the sum of their reciprocals be 1/4 then the numbers.

प्रश्न 43. यदि a, b, c ह. श्रे. में हो तो सिद्ध करें कि = .

Que. 43. If a, b, c are in H.P. then prove that $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)$ = .

प्रश्न 44. यदि $\frac{1}{a(b+c)}, \frac{1}{b(c+a)}, \frac{1}{c(a+b)}$ ह.श्रे. में हो तो सिद्ध करें कि a, b, c ह.श्रे. में होंगे।

Que. 44. If $\frac{1}{a(b+c)}, \frac{1}{b(c+a)}, \frac{1}{c(a+b)}$ are in H.P. then prove that a, b, c will be in H.P.

प्रश्न 45. यदि p, q, r स.श्रे. में हो तो सिद्ध करें कि $\frac{qr}{pq+pr}, \frac{rp}{qr+pq}, \frac{pq}{rp+qr}$ ह.श्रे. में होंगे।

Que. 45. If p, q, r are in A.P. $\frac{qr}{pq+pr}, \frac{rp}{qr+pq}, \frac{pq}{rp+qr}$ then prove that a, b, c will be in H.P.)

प्रश्न 46. यदि $a^x = b^y = c^z = d^w$ तथा a, b, c, d गु.श्रे. में हो तो सिद्ध करें कि x, y, z, w हरात्मक श्रेणी में होंगे।

Que. 46. if $a^x = b^y = c^z = d^w$ are a, b, c, d be in G.P., prove that x, y, z, w will be in H.P.

प्रश्न 47. यदि a, b, c स.श्रे. में, p, q, r ह.श्रे. में तथा ap, bq, cr गु.श्रे. में हों तो सिद्ध करें कि $\frac{p}{r}+\frac{r}{p}=\frac{a}{c}+\frac{c}{a}$. $\left(\frac{1}{ab}+\frac{3}{b^2}-\frac{1}{a}\right)$

Que. 47. If a, b, c in A.P., p, q, r be in H.P. and ap, bq, cr be in H.P. then prove that $\frac{p}{r}+\frac{r}{p}=\frac{a}{c}+\frac{c}{a}$.

प्रश्न 48. यदि a, b, x स.श्रे. में, a, b, y गु.श्रे. में, a, b, z ह.श्रे. में हों तो सिद्ध करें कि

$$4z\,(x-y)(y-z) = y\,(x-z)^2.$$

Que. 48. If a, b, x are in A.P., a, b, y are in G.P., a, b, z are in H.P. then prove that

$$4z\,(x-y)(y-z) = y\,(x-z)^2.$$

प्रश्न 49. यदि तीन धनात्मक संख्याएँ a, b, c समांतर, गुणोत्तर और हरात्मक तीनों श्रेणियों में हों, तो उनके मान बताइए।

Que. 49. Find three positive numbers a, b, c such that they are in A.P., G.P. and HP as well.

प्रश्न 50. यदि x, u, y स.श्रे. गु.श्रे. में हो, u, y, v गु.श्रे. में हो और y, v, z ह.श्रे. में हो तो सिद्ध करें कि x, y, z गु.श्रे. में होंगे तथा $z = \frac{(2u-x)^2}{x}$.

Que. 50. If x, u, y be in A.P., u, y, v be in G.P. and y, v, z in H.P. prove that x, y, z are in G.P. and $z = \frac{(2u - x)^2}{x}$.

प्रश्न 51. यदि a, b, c स.श्रे. में है तथा a, mb, c गु.श्रे. में है, तो सिद्ध करें कि a, m^2b, c ह.श्रे. में है।

Que. 51. If a, b, c are in A.P. and a, mb, c are in G.P., prove that a, m^2b, c are in H.P.

प्रश्न 52. यदि दो संख्याओं का स.मा. 10 तथा गु.मा. 8 है, तो उनका ह.मा. निकालें।

Que. 52. If the A.M. of two numbers is 10 and their G.M. is 8, find their H.M.

प्रश्न 53. यदि y – x तथा y – z का हरात्मक माध्य 2 (y – a) हो, तो सिद्ध करें कि x – a, y – a, z – a गु.श्रे. में है।

Que. 53. If 2 (y – a) is the H.M. between y – x and y – z, prove that x – a, y – a, z – a are in G.P.

प्रश्न 54. यदि दो संख्याओं का समांतर माध्य उनके गुणोत्तर माध्य से x ज्यादा है, गुणोत्तर माध्य उनके हरात्मक माध्य से y ज्यादा है, तो उनके समांतर माध्य और गुणोत्तर माध्य निकालें।

Que. 54. If A.M. of two numbers exceeds their G.M. by x and G.M. exceeds their H.M. by y, find their A.M. and G.M.

प्रश्न 55. दो संख्याओं का ह.मा. 4 है। यदि उनका स.माध्य A एवं गु.मा. G संबंध $2A + G^2 = 27$ को संतुष्ट करें तो उन संख्याओं को निकालें।

Que. 55. The H.M. of two numbers is 4. If their A.M. and G.M. be 6. Satisfy the relation $2A + G^2 = 27$, find the two numbers.

प्रश्न 56. निम्नलिखित श्रेणी के n पद का योगफल निकालें :

$$1^2 + (1^2 + 2^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2) + ...$$

Que. 56. Find the sum to n terms of the following series :

$$1^2 + (1^2 + 2^2) + (1^2 + 2^2 + 3^2) + ...$$

प्रश्न 57. निम्नलिखित श्रेणी के प्रथम 16 पदों का योगफल निकालें :

$$\frac{1^3}{1} + \frac{1^3 + 2^3}{1+3} + \frac{1^3 + 2^3 + 3^3}{1+3+5} + ...$$

Que. 57. Find the sum of the first 16 tems of the series :

$$\frac{1^3}{1} + \frac{1^3 + 2^3}{1+3} + \frac{1^3 + 2^3 + 3^3}{1+3+5} + ...$$

प्रश्न 58. निम्नलिखित श्रेणी के n पदों का योगफल निकालें :

+ ...

Que. 58. Find the sum to n terms of the series :

+ ...

प्रश्न 59. निम्नलिखित श्रेणी के n पदों का योगफल निकालें तथा उनके अनन्त पदों का योगफल निकालें।

(i) (ii) $\frac{1}{3.7}+\frac{1}{7.11}+\frac{1}{11.15}+...$

Que. 59. Sum the following series to n terms and hence deduce the sum to infinity.

(i) $\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{4^2-1}+\frac{1}{6^2-1}+...$ (ii) $\frac{1}{3.7}+\frac{1}{7.11}+\frac{1}{11.15}+...$

प्रश्न 60. निम्नलिखित श्रेणी के n पदों तक का योगफल ज्ञात करें :

$1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+...$

Que. 60. Find the sum to n terms of the following series :

1 + + ...

* * *

इकाई (Unit) 4

गुणात्मक श्रेणी एवं विशेष श्रेणी
(Geometrical & Important Series)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न (Objective Type Questions)

प्रश्न 1. 4 और 26 के बीच 10 समांतर माध्यों का योग है :

(a) 300 (b) 150 (c) 15 (d) इनमें कोई नहीं

Que. 1. Sum of 10 arithmetic means between 4 and 26 is

(a) 300 (b) 150 (c) 15 (d) None of these

प्रश्न 2. Sn^3 =

(a) $(Sn)^3$ (b) $(Sn)^2$

(c) $\frac{n(n+1)(n+2)}{4}$ (d) इनमें कोई नहीं

Que. 2. Sn^3 =

(a) $(Sn)^3$ (b) $(Sn)^2$

(c) $\frac{n(n+1)(n+2)}{4}$ (d) None of these

प्रश्न 3. किसी श्रेणी के तीन लगातार पद 30, 24, 20 है, तो श्रेणी के ठीक आगे का पद होगा :

(a) 18 (b) (c) 16 (d) इनमें कोई नहीं

Que. 3. Three consecutive terms of a progression are 30, 24, 20, then the next term of the progression will be

(a) 18 (b) $17\frac{1}{7}$ (c) 16 (d) None of these

प्रश्न 4. यदि p – 1, p + 3, 3p – 1 स.श्रे. में हो, तो p =

(a) 4 (b) – 4 (c) 2 (d) – 2

Que. 4. If p – 1, p + 3, 3p – 1 are in A.P., then p =

(a) 4 (b) – 4 (c) 2 (d) – 2

प्रश्न 5. यदि स.श्रे. 5, 8, 11, ... का nवाँ पद 320 हो तो, n =

(a) 105 (b) 104 (c) 106 (d) 112

Que. 5. If the nth term of the A.P., 5, 8, 11, ... is 320 then n =

(a) 105 (b) 104 (c) 106 (d) 112

प्रश्न 6. यदि राशियाँ a, b, c, d, e स.श्रे. में हों तो $a - 4b + 6c - 4d + e$ का मान है :

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) 16c

Que. 6. If the numbers a, b, c, d, e are in A.P. then the value of $a - 4b + 6c - 4d + e$ is

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) 16c

प्रश्न 7. यदि प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग उनके वर्गों के योग का 1/5 गुणा हो तो n का मान है :

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8

Que. 7. If the sum of first n natural numbers is 1/5 times the sum of their squares then the value of n is

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8

प्रश्न 8. यदि एक A.P. का rवाँ पद T_r से सूचित हो जहाँ r = 1, 2, 3, ... तथा यदि किसी धनात्मक पूर्णांक m, n के लिए हो $T_m = 1/n$ एवं $T_n = 1/m$ तो T_{mn} बराबर है :

(a) $\frac{1}{mn}$ (b) $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$ (c) 1 (d) 0

Que. 8. If rth term of an A.P. be denoted by T_r where r = 1, 2, 3, ... and if for some positive integers m, n we have $T_m = 1/n$ and $T_n = 1/m$ then T_{mn} equals

(a) $\frac{1}{mn}$ (b) (c) 1 (d) 0

प्रश्न 9. यदि 2 और 12 के बीच a, b, c, d, e, f समांतर माध्य हो तो $a + b + c + d + e + f$ बराबर है :

(a) 14 (b) 42 (c) 84 (d) इनमें कोई नहीं

Que. 9. If a, b, c, d, e, f are A.M.´s between 2 and 12 then $a + b + c + d + e + f$ is equal to

(a) 14 (b) 42 (c) 84 (d) None of these

प्रश्न 10. यदि एक स.श्रे. का pवाँ पद q तथा qवाँ पद p है तब rवाँ पद होगा :

(a) $p + q + r$ (b) $p + q - r$ (c) $p - q + r$ (d) इनमें कोई नहीं

Que. 10. If the pth term of an A.P. be q and the qth term is p then rth term will be

(a) $p + q + r$ (b) $p + q - r$ (c) $p - q + r$ (d) None of these

प्रश्न 11. दो अंकों वाली सभी विषम संख्याओं का योग है :

(a) 2475 (b) 2530 (c) 4905 (d) 5049

Que. 11. The sum of the all odd numbers of two digits is

(a) 2475 (b) 2530 (c) 4905 (d) 5049

प्रश्न 12. श्रेणी $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+...$ के 9 पदों का योग =

(a) $-\frac{5}{6}$ (b) (c) 1 (d)

Que. 12. The sum of 9 terms of the series =

(a) $-\frac{5}{6}$ (b) (c) 1 (d)

प्रश्न 13. एक स.श्रे. का पहला पद 1 तथा अन्तिम पद 11 है। यदि n पदों का योग 36 है तब n =

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) इनमें कोई नहीं

Que. 13. The first term and the last term of an A.P. is 1 and 11. If the sum of n terms be 36 then n =

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) None of these

प्रश्न 14. n पदों वाली स.श्रे. जिसका योग $n^2 - 2n$ है, का 5वाँ पद =

(a) 5 (b) 7 (c) 8 (d) 16

Que. 14. The 5th term of an A.P. having n terms whose sum is $n^2 - 2n$ =

(a) 5 (b) 7 (c) 8 (d) 16

प्रश्न 15. एक स.श्रे. के तीन पदों का योग 33 तथा गुणनफल 792 है, श्रेणी का अंतिम पद =

(a) 7 (b) 11 (c) 18 (d) इनमें कोई नहीं

Que. 15. The sum of the three terms of an A.P. is 33 and their product is 792, then the last term of the series =

(a) 7 (b) 11 (c) 18 (d) None of these

प्रश्न 16. यदि एक स.श्रे. में m पदों तथा n पदों का योग का अनुपात $m^2 : n^2$ है, तब यदि प्रथम पद a तथा सार्व अंतर d है, तब

(a) a = 2d (b) a = d (c) d = 2a (d) इनमें कोई नहीं

Que. 16. If the ratio of sum of m terms and n terms of an A.P. be $m^2 : n^2$, if a be the first term and common difference is d then

(a) a = 2d (b) a = d (c) d = 2a (d) None of these

प्रश्न 17. यदि 2 तथा 17 के मध्य 8 समांतर माध्य है, तब 5वाँ समांतर माध्य

(a) (b) (c) (d)

Que. 17. If there 8 A.M. between 2 and 17 then 5th A.M. =

(a) (b) (c) (d)

प्रश्न 18. माना S_n = n = 1,

2, 3, तो S_n अधिक नहीं है :

(a) 1/2 (b) 1 (c) 2 (d) 4

Que. 18. Let S_n = n = 1, 2,

3, the S_n is not greater than :

(a) 1/2 (b) 1 (c) $\frac{1+\sqrt{2}}{1^3+2^3}+\frac{2+\sqrt{2}}{1^3+2^3+3^3}+\ldots+\frac{n+\sqrt{2}}{1^3+2^3+\ldots+n^3}$ (d) 4

प्रश्न 19. श्रेणी का 8वाँ पद होगा :

(a) – 5 (b) 5 (c) 10 (d) – 10

Que. 19. 8th term of the series will be

(a) – 5 (b) 5 (c) 10 (d) – 10

प्रश्न 20. यदि किसी समानान्तर श्रेणी का 9वाँ पद शून्य हो, तो उसके 29वें तथा 19वें पदों का अनुपात है

(a) 1 : 2 (b) 2 : 1 (c) 1 : 3 (d) 3 : 1

Que. 20. If the 9th term of an A.P. be zero, then the ratio of its 29th and 19th term is

(a) 1 : 2 (b) 2 : 1 (c) 1 : 3 (d) 3 : 1

प्रश्न 21. यदि a और b का समान्तर माध्य हो, तो n का मान है

(a) – 1 (b) 0 (c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 21. If the arithmetic mean of a and b is $\frac{a^n + b^n}{a^{n-1} + b^{n-1}}$, then the value of n is

(a) – 1 (b) 0 (c) 1 (d) None of these

प्रश्न 22. किसी समान्तर श्रेणी का nवाँ पद (2n – 1) है, तो उस श्रेणी के n पदों का योग होगा

(a) $n^2 - 1$ (b) $(2n - 1)^2$ (c) n^2 (d) $n^2 + 1$

Que. 22. If the nth term of an A.P. be (2n – 1), then the sum of its first n terms will be

(a) $n^2 - 1$ (b) $(2n - 1)^2$ (c) n^2 (d) $n^2 + 1$

प्रश्न 23. यदि a और b के बीच का समान्तर माध्य $\frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n}$ है, तो n का मान होगा

(a) 1 (b) – 1 (c) 0 (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Que. 23. If $\frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n}$ be the A.M. of a and b, then n =

(a) 1 (b) – 1 (c) 0 (d) None of these

प्रश्न 24. एक राशि दूसरी की व्युत्क्रम है। यदि दोनों राशियों का समान्तर माध्य $\frac{13}{12}$ है, तो राशियाँ होंगी

(a) $\frac{1}{4}, \frac{4}{1}$ (b) $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}$ (c) $\frac{2}{5}, \frac{5}{2}$ (d) $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}$

Que. 24. A number is the reciprocal of the other. If the arithmetic mean of the two numbers be $\frac{13}{12}$, then the numbers are

(a) (b) $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}$ (c) $\frac{2}{5}, \frac{5}{2}$ (d) $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}$

प्रश्न 25. किसी बहुभुज के अन्तः कोण स.श्रे. में हैं। यदि सबसे छोटा कोण 120° है और सार्वअन्तर 5° है, तो भुजाओं की संख्या होगी

(a) 8 (b) 10 (c) 9 (d) 6

Que. 25. The interior angles of a polygon are in A.P. If the smallest angle be 120° and the common difference be 5, then the number of sides is

(a) 8 (b) 10 (c) 9 (d) 6

प्रश्न 26. यदि $\frac{1}{b-c}, \frac{1}{c-a}, \frac{1}{a-b}$ समान्तर श्रेणी के क्रमागत पद हों, तो $(b-c)^2, (c-a)^2, (a-b)^2$ होंगे

(a) गु. श्रे. (b) स. श्रे. (c) ह. श्रे. (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Que. 26. If $\frac{1}{b-c}, \frac{1}{c-a}, \frac{1}{a-b}$ be consecutive terms of an A.P., then $(b-c)^2, (c-a)^2, (a-b)^2$ will be in

(a) G.P. (b) A.P. (c) H.P. (d) None of these

प्रश्न 27. यदि समान्तर श्रेणी का प्रथम पद, दूसरा पद और अन्तिम पद क्रमशः a, b, 2a हैं, तो योग होगा

(a) $\frac{ab}{b-a}$ (b) (c) $\frac{3ab}{2(b-a)}$ (d) $\frac{3ab}{4(b-a)}$

Que. 27. If the first, second and last terms of an A.P. be a, b, 2a respectively, then its sum will be

(a) $\frac{ab}{b-a}$ (b) (c) $\frac{3ab}{2(b-a)}$ (d) $\frac{3ab}{4(b-a)}$

प्रश्न 28. a और b कोई दो भिन्न धनात्मक वास्तविक संख्याएँ हैं तो निम्न में से कौनसा कथन सत्य है $\frac{\sqrt{ab}}{2(b-a)}$

(a) $2\sqrt{ab} > (a+b)$ (b) $2 < (a+b)$

(c) $2 = (a+b)$ (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Que. 28. If a and b are two different positive real numbers, then which of the following relations is true

(a) $2 > (a+b)$ (b) $2 < (a+b)$

(c) $2 = (a+b)$ (d) None of these

प्रश्न 29. किसी समानान्तर श्रेणी के आरम्भ से तथा अन्त से समदूरस्थ पदों का योग होता है

(a) प्रथम पद (b) द्वितीय पद

(c) प्रथम तथा अन्तिम पद का योग (d) अन्तिम पद

Que. 29. In an A.P. the sum of the terms equidistant from the beginning and end is equal to

(a) First term (b) Second term

(c) Sum of first and last erm (d) Last term

प्रश्न 30. यदि गु.श्रे. का चौथा, सातवाँ और दसवाँ पद क्रमशः a, b और c हों, तो a, b, c में सम्बन्ध होगा :

(a) b = (b) $a^2 = bc$ (c) $b^2 = ac$ (d) $c^2 = ab$

Que. 30. If the 4th, 7th and 10th terms of a G.P. be a, b, c respectively, then the relation between a, b, c is

(a) b = (b) $a^2 = bc$ (c) $b^2 = ac$ (d) $c^2 = ab$

प्रश्न 31. यदि गु.श्रे. का प्रथम पद 5 और सार्वअनुपात –5 है, तो 3125 श्रेणी का कौन–सा पद है

(a) 6वाँ पद (b) 5वाँ पद (c) 7वाँ पद (d) 8वाँ पद

Que. 31. f the first term of a G.P. be 5 and common ratio be –5, then which term is 3125

(a) 6th (b) 5th (c) 7th (d) 8th

प्रश्न 32. 2, 14, 62 में क्या जोड़ें कि वे गुणोत्तर श्रेणी में हो जावे

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

Que. 32. The number which should be added to the numbers 2, 14, 62 so that the resulting numbers may be in G.P., is

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

प्रश्न 33. यदि , a तथा b का गुणोत्तर माध्य हो, तो n =

(a) 0 (b) 1 (c) 1/2 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 33. If $\frac{a^n + b^n}{a^{n-1} + b^{n-1}}$ be the geometric mean of a and ,b then n =

(a) 0 (b) 1 (c) 1/2 (d) None of these

प्रश्न 34. यदि $a^{1/x} = b^{1/y} = c^{1/z}$ और a, b, c गु. श्रेणी में हैं, तो x, y और z होंगे

(a) स. श्रे. में (b) गु. श्रे. में (c) ह. श्रे. में (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Que. 34. If $a^{1/x} = b^{1/y} = c^{1/z}$ and a, b, c are in G.P., then x, y, z will be in

(a) A.P. (b) G.P. (c) H.P. (d) None of these

प्रश्न 35. यदि x, G_1, G_2, y किसी गु. श्रे. के क्रमागत पद हैं, तो $G_1.G_2$ का मान होगा

(a) $\frac{y}{x}$ (b) (c) xy (d) $\sqrt{xy}$

Que. 35. If x, G_1, G_2, y be the consecutive terms of a G.P., then the value of G_1G_2 will be

(a) $\frac{y}{x}$ (b) (c) xy (d) $\sqrt{xy}$

प्रश्न 36. प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योग होता है

(a) $\frac{n(n+1)}{2}$ (b) (c) $\frac{n(n-1)(2n+1)}{6}$ (d)

Que. 36. The sum of the cubes of first n natural numbers is

(a) (b) (c) $\frac{n(n-1)(2n+1)}{6}$ (d)

प्रश्न 37. यदि तीन संख्यायें गु. श्रे. में हैं तो उनके लघुगुणक (logarithms) होंगे

(a) स. श्रे. में (b) गु. श्रे. में (c) ह. श्रे. में (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Que. 37. If three numbers be in G.P., then their logarithms will be in

(a) A.P. (b) G.P. (c) H.P. (d) None of these

प्रश्न 38. यदि a और b के बीच हरात्मक माध्य H है तो $\frac{H}{a}+\frac{H}{b}$ का मान होगा

(a) 4 (b) 2 (c) 1 (d) (a + b)

Que. 38. If the harmonic mean between a and b be H, then =

(a) 4 (b) 2 (c) 1 (d) (a + b)

प्रश्न 39. यदि दो भिन्न धनात्मक वास्तविक संख्याओं के समान्तर माध्य, गुणोत्तर माध्य और हरात्मक माध्य क्रमशः A, G और H हैं, तो उनमें सम्बन्ध होगा

(a) A > G > H (b) A > G < H (c) H > G > A (d) G > A > H

Que. 39. If the arithmetic, goemetric and harmonic means between two distinct positive real numbers be A, G and H respectively, then the relation between them is

(a) A > G > H (b) A > G < H (c) H > G > A (d) G > A > H

प्रश्न 40. यदि दो धनात्मक वास्तविक संख्याओं के बीच का समान्तर माध्य A, गुणोत्तर माध्य G और हरात्मक माध्य H है, तो

(a) $A^2 = GH$ (b) $H^2 = AG$ (c) $G = AH$ (d) $G^2 = AH$

Que. 40. If the the arithmetic, geometric and harmonic means between two positive real numbers be A, G and H, then

(a) $A^2 = GH$ (b) $H^2 = AG$ (c) $G = AH$ (d) $G^2 = AH$

प्रश्न (Questions)

गुणोत्तर श्रेणियों में पूछे गये पदों का मान ज्ञात कीजिए :

Find the terms indicated in the following G.P's :

प्रश्न 41. 4x, 2x, x ... का नवाँ पद

Que. 41. 9th term of 4x, 2x, x ....

प्रश्न 42. $(a + b) r^2 + (a + b)^2 r + (a + b)^3 + ...$ का nवाँ पद ज्ञात कीजिए।

Que. 42. nth term of $(a + b)^2 r + (a + b)^3 + ...$

प्रश्न 43. किसी गुणोत्तर श्रेणी का तीसरा पद और आठवाँ पद 16 है, तो श्रेणी ज्ञात कीजिए।

Que. 43. The third term of a G.S. is and its eight term is 16, find the series.

प्रश्न 44. अनुक्रम 2, 6, 18 का अन्तिम पद 486 है। पदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

Que. 44. The last term of the sequence 2, 6, $18\sqrt{2}$ is 486. Find the number of terms.

प्रश्न 45. दो संख्याओं का समान्तर माध्य 40 हो, और गुणोत्तर माध्य 32 हो, तो उन संख्याओं को ज्ञात कीजिए।

Que. 45. The AM of two numbers is 40 and their G.M. is 32. Find the numbers.

प्रश्न 46. गुणोत्तर श्रेणी का छठा पद 192 तथा ग्यारहवाँ पद 6144 है। बताओ इस श्रेणी का कौनसा पद 49152 होगा ?

Que. 46. The sixth term of a G.S. is 192 and eleventh term is 6144. Which term of the series is 49152 ?

प्रश्न 47. n पदों की गुणोत्तर श्रेणी के अन्तिम पद 64 है, सार्व अनुपात 2 है तथा योग 127 है। पदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

Que. 47. In a geometric series of n terms, the last term is 64, its common ratio is 2 and the sum is 127. Find the number of terms.

प्रश्न 48. निम्न गु.श्रे. का अनन्त पद तक योग ज्ञात कीजिये :

(+ 1) + 1 + (– 1) + ...

Que. 48. Find the sum of the following G.S. to infinity :

(+ 1) + 1 + (– 1) + ...

प्रश्न 49. अनन्त पदों तक योगफल ज्ञात करो :

+ .....

Que. 49. Find the sum to infinity :

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\frac{3}{3^4}+\frac{2}{3^5}+\frac{3}{3^6}+\text{.....}$$

प्रश्न 50. निम्न आवर्त दशमलव भिन्नों को गुणोत्तर श्रेणी की सहायता से परिमेय यंजक में लिखिए :

.

Que. 50. By the method of infinity G.S. write the following recurring decimals as rational expressions :

.

प्रश्न 51. उस अनन्त गुणोत्तर श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए जिसका चौथा पद और सातवाँ पद है।

Que. 51. Find the sum of that infinite geometric series whose 4th term is , and whose 7th term is .

प्रश्न 52. यदि a, b, c गु.श्रे. में हो तो सिद्ध कीजिए कि log a^n, log b^n, log c^n स.श्रे. में होंगे।

Que. 52. If a, b, c are in G.P. then prove that log a^n, log b^n, log c^n.

प्रश्न 53. चार संख्यायें गु.श्रे. में हैं। उनमें से प्रथम दो का योग 8 तथा अंतिम दो का योग 72 है। संख्याओं को ज्ञात कीजिए।

Que. 53. Four terms are in G.P. sum of first two terms is 8 and sum of last two terms is 72. Find the terms.

प्रश्न 54. यदि दो दी हुई राशियां b और c के बीच एक स.मा. A और दो गुणोत्तर माध्य P, Q हों, तो सिद्ध करें कि

(i) (ii) $P^3 + Q^3 = 2Abc$.

Que. 54. If A be the arithmetic mean and P, Q be two geometric means between two given numbers b and c, prove that

(i) $\frac{P^2}{Q}+\frac{Q^2}{P}=2A$ (ii) $P^3 + A^3 = 2Abc$.

प्रश्न 55. श्रेणी $\sqrt{3}$, 3, 3 , 9, ... का कौन–सा पद 729 है।

Que. 55. Which term of the progression , 3, 3 , 9, ... is 729 ?

प्रश्न 56. किसी गु.श्रे. का (p + q)वाँ पद और (p – q)वाँ पद b हो तो उस गु.श्रे. का pवाँ पद ज्ञात करें।

Que. 56. The (p + q)th term of a G.P. is a and the (p – q)th term is b, then find its pth term.

प्रश्न 57. उस गुणोत्तर श्रेणी का अंत से पाँचवाँ पद ज्ञात कीजिए जिसका अन्तिम पद 512 और सार्व अनुपात 2 है।

Que. 57. Find the fifth term from last of the G.P. whose last term is 512 and common ratio 2.

प्रश्न 58. यदि किसी गु.श्रे. का पहला पद a तथा nवाँ पद b हो और n पदों का गुणनफल p हो, तो सिद्ध करें कि $p^2 = (ab)^n$.

Que. 58. If the first term and nth term of a G.P. be a and b, and the product of its nth term be p then prove that $p^2 = (ab)^n$.

$\sqrt{\frac{1}{16}}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$

प्रश्न 59. सिद्ध करें कि वह श्रेणी जिसका nवाँ पद $3(-2)^{n-1}$ है गु.श्रे. में है।

Que. 59. Prove that the progression whose nth term is $3(-2)^{n-1}$ is in G.P.

प्रश्न 60. निम्न श्रेणी का योगफल निकालें :

+ ... 128

Que. 60. Find the sum of the following series :

$$\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\ldots 128$$

प्रश्न 61. किसी श्रेणी के n पदों का योगफल $3^n + 2$ है। सिद्ध करें कि यह श्रेणी गु.श्रे. में है एवं इसका सार्व अनुपात निकालें।

Que. 61. The sum of n terms of a series is $3^n + 2$. Prove that this series is in G.P. and find its common ratio.

प्रश्न 62. निम्नलिखित श्रेणियों के अनन्त पदों का योग निकालें :

Que. 62. Find the sum to infinity of the following series :

(i) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+...$ (ii) $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+...$

(iii) $(2+\sqrt{3})+1+(2-\quad)+...$

प्रश्न 63. दिखाएँ कि एक ही सार्व अनुपात वाले दो गु.श्रे. के n पदों के जोड़ का अनुपात उनके nवें पदों के अनुपात के बराबर है।

Que. 63. Show that the ratio of the sum of n terms of two geometric series having the same common ratio is the ratio of their nth terms.

प्रश्न 64. किसी गुणोत्तर श्रेणी के प्रथम छह पदों का योग उस श्रेणी के प्रथम तीन पदों के योग का नौ गुना है। इस श्रेणी का सार्व अनुपात ज्ञात करें।

Que. 64. The sum of first six terms of a G.P. is equal to nine times then sum of first three terms. Find the c.r. of G.P.

प्रश्न 65. सिद्ध करें कि किसी अनन्त गु.श्रे. में जिसका सार्व अनुपात r इकाई से कम है, प्रत्येक पद की अनुवर्ती पदों के योग से निष्पत्ति $\frac{1-r}{r}$ है।

Que. 65. Prove that in an infinite G.P., whose common ratio is less than unity, the ratio of each term to the sum of the successiding terms is $\frac{1-r}{r}$.

प्रश्न 66. सिद्ध करें कि किसी अनन्त गु.श्रे. में जिसका प्रत्येक पद धनात्मक है और सार्व अनुपात इकाई से कम है कोई भी पद, अपने बाद में आने वाले सभी पदों के जोड़ से बड़ा, बराबर या छोटा होगा। यदि सार्व अनुपात <, = या > .

Que. 66. Prove that in an infinite G.P., whose terms are all positive, the common ratio being less than unity, any terms is greater than, equal to or less than the sum of all the succeding terms according as the c.r. <, = or > .

प्रश्न 67. यदि $x = 1 + a + a^2 + ...$ ¥ तक तथा $y = 1 + b + b^2 + ...$ ¥ तक तो $1 + ab + a^2b^2 + ...$ ¥ तक का मान निकालें।

Que. 67. If $x = 1 + a + a^2 + ...$ ¥ up to ¥ and $y = 1 + b + b^2 + ...$ ¥ up to ¥ then find the value of $1 + ab\ a^2b^2 + ...$ ¥.

प्रश्न 68. यदि $x = a +$ तक

$$y = b - \frac{b}{r} + \frac{b}{r^2} - ...\infty \text{ तक}$$

और $z = c - \frac{c}{r} + \frac{c}{r^2} + ...\infty$ तक

तो सिद्ध करें कि $\frac{xy}{z} = \frac{ab}{c}$.

Que. 68. If $x = a + \frac{a}{r} + \frac{a}{r^2} + \ldots$ to ¥

$$y = b - \frac{b}{r} + \frac{b}{r^2} - \ldots \text{ to } ¥$$

and $z = c - \frac{c}{r} + \frac{c}{r^2} + \ldots$ to ¥

then prove that $\frac{xy}{z} = \frac{ab}{c}$.

प्रश्न 69. किसी गु.श्रे. के अनन्त पदों का योग 32 तथा $\frac{a}{r} + \frac{a}{r^2} + ...\infty$ प्रथम दो पदों का योग 24 है, तो श्रेणी ज्ञात करें।

Que. 69. If the sum of the infinite terms of a G.P. be 32 and the sum of the first two terms be 29 then find the series.

प्रश्न 70. किसी गु.श्रे. के अनन्त पदों का योग 15 है तथा उनके वर्गों का योग 45 है, तो श्रेणी ज्ञात करें।

Que. 70. The sum of infinite terms of a G.P. is 15 and the sum of their squares is 45, find the progression.

प्रश्न 71 यदि एक गुणोत्तर श्रेणी की तीन संख्याओं का गुणनफल 216 हो और उनका योगफल 19 है, तो संख्याओं को निकालें।

Que. 71. If the product of three numbers in a G.P. be 216 and their sum is 19, find the numbers.

प्रश्न 72. गुणोत्तर श्रेणी की तीन क्रमागत संख्याओं का योग 21 तथा उनके वर्गों का योग 189 है। संख्याएँ ज्ञात करें।

Que. 72. The sum of three consecutive numbers of a G.P. is 21 and the sum of their squares is 189. Find the numbers.

प्रश्न 73. चार संख्याएँ गुणोत्तर श्रेणी में है। यदि पहले दो का योगफल 44 और अंतिम दो का योगफल 396 हो, तो संख्याएँ ज्ञात करें।

Que. 73. There are four numbers in G.P. If the sum of first two numbers be 44 and the sum of the last two numbers is 396 then find the numbers.

प्रश्न 74. x के किस मान के लिए $x - 2, x, x + 3$ गु.श्रे. में है।

Que. 74. For what value of x, $x - 2, x, x + 3$ are in G.P.

प्रश्न 75. 5, x, y, z, 80 गु.श्रे. में हों, तो x, y, z का मान निकालिए।

Que. 75. If 5, x, y, z, 80 are in G.P., then find the values of x, y, z.

प्रश्न 76. सिद्ध करें कि a तथा b के बीच n गुणोत्तर माध्यों का गुणनफल a और b के गुणोत्तर माध्य के nवें घात के बराबर होता है।

Que. 76. Prove that the product of n G.M.'s between a and b is equal to the nth power of G.M. of a and b.

प्रश्न 77. दो संख्याओं a एवं b के बीच n गुणोत्तर माध्यों का योगफल निकालें।

Que. 77. Find the sum of the n geometric means inserted between a and b.

प्रश्न 78. यदि $a^{1/x} = b^{1/y} = c^{1/z}$ तथा a, b, c गु.श्रे. में हो तो सिद्ध करें कि x, y, z स.श्रे. में होंगे।

Que. 78. If $a^{1/x} = b^{1/y} = c^{1/z}$ and a, b, c are in G.P. then prove that x, y, z will be in A.P.

प्रश्न 79. यदि किसी स.श्रे. के pवाँ, qवाँ, rवाँ और sवाँ पद गु.श्रे. में हो तो सिद्ध करें कि $p - q, q - r, r - s$ गु.श्रे. में है।

Que. 79. If the pth, qth, rth and sth terms of an A.P. are in G.P., prove that $p - q, q - r, r - s$ are in G.P.

प्रश्न 80. चार संख्याओं में प्रथम तीन गु.श्रे. में हैं। अंतिम तीन स.श्रे. में हैं जिसका सार्व अन्तर 6 है, एवं प्रथम तथा अंतिम संख्या समान हैं, तो संख्या निकालें।

Que. 80. If in the four given numbers, the first three are in G.P. and the last three numbers are in A.P. whose common difference is 6, the first and the last numbers are equal then find the numbers.

प्रश्न 81. स.श्रे. में तीन संख्याओं का योग 15 है। यदि इनमें क्रम से 1, 4, 19 जोड़ दिए जाए, तो प्राप्त श्रेणी गु.श्रे. में हो जाती है। संख्या बताइए।

Que. 81. The sum of three numbers in A.P. is 15. If 1, 4, 19 are added to them respectively, the resulting series in G.P. Find the numbes.

प्रश्न 82. यदि दो संख्याओं a और b का समांतर माध्य उनके गुणोत्तर माध्य का दोगुना हो तो सिद्ध करें कि

$$\frac{a}{b} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}.$$

Que. 82. If the arithmetic mean between two given numbers a and b is twice the geometrical mean between them, prove that

$$\frac{a}{b} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}.$$

प्रश्न 83. यदि a, b, c स.श्रे. में हो तथा a, b और b, c के बीच गु.मा. क्रमशः x और y हों तो सिद्ध करें कि x^2, b^2, y^2 स.श्रे. में हैं।

Que. 83. If a, b, c are in A.P. and if the G.M.'s between a, b and b, c be x and y respectively, prove that x^2, b^2, y^2 are in A.P.

प्रश्न 84. यदि दो दी हुई राशियों के बीच एक समांतर माध्य A और दो गुणोत्तर माध्य p, q हों तो सिद्ध करें कि $\frac{p^2}{q} + \frac{q^2}{p} = 2A.$

Que. 84. If A be the arithmetic mean and p, q be the geometric mean between two given numbers then prove that $\frac{p^2}{q} + \frac{q^2}{p} = 2A\frac{ma+nb}{m+n}$

प्रश्न 85. यदि b और c के बीच में एक समांतर माध्य a और दो गुणोत्तर माध्य G_1 और G_2 हों, तो सिद्ध करें कि $G_1^3 + G_2^3 = 2abc$.

Que. 85. If a is the arithmetic mean between b and c and G_1, G_2 be two geometric means between b and c then prove that $G_1^3 + G_2^3 = 2abc$.

प्रश्न 86. यदि दो संख्याओं के बीच एक गुणोत्तर माध्य G तथा दो समांतर माध्य p और q रखे जायें, तो सिद्ध करें कि $G^2 = (2p - q)(2q - p)$.

Que. 86. If one G.M. G and two A.M.'s p and q be inserted between two given quantities, then prove that $G^2 = (2p - q)(2q - p)$.

प्रश्न 87. यदि $\frac{ma+nb}{m+n}$, m तथा n एवं a और b के समांतर माध्य एवं गुणोत्तर माध्य हो तो m और n का मान a और b के रूप में निकालें।

Que. 87. If be the AM between m and n and the GM between a and b then find m and n in terms of a and b.

प्रश्न 88. $1 - 7x + 13x^2 - 19x^3 + ...$ (n पदों तक)

Que. 88. $1 - 7x + 13x^2 - 19x^3 + ...$ n terms.

प्रश्न 89. अनन्त पदों तक योग ज्ञात कीजिए।

Que. 89. Find the sum to infinity :

$$1 - \qquad + ...$$

प्रश्न 90. अनन्त तक योगफल ज्ञात कीजिए :

Que. 90. Find the sum to infinity :

$$1^2 + 3^2 x + 5^2 x^2 + 7^2 x^2 + ... (x < 1)$$

प्रश्न 91. गुणोत्तर श्रेणी में 3 संख्याओं का योग 70 है। यदि किनारे की दो संख्याओं को 4 से गुणा करें तथा बीच की संख्या में 5 का गुणा करें तो गुणनफल समान्तर श्रेणी में हो जाते हैं। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

Que. 91. The sum of 3 numbers in G.P. is 70, four times of the l1st and 3rd number and 5 times the middle number are in A.P. Find the numbers.

प्रश्न 92. यदि a, b, c समान्तर श्रेणी में हैं; x, y तथा z गुणोत्तर श्रेणी में हैं, तो सिद्ध कीजिए कि,

$$x^{b-c} y^{c-a} . z^{a-b} = 1.$$

Que. 92. If a, b, c are in A.P. and x, y and z are in G.P. prove that

$$x^{b-c} y^{c-a} . z^{a-b} = 1.$$

प्रश्न 93. यदि a, b और c गुणोत्तर श्रेणी में हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{a+b}, \frac{1}{2b}, \frac{1}{b+c}$ समान्तर श्रेणी में होंगे।

Que. 93. If a, b and c are in G.P. prove that $\frac{1}{a+b}, \frac{1}{2b}, \frac{1}{b+c}$ are in A.P.

प्रश्न 94. किसी गुणोत्तर श्रेणी का चौथा, सातवाँ और दसवाँ पद क्रमशः l, m और n हैं तो सिद्ध कीजिए कि

$$m^2 = ln.$$

Que. 94. If 4th, 7th and 10th terms of a geometric series are *l*, m and n respectively, prove that $m^2 = ln$.

प्रश्न 95. pवें पद से आरम्भ करके किसी गुणोत्तर श्रेणी के n पदों का योगफल P है तथा qवें पद से आरम्भ करके उसी गुणोत्तर श्रेणी के n पदों का योगफल Q है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{P}{r^p} = \frac{Q}{r^q}$ जबकि r सार्व अनुपात है।

Que. 95. Starting from pth term the sum of n terms of a geometric series is P and starting from qth term the sum of its n terms is Q, prove that, $\frac{P}{r^p} = \frac{Q}{r^q}$, where r is common ratio.

प्रश्न 96. यदि श्रेणी a, ar, ar^2 .... के n पदों का योगफल S, गुणनफल P तथा व्युत्क्रमों का योगफल R है, तो सिद्ध कीजिए कि $P^2 = \left(\frac{S}{R}\right)^n$.

Que. 96. If S be the sum of n terms, P their product and R be the sum of the reciprocals of the series a, ar, ar^2 .... prove that $P^2 = \left(\frac{S}{R}\right)^n$.

प्रश्न 97. यदि a, b, c, d गुणोत्तर श्रेणी में हैं तो सिद्ध कीजिए कि (a + b), (b + c), (c + d) भी गु.श्रे. में होंगे।

Que. 97. If a, b, c, d are in G.P., prove that (a + b), (b + c), (c + d) are in G.P.

प्रश्न 98. यदि a, b, c समा. श्रे. में हैं तथा a, x, b और b, y, c गुणो. श्रे. में हैं तो सिद्ध कीजिए कि x^2, b^2, y^2 समा. श्रे. में होंगे।

Que. 98. If a, b, c are in A.P., a, x, b and b, y, c are in G.P., show that x^2, b^2, y^2 are in A.P.

प्रश्न 99. यदि a, b, c समा. श्रे. में तथा a, b, d गुणो. श्रे. में हैं तो सिद्ध कीजिए कि a, a – b, b – c गुणो. श्रे. में होंगे।

Que. 99. If a, b, c are in A.P., and a, b, d are in G.P., show that a, a – b, d – c are in G.P.

* * *

इकाई (Unit) 5

सारणिक

(Determinant)

रिक्त स्थान भरिए :

Fill in the blanks :

(1) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ एक ..... का सारणिक है।

$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ is a ..... determinant.

(2) $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}$ का मान ..... है।

Value of $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}$ is ..... .

(3) यदि सारणिक में ..... पंक्ति और ..... स्तम्भ हों तो वह तृतीय कोटि का सारणिक कहलाता है।

If ..... rows and ..... column then determinant is known as three order determinant.

(4) तीन बिन्दु संरेख कहलाते हैं यदि ..... का क्षेत्रफल शून्य हो।

Three points are collinear, if the area of ..... is zero.

(5) w^3 का मान ..... होता है।

The value of w^3 is ..... .

सत्य/असत्य बताइए :

Write True/False :

(6) $1 + w + w^2 = 0$ का मान शून्य होता है।

The value of $1 + w + w^2 = 0$.

(7) उप सारणिक व सहखण्ड एक ही है।

Minors and cofactors are same.

(8) किसी सारणिक में पंक्तियों को स्तम्भ में तथा स्तम्भ को पंक्तियों में बदल दिया जाये तो उस सारणिक के मान में अन्तर आ जाता है।

The vlaue of a determinant is altered by changing its rows into columns and columns into rows.

(9) यदि किसी सारणिक में कोई दो स्तम्भ अथवा कोई दो पंक्तियाँ सर्वसम हों तो उसका मान शून्य होता है।

If two clumns or two rows of a determinant are identical then its value is zero.

(10) सारणिक एक आयताकार आव्यूह है।

Determinant is a rectangular matrix.

बहुविकल्पीय प्रश्न

11. सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix}$ =

(a) 1 (b) 0 (c) $\log_a b$ (d) $\log_b a$

11. Determinant $\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix}$ =

(a) 1 (b) 0 (c) $\log_a b$ (d) $\log_b a$

12. सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 4 \\ -5 & 6 & -10 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix}$ का मान है :

(a) –440 (b) 0 (c) 328 (d) 488

12. Value of determinant is $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 4 \\ -5 & 6 & -10 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix}$:

(a) –440 (b) 0 (c) 328 (d) 488

13. सारणिक $\begin{vmatrix} 13 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \\ 15 & 18 & 21 \end{vmatrix}$ =

(a) 0 (b) –39 (c) 96 (d) 57

13. Determinant $\begin{vmatrix} 13 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \\ 15 & 18 & 21 \end{vmatrix}$ =

(a) 0 (b) –39 (c) 96 (d) 57

14. सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$ का मान है :

(a) a + b + c (b) $(a + b + c)^2$ (c) 0 (d) 1 + a + b + c

14. Value of determinant is $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$:

(a) a + b + c (b) $(a + b + c)^2$ (c) 0 (d) 1 + a + b + c

15. सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & 1+ac & 1+bc \\ 1 & 1+ad & 1+bd \\ 1 & 1+ae & 1+be \end{vmatrix}$ =

(a) 1 (b) 0 (c) 3 (d) a + b + c

15. Determinant $\begin{vmatrix} 1 & 1+ac & 1+bc \\ 1 & 1+ad & 1+bd \\ 1 & 1+ae & 1+be \end{vmatrix}$ =

(a) 1 (b) 0 (c) 3 (d) a + b + c

16. यदि $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = k\, a^2b^2c^2$, तो k =

(a) 2 (b) 4 (c) –4 (d) 8

16. If $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = k\, a^2b^2c^2$, then k =

(a) 2 (b) 4 (c) –4 (d) 8

17. यदि ω इकाई का घनमूल हो, तो $\begin{vmatrix} x+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & x+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & x+\omega \end{vmatrix} =$

(a) $x^3 + 1$ (b) $x^3 + \omega$ (c) $c^2 + \omega^2$ (d) x^3

17. If ω is cube root of determinant $\begin{vmatrix} x+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & x+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & x+\omega \end{vmatrix} =$ then

(a) $x^3 + 1$ (b) $x^3 + \omega$ (c) $c^2 + \omega^2$ (d) x^3

18. सारणिक $\begin{vmatrix} a+b & a+2b & a+3b \\ a+2b & a3b & a+4b \\ a+4b & a+5b & a+6b \end{vmatrix} =$

(a) $a^2 + b^2 + c^2 - 3abc$ (b) 0

(c) $a^3 + b^3 + c^3$ (d) इनमें से कोई नहीं

18. Determinant $\begin{vmatrix} a+b & a+2b & a+3b \\ a+2b & a3b & a+4b \\ a+4b & a+5b & a+6b \end{vmatrix} =$

(a) $a^2 + b^2 + c^2 - 3abc$ (b) 0

(c) $a^3 + b^3 + c^3$ (d) None of these

19. यदि $a \neq b \neq c$ तो x का मान जो $\begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ x+a & 0 & x-c \\ x+b & x+c & 0 \end{vmatrix} = 0$ को सन्तुष्ट करता है :

(a) x = a (b) x = b (c) x = c (d) x = 0

19. If $a \neq b \neq c$ is satisfy determinant $\begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ x+a & 0 & x-c \\ x+b & x+c & 0 \end{vmatrix} = 0$, then find the value of

(a) x = a (b) x = b (c) x = c (d) x = 0

20. यदि a, b और c असमान हों तथा $\begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ x+a & 0 & x-c \\ x+b & x+c & 0 \end{vmatrix} = 0$ हो, तो x बराबर है :

(a) 0 (b) a अथवा b अथवा c

(c) a + b + c (d) इनमें से कोई नहीं

20. If a, b and c are unequal and determinant $\begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ x+a & 0 & x-c \\ x+b & x+c & 0 \end{vmatrix} = 0$, then x equal to

(a) 0 (b) a or b or c

(c) a + b + c (d) None of these

21. यदि $\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x + iy$, तो (x, y) होगा :

(a) (3, 1) (b) (1, 3) (c) (0, 3) (d) (0, 0)

21. If $\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x + iy$, then (x, y) will be :

(a) (3, 1) (b) (1, 3) (c) (0, 3) (d) (0, 0)

22. यदि $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 1+x \\ 2x & x(x-1) & 1+x \\ 3x(x-1) & x(x-1)(x-2) & (1+x)x(x-1) \end{vmatrix}$, तो f (100) =

(a) 0 (b) 1 (c) 100 (d) – 100

22. If $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 1+x \\ 2x & x(x-1) & 1+x \\ 3x(x-1) & x(x-1)(x-2) & (1+x)x(x-1) \end{vmatrix}$, then f (100) =

(a) 0 (b) 1 (c) 100 (d) – 100

23. $\begin{vmatrix} y+z & x & x \\ y & z+x & y \\ z & z & x+y \end{vmatrix}$ का मान होगा :

(a) xyz (b) $x^2y^2z^2$ (c) 4xyz (d) $4x^2y^2z^2$

23. Value of the determinant $\begin{vmatrix} y+z & x & x \\ y & z+x & y \\ z & z & x+y \end{vmatrix}$:

(a) xyz (b) $x^2y^2z^2$ (c) 4xyz (d) $4x^2y^2z^2$

24. यदि सारणिक $\begin{vmatrix} a & b & a\alpha-b \\ b & c & b\alpha-c \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$ तथा $\alpha \neq \frac{1}{2}$, तो

(a) a, b, c स. श्रे. में हैं (b) a, b, c गु. श्रे. में हैं

(c) a, b, c ह. श्रे. में हैं (d) इनमें से कोई नहीं

24. If determinant $\begin{vmatrix} a & b & a\alpha+b \\ b & c & b\alpha+c \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$ and $\alpha \neq \frac{1}{2}$, then

(a) a, b, c in A.P. (b) a, b, c in G.P.

(c) a, b, c in H.P. (d) None of these

25. यदि ω इकाई का घनमूल हो, तो =

(a) 1 (b) 0 (c) ω (d) ω^2

25. If cube root of unity is ω, then determinant $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix}$ =

(a) 1 (b) 0 (c) ω (d) ω^2

26. समीकरण $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 20 \\ 1 & -2 & 5 \\ 1 & 2x & 5x^2 \end{vmatrix} = 0$ के मूल हैं :

(a) –1, –2 (b) –1, 2 (c) 1, –2 (d) 1, 2

26. Root of equation of Determinant $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 20 \\ 1 & -2 & 5 \\ 1 & 2x & 5x^2 \end{vmatrix} = 0$ is :

(a) –1, –2 (b) –1, 2 (c) 1, –2 (d) 1, 2

27. समीकरण $\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ b & x+c & a \\ c & a & x+b \end{vmatrix} = 0$ का एक मूल है :

(a) – (a + b) (b) – (b + c) (c) – a (d) – (a + b + c)

27. One root is equation of determinant $\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ b & x+c & a \\ c & a & x+b \end{vmatrix} = 0$ is :

(a) – (a + b) (b) – (b + c) (c) – a (d) – (a + b + c)

निम्नलिखित सारणिकों का मान ज्ञात कीजिए :

Find the value of following Determinant :

28. $\begin{vmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 \end{vmatrix}$ **29.** $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ **30.** $\begin{vmatrix} 13 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \\ 15 & 18 & 21 \end{vmatrix}$

31. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 35 & 37 & 34 \\ 23 & 26 & 25 \end{vmatrix}$ **32.** $\begin{vmatrix} 13 & 3 & 23 \\ 30 & 7 & 53 \\ 39 & 9 & 70 \end{vmatrix}$ **33.** $\begin{vmatrix} 23 & 12 & 11 \\ 36 & 10 & 26 \\ 63 & 26 & 37 \end{vmatrix}$

34. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 6 & 8 & 10 \\ 11 & 13 & 15 \end{vmatrix}$ **35.** $\begin{vmatrix} 6 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ -10 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ **36.** $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 4 \\ -5 & 6 & -10 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix}$

37. $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 4 \\ 1 & 5 & -2 \\ 3 & 6 & -8 \end{vmatrix}$ **38.** $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 8 & 7 \\ 19 & 17 & 15 \end{vmatrix}$ **39.** $\begin{vmatrix} 43 & 1 & 6 \\ 35 & 7 & 4 \\ 17 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

40. $\begin{vmatrix} 1 & \log \alpha \\ \log \beta & 1 \end{vmatrix}$ **41.** $\begin{vmatrix} 7579 & 7589 \\ 7581 & 7591 \end{vmatrix}$ **42.** $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$

43. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ **44.** $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega^3 & 1 & \omega \\ \omega^2 & \omega & 1 \end{vmatrix} = 3$ **45.** $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$

46. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 7 & 5 & 9 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -32$ **47.** $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & \omega & 1 \end{vmatrix} = 0$ **48.** $\begin{vmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 2 \\ 12 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 0$

49. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 12 & 16 \end{vmatrix} = 0$ **50.** $\begin{vmatrix} 10 & 19 & 21 \\ 0 & 13 & 14 \\ 9 & 24 & 26 \end{vmatrix} = -43$ **51.** $\begin{vmatrix} 29 & 26 & 22 \\ 25 & 31 & 27 \\ 63 & 54 & 46 \end{vmatrix} = 132$

52. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 7 & 8 \\ 13 & 14 & 15 \end{vmatrix} = 0$ **53.** $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 11 & 12 & 9 \\ 13 & 15 & 16 \end{vmatrix} = 0$

54. $\begin{vmatrix} a-b & -c+b \\ c+d & a+b \end{vmatrix} = a^2 - b^2 + c^2 - d^2$

55. $\begin{vmatrix} a\alpha - b\gamma & c\alpha + d\gamma \\ a\beta + b\delta & c\beta + d\delta \end{vmatrix} = (ad - bc)\,(a\delta - \beta\gamma)$

56. $\begin{vmatrix} 1 & a & b \\ -a & 1 & c \\ -b & -c & 1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 + b^2 + c^2$

यदि ω इकाई का सम्मिश्र मूल है तो सिद्ध कीजिए –

If is the complex root then prove that.

57.

सिद्ध कीजिए कि – (Prove that) :

58. $\begin{vmatrix} x+y & y+z & z+x \\ z & x & y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

59. $\begin{vmatrix} x & y & z \\ -x & y & z \\ -x & -y & z \end{vmatrix} = 4xyz$

60. $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix} = (x+2)(x-1)^2$

61. $\begin{vmatrix} x+4 & x & x \\ x & x+4 & x \\ x & x & x+4 \end{vmatrix} = 16(x3+4)$

62. $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix} = x^2(x+3)$

63. $\begin{vmatrix} a & b\omega^2 x & a\omega x \\ b\omega & c & b\omega^2 \\ a\omega^2 & a\omega & c \end{vmatrix} = 0$

64. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+y \end{vmatrix} = xy$

65. $\begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & x \\ x & y & 1+z \end{vmatrix} = 1+x+y+z$

66. $\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix} = 0$

67. $\begin{vmatrix} x+y & x & x \\ 5x+4y & 4x & 2x \\ 10x+8y & 8x & 3x \end{vmatrix} = x^3$

68. $\begin{vmatrix} b+c & a-c & a-b \\ b-c & c+a & b-a \\ c-b & c-a & a+b \end{vmatrix} = 8abc$

69. $\begin{vmatrix} a+b & a+2b & a+3b \\ a+2b & a+3b & a+4b \\ a+4b & a+5b & a+6b \end{vmatrix} = 0$

70. $\begin{vmatrix} 0 & a-b & a-c \\ b-a & 0 & b-c \\ c-a & c-b & 0 \end{vmatrix} = 0$

71. $\begin{vmatrix} 0 & h & g \\ -h & 0 & f \\ -g & -f & 0 \end{vmatrix} = 0$

72. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = 3abc - a^3 - b^3 - c^3$

73. $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$

74. $\begin{vmatrix} b+c & a+b & a \\ c+a & b+c & b \\ a+b & c+a & c \end{vmatrix} = a^3+b^3+c^3-3abc$

75. $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$

76. $\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 \end{vmatrix} = a_1\, a_2\, a_3 \left(1+\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}\right)$

77. $\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (c+a)^2 & b^2 \\ c^2 & a^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix} = 2abc(a+b+c)^3$

78. $\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix} = 2(a+b)(b+c)(c+a)$

79. $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 - bc) \\ 1 & b & b^2 - ac) \\ 1 & c & c^2 - ab) \end{vmatrix} = 0$

80. $\begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & g \\ g & f & c \end{vmatrix} = abc + 2\,fgh - af^2 - bg^2 - ch^2.$

81. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \beta\gamma & \gamma\alpha & \alpha\beta \end{vmatrix} = (\alpha - \beta)\,(\beta - \gamma)\,(\gamma - \alpha).$

82. $\begin{vmatrix} a & b & ax+by \\ b & c & bx+cy \\ ax+by & bx+cy & 0 \end{vmatrix} = (b^2 - ac)\,(ax^2 + 2bxy\ \ cy^2).$

83. $\begin{vmatrix} b+c & a & b \\ c+a & c & a \\ a+b & b & c \end{vmatrix} = (a + b + c)\,(a - c)^2.$

84. $\begin{vmatrix} b^2 - ab & b - c & bc - ac \\ ab - a^2 & a - b & b^2 - ab \\ bc - ac & c - a & ab - a^2 \end{vmatrix} = 0.$

85. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a - b)\,(b - c)\,(c - a)\,(ab + bc + ca).$

86. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a - b)\,(b - c)\,(c - a)\,(a + b + c).$

87. $\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac + c^2 \\ a^2 + ab & b^2 & ac \\ ab & b^2 + ac & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2.$

88. $\begin{vmatrix} a & b+c & a^2 \\ b & c+a & b^2 \\ c & a+b & c^2 \end{vmatrix} = -(a + b + c)\,(a - b)\,(b - c)\,(c - a).$

89. $\begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ac \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ac & bc & a^2+b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2.$

90. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = abc\,(a-b)\,(b-c)\,(c-a).$

91. $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3.$

92. $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = ab + bc + ca + abc.$

93. $\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix} = 2\,(b+c)\,(c+a)\,(a+b).$

94. $\begin{vmatrix} \sin^2 A & \sin A\cos A & \cos^2 A \\ \sin^2 B & \sin B\cos B & \cos^2 B \\ \sin^2 C & \sin C\cos C & \cos^2 C \end{vmatrix} = -\sin(A-B)\sin(B-C)\sin(C-A).$

96. (a) $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix}.$

(b) $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ b+c & c+a & a+b \\ c+a & a+b & b+c \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}.$

97. $\begin{vmatrix} a & b & ax+by \\ b & c & bx+cy \\ ax+by & bx+cy & 0 \end{vmatrix} = (b^2-ac)\,(ax^2+2bxy+cy^2).$

98. सारणिक $\begin{vmatrix} {}^{x}C_1 & {}^{x}C_2 & {}^{x}C_3 \\ {}^{y}C_1 & {}^{y}C_2 & {}^{y}C_3 \\ {}^{z}C_1 & {}^{z}C_2 & {}^{z}C_3 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात करो।

98. Find the value of matrix $\begin{vmatrix} {}^{x}C_1 & {}^{x}C_2 & {}^{x}C_3 \\ {}^{y}C_1 & {}^{y}C_2 & {}^{y}C_3 \\ {}^{z}C_1 & {}^{z}C_2 & {}^{z}C_3 \end{vmatrix}$.

निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए :

Solve the following equations :

99. $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0.$

100. $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & x \end{vmatrix} = 15.$

101. $\begin{vmatrix} x & 3 & 7 \\ 2 & x & 2 \\ 7 & 6 & x \end{vmatrix} = 0.$

102. यदि $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & x \end{vmatrix} = 15$ हो तो x का मान ज्ञात करो।

102. If $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & x \end{vmatrix} = 15$ then find the value of x.

103. यदि $\begin{vmatrix} -6 & 2 \\ 3 & m \end{vmatrix} = 18$ हो तो m का मान ज्ञात करो।

103. If $\begin{vmatrix} -6 & 2 \\ 3 & m \end{vmatrix} = 18$ then find the value of m.

104. k के किस मान के लिये बिन्दु (1, 4), (k, –2) (–3, 16) समरेख होंगे।

104. For what value of k the points (1, 4), (k, –2) (–3, 16) are collinear.

105. सिद्ध कीजिय कि बिन्दु A (a, b + c), B (b, c + a) और C (c, a + b) समरेख हैं।

105. Prove that the points A (a, b + c), B (b, c + a) and C (c, a + b) are collinear.

* * *

इकाई (Unit) 6

मेट्रिक्स
(Matrics)

रिक्त स्थान भरिए :

Fill in the blanks :

(1) यदि m, n संख्याओं के समुच्चय को आयताकार रूप में इस प्रकार रखा जाये कि उसमें m पंक्तियाँ तथा n स्तम्भ हों तो इस रूप को $m \times n$ ..... कहते हैं।

A set of m and n numbers arranged in a rectangular array of m rows and n column is called ..... of order $m \times n$.

(2) जब किसी आव्यूह में एक ही स्तम्भ हो तो उसे ..... कहते हैं।

If in a matrix there is only one column it is called a ..... .

(3) जब किसी वर्ग आव्यूह का प्रत्येक विकर्ण अवयव 1 हो तथा अन्य अवयव शून्य हों तो उसे ..... आव्यूह कहते हैं।

A square matrix each of whose diagonal elements is equal to 1 and all other elements equal to zero, is called a ..... .

(4) दो आव्यूह ..... कहलाते हैं यदि वे एक ही कोटि के हों अर्थात् उनकी पंक्तियों की संख्या तथा स्तम्भों की संख्या समान हो।

Two matrices are said to be ..... if they have the same number of row and columns.

(5) यदि $A\ (-A) = (-A) + A = 0$ तो $-A$, A का ..... कहलाता है।

If $A + (-A) = (-A) + A = 0$, then $-A$ is ..... of A.

सत्य या असत्य बताइए :

Write True/False :

(6) आव्यूहों का योग साहचर्म नियम का पालन करता है।

Matrices addition is associative.

(7) शून्य गुणन तत्समक है।

0 is mutlplicative identity.

(8) $A (B + C) = AB + AC$ वितरण नियम है।

$A (B + C) = AB + AC$ is distributive property.

(9) गुणन संक्रिया क्रम–विनिमेय नियम का सदैव पालन करती है।

The multiplication of matrix is always commutative.

(10) हम किसी आव्यूह A का व्युत्क्रम ज्ञात कर सकते हैं यदि और केवल यदि $|A| = 0$ हो।

We can find inverse of matrix A if and only if $|A| = 0$.

सही जोड़ियाँ बनाइए :

Match the column :

(11) A^{-1} (A का व्युत्क्रम) = (a) $|A| = 0$ और (Adj A) $B \neq 0$

A^{-1} (invese of A) = (a) $|A| = 0$ and (Adj A) $B \neq 0$

(12) समीकरण असंबद्ध है यदि (b) $\frac{AdjA}{|A|}$

Equation is unconsistant if $\frac{AdjA}{|A|}$

(13) यदि पंक्ति स्तम्भ में परिवर्तित कर दी जाये तो वह है (c) $A = B$

If row change into column then it is $A = B$

(14) यदि $A = [a_{ij}]_{m \times n}$; $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ तो (d) परिवर्त आव्यूह

If $A = [a_{ij}]_{m \times n}$; $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ then Transpose of matrix

(15) $\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ (e) निम्न त्रिभुजीय आव्यूह

is an example of lower triangular matrix

एक वाक्य में उत्तर दीजिए :

Write answer in one sentences :

(16) अवुत्क्रमणीय आव्यूह क्या है ?

What is singular matrix ?

(17) व्युत्क्रमणीय आव्यूह की परिभाषा लिखिए।

Write definition of non-singular matrix.

(18) अदिश आव्यूह की परिभाषा लिखिए।

Write down the definition of scalar matrix.

(19) तुलनीय आव्यूह किसे कहते हैं ?

What is comparable matrix ?

(20) दो आव्यूह कब गुणन के योग्य होती हैं ?

When two matrices are multiplicable ?

(21) क्रम–विनिमेय नियम क्या है ?

What is commutative property ?

(22) गुणन तत्समक क्या है ?

Whatis multiplicative identity ?

(23) आव्यूहों का रेखीय संचरण क्या है ?

What is linear combination of matrices ?

(24) आव्यूहों के गुणन के लिए साहचर्य नियम क्या है ?

What is associative law for multiplication of matrices ?

(25) परिवर्त आव्यूह क्या है एक उदाहरण लिखिए।

What is transpose of matrix, give an example.

बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 26. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ बराबर है :

(a) $[-1]$ (b) (c) (d) अपरिभाषित

Que. 26. is equal to :

(a) [–1] (b) (c) (d) Undefined

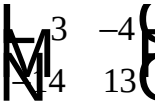
प्रश्न 27. यदि U = [2 –3 4], X = [0 2 3], V = तथा Y = , तब UV + XY = ...

(a) 20 (b) [– 20] (c) – 20 (d) [20]

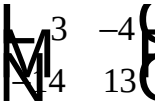
Que. 27. If U = [2 –3 4], X = [0 2 3], V = and Y = , then UV + XY = ...

(a) 20 (b) [– 20] (c) – 20 (d) [20]

प्रश्न 28. यदि X = हो, तो X 

(a) (b)  (c) (d)

Que. 28. If  X = then X =

(a) (b)  (c) (d)

प्रश्न 29. यदि A =  हो, तो A^4 बराबर है :

(a) (b) (c) (d)

Que. 29. If A = then A^4 =

(a) (b) (c) (d)

प्रश्न 30. यदि A = , तो A^5 =

(a) 5A (b) 10A (c) 16A (d) 32A

Que. 30. If A = , then A^5 =

(a) 5A (b) 10A (c) 16A (d) 32A

प्रश्न 31. यदि A = और B = , तो

(a) $A^2 = A$ (b) $B^2 = B$ (c) $AB \neq BA$ (d) $AB = BA$

Que. 31. If A = and B = , then

(a) $A^2 = A$ (b) $B^2 = B$ (c) $AB \neq BA$ (d) $AB = BA$

प्रश्न 32. माना कि A एक कोटि तीन का आव्यूह है तथा Δ इसके सारणिक का मान निरूपित करता है। आव्यूह – 2A के सारणिक का मान क्या होगा ?

(a) -8Δ (b) -2Δ (c) 2Δ (d) 8Δ

Que. 32. If A is a matrix of order three and Δ is its determinant then the value of determinant – 2A is

(a) -8Δ (b) -2Δ (c) 2Δ (d) 8Δ

प्रश्न 33. यदि A तथा B कोटि 3 की वर्ग मैट्रिक्स इस प्रकार हैं कि $|A| = -1$, $|B| = 3$, तो $|3AB| =$

(a) – 9 (b) – 81 (c) – 27 (d) 81

Que. 33. If A and is a square matrix of order such that | A | = –1, | B | = 3 then | 3AB | =

(a) – 9 (b) – 81 (c) – 27 (d) 81

प्रश्न 34. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम आव्यूह है :

(a) (b) (c) (d)

Que. 34. inverse of matrix is :

(a) (b) (c) (d)

प्रश्न 35. आव्यूह का व्युत्क्रम है :

(a) (b) (c) (d)

Que. 35. inverse of matrix is :

(a) (b) (c) (d)

प्रश्न 36. यदि A = , तो A.(adj A) =

(a) (b) (c) (d) इसमें से कोई नहीं

Que. 36. If A = then A.(adj A) =

(a) (b) (c) (d) None of these

प्रश्न 37. यदि A = तथा A.(adj A) = , तो k का मान होगा :

(a) 0 (b) 1 (c) sin α cos α (d) cos 2α

Que. 37. If A = and A.(adj A) = , then the value of k is :

(a) 0 (b) 1 (c) sin α cos α (d) cos 2α

प्रश्न 38. किसी 2×2 मैट्रिक्स A के लिए A.(adj A) = , तो $|A| =$

(a) 0 (b) 10 (c) 20 (d) 100

Que. 38. For a matrix A of order 2×2 A.(adj A) = then

(a) 0 (b) 10 (c) 20 (d) 100

प्रश्न 39. यदि A = , तब $(A^{-1})^3$ बराबर है



(a) (b)

(c) $\frac{1}{27}$ (d)

Que. 39. A = then is equal to :



(a) (b)

(c) $\frac{1}{27}$ (d)

प्रश्न 40. यदि आव्यूह A = $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, तो निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है ?

(a) A´ = (b) A^{-1} = (c) A = 2I (d) lA =

Que. 40. If matrix A = $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, then what statment is true ?

(a) A´ = (b) A^{-1} = (c) A = 2I (d) lA =

प्रश्न 41. आव्यूह A = $\begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ व्युत्क्रमणीय नहीं है, यदि a का मान है :

(a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) – 1

Que. 41. If A = $\begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ is not invertible then the value of a is :

(a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) – 1

प्रश्न 42. यदि A = $\begin{bmatrix} 1 & \tan\frac{1}{2}\theta \\ -\tan\frac{1}{2}\theta & 1 \end{bmatrix}$ और AB = I, तो B =

(a) (b) $(\cos^2\frac{1}{2}\theta)A^T$ (c) $(\cos^2\frac{1}{2}\theta)I$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 42. If A = $\begin{bmatrix} 1 & \tan\frac{1}{2}\theta \\ -\tan\frac{1}{2}\theta & 1 \end{bmatrix}$ and AB = I, then

(a) (b) $(\cos^2\frac{1}{2}\theta)A^T$ (c) $(\cos^2\frac{1}{2}\theta)I$ (d) None of these

प्रश्न 43. यदि $AX = B$ के लिए $B =$  तथा $A^{-1} =$, तो $X =$

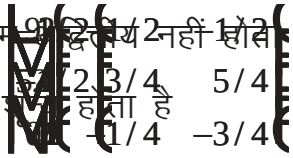
(a)  (b) (c)  (d) 

Que. 43. If $AX = B$ for $B =$ and $A^{-1} =$, then $X =$

(a)  (b) (c)  (d) 

प्रश्न 44. निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है ?

(a) व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह का व्युत्क्रम अद्वितीय नहीं होता है

(b) व्युत्क्रमणीय आव्यूह का सारणिक शून्य होता है 

(c) यदि $A' = A$, तो A वर्ग आव्यूह है

(d) यदि $|A| \neq 0$ तो $|A.(\text{adj } A)| = |A|^{n-1}$, जहाँ $A = [a_{ij}]_{n \times n}$

Que. 44. What statement is true ?

(a) Inverse of not invertible matrix is not unique

(b) Determinant of invertible matrix is zero

(c) If $A' = A$ then A is square matrix

(d) If $|A| \neq 0$ then $|A.(\text{adj } A)| = |A|^{n-1}$, where $A = [a_{ij}]_{n \times n}$

प्रश्न 45. adj (AB) – (adj B) (adj A) बराबर है :

(a) adj A – adj B (b) I (c) O (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 45. adj (AB) – (adj B) (adj A) is equal to :

(a) adj A – adj B (b) I (c) O (d) None of these

प्रश्न 46. यदि आव्यूह A इस प्रकार का हो कि $4A^3 + 2A^2 + 7A + I = O$, तब A^{-1} =

(a) $4A^2 + 2A + 7I$ (b) $-(4A^2 + 2A + 7I)$

(c) $-(4A^2 - 2A + 7I)$ (d) $(4A^2 + 2A - 7I)$

Que. 46. If matrix A is such that $4A^3 + 2A^2 + 7A + I = O$, then A^{-1} =

(a) $4A^2 + 2A + 7I$ (b) $-(4A^2 + 2A + 7I)$

(c) $-(4A^2 - 2A + 7I)$ (d) $(4A^2 + 2A - 7I)$

प्रश्न 47. यदि A = एवं $A^2 - kA - I_2 = O$ हो, तो k का मान होगा :

(a) 4 (b) 2 (c) 1 (d) – 4

Que. 47. If A = and $A^2 - kA - I_2 = O$ then the value of k is :

(a) 4 (b) 2 (c) 1 (d) – 4

प्रश्न 48. आव्यूह A = के प्रतिलोम के प्रथम पंक्ति व तीसरे स्तम्भ का अवयव क्या है ?

(a) – 2 (b) 0 (c) 1 (d) 7

Que. 48. A = element of first row and third column of inverse of matrix A is :

(a) – 2 (b) 0 (c) 1 (d) 7

प्रश्न 49. यदि A = और B = के लिए AX = B हो, तो X =

(a) [5 7] (b) (c) [5 7] (d)

Que. 49. If for A = and B = , AX = B, then X =

(a) [5 7] (b) (c) [5 7] (d)

प्रश्न 50. यदि A = हो, तो A^{-1} =

(a) (b) $\frac{1}{11}$ (c) (d)

Que. 50. If A = then A^{-1} =

(a) (b) $\frac{1}{11}$ (c) (d)

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 51. आव्यूह A = में

(a) कितनी पंक्तियाँ हैं ? (b) कितने स्तम्भ हैं ?

(c) इसकी कोटि क्या है ? (d) अवयव a_{13} तथा a_{24} क्या हैं ?

Que. 51. In matrix A =

(a) Number of rows (b) Number of column

(c) What is its order (d) What is element a_{13} and a_{24} ?

प्रश्न 52. यदि A = , तो 2A और –3A के मान ज्ञात कीजिए।

Que. 52. If A = , then 2A find the value of –3A.

प्रश्न 53. यदि A = , तो A का योज्य प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

Que. 53. If A = , then find additive inverse of A.

प्रश्न 54. यदि A = और B = , तो 2A + 3B ज्ञात कीजिए।

Que. 54. If A = and B = , then find 2A + 3B.

प्रश्न 55. यदि A = तथा B = , तो A + B व B – A ज्ञात कीजिए।

Que. 55. If A = and B = , then find A + B or B – A.

प्रश्न 56. यदि A = , तथा B = , A + B व A – B के मान ज्ञात कीजिए।

Que. 56. If A = , and B = then find the value of A + B and A – B.

प्रश्न 57. यदि A = और B = , तो A + B व A – B ज्ञात कीजिए।

Que. 57. If A = and B = , then find A + B or A – B.

प्रश्न 58. यदि A = और B = , तो A + B व A – B ज्ञात कीजिए।

Que. 58. If A = and B = , then find A + B or A – B.

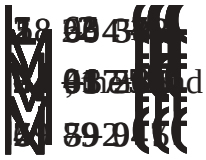
प्रश्न 59. यदि A = और B = , तो 3A – 5B ज्ञात कीजिए।

Que. 59. If A = and B = , then find 3A – 5B.

प्रश्न 60. यदि A = और B = , तो 3A – 4B ज्ञात कीजिए।

Que. 60. If A = and B = , then find 3A – 4B.

प्रश्न 61. यदि A = और B = , तो 2A – 3B ज्ञात कीजिए।

Que. 61. If A = and B =  d 2A – 3B.

प्रश्न 62. यदि A = और B = , तो A + B व B + A ज्ञात कीजिए। क्या A + B = B + A ?

Que. 62. If A = and B = , then find A + B or B + A. Is A + B = B + A ?

प्रश्न 63. यदि A = और B = , तो 3A – 2B ज्ञात कीजिए।

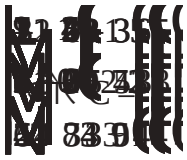
Que. 63. If A = and B = , then find 3A – 2B.

प्रश्न 64. यदि A = , B = और C = , तो दर्शाइए कि A + (B + C) = (A + B) + C.

Que. 64. If A = , B = and C = , then show that A + (B + C) = (A + B) + C.

प्रश्न 65. यदि A = , B = और C = , तो 4A + 2B – 3C का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 65. If A = , B = and C = , then find the value of 4A + 2B – 3C.

प्रश्न 66. यदि A = , B =  , तो 2A – 3B + C का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 66. If A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, B = and C = , then find 2A – 3B + C.

प्रश्न 67. यदि A = $\begin{bmatrix} -2 & -1 & 5 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ x & 4 & 1 \end{bmatrix}$ और C = , तो 2A – 3B + 2C का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 67. If A = , B = $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ x & 4 & 1 \end{bmatrix}$ and C = , then find 2A – 3B + 2C.

प्रश्न 68. यदि A = , B = तथा A + 2B + C = O हो, तो C ज्ञात कीजिए जबकि O शून्य आव्यूह है।

Que. 68. If A = , B = and A + 2B + C = O then find the value of C where O is zero matrix.

प्रश्न 69. यदि x + y = हो, तो x और y के मान ज्ञात कीजिए।

Que. 69. If x + y = then find the value of x and y.

प्रश्न 70. यदि X + Y = और X – Y = , तो X और Y ज्ञात कीजिए।

Que. 70. If X + Y = and X – Y = then find X and Y.

प्रश्न 71. यदि 2A – B = और A + 2B = , तो A और B ज्ञात कीजिए।

Que. 71. If 2A – B = and A + 2B = , then find A and B.

प्रश्न 72. आव्यूह A = का योज्य प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

Que. 72. Matrix A = find additive inverse of A.

प्रश्न 73. यदि A + B = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ और A – B = हो, तो आव्यूह A और B ज्ञात कीजिए।

Que. 73. If A + B = and A – B = then find A and B.

प्रश्न 74. यदि 2A – B = और A + 2B = हो, तो आव्यूह A और B ज्ञात कीजिए।

Que. 74. If 2A – B = and A + 2B = then find A and B.

प्रश्न 75. यदि A = और B = तो आव्यूह C इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि

A + 2C =

Que. 75. If A = and B = , then find C such that

A + 2C = B.

प्रश्न 76. यदि A = [1 2 3] और B = , तो AB का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 76. If A = [1 2 3] and B = , then find AB.

प्रश्न 77. यदि A = तथा B = , तो AB का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 77. If A = and B = , then find AB.

प्रश्न 78. यदि A = और B = , तो AB और BA ज्ञात कीजिए।

Que. 78. If A = and B = , then find AB and BA.

प्रश्न 79. यदि A = और B = , तो दर्शाइए कि AB = BA.

Que. 79. If A = and B = , then show that AB = BA.

प्रश्न 80. यदि A = [1 2 3] और B = , तो AB और BA ज्ञात कीजिए।

Que. 80. If A = [1 2 3] and B = , then find AB and BA.

प्रश्न 81. यदि A = तथा B = , तो AB का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 81. If A = and B = , then find AB.

प्रश्न 82. यदि A = और B = , तो BA का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 82. If A = and B = , then find BA.

प्रश्न 83. यदि A = और B = , तो AB और BA ज्ञात कीजिए।

Que. 83. If A = and B = , then AB and BA.

प्रश्न 84. यदि A = और B =  AB और BA ज्ञात कीजिए। क्या ये बराबर हैं ?

Que. 84. If A = and B = , then find AB and BA. Are they equal ?

प्रश्न 85. यदि A = और B = , तो AB और BA के मान ज्ञात कीजिए।

Que. 85. If A = and B = , then find AB and BA.

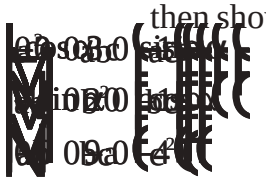
प्रश्न 86. यदि A = और B = हो, तो AB का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 86. If A = and B = then find AB.

प्रश्न 87. यदि A = और B = , तो दर्शाइए कि

AB = $= O_{3\times 3}$.

Que. 87. If A = and B = then show that



AB = $= O_{3\times 3}$.

प्रश्न 88. यदि A = और $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, तो दर्शाइए कि

AB = BA.

Que. 88. If A = and $= \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, then show that

AB = BA.

प्रश्न 89. यदि A = , B = और C = , तो दर्शाइए कि

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Que. 89. If A = , B = and C = , then show that

$$A(B + C) = AB + AC.$$

प्रश्न 90. यदि A = , B = और C = , तो दर्शाइए कि

$$(AB)C = A(BC).$$

Que. 90. If A = , B = and C = , then show that

$$(AB)C = A(BC).$$

प्रश्न 91. यदि A = , तो दर्शाइए कि $A^2 = O$.

Que. 91. If A = , then show that $A^2 = O$.

प्रश्न 92. यदि A = हो, तो सिद्ध कीजिए $A^2 = -I$.

Que. 92. If A = then prove that $A^2 = -I$.

प्रश्न 93. यदि A = , तो दर्शाइए कि $A^2 = 2A$ और $A^3 = 4A$.

Que. 93. If A = , then show that $A^2 = 2A$ and $A^3 = 4A$.

प्रश्न 94. यदि A = , B = और C = , तो दर्शाइए कि

(a) $A^2 = B^2 = C^2 = -I$ (b) $AB = -BA = -C$

(c) $BC = -CB = -A$ (d) $CA = -AC = -B$

Que. 94. If A = , B = and C = , then show that

(a) $A^2 = B^2 = C^2 = -I$ (b) $AB = -BA = -C$

(c) $BC = -CB = -A$ (d) $CA = -AC = -B$

प्रश्न 95. यदि A = , तो दर्शाइए कि $(A - 2I)(A - 3I) = O$.

Que. 95. If A = , then show that $(A - 2I)(A - 3I) = O$.

प्रश्न 96. यदि A = और B = , तो सिद्ध कीजिए कि

$$(A + B)(A - B) \neq A^2 - B^2.$$

Que. 96. If A = and B = , then prove that

$$(A + B)(A - B) \neq A^2 - B^2.$$

प्रश्न 97. यदि A = , B = और C = , तो दर्शाइए कि

(a) $A^2 = I_3$ (b) $B^3 = O$ (c) $C^2 = C$.

Que. 97. If A = $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, B = and C = , then show that

(a) $A^2 = I_3$ (b) $B^3 = O$ (c) $C^2 = C$.

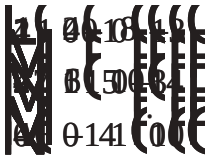
प्रश्न 98. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, तो दर्शाइए कि $A^2 - 4A - I = O$.

Que. 98. If $A =$, then show that $A^2 - 4A - I = O$.

प्रश्न 99. यदि $A =$ तथा $f(x) = x^2 - 5x + 6$, तो दर्शाइए कि

$f(A) =$.

Que. 99. If $A =$ and $f(x) = x^2 - 5x + 6$, then show that

$f(A) =$ 

प्रश्न 100. दर्शाइए कि : ([1 2] + 5 [3 4]) = [60 196 348].

Que. 100. Show that : ([1 2] + 5 [3 4]) = [60 196 348].

प्रश्न 101. दर्शाइए कि : [1 1 1] = [1 2].

Que. 101. Show that : [1 1 1] = [1 2].

प्रश्न 102. यदि A = , B = तथा C = , तो दर्शाइए कि

$$AB = AC.$$

Que. 102. If A = , B = and C = , then show that

$$AB = AC.$$

प्रश्न 103. यदि E = और F = , तो दर्शाइए कि

$$E^2F + FE^2 = E.$$

Que. 103. If E = and F = , then show that

$$E^2F + FE^2 = E.$$

प्रश्न 104. यदि A = और I = , तो दर्शाइए कि

$$A^2 - (a + d) A = (bc - ad) I.$$

Que. 104. If A = and I = , then show that

$$A^2 - (a + d) A = (bc - ad) I.$$

प्रश्न 105. दर्शाइए कि : = .

Que. 105. Show that :  = .

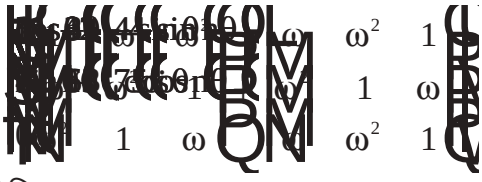
प्रश्न 106. समीकरण $X =$ को हल कीजिए, जहाँ X एक 2×2 आव्यूह है।

Que. 106. Equation $X =$ solve the matrix when X is a 2×2 matrix.

प्रश्न 107. यदि $A =$, तो सिद्ध कीजिए कि

$A^n =$.

Que. 107. If $A =$, then prove that

$A^n =$ 

प्रश्न 108. यदि $A =$, तो A' ज्ञात कीजिए।

Que. 108. If $A =$, then find A'.

प्रश्न 109. यदि $A =$, तो सिद्ध कीजिए कि $(A')' = A$.

Que. 109. If $A =$, then prove that $(A')' = A$.

प्रश्न 110. यदि $A =$ और $B =$, तो सत्यापित कीजिए कि

(a) $(A + B)' = A' + B'$ (b) $(A - B)' = A' - B'$.

Que. 110. If A = and B = , then prove that

(a) $(A + B)' = A' + B'$ (b) $(A - B)' = A' - B'$.

प्रश्न 111. यदि A = और B = , तो दर्शाइए कि

$$(A + B)' = A' + B'.$$

Que. 111. If A = and B = , then show that

$$(A + B)' = A' + B'.$$

प्रश्न 112. यदि A = और B = , तो सिद्ध कीजिए कि

$(A + B)' =$ 

Que. 112. If A = and B = , then show that

$$(A + B)' = A' + B'.$$

प्रश्न 113. यदि A = , तो AA′ और A′A ज्ञात कीजिए।

Que. 113. If A = , then AA′ find A′A.

प्रश्न 114. यदि A = , तो दर्शाइए कि

$$AA' = A'A = I.$$

Que. 114. If A = , then show that

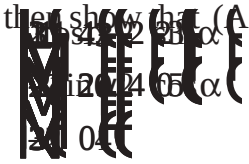
$$AA' = A'A = I.$$

प्रश्न 115. यदि A = [1 2 3] और B = , तो सत्यापित कीजिए कि $(AB)' = B'A'$.

Que. 115. If A = [1 2 3] and B = , then varify that $(AB)' = B'A'$.

प्रश्न 116. यदि A = और B = , तो दर्शाइए कि $(AB)' = B'A'$.

Que. 116. If A = and B = , then show that $(AB)' = B'A'$.



प्रश्न 117. यदि A = और B = , तो दर्शाइए कि

$$(AB)' = B'A'.$$

Que. 117. If A = and B = , then show that

$$(AB)' = B'A'.$$

प्रश्न 118. यदि A = और B = , तो दर्शाइए कि

$$(AB)' = B'A'.$$

Que. 118. If A = and B = , then show that

$$(AB)' = B'A'.$$

प्रश्न 119. यदि A = और B = , तो सत्यापित कीजिए कि

$$(AB)' = B'A'.$$

Que. 119. If A = and B = , then prove that

$$(AB)' = B'A'.$$

प्रश्न 120. यदि A = और B = तो सत्यापित कीजिए कि

$$(AB)' = B'A'.$$

Que. 120. If A = and B = , then prove that

$$(AB)' = B'A'.$$

प्रश्न 121. यदि A = , तो सिद्ध कीजिए कि AA' और $A'A$ दोनों सममित आव्यूह हैं, किन्तु $AA' \neq A'A$.

Que. 121. If A = , then prove that AA' and $A'A$ are symmetric matrix, but $AA' \neq A'A$.

* * *

इकाई (Unit) 7

बिन्दुओं के कार्तीय निर्देशांक
(Carterian Co-ordinates of Points)

दिये गये निर्देश के अनुसार प्रश्न हल करें :

खाली स्थान भरो :

Fill in the blanks :

(1) x-अक्ष पर y का निर्देशांक ..... होता है।

Co-ordinate of y on the x-axis is ..... .

(2) OPQR एक वर्ग है एवं M व N क्रमशः PQ व QR के मध्य बिन्दु है। तब वर्ग एवं त्रिभुज OMN के क्षेत्रफलों का अनुपात ..... होगा।

OPQR is a square and M, N are the middle points of the sides PQ and QR respectively then the ratio of the areas of the square and triangle OMN is .....

(3) यदि a व b, 0 व 1 के मध्य की वास्तविक संख्यायें हों एवं बिन्दु (a, 1), (1, b) एवं (0, 0) एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं। तब $2(a + b) - ab$ का मान ..... होगा।

If a and b are real numbers between 0 and 1, such that the points (a, 1), (1, b) and (0, 0) term an equilateral triangle then $2(a + b) - ab$ is equal to .....

(4) बिन्दु (4, – 5) ..... चतुर्थांश में स्थित है।

The point (4, – 5) lie in ..... quadrant.

(5) किसी त्रिभुज की माध्यिकायें ..... होती है।

The medians of any triangle are .....

सही उत्तर का चयन करके लिखिये :

Choose the correct answer :

(6) बिन्दुओं (2, 3) एवं (–1, 2) को मिलाने वाला रेखाखण्ड को रेखा $x + 2y = k$ द्वारा 3 : 4 में विभाजित किया जाता है तो k का मान होगा :

If the line segment joining (2, 3) and (–1, 2) is devided in the ratio 3 : 4 by the line $x + 2y = k$ then k is :

(a) $\frac{41}{7}$ (b) (c) (d)

(7) उस त्रिभुज का केन्द्रक जिसके शीर्ष (2, –4),, (3, 6), (4, 4) है :

Centroid of the triangle whose vertices are (2, –4), (3, 6), (4, 4) is :

(a) (3, 0) (b) (3, 2) (c) (2, 3) (d) (–3, 2)

(8) (a, b) (g, d) एवं (g, b) (a, d) बिन्दुओं के निर्देशांक हैं। जहाँ a, b, g, d भिन्न–भिन्न वास्तविक संख्यायें हैं। तब बिन्दु

(a) समरेख है (b) वर्ग के शीर्ष हैं

(c) समचतुर्भुज के शीर्ष हैं (d) इनमें से कोई नहीं

The points (a, b) (g, d) and (g, b) (a, d) where a, b, g, d are different real numbers, are

(a) collinear (b) vertices of a square

(c) vertices of a rhombus (d) none of these

(9) यदि (–2, 4) (3, –1) एवं (1, a) एक त्रिभुज के शीर्ष हैं एवं उसका क्षेत्रफल 10 वर्ग इकाई है। तब a का मान होगा :

Vertices of a triangle are (–2, 4) (3, –1) & (1, a) and their area 10 units then value of a will be :

(a) 10 (b) 5 (c) 15 (d) 8

(10) D ABC के शीर्ष A (2, 2) B (–4, –4) C (5, –8) हैं तो C से होकर जाने वाली माध्यिका की लम्बाई है :

Vertices of a D ABC are A (2, 2) B (–4, –4) C (5, –8) then length of the median through C is :

(a) (b) (c) (d)

सत्य एवं असत्य कथन बताओ :

Find True or False statement :

(11) अन्तः केन्द्र एवं केन्द्रक त्रिभुज के सदैव अन्तः भाग में स्थित होता है।

In centre and centroid always lie inside the triangle.

(12) यदि अक्षों का स्थानान्तरण किया जाये तो त्रिभुज का क्षेत्रफल निश्चर होता है।

If change of axes or translation of axes then area of triangle inveriants.

(13) बिन्दु (–7, –3) द्वितीय पाद में स्थित है।

The point (–7, –3) lie in 2nd quadrant.

(14) किसी त्रिभुज का परिकेन्द्र सदैव त्रिभुज के अन्तः भाग में स्थित होता है।

The circumcentre of a triangle always lie in inside the triangle.

जोड़ियाँ बनाइये :

Match the column :

(15)	बिन्दु (1, 4) का प्रतिबिम्ब रेखा $y = x$ के सापेक्ष Image of (1, 4) about line $y = x$	(a)	(–4, 1) (–4, 1)
(16)	बिन्दु (1, 4) का प्रतिबिम्ब रेखा $y = -x$ के सापेक्ष Image of (1, 4) about line $y = -x$	(b)	(–1, –4) (–1, –4)
(17)	बिन्दु (1, 4) का प्रतिबिम्ब मूल बिन्दु के सापेक्ष Image of (1, 4) about origin	(c)	(4, 1) (4, 1)

एक शब्द में उत्तर दीजिये :

Give the answer in one word :

(18) मूलबिन्दु के निर्देशांक क्या होते हैं ?

What are the coordinate of origin ?

(19) दो बिदुओं के बीच की दूरी का सूत्र क्या है ?

The formula for Distance between two points is ?

(20) समकोण त्रिभुज के कर्ण के मध्य बिन्दु की दूरी शीर्षों से क्या होती है ?

The distance of mid-point of hypotenuse of a right angle triangle from the vertices is ?

(21) बिन्दु (a, 0) एवं (0, b) को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु के निर्देशांक क्या है ?

What is the coordinate of middle point of line joining points (a, 0), (0, b) ?

(22) यदि तीन बिन्दु समरेख है, तब त्रिभुज का क्षेत्रफल सदैव होगा ?

If three points are collinear then area of triangle is always ?

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 23. यदि P, Q एवं R के निर्देशांक क्रमशः (6, –1) (1, 3) एवं (x, 8) है तथा PQ = QR तो x का मान ज्ञात करो।

Que. 23. Find the value of x, when PQ = QR where P, Q and R are (6, –1) (1, 3) and (x, 8) respectively.

प्रश्न 24. यदि बिन्दु (6, –1) एवं (2, 3) से (x, y) समान दूरी पर स्थित है तो x व y के मध्य सम्बन्ध स्थापित करो।

Que. 24. Find the relation between x and y when the point (x, y) is equidistant from the points (6, –1) and (2, 3).

प्रश्न 25. बिन्दु (1, 5) व (–7, –3) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु (–4, 0) किस अनुपात में विभाजित करता है ?

Que. 25. In which ratio the point (–4, 0), devides the line joining the points (1, 5) and (–7, –3) ?

प्रश्न 26. बिन्दु (2, 3) एवं (4, –1) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को X-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है ?

Que. 26. Find the ratio in which the line joining the points (2, 3) and (4, –1) is divided by the axis of X.

प्रश्न 27. यदि (1, 2) (5, h) एवं (k, 10) किसी त्रिभुज के शीर्ष हैं एवं उसका केन्द्रक (4, 5) है तो h व k का मान ज्ञात करो।

Que. 27. The vertices of a triangle are (1, 2) (5, h) and (k, 10). If the point (4, 5) be the centroid of the triangle then find the value of h and k.

प्रश्न 28. यदि बिन्दु $(a^2, 0)$ $(0, b^2)$ एवं (1, 1) संरेख है तो सिद्ध करो = 1.

Que. 28. Prove that $(a^2, 0)$ $(0, b^2)$ and (1, 1) will be collinear, if $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$.

प्रश्न 29. एक त्रिभुज ABC में A व B स्थिर बिन्दु है। शीर्ष C इस प्रकार गति करता है कि cot A + cot B = l, जहाँ l अचर है तो C का बिन्दुपथ ज्ञात करो।

Que. 29. A and B are two fixed points in the triangle ABC. Vertex C moves in such a way that cot A cot B = l, where l is constant. Find out the locus of C.

प्रश्न 30. यदि निर्देशांक बिन्दु (–2, –3) पर स्थानांतरित किया जाये तो वक्र $x^2 + 3y^2 + 4x + 18y + 30 = 0$ का परिवर्तित समीकरण प्राप्त कीजिये।

Que. 30. If the co-ordinates axes are transformed into the point (–2, –3), then find the transformed equation of the curve : $x^2 + 3y^2 + 4x + 18y + 30 = 0$.

प्रश्न 31. यदि बिन्दु (0, 0) (3, $\sqrt{3}$) एवं (x, y) एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं तो x व y का मान ज्ञात करो।

Que. 31. If the points (0, 0) (3,) and (x, y) are the vertices of a equilateral triangle then find the values of x and y.

प्रश्न 32. यदि G त्रिभुज ABC का केन्द्रक है तो सिद्ध करो कि $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3 (GA^2 + GB^2 + GC^2)$.

Que. 32. If G is the centroid of triangle ABC, then prove that $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3 (GA^2 + GB^2 + GC^2)$.

प्रश्न 33. एक दण्ड जिसकी लम्बाई *l* है, दो लम्बवत् छड़ों के बीच इस प्रकार सरकती है कि इसके सिरे सदैव इन छड़ों पर रहते हैं। दण्ड के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात करो।

Que. 33. A stick of length *l* slides with its ends on two perpendicular rods. Find the locus of the mid-points of the stick.

प्रश्न 34. यदि A, B, C के निर्देशांक क्रमशः (6, 3) (–3, 5) (4, –2) है एवं P (x, y) कोई अन्य बिन्दु है तो सिद्ध करो कि

.

Que. 34. If the co-ordinates of three points A, B and C are (6, 3) (–3, 5) (4, –2) and P (x, y) be any point then prove that

$$\frac{A[\Delta PBC]}{A[\Delta ABC]} = \frac{x + y - z}{7}.$$

प्रश्न 35. त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक (2, –2), (8, –2) एवं (8, 6) है। इसका अन्तःकेन्द्र ज्ञात करो।

Que. 35. Find the co-ordinate of incentre of triangle whose vertices are (2, –2), (8, –2) and (8, 6).

प्रश्न 36. किसी त्रिभुज ABC का ÐC समकोण है तथा बिन्दु E और F रेखा BC को समत्रिभाग करते हैं, तो सिद्ध कीजिये कि $3AB^2 + 5AF^2 = 8AE^2$ $\frac{A[\Delta PBC]}{A[\Delta ABC]} = \frac{x + y - z}{7}$

Que. 36. In DABC the ÐC is right angle and point E and F trisect the line segment BC. Then prove that $3AB^2 + 5AF^2 = 8AE^2$

प्रश्न 37. किसी वर्ग के विकर्ण के शीर्ष बिन्दु (1, 1) और (–2, –1) है। अन्य दो शीर्ष बिन्दुओं को ज्ञात कीजिये।

Que. 37. If the end point of diagonal of a square be (1, 1) of (–2, –1). Find other two vertices of square.

* * *

इकाई (Unit) 8

सरल रेखा
(Straight Line)

दिये गये निर्देश के अनुसार हल करें :

Solve the question by given instruction :

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये :

Fill in the Blanks :

(1) प्रवणता के रूप में रेखा का समीकरण है .....

The equation of line in slope form is .....

(2) दो लम्बवत् रेखाओं की प्रवणताओं का गुणनफल ..... होता है।

Product of gradiants of two perpendicular lines is .....

(3) मूल बिन्दु से रेखा $ax + by + c = 0$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई ..... होगी।

Perpendicular distance from (0, 0) to the line $ax + by + c = 0$ is .....

(4) बिन्दु (p, q) से जाने वाली रेखा का समी. ..... होगा जो y-अक्ष के समान्तर है।

Eq. of line parallel to y-axis and passes through (p, q) is .....

(5) किसी त्रिभुज ABC का शीर्ष A (2, 3) है एवं B के कोण अर्द्धक का समी. $x + 2y = 3$ तथा C से जाने वाली माध्यिका $x - 2y = -1$ है। तब शीर्ष B के निर्देशांक ..... है।

In atriangle if vertex A is (2, 3) and angle bisector through B is $x + 2y = 3$ and median through C is $x - 2y = -1$, then co-ordinate of vertex B is .....

सही उत्तर का चयन करो :

Choose the correct answer :

(6) बिन्दु (4, 1) से रेखा $x + y - 8 = 0$ की दूरी है :

The distance of the line $x + y - 8 = 0$ from (4, 1) is :

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(7) रेखा $2x - 3y + 18 = 0$ द्वारा अक्षों पर काटे गये अन्तःखण्ड हैं :

Intercept of line $2x - 3y + 18 = 0$ on the axis are :

(a) –9, 6 (b) 9, –6 (c) –6, 9 (d) 6, –9

(8) बिन्दु A (1, 2) से होकर जाने वाली रेखा X-अक्ष के साथ 60° का कोष बनाती है तथा X + Y = 6 को बिन्दु P पर काटती है तेा AP की लम्बाई होगी

A line passes through A (1, 2) and make an angle 60° with X-axis cut the line x + y = 6 at P. Then length of AP is :

(a) 3 (– 1) (b) 3 (1 –) (c) 2 (– 1) (d) 5 (– 1)

(9) रेखाओं 2x – 3y = 1 एवं 5y – 4x + 3 = 0 का प्रतिच्छेद बिन्दु है :

The intersection point of two lines 2x – 3y = 1 and 5y – 4x + 3 = 0 :

(a) (1, 2) (b) (1, –2) (c) (–1, 2) (d) (2, 1)

(10) रेखाओं y = (2 –) x + 6 एवं y = (2 +) x – 8 के मध्य कोण है :

The angle between the lines y = (2 –) x + 6 and y = (2 +) x – 8 is :

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°

सत्य/असत्य कथन बताओ :

Select the True or False statement :

(11) किसी त्रिभुज में केन्द्रक, अन्तःखण्ड, लम्बकेन्द्र, परिकेन्द्र, सदैव त्रिभुज के अन्तःभाग में स्थित होते हैं।

$\sqrt{3}$

In a triangle centroid, incentre, orthocentre, circumcentre always lie inside the triangle.

(12) x-अक्ष का समीकरण x = 0 है।

Equation of x-axis is x = 0.

(13) रेखाएँ अक्षों को जिस बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है। मूल बिन्दु से उसकी दूरी को अन्तःखण्ड कहते हैं।

The distance of the point from originate which a line cuts any of the axis is called intercept.

(14) Ax + By + C = 0 के रूप में प्रत्येक एकघातीय समीकरण एक सरल रेखा को निरूपित करते हैं।

The first degree general equation Ax + By + C = 0 in x any y always represents a straight line.

(15) यदि $m_1 = m_2$ तो रेखाएँ लम्बवत् हैं।

If $m_1 = m_2$ then lines are perpendicular.

जोड़ियाँ बनाओ :

Match the column :

(16) स्तम्भ 1

Column 1

(i) दो रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दु से जाने वाली रेखा।

A line passing through point of intersection of two lines.

(ii) एक चर बिन्दु P है जो दिये गये बिन्दुओं से समान दूरी पर है।

A moving point P is equidistant from two given points.

(iii) एक चर बिन्दु P है जो दो दी गई रेखाओं से समान दूरी पर है।

A moving point P is equistant from two given lines.

स्तम्भ 2

Column 2

(a) कोण–अर्द्धक

Angle Bisector

(b) रेखाओं का परिवार

Family of lines

(c) लम्ब–अर्द्धक

Perpendicular Bisector

(17) रेखाओं $2x - 3y = 0$ एवं $4x - 5y = 2$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण क्या होगा यदि

The equation of the line through the intersection of the line $2x - 3y = 0$ and $4x - 5y = 2$ and

स्तम्भ (Column) 1	स्तम्भ (Column) 2
(i) रेखाबिन्दु (2, 1) से गुजरे Through the point (2, 1)	(a) $2x - y = 4$ $2x - y = 4$
(ii) रेखा $x + 2y + 1 = 0$ के समान्तर है Through to line $x + 2y + 1 = 0$	(b) $x + y - 5 = 0$ $x + y - 5 = 0$
(iii) रेखा $3x - 4y + 5 = 0$ के समान्तर है Through to line $3x - 4y + 5 = 0$	(c) $x - y - 1 = 0$ $x - y - 1 = 0$

(iv) अक्षों से समान कोण बनायें — (d) $3x - 4y - 1 = 0$

Equally inclined to axes — $3x - 4y - 1 = 0$

(18)

	स्तम्भ (Column) 1		स्तम्भ (Column) 2
(i)	प्रवणता के रूप में रेखा का समीकरण	(a)	$= 2$
	Equation of line in slope form		$\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = 2$
(ii)	अभिलम्ब के रूप में रेखा का समीकरण	(b)	$ax + by + c = 0$
	Equation of line in perpendicular form		$ax + by + c = 0$
(iii)	रेखा का व्यापक समीकरण	(c)	$y = mx + c$
	Equation of line in general form		$y = mx + c$
(iv)	अन्तः खण्ड के रूप में रेखा का समीकरण	(d)	$x \cos a + y \sin a = p$
	Equation of line in intercept form		$x \cos a + y \sin a = p$

(19) स्तम्भ (Column) 1

(i) बिन्दु (3, –2) तथा (–6, –5) से जाने वाली रेखा की प्रवणता

Gradiant of line passing through (3, –2) & (–6, –5).

(ii) रेखा $3x - 4y = 12$ रेखा की प्रवणता

Gradiant of line passing through $3x - 4y = 12$.

(iii) उस रेखा कीप्रवणता जो x-अक्ष के साथ 60° का कोण बनाती है।

Gradiant of line make an angle 60° with x-axis.

स्तम्भ (Column) 2

(i) $\sqrt{3}$

(ii)

(iii)

(20) रेखा पर बिन्दु P व Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिये :

Find the co-ordinates of the points P & Q on the line :

स्तम्भ (Column) 1

(i) रेखा $x + 5y = 13$ पर जो कि रेखा $12x - 5y + 26 = 0$ से 2 इकाई की दूरी पर है।

$x + 5y = 13$, which are at a distance of 2 units from the line $12x - 5y + 26 = 0$.

(ii) $x + y = 4$ पर जो कि रेखा $4x + 3y - 10 = 0$ से इकाई दूरी पर है।

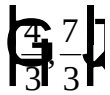
$x + y = 4$ which are at a unit distance from the line $4x + 3y - 10 = 0$.

(iii) A (–2, 5) एवं B (3, 1) इस प्रकार से लाती है कि AP = PQ = QB.

Joining A (–2, 5) and B (3, 1) such that AP = PQ = QB.

स्तम्भ (Column) 2

(a) (3, 7) (–7, 11)

(b) 

(c) 

एक शब्द में जवाब दो :

Give the answer in one word :

(21) तीन रेखाएँ एक ही बिन्दु से गुजरती हैं क्या कहलाती हैं ?

Three lines are passing through point are called ?

(22) दो बिन्दुओं से होकर जाने वाली रेखा की प्रवणता होती है।

Gradiant of a line passing through two points is.

(23) दो रेखाओं के समातर होने का प्रतिबन्ध क्या है ?

Write the condition when two lines are parallel ?

(24) रेखा $ax + by + c = 0$ की बिन्दु (x_1, y_1) से दूरी क्या है ?

Distance of line $ax + by + c = 0$ from a point (x_1, y_1) is ?

(25) रेखाओं $y = m_1 x + c_1$ एवं $y = m_2 x + c_2$ के मध्य का कोण है।

Angle between two lines $y = m_1 x + c_1$ & $y = m_2 x + c_2$ is.

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 26. बिन्दु (3, –5) से जाने वाली रेखा ज्ञात करो जिसकी प्रवणता $\frac{3}{4}$ है।

Que. 26. Find the equation of line passing through (3, –5) whose gradiant is .

प्रश्न 27. एक आयत की भुजाओं के समीकरण $x = 2, x = -4, y = 3$ तथा $y = -5$ है। विकर्णों के समीकरण ज्ञात करो।

Que. 27. Equation of sides of rectangle are $x = 2, x = -4, y = 3$ & $y = -5$. Find the equation of its diagonal.

प्रश्न 28. रेखा $x \cos a + y \sin a = P$ अक्षों को A व B पर काटती है। AB के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात करो।

Que. 28. A line $x \cos a + y \sin a = P$ intersect the axes A & B then, find the locus of mid-point of AB.

प्रश्न 29. बिन्दु (1, 2) से जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात करो जिसके द्वारा अक्षों पर काटे गये अन्तःखण्डों का योग 6 है।

Que. 29. Find the equation to the straight line which passes through the point (1, 2) and cuts intercepts from both the axes such that sum of the intercepts is 6.

प्रश्न 30. रेखा अक्षों पर समान अन्तःखण्ड काटती है। रेखा तथा अक्षों द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{2c^2}{ab}$ वर्ग इकाई है। रेखा का समीकरण ज्ञात करो।

Que. 30. Find the equation of the straight line which has equal intercept on both the axis and form a triangle of area 8 sq. unit.

प्रश्न 31. सिद्ध करो कि बिन्दु (3a, 0) (0, 3b) (a, 2b) संरेख है।

Que. 31. Prove that the points (3a, 0) (0, 3b) and (a, 2b) are collinear.

प्रश्न 32. एक त्रिभुज के शीर्ष (2, 5) (5, 3) एवं (–3, 4) है। इसकी मध्यकाओं का समीकरण ज्ञात करो।

Que. 32. The vertices of a triangle are (2, 5) (5, 3) and (–3, 4) find the equations points medians.

प्रश्न 33. सिद्ध करो रेखाएँ $ax \pm by \pm c = 0$ एक सम चतुर्भुज बनाती है। जिसका क्षेत्रफल है।

Que. 33. Prove that the straight lines $ax \pm by \pm c = 0$ from rhombus whose area is .

प्रश्न 34. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो बिन्दु (–1, 4) से गुजरती है तथा रेखा $3x + 2y – 7 = 0$ के समान्तर है।

Que. 34. Find the equation of the straight line passing through the point (–1, 4) and parallel to the line $3x + 2y – 7 = 0$.

प्रश्न 35. बिन्दु (4, –5) से जाने वाली उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो रेखा $3x + 4y + 5 = 0$ के लम्बवत् है।

Que. 35. Find the equation to the straight line passing through the point (4, –5) and perpendicular to the straight line $3x + 4y + 5 = 0$.

प्रश्न 36. सिद्ध करो बिन्दु (2, 3) एवं (0, 0) रेखा $4x – 2y + 5 = 0$ के एक ही ओर स्थित है।

Que. 36. Prove that the point (2, 3) and the origin lie in the same side of line $4x – 2y + 5 = 0$.

प्रश्न 37. रेखाओं $y = 5x – 7$ एवं $y = 5x + 6$ के मध्य की दूरी ज्ञात करो।

Que. 37. Find the distance between the straight lines $y = 5x – 7$ and $y = 5x + 6$.

प्रश्न 38. रेखाओं $4x + 3y = 24$ एवं $3x + 4y = 12$ के मध्य कोण अर्द्धकों के समीकरण ज्ञात करो।

Que. 38. Find the equation of the bisectors of the angles between the straight lines $4x + 3y = 24$ and $3x + 4y = 12$.

प्रश्न 39. एक त्रिभुज की भुजाओं के समीकरण क्रमशः $x = 0$, $3x + 4y – 10 = 0$ एवं $4x – 3y + 15 = 0$ है। त्रिभुज के अन्तःकेन्द्र के निर्देशांक ज्ञात करो।

Que. 39. The equation of three sides of triangle are $x = 0$, $3x + 4y – 10 = 0$ & $4x – 3y + 15 = 0$ find the co-ordinates of the in cetre of the triangle.

प्रश्न 40. एक समबाहु त्रिभुज के आधार का समीकरण $x + y = 2$ हो इसके सम्मुख शीर्ष के निर्देशांक (2, 1) है! तब इसकी शेष दो भुजाओं के समीकरण ज्ञात करो।

Que. 40. Equation of the base of an equilateral triangle is $x + y = 2$ and its opposite vertex is (2, 1) find the equation of the other sides of the triangle.

* * *

इकाई (Unit) 8

सरल रेखा
(Straight Line)

दिये गये निर्देश के अनुसार हल करें :

Solve the question by given instruction :

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये :

Fill in the Blanks :

(1) प्रवणता के रूप में रेखा का समीकरण है .....

The equation of line in slope form is .....

(2) दो लम्बवत् रेखाओं की प्रवणताओं का गुणनफल ..... होता है।

Product of gradiants of two perpendicular lines is .....

(3) मूल बिन्दु से रेखा $ax + by + c = 0$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई ..... होगी।

Perpendicular distance from (0, 0) to the line $ax + by + c = 0$ is .....

(4) बिन्दु (p, q) से जाने वाली रेखा का समी. ..... होगा जो y-अक्ष के समान्तर है।

Eq. of line parallel to y-axis and passes through (p, q) is .....

(5) किसी त्रिभुज ABC का शीर्ष A (2, 3) है एवं B के कोण अर्द्धक का समी. $x + 2y = 3$ तथा C से जाने वाली माध्यिका $x - 2y = -1$ है। तब शीर्ष B के निर्देशांक ..... है।

In atriangle if vertex A is (2, 3) and angle bisector through B is $x + 2y = 3$ and median through C is $x - 2y = -1$, then co-ordinate of vertex B is .....

सही उत्तर का चयन करो :

Choose the correct answer :

(6) बिन्दु (4, 1) से रेखा $x + y - 8 = 0$ की दूरी है :

The distance of the line $x + y - 8 = 0$ from (4, 1) is :

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(7) रेखा $2x - 3y + 18 = 0$ द्वारा अक्षों पर काटे गये अन्तःखण्ड हैं :

Intercept of line $2x - 3y + 18 = 0$ on the axis are :

(a) –9, 6 (b) 9, –6 (c) –6, 9 (d) 6, –9

(8) बिन्दु A (1, 2) से होकर जाने वाली रेखा X-अक्ष के साथ 60° का कोष बनाती है तथा X + Y = 6 को बिन्दु P पर काटती है तेा AP की लम्बाई होगी

A line passes through A (1, 2) and make an angle 60° with X-axis cut the line x + y = 6 at P. Then length of AP is :

(a) 3 (– 1) (b) 3 (1 –) (c) 2 (– 1) (d) 5 (– 1)

(9) रेखाओं 2x – 3y = 1 एवं 5y – 4x + 3 = 0 का प्रतिच्छेद बिन्दु है :

The intersection point of two lines 2x – 3y = 1 and 5y – 4x + 3 = 0 :

(a) (1, 2) (b) (1, –2) (c) (–1, 2) (d) (2, 1)

(10) रेखाओं y = (2 –) x + 6 एवं y = (2 +) x – 8 के मध्य कोण है :

The angle between the lines y = (2 –) x + 6 and y = (2 +) x – 8 is :

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°

सत्य/असत्य कथन बताओ :

Select the True or False statement :

(11) किसी त्रिभुज में केन्द्रक, अन्तःखण्ड, लम्बकेन्द्र, परिकेन्द्र, सदैव त्रिभुज के अन्तःभाग में स्थित होते हैं।

$\sqrt{3}$

In a triangle centroid, incentre, orthocentre, circumcentre always lie inside the triangle.

(12) x-अक्ष का समीकरण x = 0 है।

Equation of x-axis is x = 0.

(13) रेखाएँ अक्षों को जिस बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है। मूल बिन्दु से उसकी दूरी को अन्तःखण्ड कहते हैं।

The distance of the point from originate which a line cuts any of the axis is called intercept.

(14) Ax + By + C = 0 के रूप में प्रत्येक एकघातीय समीकरण एक सरल रेखा को निरूपित करते हैं।

The first degree general equation Ax + By + C = 0 in x any y always represents a straight line.

(15) यदि $m_1 = m_2$ तो रेखाएँ लम्बवत् हैं।

If $m_1 = m_2$ then lines are perpendicular.

जोड़ियाँ बनाओ :

Match the column :

(16) स्तम्भ 1

Column 1

(i) दो रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दु से जाने वाली रेखा।

A line passing through point of intersection of two lines.

(ii) एक चर बिन्दु P है जो दिये गये बिन्दुओं से समान दूरी पर है।

A moving point P is equidistant from two given points.

(iii) एक चर बिन्दु P है जो दो दी गई रेखाओं से समान दूरी पर है।

A moving point P is equistant from two given lines.

स्तम्भ 2

Column 2

(a) कोण–अर्द्धक

Angle Bisector

(b) रेखाओं का परिवार

Family of lines

(c) लम्ब–अर्द्धक

Perpendicular Bisector

(17) रेखाओं $2x - 3y = 0$ एवं $4x - 5y = 2$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण क्या होगा यदि

The equation of the line through the intersection of the line $2x - 3y = 0$ and $4x - 5y = 2$ and

स्तम्भ (Column) 1	स्तम्भ (Column) 2
(i) रेखाबिन्दु (2, 1) से गुजरे Through the point (2, 1)	(a) $2x - y = 4$ $2x - y = 4$
(ii) रेखा $x + 2y + 1 = 0$ के समान्तर है Through to line $x + 2y + 1 = 0$	(b) $x + y - 5 = 0$ $x + y - 5 = 0$
(iii) रेखा $3x - 4y + 5 = 0$ के समान्तर है Through to line $3x - 4y + 5 = 0$	(c) $x - y - 1 = 0$ $x - y - 1 = 0$

(iv) अक्षों से समान कोण बनायें — (d) $3x - 4y - 1 = 0$

Equally inclined to axes — $3x - 4y - 1 = 0$

(18)

	स्तम्भ (Column) 1		स्तम्भ (Column) 2
(i)	प्रवणता के रूप में रेखा का समीकरण	(a)	$= 2$
	Equation of line in slope form		$\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = 2$
(ii)	अभिलम्ब के रूप में रेखा का समीकरण	(b)	$ax + by + c = 0$
	Equation of line in perpendicular form		$ax + by + c = 0$
(iii)	रेखा का व्यापक समीकरण	(c)	$y = mx + c$
	Equation of line in general form		$y = mx + c$
(iv)	अन्तः खण्ड के रूप में रेखा का समीकरण	(d)	$x \cos a + y \sin a = p$
	Equation of line in intercept form		$x \cos a + y \sin a = p$

(19) स्तम्भ (Column) 1

(i) बिन्दु (3, –2) तथा (–6, –5) से जाने वाली रेखा की प्रवणता

Gradiant of line passing through (3, –2) & (–6, –5).

(ii) रेखा $3x - 4y = 12$ रेखा की प्रवणता

Gradiant of line passing through $3x - 4y = 12$.

(iii) उस रेखा कीप्रवणता जो x-अक्ष के साथ 60° का कोण बनाती है।

Gradiant of line make an angle 60° with x-axis.

स्तम्भ (Column) 2

(i) $\sqrt{3}$

(ii)

(iii)

(20) रेखा पर बिन्दु P व Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिये :

Find the co-ordinates of the points P & Q on the line :

स्तम्भ (Column) 1

(i) रेखा $x + 5y = 13$ पर जो कि रेखा $12x - 5y + 26 = 0$ से 2 इकाई की दूरी पर है।

$x + 5y = 13$, which are at a distance of 2 units from the line $12x - 5y + 26 = 0$.

(ii) $x + y = 4$ पर जो कि रेखा $4x + 3y - 10 = 0$ से इकाई दूरी पर है।

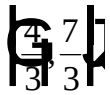
$x + y = 4$ which are at a unit distance from the line $4x + 3y - 10 = 0$.

(iii) A (–2, 5) एवं B (3, 1) इस प्रकार से लाती है कि AP = PQ = QB.

Joining A (–2, 5) and B (3, 1) such that AP = PQ = QB.

स्तम्भ (Column) 2

(a) (3, 7) (–7, 11)

(b) 

(c) 

एक शब्द में जवाब दो :

Give the answer in one word :

(21) तीन रेखाएँ एक ही बिन्दु से गुजरती हैं क्या कहलाती हैं ?

Three lines are passing through point are called ?

(22) दो बिन्दुओं से होकर जाने वाली रेखा की प्रवणता होती है।

Gradiant of a line passing through two points is.

(23) दो रेखाओं के समातर होने का प्रतिबन्ध क्या है ?

Write the condition when two lines are parallel ?

(24) रेखा $ax + by + c = 0$ की बिन्दु (x_1, y_1) से दूरी क्या है ?

Distance of line $ax + by + c = 0$ from a point (x_1, y_1) is ?

(25) रेखाओं $y = m_1 x + c_1$ एवं $y = m_2 x + c_2$ के मध्य का कोण है।

Angle between two lines $y = m_1 x + c_1$ & $y = m_2 x + c_2$ is.

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 26. बिन्दु (3, –5) से जाने वाली रेखा ज्ञात करो जिसकी प्रवणता $\frac{3}{4}$ है।

Que. 26. Find the equation of line passing through (3, –5) whose gradiant is .

प्रश्न 27. एक आयत की भुजाओं के समीकरण $x = 2, x = -4, y = 3$ तथा $y = -5$ है। विकर्णों के समीकरण ज्ञात करो।

Que. 27. Equation of sides of rectangle are $x = 2, x = -4, y = 3$ & $y = -5$. Find the equation of its diagonal.

प्रश्न 28. रेखा $x \cos a + y \sin a = P$ अक्षों को A व B पर काटती है। AB के मध्य बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात करो।

Que. 28. A line $x \cos a + y \sin a = P$ intersect the axes A & B then, find the locus of mid-point of AB.

प्रश्न 29. बिन्दु (1, 2) से जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात करो जिसके द्वारा अक्षों पर काटे गये अन्तःखण्डों का योग 6 है।

Que. 29. Find the equation to the straight line which passes through the point (1, 2) and cuts intercepts from both the axes such that sum of the intercepts is 6.

प्रश्न 30. रेखा अक्षों पर समान अन्तःखण्ड काटती है। रेखा तथा अक्षों द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{2c^2}{ab}$ वर्ग इकाई है। रेखा का समीकरण ज्ञात करो।

Que. 30. Find the equation of the straight line which has equal intercept on both the axis and form a triangle of area 8 sq. unit.

प्रश्न 31. सिद्ध करो कि बिन्दु (3a, 0) (0, 3b) (a, 2b) संरेख है।

Que. 31. Prove that the points (3a, 0) (0, 3b) and (a, 2b) are collinear.

प्रश्न 32. एक त्रिभुज के शीर्ष (2, 5) (5, 3) एवं (–3, 4) है। इसकी मध्यकाओं का समीकरण ज्ञात करो।

Que. 32. The vertices of a triangle are (2, 5) (5, 3) and (–3, 4) find the equations points medians.

प्रश्न 33. सिद्ध करो रेखाएँ $ax \pm by \pm c = 0$ एक सम चतुर्भुज बनाती है। जिसका क्षेत्रफल है।

Que. 33. Prove that the straight lines $ax \pm by \pm c = 0$ from rhombus whose area is .

प्रश्न 34. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो बिन्दु (–1, 4) से गुजरती है तथा रेखा $3x + 2y – 7 = 0$ के समान्तर है।

Que. 34. Find the equation of the straight line passing through the point (–1, 4) and parallel to the line $3x + 2y – 7 = 0$.

प्रश्न 35. बिन्दु (4, –5) से जाने वाली उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो रेखा $3x + 4y + 5 = 0$ के लम्बवत् है।

Que. 35. Find the equation to the straight line passing through the point (4, –5) and perpendicular to the straight line $3x + 4y + 5 = 0$.

प्रश्न 36. सिद्ध करो बिन्दु (2, 3) एवं (0, 0) रेखा $4x – 2y + 5 = 0$ के एक ही ओर स्थित है।

Que. 36. Prove that the point (2, 3) and the origin lie in the same side of line $4x – 2y + 5 = 0$.

प्रश्न 37. रेखाओं $y = 5x – 7$ एवं $y = 5x + 6$ के मध्य की दूरी ज्ञात करो।

Que. 37. Find the distance between the straight lines $y = 5x – 7$ and $y = 5x + 6$.

प्रश्न 38. रेखाओं $4x + 3y = 24$ एवं $3x + 4y = 12$ के मध्य कोण अर्द्धकों के समीकरण ज्ञात करो।

Que. 38. Find the equation of the bisectors of the angles between the straight lines $4x + 3y = 24$ and $3x + 4y = 12$.

प्रश्न 39. एक त्रिभुज की भुजाओं के समीकरण क्रमशः $x = 0$, $3x + 4y – 10 = 0$ एवं $4x – 3y + 15 = 0$ है। त्रिभुज के अन्तःकेन्द्र के निर्देशांक ज्ञात करो।

Que. 39. The equation of three sides of triangle are $x = 0$, $3x + 4y – 10 = 0$ & $4x – 3y + 15 = 0$ find the co-ordinates of the in cetre of the triangle.

प्रश्न 40. एक समबाहु त्रिभुज के आधार का समीकरण $x + y = 2$ हो इसके सम्मुख शीर्ष के निर्देशांक (2, 1) है! तब इसकी शेष दो भुजाओं के समीकरण ज्ञात करो।

Que. 40. Equation of the base of an equilateral triangle is $x + y = 2$ and its opposite vertex is (2, 1) find the equation of the other sides of the triangle.

* * *

इकाई (Unit) 11

शंकु परिच्छेद
(Conic Section)

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

Fill in the blanks :

(1) शंकु परिच्छेद में स्थिर बिन्दु को शांकव का ..... कहते हैं।

Fixed point in conic section is called ..... .

(2) शांकव का वह बिन्दु जो उसके अक्ष पर होता है ..... कहलात है।

The point of intersection of a conic with its axis is known as ..... of the conic.

(3) शांकव ..... कहलाता है यदि $e = 1$ हो।

The conic is called a ..... if $e = 1$.

(4) शांकव ..... कहलाता है यदि $e > 1$ हो।

The conic is called ..... if $e > 1$.

(5) शांकव ..... कहलाता है यदि $e < 1$ हो।

The conic is called ..... if $e < 1$.

सत्य या असत्य बताइए :

Write True or False :

(6) वृत्त शंकु परिच्छेद से सम्बन्धित नहीं है।

Circle is not related to conic section.

(7) नियता एक रेखा है।

Directrix is a line.

(8) $x = at^2$, $y = 2at$, परवलय के प्राचल समीकरण हैं।

$x = at^2$, $y = 2at$ are parametric equation of a parabola.

(9) परवलय का व्यापक समीकरण एक त्रिघात समीकरण होता है।

The general form of an equation of a parabola is a third degree equation.

(10) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ एक अतिपरवलय का समीकरण है।

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ is equation of hyperbola.

सही जोड़ियाँ बनाइए :

Match the column :

(11)	दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता e =	(a)	$\frac{2b^2}{a}$
	The entricity of the ellipse is e =		
(12)	दीर्घवृत्त का नाभिलम्ब x =	(b)	या
	Latus rectum in ellipse x =		or
(13)	नाभियों के बीच की दूरी	(c)	2ae या 2be
	Distance between foci		2ae or 2be
(14)	दीर्घवृत्त में नियताओं के बीच की दूरी है	(d)	± ae
	Distance between directrix in an ellipse is		± ae
(15)	अतिपरवलय में नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई है	(e)	
	Length of latus rectum of Hyperbola is		$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$

एक शब्द या एक वाक्य में उत्तर दीजिए :

Write answer in one word/one sentence :

(16) अतिपरवलय का समीकरण लिखिए।

Write the equation of HYperbola.

(17) अतिपरवलय में कितने अक्ष होते हैं ? उनके नाम लिखिए।

How many axis in Hyperbola ? Write their name.

(18) समकोणिक अतिपरवलय क्या है ?

What is rectangular hyperbola ?

(19) समकोणिक अतिपरवलय का समीकरण लिखिए।

Write the equation of rectangular hyperbola.

(20) उत्केन्द्रता का समीकरण लिखिए। (अतिपरवलय की)

What is equation of ecentricity ? (in hyperbola)

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 21. परवलय के समीकरण $y^2 = 4ax$ की व्युत्पत्ति कीजिए।

Que. 21. Derive the equation of parabola $y^2 = 4ax$.

प्रश्न 22. उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि (–8, –2) तथा नियता $y = 2x – 9$ है।

Que. 22. Find equation of the parabola whose focus is (–8, –2) and directrix is $y = 2x – 9$.

प्रश्न 23. उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष मूल बिन्दु पर तथा फोकस (0, 3) पर हो।

Que. 23. Find the equation of the parabola with vertex at origin and focus at (0, 3).

प्रश्न 24. परवलय $y = x^2 – 2x + 3$ के शीर्ष, नियता, नाभि व अक्ष ज्ञात कीजिए।

Que. 24. Find the focus, vertex, directrix and the axis of the parabola $y = x^2 – 2x + 3$.

प्रश्न 25. परवलय $9y^2 – 16x – 12y – 5y = 0$ का शीर्ष अक्ष, नाभि तथा नाभिलम्ब ज्ञात करो।

Que. 25. Find the vertex, axis, focus and latus rectum of parabola $9y^2 – 16x – 12y – 5y = 0$.

प्रश्न 26. परवलय $y^2 = 12x$ पर स्थित किसी बिन्दु की नाभिय दूरी 4 है। बिन्दु का भुज ज्ञात कीजिए।

Que. 26. The focal distance of a point on the parabola $y^2 = 12x$ is 4 find the abscissa of this point.

प्रश्न 27. प्राचल समीकरण $x = 2t – 3, y + 1 = 4t^2$ का कार्तिय रूप ज्ञात कीजिए।

Que. 27. Give the cartesian form of $x = 2t – 3, y + 1 = 4t^2$.

प्रश्न 28. किसी नाभि जीवा के सिरों के निर्देशांक t_1 और t_2 है। सिद्ध कीजिए $t_1 t_2 = – 1$.

Que. 28. If the end points of a focal chord are t_1 and t_2 prove that $t_1 t_2 = – 1$.

प्रश्न 29. परवलय $y^2 = 8x$ पर वे बिन्दु ज्ञात कीजिए जिनकी नाभीय दूरी 4 है।

Que. 29. The focal distance of a point on the parabola $y^2 = 8x$ is 4, find the coordinates of the point.

प्रश्न 30. परवलय $x^2 = 9y$ के किस बिन्दु पर भुज का मान कोटि से तीन गुना होगा ?

Que. 30. At what point of parabola $x^2 = 9y$ is the abscissa three times the ordinate ?

प्रश्न 31. उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष व नाभि x-अक्ष पर स्थित हों तथा जिनकी मूल बिन्दु से दूरियाँ क्रमशः a व a´ हों।

Que. 31. Find the equation of the parabola whose vertex and focus are on the x-axis and at a distance of a and a´ from the origin.

प्रश्न 32. परवलय $y^2 = 8x$ के शीर्ष और नाभिलम्ब के धनात्मक सिरे को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Que. 32. Find the equation of the line joining the vertex to the positive end of latus rectum of the parabola $y^2 = 8x$.

प्रश्न 33. सिद्ध कीजिए कि परवलय $y^2 = 4ax$ के शीर्ष से गुजरने वाली जीवाओं के मध्य बिन्दुओं का शीर्ष पथ परवलय $y^2 = 2ax$ है।

Que. 33. Prove that the locus of mid-points of chords of parabola $y^2 = 4ax$ drawn through its vertex is the parabola $y^2 = 2ax$.

प्रश्न 34. दीर्घवृत्त समीकरण के मानक रूप की व्युत्पत्ति कीजिए।

Que. 34. Derive the equation of ellipse in standard form.

प्रश्न 35. दीर्घवृत्त $9x^2 + 16y^2 = 144$ के लिए दीर्घ–अक्ष, लघु–अक्ष की लम्बाईयाँ, नाभियों के निर्देशांक, शीर्ष तथा उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।

Que. 35. For the ellipse $9x^2 + 16y^2 = 144$, find the length of major and minor axis, co-ordinate of foci and vertices and ecentricity.

प्रश्न 36. दीर्घवृत्त $5x^2 + 4y^2 = 1$ उत्केन्द्रता, नाभियाँ व नाभिलम्ब ज्ञात कीजिए।

Que. 36. Find the eccentricity, foci and latus rectum of the ellipse $5x^2 + 4y^2 = 1$.

प्रश्न 37. उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि $(-1, 1)$ तथा नियता $x - y + 3 = 0$ तथा उत्केन्द्रता $1/2$ है।

Que. 37. Find the equation of on ellipse whose focus is the point $(-1, 1)$ whose directrix is $x - y + 3 = 0$ and whose eccentricity is $1/2$.

प्रश्न 38. उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिनकी नियताओं की दूरी 5 तथा नाभियों के बीच की दूरी 4 है।

Que. 38. Find the equation of the ellipse when the distance between directrix 5 and sitance between foci = 4.

प्रश्न 39. दीर्घवृत्त $16x^2 + 25y^2 = 1600$ के बिन्दु $(5, 4\sqrt{3})$ की नाभीय दूरी ज्ञात कीजिए।

Que. 39. Find the focal distance of point $(5, 4\sqrt{3})$ on the ellipse $16x^2 + 25y^2 = 1600$.

प्रश्न 40. दीर्घवृत्त $3x^2 + 4y^2 + 12x - 8y - 32 = 0$ का केन्द्र तथा नियताओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Que. 40. Find the centre and the directrices of the ellipse $3x^2 + 4y^2 + 12x - 8y - 32 = 0$.

प्रश्न 41. उस दीर्घवृत्त की उकेन्द्रता ज्ञात कीजिए जिसका लघुअक्ष, दीर्घअक्ष का आधा है।

Que. 41. Find the ecentricity of the ellipse whose minor axis is half of the major axis.

प्रश्न 42. उन बिन्दुओं का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जिनकी (3, 0) व (9, 0) से दूरियों का योग 12 हो।

Que. 42. Find the locus of all points the sum of whose distances from (3, 0) and (9, 0) is 12.

प्रश्न 43. यदि किसी दीर्घवृत्त की नाभिलम्ब की लम्बाई 5/2 व उत्केन्द्रता 1/2 हो तो उसका समीकरण ज्ञात कीजिए।

Que. 43. Find the equation of the ellipse if the length of latus rectum is 5/2 and eccentricity is 1/2.

प्रश्न 44. उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात करो जो बिन्दु (–3, 1) से गुजरे तथा उत्केन्द्रता हो।

Que. 44. Find the equation of an ellipse which passes through the point (–3, 1) and whose eccentricity is .

प्रश्न 45. अतिपरवलय का मानक समीकरण की व्युत्पत्ति कीजिए।

Que. 45. Derive the equation of the parabola in standard form.

प्रश्न 46. अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (± 5, 0) तथा नाभियाँ (± 7, 0) हैं।

Que. 46. Find the equation of hyperbola whose vertices are (± 5, 0) and foci are (± 7, 0).

प्रश्न 47. सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ तथा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{1}{m}$ सदैव एक अतिपरवलय पर मिलती है।

Que. 47. Prove that lines $\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=m$ and $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{1}{m}$ always intersects at a hyperbola.

प्रश्न 48. उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियों के बीच की दूरी 26 तथा नियत की $\sqrt{13/12}$ हो।

Que. 48. Find equation of the hyperbola when distance between the foci is 26 and eccentricity is .

प्रश्न 49. अतिपरवलय $9x^2 - 16y^2 + 18x + 32y - 151 = 0$ का केन्द्र, नाभियाँ, उत्केन्द्रता एवं नियताएँ ज्ञात कीजिए।

Que. 49. Find the centre, foci, eccentricity and directices of the hyperbola $9x^2 = 16y^2 + 18x + 32y - 151 = 0$.

प्रश्न 40. एक अतिपरवलय की उत्केन्द्रता 3 तथा नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई 4 है। अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Que. 50. Find the equation of the hyperbola with latus rectum 4 and eccentricity 3.

प्रश्न 51. एक अतिपरवलय की संयुग्मी अक्ष की लम्बाई, उसकी अनुप्रस्थ अक्ष की लम्बाई का 3/4 है तो उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।

Que. 51. Find the eccentricity of the hyperbola, the length of whose conjugate axis is 3/4 of the length of transverse axis.

प्रश्न 52. बिन्दु (4, 3) की स्थिति $3x^2 + 10y^2 = 150$ के सापेक्ष ज्ञात कीजिए।

Que. 52. Find out the position of point (4, 3) with respect to $3x^2 + 10y^2 = 150$.

* * *

इकाई (Unit) 12

त्रिकोणमितीय फलन
(Trigonometric Function)

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 1. एक वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी. है! इसके चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए जो केन्द्र पर 15° का कोण अन्तरित करे।

Que. 1. Find the length of the arc of a circle of radius 5 cm., subtending a centre angle measuring 15°.

प्रश्न 2. उस स्तम्भ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जो 100 मीटर दूर खड़े प्रेक्षक पर 6′ का कोण अन्तरित करे।

Que. 2. Find the height of the tower which subtends an angle of 6′ at the eye of a person standing at a distance of 100 m.

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए :

$$4\cot^2 \pi/3 + \sec^2 \pi/6 - \sin^2 \pi/4 = 2\frac{1}{6}.$$

Que. 3. Prove that :

$$4\cot^2 \pi/3 + \sec^2 \pi/6 - \sin^2 \pi/4 = 2\frac{1}{6}.$$

प्रश्न 4. किसी त्रिभुज के कोण समान्तर श्रेणी में है। सबसे बड़ा कोण 84° है। सभी कोण रेडियन में ज्ञात कीजिए।

Que. 4. The angles of a triangle are in A.P. and the greatest angle is 84°. Find all the angles in radian.

प्रश्न 5. किसी त्रिभुज के कोण समान्तर श्रेणी में हैं उसका सबसे बड़ा कोण 75° का है। त्रिभुज के सबसे छोटे कोण का मान रेडियन में ज्ञात कीजिए।

Que. 5. The angles of a triangle are in A.P. and its greatest angle is 75° find the least angle in radian.

प्रश्न 6. किसी त्रिभुज के कोण समान्तर श्रेणी में है। सबसे छोटे कोण के मान में अंशों की संख्या तथा सबसे बड़े कोण में रेडियनों की संख्या का अनुपात 60 : π है। कोणों का मान अंशों में ज्ञात कीजिए।

Que. 6. The angles of a triangle are in A.P. and the number of degrees in the least is to the number of radians in the greatest as 60 : π. Find the angle in degrees.

प्रश्न 7. सिद्ध कीजिए = sec A + tan A.

Que. 7. Prove that = sec A + tan A.

प्रश्न 8. सिद्ध कीजिए :

.

Que. 8. Prove that :

.

प्रश्न 9. यदि $\sin q + \cos q = 1$ तो सिद्ध कीजिए $\sin q \cdot \cos q = 0$.

Que. 9. If $\sin q + \cos q = 1$ then prove that $\sin q \cdot \cos q = 0$.

प्रश्न 10. यदि $\cos q + \sin q =$ $\cos q$, तो सिद्ध कीजिए कि $\cos q - \sin q =$ $\sin q$.

Que. 10. If $\cos q + \sin q =$ $\cos q$, then prove that $\cos q - \sin q =$ $\sin q$.

प्रश्न 11. सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-\sin A}} = \frac{1+\sin B}{\cos B} + \frac{\cos B}{1+\sin B} - \frac{1}{\operatorname{cosec} A + \cot A}$$

Que. 11. Prove that : = 0.

प्रश्न 12. सिद्ध कीजिए :

= cosec q + cot q.

Que. 12. Prove that :

= cosec q + cot q.

प्रश्न 13. सिद्ध कीजिए :

$$2(\sin^6 q + \cos^6 q) - 3(\sin^4 q + \cos^4 q) = -1.$$

Que. 13. Prove that :

$$2(\sin^6 q + \cos^6 q) - 3(\sin^4 q + \cos^4 q) = -1.$$

प्रश्न 14. यदि $p = a\cos\theta + b\sin\theta$ और $q = a\sin\theta - b\cos\theta$ तो दिखाइए कि $a^2 + b^2 = p^2 + q^2$.

Que. 14. If $p = a\cos\theta + b\sin\theta$ and $q = a\sin\theta - b\cos\theta$ then show that $a^2 + b^2 = p^2 + q^2$.

प्रश्न 15. यदि $\tan\theta + \sin\theta = m$ और $\tan\theta - \sin\theta = n$ तो सिद्ध कीजिए $m^2 - n^2 = 4$.

Que. 15. If $\tan\theta + \sin\theta = m$ and $\tan\theta - \sin\theta = n$ then prove that $m^2 - n^2 = 4$.

प्रश्न 16. यदि $x = r\sin\theta\cos\phi$, $y = r\sin\theta\sin\phi$, $z = r\cos\theta$ तो सिद्ध कीजिए $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$.

Que. 16. If $x = r\sin\theta\cos\phi$, $y = r\sin\theta\sin\phi$, $z = r\cos\theta$ then prove that $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$.

प्रश्न 17. यदि = n तो सिद्ध कीजिए $\tan\theta = \pm \frac{m}{n}\sqrt{\frac{1-n^2}{m^2-1}}$.

Que. 17. If $\frac{\sin\theta}{\sin\phi} = m, \frac{\cos\theta}{\cos\phi}$ = n then prove that $\tan\theta = \pm \frac{m}{n}\sqrt{\frac{1-n^2}{m^2-1}}$.

प्रश्न 18. यदि $\text{cosec}\,\theta - \sin\theta = m$ और $\sec\theta - \cos\theta = n$ तो सिद्ध कीजिए $(mn)^{2/3}[m^{2/3} + n^{2/3}] = 1$.

Que. 18. If $\text{cosec}\,\theta - \sin\theta = m$ and $\sec\theta - \cos\theta = n$ then prove that $(mn)^{2/3}[m^{2/3} + n^{2/3}] = 1$.

प्रश्न 19. Sin (A + B) का ज्यामितीय विधि से मान ज्ञात करें।

Que. 19. Evaluate Sin (A + B) geometrically. $\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\sqrt{1-\cos^2\phi}} = \frac{bc}{ac} = m, \frac{\cos\theta}{\cos\phi}$

प्रश्न 20. सिद्ध कीजिए : $\tan 70° = \tan 20° + 2\tan 50°$.

Que. 20. Prove that : $\tan 70° = \tan 20° + 2\tan 50°$.

प्रश्न 21. यदि $a + b = \frac{\pi}{4}$ तो सिद्ध कीजिए :

$$(1 + \tan a)(1 + \tan b) = 2.$$

Que. 21. If $a + b =$, then prove that :

$$(1 + \tan a)(1 + \tan b) = 2.$$

प्रश्न 22. यदि $\tan A =$ और $\tan B =$ तो सिद्ध कीजिए $\tan(A + B) =$.

Que. 22. If $\tan A =$ and $\tan B =$ then prove that $\tan(A + B) =$.

प्रश्न 23. सिद्ध कीजिए :

.

Que. 23. Prove that

$$\frac{\tan(A+C)}{\cot(A-C)} = \frac{\tan^2 A - \tan^2 C}{1 - \tan^2 A.\tan^2 C} = \frac{\sin^2 A - \sin^2 C}{\cos^2 A - \sin^2 C}.$$

प्रश्न 24. यदि 2 tan b + cot b = tan a तो सिद्ध कीजिए cot b = 2 tan (a – b).

Que. 24. If 2 tan b + cot b = tan a then prove that cot b = 2 tan (a – b).

प्रश्न 25. यदि sin a = 3/5, cos b = 9/41 तो सि कीजिए

$$\cos(a+b) = \frac{-84}{205} \text{ और } \sin(a-b) = \quad .$$

Que. 25. If sin a = 3/5, cos b = 9/41 then prove that

$$\cos(a+b) = \quad \text{and } \sin(a-b) = \quad .$$

प्रश्न 26. यदि cos (A – B) = 3/5 तथा tan A . tan B = 2 तो सिद्ध कीजिए cos A . cos B = .

$$\frac{\tan(A+C)}{\cot(A-C)} = \frac{\tan^2 A - \tan^2 C}{1 - \tan^2 A.\tan^2 C} = \frac{\sin^2 A - \sin^2 C}{\cos^2 A - \sin^2 C}$$

Que. 26. If cos (A – B) = 3/5 and tan A . tan B = 2, then prove that cos A . cos B = .

प्रश्न 27. सिद्ध कीजिए :

= tan 4A.

Que. 27. Prove that :

= tan 4A.

प्रश्न 28. सिद्ध कीजिए :

$$\tan(A+30) + \cot(A-30) = \quad .$$

Que. 28. Prove that :

$$\tan(A+30) + \cot(A-30) = \quad .$$

प्रश्न 29. सिद्ध कीजिए :

$$\cos 20° \cos 40° \cos 60° \cos 80° = \quad .$$

Que. 29. Prove that :

$$\cos 20° \cos 40° \cos 60° \cos 80° = \quad .$$

प्रश्न 30. सिद्ध कीजिए :

$$\sin 20° \sin 40° \sin 60° \cos 80° = \quad .$$

Que. 30. Prove that :

$$\sin 20° \sin 40° \sin 60° \cos 80° = \quad .$$

प्रश्न 31. सिद्ध कीजिए :

$$\sin 20° \sin 40° \sin 80° \sin 90° = \quad .$$

Que. 31. Prove that : $\frac{\sqrt{3}}{16}$

$$\sin 20° \sin 40° \sin 80° \sin 90° = \quad .$$

प्रश्न 32. सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\sin(n+1)A + 2\sin nA + \sin(n-1)A}{\cos(n-1)A - \cos(n+1)A} = \cot A/2.$$

Que. 32. Prove that :

$$\frac{\sin(n+1)A + 2\sin nA + \sin(n-1)A}{\cos(n-1)A - \cos(n+1)A} = \cot A/2.$$

प्रश्न 33. सिद्ध कीजिए :

$$\sin (A + B) \sin (A - B) = \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A.$$

Que. 33. Prove that :

$$\sin (A + B) \sin (A - B) = \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A.$$

प्रश्न 34. सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\cos 2A}{1+\sin 2A} = \tan (45° - A).$$

Que. 34. Prove that :

$$= \tan (45° - A).$$

प्रश्न 35. सिद्ध कीजिए :

$$\cos a \cos (60° - a) \cos (60° + a) = \quad \cos 3a.$$

Que. 35. Prove that :

$$\cos a \cos (60° - a) \cos (60° + a) = \quad \cos 3a.$$

प्रश्न 36. यदि $2 \tan a = 3 \tan b$ तो सिद्ध कीजिए :

$$\tan (a - b) = \qquad .$$

Que. 36. If $2 \tan a = 3 \tan b$ then prove that $\frac{1-\sin 2\beta}{4+\cos 2\beta}$

$$\tan (a - b) = \frac{\sin 2\beta}{5 - \cos 2\beta}.$$

प्रश्न 37. सिद्ध कीजिए :

$$\sin A \cdot \sin (60° - A) \sin (60° + A) = \frac{1}{4} \sin 3A.$$

Que. 37. Prove that :

$$\sin A \cdot \sin (60° - A) \sin (60° + A) = \quad \sin 3A.$$

प्रश्न 38. सिद्ध कीजिए :

$$= 2 \cos q.$$

Que. 38. Prove that :

$$\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 4\theta}} = 2 \cos q.$$

प्रश्न 39. सिद्ध कीजिए :

$$\tan 4\theta = \frac{4\tan\theta(1-\tan 2\theta)}{1-6\tan^2\theta+\tan 4\theta}.$$

Que. 39. Prove that :

$$\tan 4\theta = \frac{4\tan\theta(1-\tan 2\theta)}{1-6\tan^2\theta+\tan 4\theta}.$$

प्रश्न 40. सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\sin A+\sin 2A+\sin 4A+\sin 5A}{\cos A+\cos 2A+\cos 4A+\cos 5A} = \tan 3A.$$

Que. 40. Prove that :

= tan 3A.

प्रश्न 41. सिद्ध कीजिए :

4 sin a sin (60° – a) sin (60° + a) = sin 3a.

Que. 41. Prove that :

$$\frac{\sin A+\sin 2A+\sin 4A+\sin 5A}{\cos A+\cos 2A+\cos 4A+\cos 5A}$$

4 sin a sin (60° – a) sin (60° + a) = sin 3a.

प्रश्न 42. यदि x = tan A – tan B और y = cot B – cot A तो सिद्ध कीजिए cot (A – B) = .

Que. 42. If x = tan A – tan B and y = cot B – cot A then prove that cot (A – B) = $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$.

प्रश्न 43. यदि tan A = $\frac{n}{n+1}$ और tan B = तो सिद्ध कीजिए tan (A + B) = 1.

Que. 43. If tan A = and tan B = then prove that tan (A + B) = 1.

प्रश्न 44. यदि tan q = a ¹ 0, tan 2q = b ¹ 0 और tan q + tan 2q = tan 3q तो सिद्ध कीजिए a + b = 0.

Que. 44. If tan q = a ¹ 0, tan 2q = b ¹ 0 and tan q + tan 2q = tan 3q then prove that a + b = 0.

प्रश्न 45. सिद्ध कीजिए : cos 20° . cos 40° . cos 80° = .

Que. 45. Prove that : cos 20° . cos 40° . cos 80° = .

प्रश्न 46. यदि cos q + sin q = 1 और sin q – sin q = 1, तो सिद्ध कीजिए

= 2.

Que. 46. If $\frac{x}{a}$ cos q + sin q = 1 and sin q – sin q = 1, then prove that = 2.

* * *

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

इकाई (Unit) 13

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ, ग्राफ व समीकरण
(Trigonometrical Identities, Graph and Equation)

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 1. यदि $A + B + C = p$ तो सिद्ध कीजिए :

$$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -1 - 4 \cos A \cos B \cos C.$$

Que. 1. If $A + B + C = p$ then prove that :

$$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -1 - 4 \cos A \cos B \cos C.$$

प्रश्न 2. ΔABC में सिद्ध कीजिए :

$$\sin A + \sin B - \sin C = 4 \sin A/2 \cdot \sin B/2 \cdot \cos C/2.$$

Que. 2. In ΔABC, prove that :

$$\sin A + \sin B - \sin C = 4 \sin A/2 \cdot \sin B/2 \cdot \cos C/2.$$

प्रश्न 3. यदि $A + B + C = p$ तो सिद्ध कीजिए :

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C.$$

Que. 3. If $A + B + C = p$ then prove that :

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C.$$

प्रश्न 4. यदि $A + B + C = p$ तो सिद्ध कीजिए :

$$\tan B/2 \cdot \tan C/2 + \tan C/2 \cdot \tan A/2 + \tan A/2 \cdot \tan B/2 = 1.$$

Que. 4. If $A + B + C = p$ then prove that

$$\tan B/2 \cdot \tan C/2 + \tan C/2 \cdot \tan A/2 + \tan A/2 \cdot \tan B/2 = 1.$$

प्रश्न 5. यदि $A + B + C = 180°$ तो सिद्ध कीजिए :

$$\cot A/2 + \cot B/2 + \cot C/2 = \cot A/2 \cot B/2 \cot C/2.$$

Que. 5. If $A + B + C = 180°$ then prove that :

$$\cot A/2 + \cot B/2 + \cot C/2 = \cot A/2 \cot B/2 \cot C/2.$$

प्रश्न 6. यदि $A + B + C = 2S$ तो सिद्ध कीजिए :

$$\sin (S - A) + \sin (S - B) + \sin (S - C) - \sin S = 4 \sin A/2 \sin B/2 \sin C/2.$$

Que. 6. If $+ B + C = 2S$ then prove that :

$$\sin (S - A) + \sin (S - B) + \sin (S - C) - \sin S = 4 \sin A/2 \sin B/2 \sin C/2.$$

प्रश्न 7. यदि $A + B + C = p$ तो सिद्ध कीजिए :

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C.$$

Que. 7. If $A + B + C = p$ then prove that :

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C.$$

प्रश्न 8. यदि $A + B + C = 180°$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$\sin A/2 + \sin B/2 + \sin C/2 = 1 + 4 \sin \frac{\pi - A}{4} \cdot \sin \quad \cdot \sin \quad .$$

Que. 8. If $A + B + C = 180°$ then prove that :

$$\sin A/2 + \sin B/2 + \sin C/2 = 1 + 4 \sin \quad \cdot \sin \quad \cdot \sin \quad .$$

प्रश्न 9. यदि $A + B + C = p$ तो सिद्ध कीजिए :

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$$

Que. 9. If $A + B + C = p$ then prove that :

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C.$$

प्रश्न 10. यदि $(A + B + C) = p/2$ तो सिद्ध कीजिए :

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C.$$

Que. 10. If $(A + B + C) = p/2$ then prove that : $\frac{\pi - B}{4}$

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C.$$

प्रश्न 11. यदि $A + B + C = 2S$ तो सिद्ध कीजिए :

$$4 \cos S \cos (S - A) \cdot \cos (S - B) \cdot \cos (S - C)$$
$$= -1 + \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C.$$

Que. 11. If $A + B + C = 2S$ then prove that :

$$4 \cos S \cos (S - A) \cdot \cos (S - B) \cdot \cos (S - C)$$
$$= -1 + \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C.$$

प्रश्न 12. $y = 3 \sin 2x$ का ग्राफ बनाइए।

Que. 12. Draw the graph of $y = 3 \sin 2x$.

प्रश्न 13. $y = \sin^2 x$ का वक्र प्राप्त कीजिए।

Que. 13. Find the curve of $y = \sin^2 x$.

प्रश्न 14. $y = \sin x$ तथा $y = \sin 2x$ का ग्राफ एक ही अक्ष पर खींचिए।

Que. 14. Sketch the graph of $y = \sin x$ and $y = \sin 2x$ on the same axis.

प्रश्न 15. $y = 4 \cos 3x$ का ग्राफ खींचिए।

Que. 15. Draw the graph of $y = 4 \cos 3x$.

प्रश्न 16. $y = \sec 2x$ का अनुरेखन कीजिए।

Que. 16. Sketch the graph of $y = \sec 2x$.

प्रश्न 17. $y = \sin 2x$ तथा $y = \sin (2x - \pi/4)$ का एक ही अक्ष में अनुरेखन कीजिए।

Que. 17. Draw the graph of $y = \sin 2x$ and $y = \sin (2x - \pi/4)$ on the same axis.

प्रश्न 18. $\sin \theta = \sin \alpha$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Que. 18. Find the general solution of $\sin \theta = \sin \alpha$.

प्रश्न 19. $\cos \theta = \cos \alpha$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Que. 19. Find the general solution of $\cos \theta = \cos \alpha$.

प्रश्न 20. $\tan \theta = \tan \alpha$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Que. 20. Find the general solution of $\tan \theta = \tan \alpha$.

प्रश्न 21. $\sin^3 \theta = \sin \theta$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Que. 21. Find the general solution of $\sin^3 \theta = \sin \theta$.

प्रश्न 22. $\sin 2\theta . \operatorname{cosec} \theta = 1$ के लिए व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Que. 22. Find the general solution of $\sin 2\theta . \operatorname{cosec} \theta = 1$.

प्रश्न 23. $\tan 2\theta \tan \theta = 1$ के लिए व्यापक हल ज्ञात करें।

Que. 23. Find the general solution of $\tan 2\theta \tan \theta = 1$.

प्रश्न 24. $\sin^2 \theta - 2 \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$ को हल कीजिए।

Que. 24. Solve $\sin^2 \theta - 2 \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$.

प्रश्न 25. $\cos^4 \theta + \sin^4 \theta = \frac{1}{2}$ को हल कीजिए।

Que. 25. Solve $\cos^4 \theta + \sin^4 \theta = \frac{1}{2}$.

प्रश्न 26. $2 \sin^2 \theta + \sqrt{2} \cos \theta + 1 = 0$ को हल कीजिए।

Que. 26. Solve $2 \sin^2 \theta + \sqrt{2} \cos \theta + 1 = 0$.

प्रश्न 27. $\cot \theta + 3 \tan \theta = 5 \operatorname{cosec} \theta$ को हल कीजिए।

Que. 27. Solve $\cot \theta + 3 \tan \theta = 5 \operatorname{cosec} \theta$.

प्रश्न 28. समीकरण $\cot \theta + \tan \theta = 2 \operatorname{cosec} \theta$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Que. 28. Find the general solution of the equation $\cot \theta + \tan \theta = 2 \operatorname{cosec} \theta$.

प्रश्न 29. $\sin 7\theta = \sin \theta + \sin 3\theta$ को हल कीजिए।

Que. 29. Solve $\sin 7\theta = \sin \theta + \sin 3\theta$.

प्रश्न 30. $\cos \theta + \sin \theta = \cos 2\theta + \sin \theta$ को हल कीजिए।

Que. 30. Solve $\cos \theta + \sin \theta = \cos 2\theta + \sin \theta$.

प्रश्न 31. $\tan \theta + \tan 2\theta + \tan 3\theta = 0$ को हल कीजिए।

Que. 31. Solve $\tan \theta + \tan 2\theta + \tan 3\theta = 0$.

प्रश्न 32. $\sin \alpha + \sin (\alpha + \theta) + \sin (\alpha + 2\theta) = 0$ को हल कीजिए।

Que. 32. Solve $\sin \alpha + \sin (\alpha + \theta) + \sin (\alpha + 2\theta) = 0$.

प्रश्न 33. निम्न समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$\tan \theta + \tan 2\theta +$ $\tan \theta \tan 2\theta =$.

Que. 33. Solve the equation :

$\sqrt{3}$

$\tan \theta + \tan 2\theta +$ $\tan \theta \tan 2\theta =$.

प्रश्न 34. $\sin \theta + \cos \theta =$ को हल कीजिए।

Que. 34. Solve $\sin \theta + \cos \theta =$.

प्रश्न 35. $\sec \theta + \tan \theta = 1$ को हल कीजिए।

Que. 35. Solve $\sec \theta + \tan \theta = 1$.

प्रश्न 36. $3 \cos x + 4 \sin x$ का न्यूनतम व महत्तम मान ज्ञात करें।

Que. 36. Find the minimum and maximum value of $3 \cos x + 4 \sin x$.

प्रश्न 37. $5 \sin \theta + 2 \cos \theta = 5$ को हल कीजिए जबकि $\tan 21° 48' = 0.4$.

Que. 37. Solve $5 \sin \theta + 2 \cos \theta = 5$ given $\tan 21° 48' = 0.4$.

प्रश्न 38. समीकरण $3 \tan (\theta - 15°) = \tan (\theta + 15°)$ को हल कीजिए।

Que. 38. Solve $3 \tan (\theta - 15°) = \tan (\theta + 15°)$.

प्रश्न 39. $\sin 3\alpha = 4 \sin \alpha \sin (\theta + \alpha) \sin (\theta - \alpha)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Que. 39. Find the general solution of the equation

$$\sin \sin 3a = 4 \sin a \sin (q + a) \sin (q - a).$$

प्रश्न 40. यदि $A + B + C = p$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$(\cot B + \cot C)(\cot C + \cot A)(\cot A + \cot B) = \text{cosec } A \cdot \text{cosec } B \cdot \text{cosec } C.$$

Que. 40. If $(A + B + C) = p$ then prove that :

$$(\cot B + \cot C)(\cot C + \cot A)(\cot A + \cot B) = \text{cosec } A \cdot \text{cosec } B \cdot \text{cosec } C.$$

प्रश्न 41. समीकरण $\cos a - \cos (a + q) + \cos (a + 2q) = 0$ को हल कीजिए।

Que. 41. Solve tyhe equation :

$$\cos a - \cos (a + q) + \cos (a + 2q) = 0.$$

प्रश्न 42. यदि $\tan (p \cos q) = \cot (p \sin q)$ तो सिद्ध कीजिए कि $\cos (q - p/4) =$.

Que. 42. If $\tan (p \cos q) = \cot (p \sin q)$ then prove that $\cos (q - p/4) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

* * *

$$\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

इकाई (Unit) 14

त्रिभुज के गुण व हल
(Properties and Solution of a Triangle)

रिक्त स्थानों को भरिए :

Fill in the Blanks :

(1) त्रिभुज D ABC में

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{....}{\sin B} = \frac{C}{....}.$$

In D ABC

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{....}{\sin B} = \frac{C}{....}.$$

(2) किसी त्रिभुज की भुजाएँ सम्मुख कोणों के ज्या की ..... होती है।

The sines of the angles are ..... to the opposite sides.

(3) $\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+C}$ cot A/2 ..... की समानता है।

$\frac{B-C}{2\ 2} = \frac{b-c}{b+C}$

tan cot A/2 is a ..... analogy.

(4) कोसाइन सूत्र C^2 = ...

Cosine formula : C^2 = ...

सत्य या असत्य लिखिए :

Write True or False :

(5) त्रिभुज का क्षेत्रफल D = ab sin C होता है।

Area of triangle is D = ab sin C.

(6) किसी त्रिभुज के अज्ञात अवयवों के मान को ज्ञात करने की प्रक्रिया त्रिभुज को हल करना कहलाती है।

The procss to finding unkonwn element of a triangle is called solution of triangle.

(7) जब log sin C धनात्मक हो तो त्रिभुज का हल सम्भव है।

When log sin C is positive for triangle then solution possible.

(8) जब D ABC में log sin C = 0 हो तो D ABC समकोण D होगा एवं उसका एक ही हल होगा।

When log sin C = 0 then D ABC is right angled and it has unique soution.

(9) जब D ABC में log sin C ऋणात्मक हो तो त्रिभुज के लिए एक हल होगा।

When log sin C is negative then triangle has unique solution.

सही जोड़ियाँ बनाइए :

Match the column :

(10) Area of D = (a)

(11) sin A/2 = (b) $\frac{abc}{4R}$

(12) sin A = (c)

(13) tan B/2 = (d) $\frac{2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{bc}\sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}$

(14) cos C = (e) $\frac{2}{bc}$

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 15. D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$a \sin A - b \sin B = C \sin (A - B).$$

Que. 15. In D ABC prove that :

$$a \sin A - b \sin B = C \sin (A - B).$$

प्रश्न 16. सिद्ध कीजिए :

$$a \cos A + b \cos B + c \cos C = 2a \sin B \sin C.$$

Que. 16. Prove that

$$a \cos A + b \cos B + c \cos C = 2a \sin B \sin C.$$

प्रश्न 17. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए कि :

$$a^3 \sin (B - C) + b^3 \sin (C - A) + c^3 \sin (A - B) = 0.$$

Que. 17. In D ABC prove that :

$$a^3 \sin (B - C) + b^3 \sin (C - A) + c^3 \sin (A - B) = 0.$$

प्रश्न 18. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$\frac{b^2 - c^2}{a}\cos A + \frac{c^2 - a^2}{b}\cos B + \frac{a^2 - b^2}{c}\cos C = 0.$$

Que. 18. In D ABC prove that :

$$\frac{b^2 - c^2}{a}\cos A + \frac{c^2 - a^2}{b}\cos B + \frac{a^2 - b^2}{c}\cos C = 0.$$

प्रश्न 19. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{a + b}{\tan\frac{A + B}{2}} = \qquad .$$

Que. 19. In D ABC prove that :

$$= \frac{\cancel{a^2 - ab + b^2}}{a + \cancel{b}\tan\frac{A + B}{2}} .$$

प्रश्न 20. D ABC में यदि C = A + B तो सिद्ध कीजिए :

$$\tan \qquad = \qquad .$$

Que. 20. In D ABC if C = A + B then prove that :

$$\tan \qquad = \qquad .$$

प्रश्न 21. D ABC में सिद्ध कीजिए:

$$\sin 2A + \frac{c^2 - a^2}{b^2} \sin 2B + \frac{a^2 - b^2}{c^2} \sin 2C = 0.$$

Que. 21. In D ABC, prove that :

$$\frac{b^2 - c^2}{a^2} \sin 2A + \frac{c^2 - a^2}{b^2} \sin 2B + \frac{a^2 - b^2}{c^2} \sin 2C = 0.$$

प्रश्न 22. किसी D ABC में $2b^2 = a^2 + c^2$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\sin 3B}{\sin B} = \qquad .$$

Que. 22. If in any D ABC, $2b^2 = a^2 + c^2$, then prove that

$$= \qquad .$$

प्रश्न 23. D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$(b + c) \cos A + (c + a) \cos B + (a + b) \cos C = a + b + c.$$

Que. 23. In D ABC, prove that

$$(b + c) \cos A + (c + a) \cos B + (a + b) \cos C = a + b + c.$$

प्रश्न 24. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2 (bc \cos A + ca \cos B + ab \cos C).$$

Que. 24. In D ABC prove that

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2 (bc \cos A + ca \cos B + ab \cos C).$$

प्रश्न 25. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$= \frac{1}{2} \qquad .$$

Que. 25. In D ABC prove that :

$$= \frac{1}{2} \qquad .$$

प्रश्न 26. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$\sin \quad = \qquad .$$

Que. 26. In D ABC prove that :

$$\sin \frac{A}{2} = \qquad .$$

प्रश्न 27. D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$\cos\frac{A}{2} = \qquad .$$

Que. 27. In D ABC prove that :

$$\cos\frac{A}{2} = \qquad .$$

प्रश्न 28. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$\tan\frac{A}{2} = \qquad .$$

Que. 28. In D ABC prove that

$$\tan\frac{A}{2} = \qquad .$$

प्रश्न 29. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$D = \frac{1}{2}\ ab\sin c = \quad bc\sin A = \quad ca\sin B.$$

Que. 29. In D ABC prove that :

$$\frac{a^2\sin B\sin C}{2\sin(B+C)} = \frac{b^2\sin C\sin A}{2\sin(C+A)} = \frac{c^2\sin A\sin B}{2\sin(A+B)}$$

$$D = \quad ab\sin c = \quad bc\sin A = \quad ca\sin B.$$

प्रश्न 30. सिद्ध कीजिए :

$$D = \qquad .$$

Que. 30. Prove that :

$$D = \frac{a^2\sin B\sin C}{2\sin(B+C)} = \frac{b^2\sin C\sin A}{2\sin(C+A)} = \frac{c^2\sin A\sin B}{2\sin(A+B)}.$$

प्रश्न 31. यदि a = 6, b = 8 और c = 10 हो तो sin A/2, cos A/2 और tan A/2 ज्ञात कीजिए।

Que. 31. If a = 6, b = 8 and c = 10, find sin A/2, cos A/2 and tan A/2.

प्रश्न 32. सिद्ध कीजिए :

$$(b + c - a)(\cot B/2 + \cot C/2) = 2a\cot A/2.$$

Que. 32. Prove that :

$$(b + c - a)(\cot B/2 + \cot C/2) = 2a \cot A/2.$$

प्रश्न 33. यदि a, b, c A.P. में हो तो सिद्ध कीजिए $\cot \frac{C}{2}$. cot = 3.

Que. 33. If a, b, c are in A.P., prove that cot . cot = 3.

प्रश्न 34. यदि a, b, c समान्तर श्रेणी में हो तो सिद्ध कीजिए कि cot A/2, cot B/2, cot C/2 भी समान्तर श्रेणी में होंगे।

Que. 34. If a, b, c are in A.P., prove that cot A/2, cot B/2, cot C/2 are also in A.P.

प्रश्न 35. D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$a \cos A + b \cos B + c \cos C = 4R \sin A \,.\, \sin B \,.\, \sin C.$$

Que. 35. In D ABC, prove that :

$$a \cos A + b \cos B + c \cos C = 4R \sin A \,.\, \sin B \,.\, \sin C.$$

प्रश्न 36. त्रिभुज D ABC में सिद्ध करो कि

$$a^2 \sin 2B + b^2 \sin 2A = 4D.$$

Que. 36. In D ABC, show that

$$\frac{\text{[illegible]} + b + c}{\text{[illegible]}\ 2}$$

$$a^2 \sin 2B + b^2 \sin 2A = 4D.$$

प्रश्न 37. यदि किसी D ABC में tan A/2 = 5/6 और tan B/2 = तो सिद्ध कीजिए कि tan C/2 = 2/5.

Que. 37. If in any triangle ABC, tan A/2 = 5/6 and tan B/2 = , then prove that tan C/2 = 2/5.

प्रश्न 38. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$b \cos^2 \quad + C \cos^2 \quad = \quad .$$

Que. 38. In D ABC, prove that :

$$b \cos^2 \quad + C \cos^2 \quad = \quad .$$

प्रश्न 39. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$(a + b + c) [\tan A/2 + \tan B/2] = 2C \cot C/2.$$

Que. 39. In D ABC prove that :

$$(a + b + c) [\tan A/2 + \tan B/2] = 2C \cot C/2.$$

प्रश्न 40. त्रिभुज D ABC में सिद्ध कीजिए :

$$2 [a \sin^2 C/2 + c \sin^2 A/2] = a - b + c.$$

Que. 40. In D ABC, prove that :

$$2 [a \sin^2 C/2 + c \sin^2 A/2] = a - b + c.$$

प्रश्न 41. यदि a, b, c स.श्रे. में हो तो सिद्ध कीजिए :

$$2 \sin A/2 . \sin C/2 = \sin B/2.$$

Que. 41. If a, b, c are in A.P., prove that

$$2 \sin A/2 . \sin C/2 = \sin B/2.$$

प्रश्न 42. यदि a, b, c ह.श्रे. में हो तो सिद्ध कीजिए :

$\sin^2 A/2, \sin^2 B/2, \sin^2 C/2$ भी ह.श्रे. में होंगे।

Que. 42. If a, b, c are in H.P., prove that : $\frac{a}{\sqrt{3}}$

$\sin^2 A/2, \sin^2 B/2, \sin^2 C/2$ are also in H.P.

प्रश्न 43. किसी D का क्षेत्रफल 6 वर्ग सेमी. है। यदि इसकी दो भुजाएँ क्रमशः 3 सेमी. और 5 सेमी. हैं तो इसकी तीसरी भुजा ज्ञात कीतजए।

Que. 43. Area of a triangle is 6 sq. cm. Its two sides are 3 cm. and 5 cm. respectively. Find the third side.

प्रश्न 44. यदि समबाहु D की प्रत्येक भुजा a है और परिगत वृत्त की त्रिज्या R है तो सिद्ध कीजिए कि

$$R = \quad .$$

Que. 44. If the side of an equilateral triangle is a and the radius of its circum circle is R then prove that

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

प्रश्न 45. यदि D ABC के परिगत वृत्त की त्रिज्या R तथा अर्ध परिमिति S हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{S}{R} = \sin A + \sin B + \sin C.$$

Que. 45. If semi perimenter of D ABC is S and R is radius of circumcentre then show that :

$$= \sin A + \sin B + \sin C.$$

प्रश्न 46. यदि D ABC की भुजाएँ a, b, c समान्तर श्रेणी में हों तो सिद्ध कीजिए कि

D = b .

Que. 46. If the sides a, b, c of D ABC are in A.P. prove that

$$D = \frac{1}{4} b \quad .$$

प्रश्न 47. D ABC को हल कीजिए जबकि Đ A = 72° 43′, ĐB = 64° 23′, C = 473.

Que. 47. Solve the triangle D ABC given that :

Đ A = 72° 43′, ĐB = 64° 23′, C = 473.

प्रश्न 48. त्रिभुज D ABC को हल कीजिए जबकि a = 26, c = 20, Đ B = 50° हो।

Que. 48. Solve D ABC in which a = 2b, c = 20, Đ B = 50.

प्रश्न 49. त्रिभुज D ABC में Đ C = 90° तो सिद्ध कीजिए

$$\tan A/2 = \sqrt{\frac{c-b}{c+b}} = \frac{a}{b+c}.$$

Que. 49. In D ABC, Đ C = 90 then prove that :

$$\tan A/2 = \qquad = \frac{a}{b+c}.$$

प्रश्न 50. यदि a cos A = b cos B तो सिद्ध कीजिए कि D ABC या तो समद्विबाहु है या समकोण त्रिभुज है।

Que. 50. If a cos A = b cos B then prove that D ABC is isosceles or right angled triangle.

* * *

इकाई (Unit) 15

ऊँचाई और दूरी
(Height and Distance)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न (Objective Type Questions)

इन चारों में से सही उत्तर चुनिए :

Choose the correct answer out of four answers :

प्रश्न 1. यदि एक वृक्ष की ऊँचाई 30 मीटर हो और इसके शिखर को वृक्ष के तने से 30 मीटर की दूरी से देखा जाए तो उन्नयन कोण होगा :

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 1. If height of a tree is 30 meters and tip of the tree is observed from a point which is at a distance of 30 metres from its trunk than angle of elevation of tree is :

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) None of these

प्रश्न 2. यदि एक मीनार का उन्नयन कोण किसी बिन्दु पर 60° का हो और उस मीनार की ऊँचाई 30 मीटर हो तो बिन्दु की दूरी मीनार के आधार से कितनी होगी

(a) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ मीटर (b) $\frac{30}{\sqrt{3}}$ मीटर (c) $10\sqrt{3}$ मीटर (d) 30 मीटर

Que. 2. If a tower is 30 metres high and angle of elevation of the tower at any point is 60° then the distance of the point from foot of tower will be

(a) metres (b) $\frac{30}{\sqrt{3}}$ metres (c) $10\sqrt{3}$ metres (d) 30

प्रश्न 3. यदि किसी मीनार का उन्नयन कोण θ हो और मीनार के शिखर पर उस बिन्दु का अवनयन कोण ϕ हो तो θ और ϕ में क्या सम्बन्ध होगा

Que. 3. If angle of elevation of a tower from a point on the ground is θ and angle of depression of then same point from top of the building is ϕ then what is the relation between θ and ϕ

(a) $\theta = \phi$ (b) $\theta > \phi$ (c) $\theta < \phi$ (d) $\theta \geq \phi$

प्रश्न 4. यदि क्षैतिज समतल पर एक वृक्ष की ओर 50 मीटर चलने पर वृक्ष के शिखर का उन्नयन कोण 30° से 45° तक बढ़ता है तो उस वृक्ष की ऊँचाई

(a) 25 (– 1) मीटर (b) 25 (+ 1) मीटर

(c) मीटर (d) $\frac{25}{\sqrt{3}+1}$ मीटर होगी

Que. 4. On walking 50 meteres towards a tree on a horizontal plane, the angle of elevation of tower changes from 30° to 45° then height of the tree will be

(a) 25 ($\sqrt{3}$ – 1) metres (b) 25 (+ 1) metres

(c) metres (d) $\frac{25}{\sqrt{3}+1}$ metres

प्रश्न 5. यदि एक पर्वत के शिखर को क्षैतिज समतल के दो बिन्दुओं से देखने पर बने गए उन्नयन कोण एक–दूसरे के हों ये दोनों बिन्दु पर्वत के आधार से क्रमशः 10 मीटर और 40 मीटर की दूरीपर स्थित हैं तो पर्वत की ऊँचाई होगी :

(a) 25 मीटर (b) 50 मीटर (c) 30 मीटर (d) 20 मीटर

Que. 5. If a tip of a mountain is seen from two points of the horizontal plane and angle of elevations are complementary to each other. If these two points are at a distance of 10 metres and 40 metres respectively from the foot of the mountain then height of mountain is :

(a) 25 metres (b) 50 metres (c) 30 metres (d) 20 metres

निम्न प्रश्नों का उत्तर हां या नहीं में दीजिए :

Write the answer in Yes or No :

प्रश्न 6. यदि किसी 40 मीटर ऊँचे मीनार पर से किसी नाव का अवनयन कोण 45° है तो वह नाव मीनार के आधार से 80 मीटर की दूरी पर होगी।

Que. 6. If angle of depression of a boat from a top of 40 meter high tower is 45° then the boat will be at a distance of 80 metres from base of the tower.

प्रश्न 7. यदि एक बिन्दु का अवनयन कोण किसी मीनार से 45° है उसी मीनार पर से 15 मीटर नीचे आने पर अवनयन कोण 30° है तो मीनार की ऊँचाई 35.49 मीटर होगी।

Que. 7. If angle of depression of a point from top of a tower is 45°. On descending 15 metres the angle of depression becomes 30° then height of tower will be 35.49 metres.

प्रश्न 8. वृक्ष का ऊपरी हिस्सा टूटकर जमीन को वृक्ष के आधार से 15 मीटर की दूरी पर छूता है,

यदि टूटा हिस्सा जमीन से 30° का कोण बनाता है तो उस वृक्ष की वास्तविक ऊँचाई $15\sqrt{3}$ मीटर होगी।

Que. 8. The upper end of the broken tree touches the ground at a distance of 15 metres from the foot of the tree. The broken part is inclined by 30° to the ground. The original height of the tree will be metres.

प्रश्न 9. यदि किसी मीनार का उन्नयन कोण एक बिन्दु से q है और 80 मीटर मीनार की ओर चलने पर उन्नयन कोण f हो जाता है यदि tan q = और tan f = हो तो मीनार की ऊँचाई 80 मीटर होगी।

Que. 9. If angle of elevation of a tower from a point is q. On moving 80 metres towards the tower is f. If tan q = and tan f = then height of tower is 80 metres.

प्रश्न 10. यदि एक इमारत की ऊँचाई 50 मीटर है यदि उसके उत्तर में स्थित दो पत्थरों के अवनमन कोण क्रमशः 45° ओर 30° हों तो दोनों पत्थरों के बीच कीदूरी 50 (– 1) मीटर होगी।

Que. 10. If height of building is 50 metres. The angles of depression of two stones due north of the tower are respectively 45° and 30°. The distance between two stones is 50 (– 1) metres.

खाली स्थान भरिए :

Fill in the Blanks :

प्रश्न 11. 15 मीटर ऊँचे वृक्ष का उन्नयन कोण वृक्ष के आधार से 30 मीटर की दूरी पर $\tan^{-1}$ ..... होगा।

Que. 11. Angle of elevation of 15 metre high tree at a distance of 30 metres from foot of tree is $\tan^{-1}$ ..... .

प्रश्न 12. यदि एक पतंग की डोरी 120 मीटर लंबी है और वह क्षैतिज समतल से 30° का कोण बना रही है तो पतंग की ऊर्ध्वाधर ऊँचाई ..... होगी।

Que. 12. If string of a kite is 120 meter and it makes 30° angle with the horizontal plane then vertical height of kite from ground is ..... .

प्रश्न 13. किसी h मीटर ऊँचाई के मीनार को जमीन पर h मीटर दूरी से देखने से आँखों पर बना उन्नयन कोण ..... होगा।

Que. 13. If a h metre high tower is observed from a point at a distance of h meter on the ground then angle of elevation will be ..... .

प्रश्न 14. यदि किसी वृक्ष के शिखर से एक वस्तु का अवनमन कोण 60° है और वह वस्तु वृक्ष को आधार से 40 मीटर की दूरी पर है तो वृक्ष की ऊँचाई ..... होगी।

Que. 14. If angle of depression of an object from the top of a tree is 60° the object is at a distance of 40 metres from foot of the tree then height of tree is ..... .

प्रश्न 15. यदि दो मीनारों के बीच की क्षैतिज दूरी 20 मीटर है। 40 मीटर ऊँचे मीनार से दूसरे मीनार का अवनमन कोण 30° है तो दूसरी मीनार की ऊँचाई ..... होगी।

Que. 15. If horizontal distance between two towers is 20 metres from the top of a 40 metres height tower the angle of depression of the other tower is 30° the height of the other tower is ..... .

जोड़ी जमाइए (Match the column) :

प्रश्न क्रमांक 16 से 20 तक

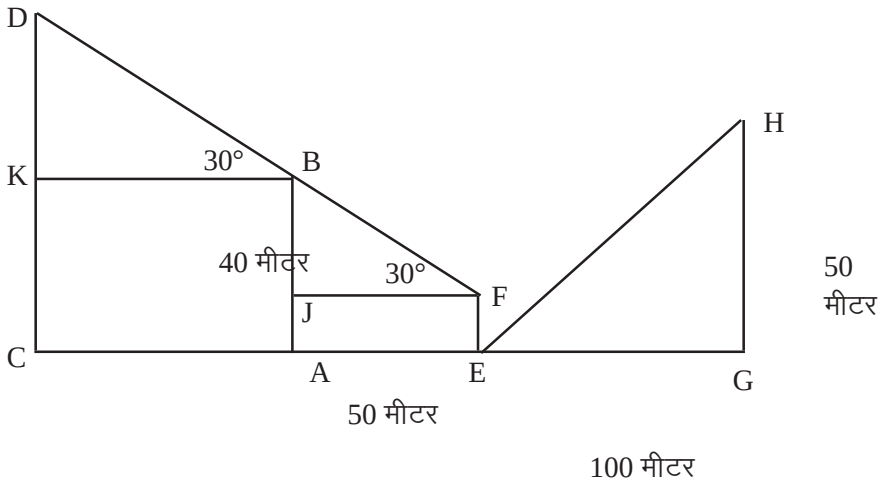
प्रश्न 16.	(A)	एक 40 मीटर ऊँचे वृक्ष का उन्नयन कोण एक बिन्दु से 30° है उस बिन्दु की दूरी	(a)	20	मीटर
Que. 16.		From a point angle of elevation of a 40 metre high tree is 30° then distance of point from foot of the tree		20	metres
प्रश्न 17.	(B)	एक 50 मीटर ऊँचे मीनार से एक बिन्दु का अवनमन कोण 45° है, उस बिन्दु की दूरी	(b)	10	मीटर
Que. 17.		The angle of depression from a 50 metre tower of a point on grounds 45° then distance of point from foot of tower		10	metres
प्रश्न 18.	(C)	एक 30 मीटर ऊँचे मंदिर का उन्नयन कोण मंदिर के दरवाजे से 60° का है तो मंदिर से दरवाजे की दूरी	(c)	40	मीटर
Que. 18.		The angle of elevation of temple from gate is 60° then distance of gate from temple is		40	metres
प्रश्न 19.	(D)	25 मीटर ऊँची चट्टान का उन्नयन कोण एक बिन्दु पर 30° हो चट्टान से बिन्दु की दूरी	(d)	25	मीटर
Que. 19.		From a point angle of elevation of rock of 25 metre height is 30° of then distance of rock from point is		25	metres

प्रश्न 20. (E) 60 मीटर ऊँची इमारत से एक वस्तु का अवनयन कोण 60° है। इमारत के आधार से बिन्दु की दूरी (e) 50 मीटर

Que. 20. Angle of depression of an object from 60 metre high building is 60° then distance of object of from foot of building is 50 metres

दिए गए चित्र की सहायता से निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए (प्रश्न 21 से 25 तक)

CD मीनार
AB इमारत
EF खंभा
GH मंदिर



प्रश्न 21. मीनार CD की ऊँचाई ..... मीटर

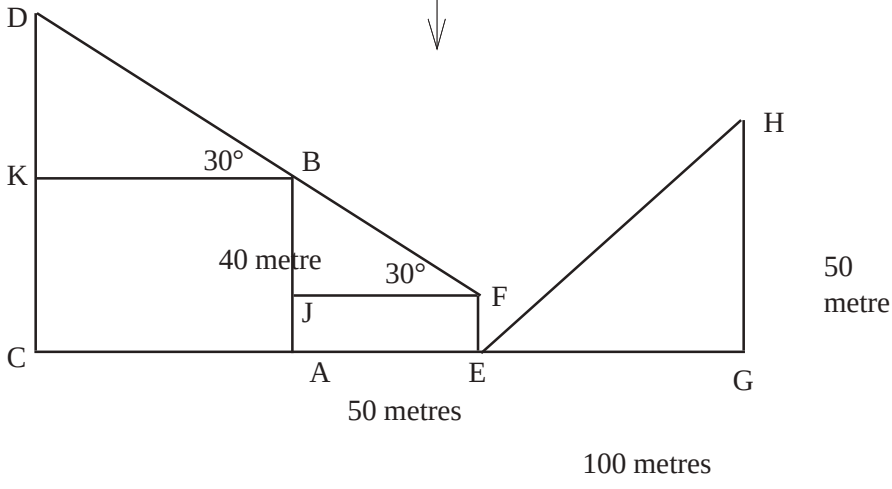
प्रश्न 22. खंभे EF की ऊँचाई ..... मीटर

प्रश्न 23. इमारत से मीनार की क्षैतिज दूरी CA = ... मीटर

प्रश्न 24. खंभे के आधार से मंदिर का उन्नयन कोण Ð HEG .....° .

प्रश्न 25. मीनार CD से मंदिर HG की क्षैतिज दूरी CG = ... मीटर

By the help of the diagram answer the following questions :



Que. 21. Height of tower CD is ..... metres.

Que. 22. Height of pole EF is ..... metres.

Que. 23. Horizontal distance between building and tower CA = ... metres.

Que. 24. Angle of elevation of temple from foot of the pole i.e. Ð HEG is .....°

Que. 25. Horizontal distance between tower CD and temple HG i.e., CG = ... metres.

प्रश्न 26. एक रास्ते के दोनों किनारों पर दो समान ऊँचाई के खंभे लगे हुए हैं। यह रास्ता 30 मीटर चौड़ा है, रास्ते के एक बिन्दु से (जो दोनों खंभों के आधा को मिलाने वाली रेखा पर स्थित है) दोनों खंभों के उन्नयन कोण क्रमशः 30° और 60° है तो दोनों खंभों की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

Que. 26. Two pole of equal heights are standing opposite to each other on either side of a road. The Road is 30 metre wide Angle of elevations of two poles from a point (point lies on a line joining the feet of two towers) are 30° and 60° respectively. Find the heights of both poles.

प्रश्न 27. एक 50 मीटर ऊँची मीनार, एक पहाड़ी पर स्थित है। जमीन पर एक बिन्दु पर इस मीनार के आधार और शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45° और 60° है। पहाड़ी की ऊँचाई कितनी होगी ?

Que. 27. A 50 metre high tower stands over a rock. The angle of elevation of the foot and top of the tower are seen to be 45° and 60° respectively. Find the height of the rock.

प्रश्न 28. एक मीनार क्षैतिज समतल पर स्थित है। इसका शिखर A और आधार B है। समतल पर दो बिन्दु P और Q हैं जहाँ PQ = 40 मीटर है Ð QPB = 90° cot Ð APB = और cot Ð AQB = मीनार की ऊँचाई ज्ञात करो।

Que. 28. A tower stands on a horizontal plane. It top is A and its foot is B. On the plane P and Q are two points such that PQ = 40 metre and Ð QPB = 90° cot Ð APB = and cot Ð AQB = . Find the height of tower.

प्रश्न 29. A बिन्दु पर जो मीनार के उत्तर में है, उन्नयन कोण a और बिन्दु B जो बिन्दु A के पश्चिम में है, उन्नयन कोण b है। यदि AB = l हो तो सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई

$$\frac{l \sin\alpha \sin\beta}{\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}}$$

है।

Que. 29. The angle of elevation of a tower at a point A due north of it is a. At a point B which is situated at due west of A is b. If AB = *l* then prove that height of tower is

.

प्रश्न 30. 100 मीटर ऊँची पहाड़ी से एक मीनार के शिखर और आधार के अवनयन कोण क्रमशः 30° और 60° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

Que. 30. From the top of 100 metre high rock the angle of depressions of the top and foot of a tower are found to be 30° and 60° respectively. Find the height of tower.

प्रश्न 31. समुद्र में स्थित एक लाइट हाउस से एक जहाज A दक्षिण–पश्चिम दिशा में दिखता है और B जहाज दक्षिण से 15° पूर्व की ओर दिखता है। यदि B जहाज A जहाज के दक्षिण–पूर्व दिशा में स्थित है। A जहाज लाइट हाउस से 5 किमी. की दूरी पर है तो दोनों जहाजों के बीच की दूरी (AB) निकालिए।

Que. 31. From a light house, ship A is seen towards south-west and ship B is seen 15° east of south. If B is in the south-east of A. If A is at 5 km. from the light house. Find the distance between the two ships.

प्रश्न 32. सीधी क्षैतिज सड़क के ऊर्ध्वाधरतः स्थित वायुयान सड़क पर दो क्रमागत किलोमीटर के पत्थरों के जो वायुयान के दोनों ओर स्थित हैं, अवनयन कोण a और b हैं। सिद्ध कीजिए कि वायुयान की ऊँचाई $\frac{\tan\alpha\tan\beta\sin(\alpha+\beta)}{\sqrt{\sin^2\alpha-\sin^2\beta}}$ है।

Que. 32. The angles of depression of two consecutive kilometre stones on a straight road from an aeroplane which is situated. Vertically upward to a horizontal road are a and b respectively. If these two stones are on either side of the aeroplane prove that the height of aeroplane is .

प्रश्न 33. एक दर्शक के नेत्र पर एक गोलाकार गुब्बारा a कोण अन्तरित करता है। यदि गुब्बारे के केन्द्र का उन्नयन कोण q हो तो सिद्ध कीजिए कि गुब्बारे का केन्द्र r sin q cosec a/2 की ऊँचाई पर होगा। (जहाँ r गुब्बारे की त्रिज्या है)

Que. 33. On an observer's eye a spherical balloon suftents a angle. When the angle of elevation of centre of balloon is q prove that height of centre of balloon is r sin q cosec a/2 where r is the q radius of the balloon.

प्रश्न 34. एक इमारत पूर्व की ओर झुकी हुई है। क्षैतिज धरातल पर इमारत के पूर्व और पश्चिम में

समान दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं पर इमारत के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः a एवं b है। सिद्ध कीजिए कि इमारत का झुकाव ऊर्ध्वाधर से $\tan^{-1}$ हैं।

Que. 34. A building is inclined towards the east. On the horizontal ground there are two points which are equidistant from foot of building towards the east and west respectively. From these two points angle of elevations of top of tower area a and b respectively. Prove that the inclination of the building from vertical is $\tan^{-1}\left[\frac{\sin(\alpha-\beta)}{2\sin\alpha\sin\beta}\right]$.

प्रश्न 35. एक स्थान से पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। शिखर की ओर 30° के कोण पर उसी स्थान से 1 किलो मीटर जाने पर शिखर का उन्नयन कोण 60° है तो उस पहाड़ी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

Que. 35. The angle of elevation of a hill is 45° at a place. After walking for 1 km. on 30° slope towards the top of the hill, the angle of elevation was seen to be 60° find the height of hill.

प्रश्न 36. एक स्तम्भ की ऊँचाई h है। उस पर एक झंडा लगा है। स्तम्भ से d दूरी पर स्थित एक बिन्दु पर स्तम्भ और झंडा समान कोण अन्तरित करते हैं सिद्ध कीजिए कि झंडे की ऊँचाई है $\frac{h(d^2+h^2)}{d^2-h^2}$.

Que. 36. At a distance d from the foot of a tower of height h, the flag staff at the top of tower and the tower suftend equal angles. Show that height of flag is .

प्रश्न 37. एक स्तम्भ पूर्व की ओर झुका है इस स्तम्भ के पश्चिम में दो स्थान हैं जिनकी दूरियाँ स्तम्भ से क्रमशः "a" और "b" हैं! इन दोनों स्थानों से स्तम्भ की चोटी के उन्नयन कोण क्रमशः q और f हैं। यदि स्तम्भ का क्षैतिज से झुकाव a हैं तो सिद्ध कीजिए कि

cot a = .

Que. 37. Two places are due west of a leaning tower, which leans towards east are at a distance of "a" and "b" from its foot, if q and f are the elevations of the top of tower from these places. Prove that inclination a to the horizontal is given by

cot a = .

प्रश्न 38. झील की सतह से h ऊँचाई पर एक बादल का उन्नयन कोण q है और प्रतिबिम्ब का अवनयन कोण f है तो सिद्ध कीजिए कि झील की सतह से बादल की ऊँचाई $\frac{h\sin(\theta+\phi)}{\sin(\phi-\theta)}$ है।

Que. 38. At a height h from surface of lake, angle of elevation of a cloud is q and the angle of depression of it's shadow is f prove that height of clould from surface of lake is

$$\frac{h\sin(\theta+\phi)}{\sin(\phi-\theta)}.$$

प्रश्न 39. एक ऊर्ध्वाधर स्तम्भ PQ समतल भूमि पर स्थित है। भूमि पर R और S बिन्दु एक–दूसरे से d दूरी पर है। R और S बिन्दु पर स्तम्भ का उन्नयन कोण q और f हैं। बिन्दु P पर RS कोण a अन्तरित करता है तो स्तम्भ की ऊँचाई निकालिए।

Que. 39. A vertical pole PQ stands on a horizontal ground. R and S are the two points on the ground such that “d” is the distance between R and S. The pole suftends q and f angle of elevation at point R and S respectively. If RS subtends. a angle at P then find the height of the pole ?

प्रश्न 40. दो जहाज एक बंदरगाह पर N 35° W तथा S 55° W दिशाओं में क्रमशः 16 किमी./घंटा और $16\sqrt{3}$ किमी. प्रति घंटे की चाल से प्रारम्भ होते हैं। 1 घंटे पश्चात उनके बीच की दूरी ज्ञात करो तथा यह भी बताओ कि दूसरे जहाज का दिक्मान पहले जहाज से कितना होगा ?

Que. 40. Two ships sail from a port in the direction of N 35° W and S 55° W with the speed of 16 km/hr and 16 km/hr respectively. What will be the distance between then after 1 hour. What will be the bearning of the second ship from the first ship.

* * *

इकाई (Unit) 16

सांख्यिकी
(Statistics)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न (Objective Type Questions)

सही उत्तर चुनिए :

Choose the correct Answers :

(1) यदि 4, 7, x और 9 का समान्तर माध्य 7 है तो x का मान होगा :

(a) 8 (b) 9 (c) 7 (d) 10

If arithmetic mean of 4, 7, x and 9 is 7 the value of x will be :

(a) 8 (b) 9 (c) 7 (d) 10

(2) 90, 84, 83, 80, 81, 68, 65, 67, 70, 71, 73, 72, 74, 76 की माध्यिका :

(a) 73 (b) 75.5 (c) 74 (d) 73.5

90, 84, 83, 80, 81, 68, 65, 67, 70, 71, 73, 72, 74, 76 for these data median will be :

(a) 73 (b) 75.5 (c) 74 (d) 73.5

(3)

पद मूल्य	20	25	30	35	40	45	50
आवृत्ति	9	10	11	20	17	15	8

इस सारणी का बहुलक होगा :

(a) 30 (b) 35 (c) 40 (d) इनमें से कोई नहीं

Position Value	20	25	30	35	40	45	50
Frequency	9	10	11	20	17	15	8

For this table mode will be :

(a) 30 (b) 35 (c) 40 (d) None of these

(4) 7, 4, 10, 15, 9, 12, 7, 9, 7 का माध्य विचलन माध्यिका से होगा :

(a) 2.23 (b) 2.43 (c) 2.33 (3) 3

For 7, 4, 10, 15, 9, 12, 7, 9, 7 mean deviation from median will be :

(a) 2.23 (b) 2.43 (c) 2.33 (3) 3

(5) 120 110, 115, 122, 126, 140, 125, 121, 120, 131 का मानक विचलन गुणांक होगा :

(a) 0.065 (b) 0.074 (c) 0.064 (d) 0.062

Coefficient of standard deviation for 120, 110, 115, 122, 126, 140, 125, 121, 120, 131 will be :

(a) 0.065 (b) 0.074 (c) 0.064 (d) 0.062

खाली स्थान भरो :

Fill in the Blanks :

(6) दिए हुए पदों के योगफल में पदों की संख्या का भाग देने से प्राप्त होता है उसे ..... कहते हैं।

..... is the number obtained by dividing the total sum of values of various items by their number.

(7) केन्द्रीय प्रवृत्तियाँ 3 प्रकार की होती हैं उनको ....., ... और ..... कहते हैं।

Central tendences are of three types they are ....., ... and ..... .

(8) व्यक्तिगत श्रेणी के लिए माध्यिका का सूत्र ..... होगा जबकि n सम हो।

Formula of median for the individual series will be ..... when n is even.

(9) दिए हुए वितरण में जिस मान की आवृत्ति सबसे ज्यादा होती है उसे ..... कहते हैं।

In a given distribution which terms is having maximum frequency that term is called ..... .

(10) मानक विचलन गुणांक में 100 का गुणा कर देने से जो संख्या प्राप्त होती है उसे ..... कहते हैं।

If coefficient of standard deviation is multiplied by 100, the product is known as ..... .

हाँ या ना में उत्तर दीजिए :

Give the answer is Yes or No :

(11) 2, 3, 6, 8, 11 के लिए समान्तर माध्य से माध्य विचलन 2.8 होगा।

For 2, 3, 6, 8, 11 mean deviation from mean will be 2.8.

(12) 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 का मानक विचलन गुणांक 2.8 होगा।

The standard deviation of the data 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 will be 2.8.

(13) 108, 103, 102, 100, 115, 101, 107, 111, 120 की माध्यिका 107 होगी।

Median of 108, 103, 102, 100, 115, 101, 107, 111 and 120 will be 107.

(14) 25, 32, 32, 28, 36, 50, 51, 53, 45, 45, 48 का माध्य विचलन माध्यिका से 8.54 होगा।

Mean deviation from median for 25, 32, 32, 28, 36, 50, 51, 53, 45, 45, 48 will be 8.54.

(15) 2, 3, 6, 8, 11 का माध्य से माध्य विचलन गुणांक $\frac{7}{15}$ होगा।

Coefficient of mean deviation from mean for 2, 3, 6, 8, 11 will be .

जोड़ी जमाइए :

Match the column :

(16)	(A)	$S (X -)^2$	(a) मानक विचलन
(16)		$S (X -)^2$	$\sqrt{\frac{\Sigma fX^2}{N} - M}$ Standard deviation
(17)	(B)		(b) बहुलक
(17)			Mode
(18)	(C)		(c) माध्यिका से माध्य विचलन
(18)		$\sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma dx}{n}\right)^2}$	Mean deviation from median
(19)	(D)	$l_1 + \left(\frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2}\right)h$	(d) समान्तर माध्य से माध्य विचलन
(19)		$l_1 + \left(\frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2}\right)h$	Mean deviation from mean

(20) (E) $\frac{\Sigma f(|X - \overline{X}|)}{N}$ (e) विचरण मापांक या प्रसरण

(20) $\frac{\Sigma f(|X - \overline{X}|)}{N}$ Variance

निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

Give the answers of the following questions :

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारंबारता	3	5	9	6	2

Class Interval	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Frequency	3	5	9	6	2

(21) समान्तर माध्य होगा .....
Arithmetic mean will be .....

(22) माध्यिका होगा .....
Median will be .....

(23) बहुलक होगा .....
Mode will be .....

(24) मानक विचलन होगा .....
Standard deviation will be .....

(25) माध्यिका से माध्य विचलन होगा .....
Mean deviation from median will be .....

प्रश्न 26. आदर्श माध्य के 4 मुख्य गुण लिखिए।

Que. 26. Write four main properties or traits of ideal mean (Average).

प्रश्न 27. अपवर्जी और समावेशी सतत श्रेणियों का अंतर उदाहरण देकर समझाएँ।

Que. 27. Explain the difference between exclusive and inclusive continuous series with the help of examples.

प्रश्न 28.

वेतन (रु.)	1000	1500	2000	2500	3000	3500
कर्मचारी संख्या	26	27	18	39	3	5

इस सारणी का माध्य, माध्यिका और बहुलक निकालिए।

Que. 28.

Salary (Rs.)	1000	1500	2000	25000	3000	3500
No. of emplyees	26	28	18	39	3	5

For this distribution find mean, median and mode.

प्रश्न 29. बहुलक ज्ञात कीजिए

वर्गान्तर	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
आवृत्ति	2	18	45	35	20	8

Que. 29. Find the mode

Class Interval	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Frequency	2	18	45	35	20	8

प्रश्न 30. माध्य विचलन के दोष बताइए उनका निराकरण मानक विचलन से किस प्रकार किया जा सकता है ?

Que. 30. What are the demerits of mean deviation and how they will be corrected by help of standard deviation ?

प्रश्न 31. निम्नांकित वितरण के लिए समान्तर माध्य तथा माध्यिका से माध्य विचलन ज्ञात कीजिए

अंक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	5	8	18	20	6

Que. 31. For the following distribution find mean deviation from arithmetic mean and median.

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	30-50
Rrequency	5	8	18	20	6

प्रश्न 32. निम्नांकित आँकड़ों के लिए मानक विचलन लघु विधि से ज्ञात कीजिए

Que. 32. For the above data find the standard deviation by short cut method :

x	10	12	14	16	18	20	22	24
f	2	5	1	7	3	9	5	8

प्रश्न 33. निम्न बारंबारता बंटन के लिए विचरण मापांक d मानक विचलन ज्ञात कीजिए :

वर्ग–अंतराल	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
बारम्बारता	5	8	10	8	3

Que. 33. Find the variance and standard deviation for the following frequency distribution :

Class-interval	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
Frequency	5	8	10	8	3

प्रश्न 34. दिए गए आँकड़ों के लिए समान्तर माध्य, माध्यिका और बहुलक निकालिए

वर्ग–अन्तराल	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40
बारम्बारता	3	10	5	7	2

Que. 34. For the given data find mean, median and mode

Class-interval	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40
Frequency	3	10	5	7	2

प्रश्न 35. निम्नांकित आँकड़ों का बहुलक समूहीकरण विधि से ज्ञात कीजिए। बहुलक के दो गुण और दो दोष भी बतलाइए :

कालरों की माप (सेंमी.)	24	26	28	30	32	34	36	38	40
बिकी कमीजों की संख्या	9	15	10	13	15	14	15	3	8

Que. 35. Find the mode of the following data by grouping method

Size of collars (c.m.)	24	26	28	30	32	24	36	38	40
No. of shirts sold	9	15	10	13	15	14	15	3	8

Write two merits and two demerits of mode.

प्रश्न 36. निम्न बारम्बारता सारणी के लिए मानक विचलन गुणांक, मानक विचलन गुणांक और विचलन गुणांक ज्ञात कीजिए (प्रत्यक्ष विधि द्वारा)

अंक	21	32	50	65	83	92	95
छात्र संख्या	2	4	8	3	11	7	3

Que. 36. For the following frequency distribution find standard deviation, coefficient of standard deviation and coefficient of variance.

Number	21	32	50	65	83	92	95
Students Number	2	4	8	3	11	7	3

प्रश्न 37. निम्न सारणी के समान्तर माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन एवं माध्य विचलन गुणांक ज्ञात कीजिए

वर्ग–अन्तराल	140-150	150-160	160-170	170-180	180-190	190-200
बारम्बारता	10	15	12	17	8	18

माध्य विचलन के दो गुण लिखिए।

Que. 37. For the following distribution find. Mean deviation from arithmetic mean and find coefficient of mean deviation

Class-interval	140-150	150-160	160-170	170-180	180-190	190-200
Frequency	10	15	12	17	8	18

Write two merits of mean deviation.

प्रश्न 38. निम्नांकित वितरण के लिए विचरण गुणांक निकालिए :

व्यय (रु. में)	10 से कम	20 से कम	30 से कम	40 से कम	50 से कम
वस्तु की संख्या	8	15	30	53	60

Que. 38. For the following distribution find coefficient of variation

Expenditure in Rs.	less than 10	less than 20	less than 30	less than 40	less than 50
No. of obj.	8	15	30	53	60

प्रश्न 39. निम्नांकित सारणी के लिए कल्पित माध्य द्वारा लघु रीति से समान्तर माध्य, मानक विचलन, मानक विचलन, गुणांक, विचरण गुणांक ज्ञात कीजिए

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	3	8	10	15	11

Que. 39. For the above series by short cut method (by taking assumed mean) find arithmetic mean, standard deviation, coefficient of standard deviation and coefficient of variance

Class	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Frequency	3	8	10	15	11

प्रश्न 40. समान्तर माध्य, माध्यिका, बहुलक ज्ञात कीजिए और माध्य से माध्य–विचलन गुणांक और माध्यिका से माध्य–विचलन गुणांक भी ज्ञात कीजिए

प्राप्तांक	0 से अधिक	10 से अधिक	20 से अधिक	30 से अधिक	40 से अधिक
छात्र संख्या	50	38	29	15	7

Que. 40. Find the arithmetic mean, median, mode and also find coefficient of mean deviation from arithmetic mean and coefficient of mean deviation from median for the following distribution

Marks obtained	more than 0	more than 10	more than 20	more than 30	more than 40
No. of Student	50	38	29	15	7

* * *

इकाई (Unit) 17

क्रमचय संचय
(Permutation and Combination)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

सही उत्तर चुनिए :

Choose the correct answer :

(1) एक रेल के डिब्बे में 4 व्यक्ति सवार हुए और वहाँ 5 सीटें खाली हैं। वे कितने प्रकार से बैठ सकते हैं :

(a) 4 (b) 5 (c) 3 (d) इनमें से कोई नहीं

(1) In a boggy of a train 4 passengers entered and 5 vacent seats are there so how many ways they can be seated :

(a) 4 (b) 5 (c) 3 (d) None of these

(2) "INDORE" के अक्षरों से बनने वाले दो अक्षर वाले शब्द का क्रमचय :

(a) 25 (b) 20 (c) 15 (d) 30

(2) Permutation of a word of two letters out of the letters of word "INDORE" is :

(a) 25 (b) 20 (c) 15 (d) 30

(3) $n\,({}^{n-1}P_{r-1})$ का मान बराबर होता है :

(a) ${}^{n}C_{r}$ (b) ${}^{n}P_{r}$ (c) ${}^{n}P_{r-1}$ (d) ${}^{n-1}P_{r}$

(3) The value of $n\,({}^{n-1}P_{r-1})$ is equal to the value of

(a) ${}^{n}C_{r}$ (b) ${}^{n}P_{r}$ (c) ${}^{n}P_{r-1}$ (d) ${}^{n-1}P_{r}$

(4) $\frac{1}{3!}$ + + का मान होता है

(a) (b) (c) (d)

(4) Value of + + is

(a) (b) (c) (d)

(5) "PRAY" शब्द के अक्षरों से कितने शब्द बन सकते हैं जो "P" अक्षर से प्रारम्भ होते हैं :

(a) 1 (b) 3 (c) 6 (d) 24

(5) How many words can be formed by the letters of word "PRAY" which starts from letter "P" :

(a) 1 (b) 3 (c) 6 (d) 24

खाली स्थान भरो :

Fill in the blanks :

(6) 5 पत्रों को 3 लेटर बॉक्सों (पत्र पेटी) में ..... प्रकार से डाला जा सकता है।

5 letters can be dropped in 3 letter boxes in ..... number of ways.

(7) चाबी के गुच्छे में 7 विभिन्न चाबियों को ..... प्रकार से लगाया जा सकता है।

In a bunch of keys, 7 different keys can be arranged in ..... no. of ways.

(8) किसी परिषद में 9 सदस्य गोल मेज के चारों ओर ..... प्रकार से बैठ सकते हैं जबकि सचिव और लिपिक निर्देशक के पड़ोसी हैं।

In any confrence 9 members can be seated around a round table in ..... number of ways when. Secretary and clerk are sitting in neighbourhood of the director.

(9) क्रिकेट की टीम ..... प्रकार से चुनी जा सकती है जबकि 15 खिलाड़ियों के समूह में से एक खास खिलाड़ी का चयन अवश्य होगा।

In ..... ways can a cricket team to be chosen out of a batch of 15 players when a particular player is always chosen.

(10) एक परीक्षा में विद्यार्थी को 5 विषय में से प्रत्येक में पास होना आवश्यक है, विद्यार्थी के फेल होने की सम्भावना ..... है।

In an exmination a candidate has to pass in each of the 5 subjects. Then chances of failing will be ..... .

सही और गलत का चयन करो :

Choose True and False :

(11) यदि ${}^{n}C_{2} = {}^{n}C_{5}$ तो n का मान 12 होगा।

If ${}^{n}C_{2} = {}^{n}C_{5}$ the value of n will be 12.

(12) यदि ${}^{20}C_{r} = {}^{20}C_{r+6}$ हो तो r का मान 10 होगा।

If ${}^{20}C_{r} = {}^{20}C_{r+6}$ then value of r will be 10.

(13) यदि ${}^{n}C_{10} = {}^{n}C_{14}$ तो ${}^{n}C_{27}$ का मान 2925 होगा।

If ${}^{n}C_{10} = {}^{n}C_{14}$ then value of ${}^{n}C_{27}$ will be 2925.

(14) यदि $16 \times ({}^{n}P_{3}) = 13 ({}^{n+1}P_{3})$ तो n का मान 15 होगा।

If $16 \times ({}^{n}P_{3}) = 13 ({}^{n+1}P_{3})$ the value of n will be 15.

(15) यदि ${}^{2n-1}P_{n} : {}^{2n+1}P_{n-1} = 22 : 7$ तो n का मान 15 होगा।

If ${}^{2n-1}P_{n} : {}^{2n+1}P_{n-1} = 22 : 7$, then values of n will be 15.

जोड़ी जमाएँ :

Match the Pair :

(16)	(A) $2 ({}^{n}P_{n-2})$	(a) $n ({}^{n-1}C_{r-1})$
(17)	(B) ${}^{r-1}P_{r-1}$	(b) ${}^{n}C_{r}$
(18)	(C) $(n - r + 1) [{}^{n}C_{r-1}]$	(c) ${}^{n}P_{n}$
(19)	(D) ${}^{n}C_{r} + {}^{n}C_{r+1}$	(d) ${}^{n}P_{r}$
(20)	(E) ${}^{n-1}C_{r-1} + {}^{n-1}C_{r}$	(e) ${}^{n+1}C_{r+1}$

यदि 6 पुरुष और 4 महिलाओं के समूह में से 5 सदस्यों का परिषद बनाना है तो निम्नलिखित शर्तों के अन्तर्गत कितने प्रकार से परिषद बनाया जा सकता है :

If a committee of 5 memebrs is to be formed out of 6 men and 4 womens under the following conditions, how many ways it can be done when :

(21) कम से कम दो महिलाएँ परिषद में हों

At least 2 women are selected

(22) ज्यादा से ज्यादा दो महिलाएँ परिषद में हों

At most 2 women are selected

(23) दो पुरुष और तीन महिलाएँ परिषद में हों

Two men and three women are selected

(24) परिषद में एक भी महिला न हो

No women is selected in committee

(25) चार पुरुष और एक महिला परिषद में हो।

Four men and one women is selected.

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 26. यदि ${}^{n}P_{r} = {}^{n}P_{r+1}$ और ${}^{n}C_{r} = {}^{n}C_{r-1}$ हो तो n और r का मान ज्ञात करो।

Que. 26. If ${}^{n}P_{r} = {}^{n}P_{r+1}$ and ${}^{n}C_{r} = {}^{n}C_{r-1}$ then find the value of n and r.

प्रश्न 27. 12 बिन्दुओं से कितनी सरल रेखाएँ बनाई जा सकती हैं जबकि उनमें से 5 बिन्दु समरेखीय हैं ? ज्ञात कीजिए कि इन्हीं बिन्दुओं से कितने त्रिभुज बनाए जा सकत हैं ?

Que. 27. How many straight lines can be obtained by joining 12 points out of which 5 points are collinear ? Also find that from these points now many triangles can be formed.

प्रश्न 28. सिद्ध कीजिए कि ${}^{n}C_{r} + {}^{n}C_{r+1} = {}^{n+1}C_{r+1}$ (यदि $1 \leq r \leq n$ हो) इसकी सहायता से ${}^{15}C_{5} + {}^{15}C_{6}$ का मान निकालिए।

Que. 28. If $1 \leq r \leq n$ then prove that ${}^{n}C_{r} + {}^{n}C_{r+1} = {}^{n+1}C_{r+1}$ and hence find the value of ${}^{15}C_{5} + {}^{15}C_{6}$.

प्रश्न 29. 10 पुस्तकों को अलमारी के एक खाने में कितने प्रकार से जमाई जा सकती हैं जबकि दो विशेष किताबों की जोड़ी (i) हमेशा साथ रखी जाएँ, (ii) कभी भी साथ न रखी जाएँ।

Que. 29. In how many ways can 10 books be arranged on a shelf so that a particular pair of books shall be (i) Always together, (ii) never together.

प्रश्न 30. यदि ${}^{56}P_{r+6} : {}^{54}P_{r+3} = 30800 : 1$ हो तो r का मान ज्ञात करें।

Que. 30. If ${}^{56}P_{r+6} : {}^{54}P_{r+3} = 30800 : 1$ then find the value of r.

प्रश्न 31. 6 अंकों की कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती हैं जबकि दिए गए अंक 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 हों और हर संख्या 35 से आरम्भ होती है और उस संख्या में किसी भी अंक की पुनरावृत्ति न हो ?

Que. 31. How many 6 digit numbers, can be formed with the digits 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 and 9. If each number starts with 35 and no number is repeated.

प्रश्न 32. निम्नलिखित शब्द के अक्षरों से कितने शब्द बनाए जा सकते हैं :

(a) INDIA (b) CHANDIGARH

(c) ENGINEERING (d) INTERMEDIATE

Que. 32. How many arrangements can be made out of the letters of words :

(a) INDIA (b) CHANDIGARH

(c) ENGINEERING (d) INTERMEDIATE

प्रश्न 33. यदि 5 शिक्षकों के पद के लिए 23 आवेदन हैं। इनमें से 2 पद अनुसूचित जनजाति के लिए आरक्षित हैं। आवकों में 7 आवेदक अनुसूचित जनजाति के हैं। इन आवेदकों का चयन कितने प्रकार से हो सकता है ?

Que. 33. For the post of 5 teachers, there are 23 applicants. 2 posts are reserved for SC condidates among the applicants and there are 7 sc candidates among the applicants. In how many ways can the selection be made ?

प्रश्न 34. 5 पुरुष और 5 महिलाएँ गोल मेज के चारों ओर बैठे हैं उनके बैठने की व्यवस्था कितने प्रकार से की जा सकती है जबकि कोई भी महिलाएँ साथ में नहीं बैठ सकती हैं ?

Que. 34. There are 5 men and 5 women to dine at a round table. In how many ways can they be seat themselves so that no two ladies are together ?

प्रश्न 35. यदि ${}^nC_{r-1} : {}^nC_r : {}^nC_{r+1} : : 3 : 4 : 5$ तो n और r का मान ज्ञात करो।

Que. 35. If ${}^nC_{r-1} : {}^nC_r : {}^nC_{r+1} : : 3 : 4 : 5$. Find n and r.

प्रश्न 36. शाला के प्राचार्य 5 विद्यार्थियों को स्टेज पर इस प्रकार खड़े करना चाहते हैं कि सलीम नाम का लड़का दूसरे स्थान पर खड़ा हो और रीता और सीता नाम की लड़कियाँ हमेशा साथ में खड़ी हो। इस प्रकार की व्यवस्था कितने प्रकार से की जा सकती है ?

Que. 36. The principal of school wants to arrange 5 students on the stage such that the boy Salim occupies the second position and the girl Sita will be always adjacent to girl Rita. How many such arrangements are possible ?

प्रश्न 37. सिद्ध कीजिए :

$${}^{4n}C_{2n} : {}^{2n}C_n = [(1.3.5 ..... (4n - 1)] : [(1.3.5. ..... (2n - 1)]^2.$$

Que. 37. Prove that :

$${}^{4n}C_{2n} : {}^{2n}C_n = [(1.3.5 ..... (4n - 1)] : [(1.3.5. ..... (2n - 1)]^2.$$

प्रश्न 38. सिद्ध कीजिए कि r लगातार धनात्मक पूर्णांक संख्याओं का गुणनफल r ! से विभाजित होता है।

Que. 38. Prove that teh product of r consecutive positive integers is divisible by r !.

प्रश्न 39. सफेद, काले, नीले, लाल, हरे और पीले रंग की गेंदें इस प्रकार रखी गई हैं कि

(a) सफेद और काली गेंद कभी साथ न रखें

(b) सफेद और काली गेंद हमेशा साथ रखें

इन 6 गेंदों को कितनी प्रकार से इन शर्तों के साथ रखा जा सकता है।

Que. 39. In how many ways can 6 balls of different colours namely, White, Black, Blue, Red, Green and Yellow be arranged in a row in such a way that

(a) White and Black balls are never together

(b) White and Black balls are always together.

प्रश्न 40. यदि ${}^nP_4 = 2 \times {}^5P_3$ हो तो n का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 40. If ${}^nP_4 = 2 \times {}^5P_3$ then find the value of n.

* * *

इकाई–18

Unit - 18

गणितीय आगमन एवं द्विपद प्रमेय

Mathematical Induction and Binomial theorem

प्रश्न 1. $\left(x^2 - \frac{1}{3x^2}\right)^{10}$ के प्रसार में 6वां पद होगा।

(a) $\frac{4580}{17}$ (b) $-\frac{896}{27}$

(c) $\frac{5580}{17}$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 1. 6^{th} term in expansion of $\left(x^2 - \frac{1}{3x^2}\right)^{10}$ is :

(a) $\frac{4580}{17}$ (b) $-\frac{896}{27}$

(c) $\frac{5580}{17}$ (d) None of these

प्रश्न 2. यदि $n = 2m$ हो तो $(x + a)^n$ के प्रसार में मध्य पद की संख्या होगी

(a) m (b) $m - 1$ (c) $m+1$ (d) $m + 2$

Que. 2. If $n = 2m$, then the middle term in the expansion of $(x + a)^n$ will be

(a) m (b) $m - 1$ (c) $m+1$ (d) $m + 2$

प्रश्न 3. $(x - a)^8$ के प्रसार में मध्य पद है

(a) $-{}^8C_4\ x^4 a^4$ (b) ${}^8C_4\ x^4 a^4$

(c) ${}^8C_3\ x^5 a^3$ (d) $-{}^8C_5\ x^3 a^5$

Que. 3. The middle term in the expansion of $(x - a)^8$ is

(a) $-{}^8C_4\ x^4 a^4$ (b) ${}^8C_4\ x^4 a^4$

(c) ${}^8C_3\ x^5 a^3$ (d) $-{}^8C_5\ x^3 a^5$

प्रश्न 4. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ के विस्तार में मध्य पद $924\ x^6$ हो तो $n =$

(a) 10 (b) 12 (c) 14 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 4. If the middle term in the expansion of $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^n$ is $924\,x^6$, then n =

(a) 10 (b) 12 (c) 14 (d) None of these

प्रश्न 5. $\left(\frac{1}{x}\right)^{10}$ के प्रसार में 6वां पद होगा।

(a) ${}^{10}C_6\ x^6$ (b) ${}^{10}C_5$

(c) $-{}^{10}C_5$ (d) $-{}^{10}C_6$

Que. 5. In the expansion of $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10}$, term will be

(a) ${}^{10}C_6\ x^6$ (b) ${}^{10}C_5$

(c) $-{}^{10}C_5$ (d) $-{}^{10}C_6$

प्रश्न 6. $\left(\frac{a}{x}+bx\right)^{12}$ के प्रसार में मध्य पद होगा

(a) $924\ a^6 b^6$ (b) $924\ \frac{a^6b^6}{x}$

(c) $924\ \frac{a^6b^6}{x^2}$ (d) $924\ a^6 b^6 x^2$

Que. 6. The middle term in the expansion of $\left(\frac{a}{x}+bx\right)^{12}$ will be

(a) $924\ a^6 b^6$ (b) $924\ \frac{a^6b^6}{x}$

(c) $924\ \frac{a^6b^6}{x^2}$ (d) $924\ a^6 b^6 x^2$

प्रश्न 7. यदि $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2x}\right)^n$ के विस्तार में चौथा पद x से स्वतंत्र हो, तो n =

(a) 5 (b) 6 (c) 9 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 7. If the 4th term in expansion of $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2x}\right)^n$ is independent of x, then n =

(a) 5 (b) 6 (c) 9 (d) None of these

प्रश्न 8. ${}^{10}C_1 + {}^{10}C_3 + {}^{10}C_5 + {}^{10}C_7 + {}^{10}C_9 =$

(a) 2^9 (b) 2^{10}

(c) $2^{10} - 1$ (d) इनमें से कोई नही

Que. 8. ${}^{10}C_1 + {}^{10}C_3 + {}^{10}C_5 + {}^{10}C_7 + {}^{10}C_9 =$

(a) 2^9 (b) 2^{10}

(c) $2^{10} - 1$ (d) None of these

प्रश्न 9. $(1.002)^{12}$ का चार दशमलव अंक तक सही मान है

(a) 1.0242 (b) 1.0245

(c) 1.0004 (d) 1.0254

Que. 9. The value of $(1.002)^{12}$ upto fourth place of decimal is

(a) 1.0242 (b) 1.0245

(c) 1.0004 (d) 1.0254

प्रश्न 10. ${}^{3n}C_r (-1)^r x^{3n-r}$ के x से स्वतंत्र होने के लिये आवश्यक प्रतिबन्ध है

(a) ${}^{3n}C_r = 0$ (b) $x^{3n-r} = 0$

(c) $3n = r$ (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं है।

Que. 10. To make the term ${}^{3n}C_r (-1)^r x^{3n-r}$ free from x, neccessary condition is

(a) ${}^{3n}C_r = 0$ (b) $x^{3n-r} = 0$

(c) $3n = r$ (d) None of these

प्रश्न 11. $\left(\frac{3x}{4} - \frac{4}{3x}\right)^n$ के प्रसार में चौथा पद होगा

(a) ${}^5C_3 \left(\frac{3x}{4}\right)^2 \left(\frac{-4}{3x}\right)^2$ (b) ${}^5C_2 \left(\frac{3x}{4}\right)^2 \left(\frac{-4}{x}\right)^3$

(c) $-{}^5C_2 \frac{4}{x}$ (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं है।

Que. 11. In the expansion of $\left(\frac{3x}{4} - \frac{4}{3x}\right)^n$ term will be

(a) ${}^5C_3 \left(\frac{3x}{4}\right)^2 \left(\frac{-4}{3x}\right)^2$ (b) ${}^5C_2 \left(\frac{3x}{4}\right)^2 \left(\frac{-4}{x}\right)^3$

(c) $- {}^5C_2 \frac{4}{x}$ (d) None of these

प्रश्न 12. यदि n विषय हो, तो $C^2_0 - C^2_1 + C^2_2 - C^2_3 + (-1)^n C^2_n =$

(a) 0 (b) 1

(c) ∞ (d) $\frac{n!}{(n/2)^2!}$

Que. 12. If n is odd , then $C^2_0 - C^2_1 + C^2_2 - C^2_3 + (-1)^n C^2_n =$

(a) 0 (b) 1

(c) ∞ (d) $\frac{n!}{(n/2)^2!}$

प्रश्न 13. $(1 - 2x)^{12}$ का 10 वाँ पद होगा

(a) ${}^{12}C_{10} (-2x)^2$ (b) ${}^{12}C_9 (-2x)^9$

(c) ${}^{12}C_3 (-2x)^3$ (d) ${}^{12}C_8 (-2x)^3$

Que. 13. 10^{th} term in the expansion of $(1 \frac{a}{x} 2x)^{12}$ will be

(a) ${}^{12}C_{10} (-2x)^2$ (b) ${}^{12}C_9 (-2x)^9$

(c) ${}^{12}C_3 (-2x)^3$ (d) ${}^{12}C_8 (-2x)^3$

प्रश्न 14. 217 का घनमूल है

(a) 6.01 (b) 6.04

(c) 6.02 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 14. Cube root of 217 is

(a) 6.01 (b) 6.04

(c) 6.02 (d) None of these

प्रश्न 15. $\left(\frac{x}{a} + \frac{a}{x}\right)^{20}$ के विस्तार में मध्य पद है

(a) ${}^{20}C_{11} \frac{x}{a}$ (b) ${}^{20}C_{11}$

(c) ${}^{20}C_{10}$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 15. The middle term in the expansion of is

(a) $^{20}C_{11}\ \frac{x}{a}$ (b) $^{20}C_{11}$

(c) $^{20}C_{10}$ (d) None of these

प्रश्न 16. $(1 - x)^5$ के प्रसार में x^5 का गुणांक होगा

(a) 1 (b) - 1

(c) 5 (d) - 5

Que. 16. In the expansion of $(1 - x)^5$, coefficient of x^5 will be

(a) 1 (b) - 1

(c) 5 (d) - 5

प्रश्न 17. $(1 + x)^n$ के प्रसार में r वें तथा $(r + 2)$ वें पद के गुणांक बराबर हैं, तो r का मान होगा

(a) $2n$ (b)

(c) $\frac{n}{2}$ (d) $\frac{2n - 1}{2}$

Que. 17. If in the expansion of $(1 + x)^n$, the coefficient of r^{th} and $(r + 2)^{th}$ term be equal then r =

(a) $2n$ (b) $\frac{2n + 1}{2}$

(c) $\frac{n}{2}$ (d) $\frac{2n - 1}{2}$

प्रश्न 18. यदि $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^n$ के विस्तार में तीसरे तथा चौथे पदों के गुणांकों का अनुपात 1 : 2 हो, तो n का मान होगा

(a) 18 (c) 16 (b) 12 (d) 14

Que. 18. If the ratio of the coefficient of third and fourth term in the expansion of $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^n$ is 1: 2 , then the value of n will be

(a) 18 (c) 16 (b) 12 (d) 14

प्रश्न 19. $\left(x^2+\frac{3a}{x}\right)^{15}$ के प्रसार में x^{18} का गुणांक होगा

(a) ${}^{15}C_4\,(3a)^{11}$ (b) ${}^{15}C_4\,a^4$

(c) ${}^{15}C_4\,(3a)^4$ (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Que. 19. In the expansion of $\left(x^2+\frac{3a}{x}\right)^{15}$, the coefficient of x^{18} will be

(a) ${}^{15}C_4\,(3a)^{11}$ (b) ${}^{15}C_4\,a^4$

(c) ${}^{15}C_4\,(3a)^4$ (d) None of these

प्रश्न 20. $(x^2 - 2x)^{10}$ के विस्तार में मध्य पद होगा

(a) ${}^{10}C_4\,x^{17}\;2^4$ (b) ${}^{-10}C_5\,2^5\,x^{15}$

(c) ${}^{-10}C_4\,2^4\,x^{17}$ (d) ${}^{10}C_5\,2^5\,x^{15}$

Que. 20. Middle term in the expansion of $(x^2 - 2x)^{10}$ is :

(a) ${}^{10}C_4\,x^{17}\;2^4$ (b) ${}^{-10}C_5\,2^5\,x^{15}$

(c) ${}^{-10}C_4\,2^4\,x^{17}$ (d) ${}^{10}C_5\,2^5\,x^{15}$

प्रश्न 21. यदि $(1 + x)^{25}$ के विस्तार में $(2r + 1)$ वे तथा $(r + 5)$ वें पदों के गुणांक बराबर हो, तो r का मान होगा

(a) 4 या 7 (b) 4 या 6

(c) 4 (d) 6

Que. 21. If the coefficients of $(2r + 1)^{th}$ and $(r + 5)^{th}$ terms in the expansion of $(1 + x)^{25}$ are equal, then the value of r is

(a) 4 or 7 (b) 4 or 6

(c) 4 (d) 6

प्रश्न 22. $\left(\frac{a}{x}+bx\right)^{12}$ के विस्तार में x^{-10} का गुणांक होगा

(a) $12\;a^{11}$ (b) $12\;b^{11}a$

(c) $12\;a^{11}b$ (d) $12\;a^{11}\,b^{11}$

Que. 22. In the expansion of $\left(\frac{a}{x} + bx\right)^{12}$, the coefficient of x^{-10} will be

(a) $12\ a^{11}$ (b) $12\ b^{11}a$

(c) $12\ a^{11}b$ (d) $12\ a^{11}\ b^{11}$

प्रश्न 23. $\left(1 + \frac{x^2}{2}\right)^{14}$ के विस्तार में मध्य पद होगा

(a) $\frac{429}{16}x^{14}$ (b) $-\frac{429}{16}x^{14}$

(c) $\frac{716}{16}x^{14}$ (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Que. 23. The middle term in the expansion of $\left(1 + \frac{x^2}{2}\right)^{14}$ is

(a) $\frac{429}{16}x^{14}$ (b) $-\frac{429}{16}x^{14}$

(c) $\frac{716}{16}x^{14}$ (d) None of these

प्रश्न 24. यदि $\left(3x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^n$ के विस्तार में 9 वाँ पद x से स्वतंत्र हो, तो n का मान है

(a) 18 (b) 20

(c) 24 (d) 32

Que. 24. If 9th term in the expansion of $\left(3x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^n$ is independent of x, then the value of n is

(a) 18 (b) 20

(c) 24 (d) 32

प्रश्न 25. $x^5 + 10\ x^4\ a + 40\ x^3\ a^2 + 80\ x^2\ a^3 + 80\ xa^4 + 32\ a^5 =$

(a) $(x + a)^5$ (b) $(3x + a)^5$

(c) $(x + 2a)^5$ (d) $(x + 2a)^3$

Que. 25. $x^5 + 10\,x^4\,a + 40\,x^3\,a^2 + 80\,x^2\,a^3 + 80\,xa^4 + 32\,a^5 =$

(a) $(x + a)^5$ (b) $(3x + a)^5$

(c) $(x + 2a)^5$ (d) $(x + 2a)^3$

प्रश्न 26. $\left(x + \frac{1}{3x^2}\right)^9$ के विस्तार में x से स्वतंत्र पद होगा

(a) ${}^9C_3\,8$ (b) $\frac{1792}{9}$

(c) ${}^9C_3\,64$ (d) ${}^9C_3\,\frac{1}{81}$

Que. 26. In the expansion of $\left(x + \frac{1}{3x^2}\right)^9$, the term independent of x is

(a) ${}^9C_3\,8$ (b) $\frac{1792}{9}$

(c) ${}^9C_3\,64$ (d) ${}^9C_3\,\frac{1}{81}$

प्रश्न 27. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ के प्रसार में x से स्वतंत्र पद होगा

(a) छठवां (b) सातवां

(c) चौथा (d) पाँचवां

Que. 27. In the expansion of $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$, the term independent of x is

(a) 6^{th} (b) 7^{th}

(c) 4^{th} (d) 5^{th}

प्रश्न 28. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{11}$ के विस्तार में मध्य पद होगा

(a) $231\,x$ and $\frac{231}{x}$ (b) $462\,x$ and $\frac{462}{x}$

(c) $-462\,x$ and $\frac{462}{x}$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 28. Two middle terms in the expansion of are

(a) $231\,x$ and $\frac{231}{x}$ (b) $462\,x$ and

(c) $-462\,x$ and (d) None of these

प्रश्न 29. $(1+x)^{2n}$ के विस्तार में मध्य पद होगा

(a) $\frac{1.3.5.....(5n-1)}{n!}x^n$ (b) $\frac{2.4.6.....2n}{n!}x^{2n+1}$

(c) $\frac{1.3.5.....(2n-1)}{n!}x^n$ (d) $\frac{1.3.5.....(2n-1)}{n!}2^n x^n$

Que. 29. The middle term in the expansion of $(1+x)^{2n}$ is

(a) $\frac{1.3.5.....(5n-1)}{n!}x^n$ (b) $\frac{2.4.6.....2n}{n!}x^{2n+1}$

(c) $\frac{1.3.5.....(2n-1)}{n!}x^n$ (d) $\frac{1.3.5.....(2n-1)}{n!}2^n x^n$

प्रश्न 30. $^{14}C_1 + {}^{14}C_2 + {}^{14}C_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + {}^{14}C_{14} =$

(a) 2^{14} (b) $2^{14}-1$

(c) $2^{14}+2$ (d) $2^{14}-2$

Que. 30. $^{14}C_1 + {}^{14}C_2 + {}^{14}C_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + {}^{14}C_{14} =$

(a) 2^{14} (b) $2^{14}-1$

(c) $2^{14}+2$ (d) $2^{14}-2$

प्रश्न 31. $^{15}C_0 + {}^{15}C_1 + {}^{15}C_2 + {}^{15}C_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + {}^{15}C_{15} =$

(a) 2^{15} (b) $2^{15}-1$

(c) $2^{15}-2$ (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Que. 31. $^{15}C_0 + {}^{15}C_1 + {}^{15}C_2 + {}^{15}C_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + {}^{15}C_{15} =$

(a) 2^{15} (b) $2^{15}-1$

(c) $2^{15}-2$ (d) None of these

प्रश्न 32. यदि $(a + bx)^{-2} = \frac{1}{4} - 3x + ...$, हो $(a, b) =$

(a) (2, 12) (b) (-2, 12)

(c) (2 -12) (d) इसमें में से कोई नहीं

Que. 32. If $(a + bx)^{-2} = \frac{1}{4} - 3x + ...$, then $(a, b) =$

(a) (2, 12) (b) (-2, 12)

(c) (2 -12) (d) None of these

प्रश्न 33. यदि $(1 - x)^n$ के विस्तार में x^2 का गुणांक 3 हो तो n के मान होंगे

(a) 3, 2 (b) -3, 2

(c) 3, -2 (d) -3, - 2

Que. 33. If in the expansion of $(1 - x)^n$ the coefficient of x^2 be 3, then the values of n are

(a) 3, 2 (b) -3, 2

(c) 3, -2 (d) -3, - 2

प्रश्न 34. $C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 ..... + nC_n$

(a) 2^n (b) $n. 2^n$

(c) $n. 2^{n-1}$ (d) $n. 2^{n+1}$

Que. 34. $C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 ..... + nC_n$

(a) 2^n (b) $n. 2^n$

(c) $n. 2^{n-1}$ (d) $n. 2^{n+1}$

प्रश्न 35. $\left(\frac{a}{a+x}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{a}{a-x}\right)^{\frac{1}{2}} =$

(a) $2 + \frac{3x^2}{4a^2} + ...$ (b) $1 + \frac{3x^2}{8a^2} + ...$

(c) $2 + \frac{x}{a} + \frac{3x^2}{4a^2} + ...$ (d) $2 - \frac{x}{a} + \frac{3x^2}{4a^2} + ...$

Que. 35. $\left(\frac{a}{a+x}\right)^{\frac{1}{2}}+\left(\frac{a}{a-x}\right)^{\frac{1}{2}}=$

(a) $2+\frac{3x^2}{4a^2}+\ldots\ldots$ (b) $1+\frac{3x^2}{8a^2}+\ldots\ldots$

(c) $2+\frac{x}{a}+\frac{3x^2}{4a^2}+\ldots\ldots$ (d) $2-\frac{x}{a}+\frac{3x^2}{4a^2}+\ldots\ldots$

प्रश्न 36. $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2$ के विस्तार में x^n का गुणांक होगा

(a) $4n$ (b) $4n-3$

(c) $4n+1$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 36. In the expansion of $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2$, the coefficient of x^n will be

(a) $4n$ (b) $4n-3$

(c) $4n+1$ (d) None of these

प्रश्न 37. $(y^{-1/6}-y^{1/3})^9$ के विस्तार में y से स्वतंत्र पद है

(a) 84 (b) 8 . 4

(c) 0.84 (d) - 84

Que. 37. The term independent of y in the expansion of $(y^{-1/6}-y^{1/3})^9$ is

(a) 84 (b) 8 . 4

(c) 0.84 (d) - 84

प्रश्न 38. निम्नलिखित का प्रसार कीजिए

(i) $\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2x}\right)^6$ (ii) $(2x - 1)^5$ (iii) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^7$

(iv) $(x + 2a)^5$ (v) $(1 - 3x)^7$ (vi) $\left(\frac{x}{3} + \frac{2}{y}\right)^4$

(vii) $\left(\frac{2x}{3} + \frac{3}{2x}\right)^6$ (viii) $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{10}$ (ix) $\left(3x - \frac{5}{3}\right)^6$

(x) $\left(\frac{3}{4}x - \frac{4}{3x}\right)^5$ (xi) $\left(ax - \frac{b}{x}\right)^6$

Que. 38. Expand the following binomials

(i) $\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2x}\right)^6$ (ii) $(2x - 1)^5$ (iii) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^7$

(iv) $(x + 2a)^5$ (v) $(1 - 3x)^7$ (vi) $\left(\frac{x}{3} + \frac{2}{y}\right)^4$

(vii) $\left(\frac{2x}{3} + \frac{3}{2x}\right)^6$ (viii) $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{10}$ (ix) $\left(3x - \frac{5}{3}\right)^6$

(x) $\left(\frac{3}{4}x - \frac{4}{3x}\right)^5$ (xi) $\left(ax - \frac{b}{x}\right)^6$

प्रश्न 39. निम्नलिखित का विस्तार करके सरल कीजिए

(i) $(\sqrt{2} + 1)^6 + (\sqrt{2} - 1)^6$ (ii) $(x - \sqrt{1 - x^2})^4 + (x + \sqrt{1 - x^2})^4$

(iii) $[2 + \sqrt{1 - a}]^6 + [2 - \sqrt{1 - a}]^6$

(iv) $(\sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 1})^6 + (\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 1})^6$

Que. 39. Simplify by expanding the following.

(i) $(\sqrt{2} + 1)^6 + (\sqrt{2} - 1)^6$ (ii) $(x - \sqrt{1 - x^2})^4 + (x + \sqrt{1 - x^2})^4$

(iii) $[2 + \sqrt{1 - a}]^6 + [2 - \sqrt{1 - a}]^6$

(iv) $(\sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 1})^6 + (\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 1})^6$

प्रश्न 40. $(a + 2x)^{11}$ के प्रसार में 7वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Que. 40. The 7th term of $(a + 2x)^{11}$

प्रश्न 41. $\left(2x^3 - \frac{1}{2x^3}\right)^8$ के प्रसार में अंत में 5वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Que. 41. The 5th term from the last $\left(2x^3 - \frac{1}{2x^3}\right)^8$

प्रश्न 42. $\left(\frac{a}{x} - \frac{x}{a}\right)^8$ के प्रसार में मध्य पद ज्ञात कीजिए।

Que. 42. Find out the middle term / terms is the expansion $\left(\frac{a}{x} - \frac{x}{a}\right)^8$

प्रश्न 43. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{11}$ के प्रसार में x^7 का गुणांक ज्ञात कीजिए।

Que. 43. Find the coefficient of x^7 in the expansion of $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{11}$

प्रश्न 44. $\left(x^2 - \frac{3a}{x}\right)^{15}$ के प्रसार में x^{18} का गुणांक ज्ञात कीजिए।

Que. 44. Find the coefficient of x^{18} in the expansion of $\left(x^2 - \frac{3a}{x}\right)^{15}$

प्रश्न 45. $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{3n}$ के प्रसार में x से रहित पद ज्ञात कीजिए।

Que. 45. Find the term independent of x (or constant term) in the expansion of $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{3n}$

प्रश्न 46. $\left(3x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^{20}$ के प्रसार में x से विहीन पद ज्ञात कीजिए।

Que. 46. Find the term independent of x (or constant term) in the expansion of $\left(3x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^{20}$

प्रश्न 47. सिद्ध कीजिए कि $(1+x)^{2n}$ के प्रसार में x^n का गुणांक $(1+x)^{2n-1}$ के प्रसार में x^n के गुणांक से दुगना है।

Que. 47. Prove that coefficient of x^n in $(1+x)^{2n}$ is double of the coefficient of x^n in $(1+x)^{2n-1}$

प्रश्न 48. $\left(x+\frac{1}{2x}\right)^7$ के प्रसार में x^5 का गुणांक ज्ञात कीजिए।

Que. 48. Find the coefficient of x^5 in the expansion of $\left(x+\frac{1}{2x}\right)^7$.

प्रश्न 49. $(2+5x)^{10}$ के प्रसार में महत्तम मान ज्ञात कीजिये जब $x=\frac{1}{3}$

Que. 49. Find the greatest term in the expansion of $(2+5x)^{10}$ when $x=\frac{1}{3}$

प्रश्न 50. $(\sqrt{2}+1)^6-(\sqrt{2}-1)^6$ का मान ज्ञात कीजिये

Que. 50. Evaluate $(\sqrt{2}+1)^6-(\sqrt{2}-1)^6$.

प्रश्न 51. $\left(2x-\frac{1}{by}\right)^{15}$ के प्रसारित रूप में 9वाँ पद लिखिए।

Que. 51. Find 9th term in the expansion of $\left(2x-\frac{1}{by}\right)^{15}$

प्रश्न 52. $\left(x+\frac{1}{2x}\right)^n$ के प्रसार में तीसरे और चौथे पदों के गुणांकों का अनुपातः 1 : 2 है तो n ज्ञात कीजिए।

Que. 52. If the coefficients of 3rd and 4th terms in the expansion of $\left(x+\frac{1}{2x}\right)^n$ are in the ratio 1:2 .find the value of n.

प्रश्न 53. $\left(\frac{a}{x}+bx\right)^{12}$ का x के आरोही घातों के रूप में प्रसार करने पर मध्य पद ज्ञात कीजिए।

Que. 53. Find the middle term in the expansion of $\left(\frac{a}{x}+bx\right)^{12}$ in ascending powers of x.

प्रश्न 54. $(1+x)^n$ के प्रसार में 7वें व 13 वें पदों के गुणाक समान हैं। n का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 54. The coefficient of 7th term and 13th term in the expansion of $(1+x)^n$ are equal. find the value of n.

प्रश्न 55. द्विपद गुणांको के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$C_0\, C_r + C_1 C_{r+1} + C_2\, C_{r+2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{n-r} C_n$$

$$= \frac{\lfloor 2n}{(n-r)\,\lfloor n-r}$$

Que. 55. For binomial coefficients prove that :

$$C_0\, C_r + C_1 C_{r+1} + C_2\, C_{r+2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{n-r} C_n$$

$$= \frac{\lfloor 2n}{(n-r)\,\lfloor n-r}$$

प्रश्न 56. $(1+x)^{32}$ के प्रसार में $(3r+1)$ वें और $(r+5)$ वें पदों के गुणांक समान हों तो r का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 56. $(3r+1)$ and $(r+5)$ terms in the expansion of $(1+x)^{32}$ are equal, find the value or r.

प्रश्न 57. यदि $(1+x)^n$ के विस्तार में विषय पदों का योगफल A तथा सम पदों का योग B हो तो सिद्ध कीजिए कि –

$$A^2 - B^2 = (1-x^2)^n$$

Que. 57. If the sum of odd terms in the expansion of $(1+x)^n$ is A ad sum of even terms is B, prove that $A^2 - B^2 = (1-x^2)^n$

प्रश्न 58. $(x-2y)^{13}$ के विस्तार में x^{11} का गुणांक ज्ञात कीजिए।

Que. 58. Find the coefficient of x^{11} in the expansion of $(x-2y)^{13}$

प्रश्न 59. $\frac{(1+x)^2}{(1-x)^3}$ के प्रसार में x^n का गुणांक ज्ञात कीजिए।

Que. 59. Find the coefficient of x^n in the expansion of $\frac{(1+x)^2}{(1-x)^3}$

प्रश्न 60. $\left(3x^2 + \frac{2}{x}\right)^9$ के प्रसार में x से रहित पद ज्ञात कीजिए।

Que. 60. Find the term independet of x in the expansion of $\left(3x^2 + \frac{2}{x}\right)^9$.

प्रश्न 61. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ के प्रसार में मध्य पद ज्ञात कीजिए।

Que. 61. Find the value of the middle term in the expansion of $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$

प्रश्न 62. $\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{3}\right)^{15}$ के प्रसार में महत्तम पद ज्ञात कीजिए जब $x = 8, \quad x = 9.$

Que. 62. Find the greatest term in the expansion of $\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{3}\right)^{15}$ when $x = 8, \quad x = 9.$

प्रश्न 63. सिद्ध कीजिए कि $(1+x)^{2n}$ के मध्य पद का गुणांक, $(1+x)^{2n-1}$ के दो मध्य पदों के गुणांक के योग क बराबर होता है।

Que. 63. Pove that the coefficient of $(1+x)^{2n}$ is equal to the sum of the coefficients of middle term in the expansion of $(1+x)^{2n-1}$

प्रश्न 64. सिद्ध कीजिए कि $\left(\frac{997}{1003}\right)^{-2/3}$ = 1.004 लगभग

Que. 64. Prove that $\left(\frac{997}{1003}\right)^{-2/3}$ = 1.004 approx.

प्रश्न 65. सिद्ध कीजिए कि $(1.025)^{-1/3}$ = 0.992 (दशमलव के तीन स्थान तक)

Que. 65. Prove that $(1.025)^{-1/3}$ = 0.992 upto three places of decimal.

प्रश्न 66. यदि x का वर्ग एवं उच्च घातें नगण्य मानी जाये तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{(1-3x)^{1/2} + (1-x)^{5/3}}{(4-x)^{1/2}} = 1 - \frac{35x}{24}$$

Que. 66. If square and higher power of x may be neglected show that

$$\frac{(1-3x)^{1/2} + (1-x)^{5/3}}{(4-x)^{1/2}} = 1 - \frac{35x}{24}$$

प्रश्न 67. यदि x का वर्ग एवं उच्च घातें नगण्य मानी जाये तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt[3]{(1-x)^2}}{1+x+\sqrt{1+x}} = 1-\frac{5}{6}x$$

Que. 67. Taking x so small that x^2 and higher powers of x can be neglected show that

$$\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt[3]{(1-x)^2}}{1+x+\sqrt{1+x}} = 1-\frac{5}{6}x$$

प्रश्न 68. यदि x इतना छोटा है कि इसके घन तथा उच्चतर घातों की उपेक्षा की जा सके, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{(1-4x)^{1/2}+(1-3x)^{-1/3}}{(1-2x)^{1/4}} = 2+\frac{3}{4}x^2$$

Que. 68. Taking x so small that x^3 and higher powers of x can be neglected show that

$$\frac{(1-4x)^{1/2}+(1-3x)^{-1/3}}{(1-2x)^{1/4}} = 2+\frac{3}{4}x^2$$

प्रश्न 69. द्विपद प्रमेय की सहायता से निम्नलिखित के मान दशमलव के चार स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

1. $(127)^{1/7}$ 2. $\sqrt[3]{1.03}$

Que. 69. Find the value of the following upto 4 places of decimals with the help of Binomial theorem

1. $(127)^{1/7}$ 2. $\sqrt[3]{1.03}$

प्रश्न 70. निम्नलिखित का मान दशमलव के पाँच स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

10. $(1.003)^{1/10}$

Que. 70. Find the value of the following correct upto 5 places of decimals.

10. $(1.003)^{1/10}$

प्रश्न 71. सिद्ध कीजिए – Prove that

(i) $\frac{1}{4}+\frac{1.3}{4.6}+\frac{1.3.5}{4.6.8}+\ \ldots\ldots\ =1$

(ii) $1+\frac{1}{4}+\frac{1.3}{4.8}+\frac{1.3.5}{4.8.12}+\ \ldots\ldots\ =\sqrt{2}$

(iii) $1+\frac{1}{3}+\frac{1.3}{3.6}+\frac{1.3.5}{3.6.9}+\frac{1.3.5.7}{3.6.9.12}+\ \ldots\ldots\ =\sqrt{3}$

(iv) $1+\frac{1}{10^2}+\frac{1.3}{1.2}\frac{1}{10^4}+\frac{1.3.5}{1.2.3}\cdot\frac{1}{10^6}\ +\ \ldots\ldots\ =5\ \frac{\sqrt{2}}{7}$

(v) $1-\frac{1}{2}.\frac{1}{3}+\frac{1.3}{2.4}.\frac{1}{3^2}-\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{1}{3^3}+\ \ldots\ldots\ =\frac{\sqrt{3}}{2}$

निम्नलिखित के विस्तार में महत्तम पद निकालिए जबकि $x=\frac{2}{3}$

Find the maximum term in the expansion for $x=\frac{2}{3}$

प्रश्न 72. $(4-3x)^7$

प्रश्न 73. $(2+5x)^6$

प्रश्न 74. n का मान ज्ञात कीजिए। यदि $(1+x)^n$ के प्रसार में तीन क्रमागत पदों के गुणांक निम्नांकित हैं :–

(a) 6, 15, 20 (b) 36, 84, 126 (c) 165, 330, 462

Que. 74. Find the value of n if the coefficients of the consecutive terms in the expansion of $(1+x)^n$ are

(a) 6, 15, 20 (b) 36, 84, 126 (c) 165, 330, 462

प्रश्न 75. यदि $(a + x)^n$ के घातों का अवरोही घटते क्रम में प्रसार करने पर तीसरे, चौथे और पाँचवे पद के मान क्रमशः 84, 280 तथा 560 हैं तो x, a और n का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 75. On expanding $(a + x)^n$ in descending powers of x the values of 3th, 4th and 5th terms are 84, 280 and 560 respectively.find the value of x, a and n.

प्रश्न 76. यदि $(a + x)^n$ के घातों का आरोही (बढ़ते हुए) क्रम में प्रसार करने पर दूसरी, तीसरे और चौथे पद के मान क्रमशः 240, 720 तथा 1080 हो तो a, x और n का मान ज्ञात कीजिए।

Que. 76. If in the expansion of $(a + x)^n$ in ascendig powers of the x the 2th, 3th and 4th terms are 240, 720 and 1080 respectively. find a, x and n.

प्रश्न 77. यदि $(1 + x)^n$ के प्रसार गुणांक $C_0\, C_1\, C_2 \ldots C_n$ हैं तो सिद्ध कीजिए कि

$$C_0\, C_1 + C_1 C_2 + C_2 C_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{n-1} C_n$$

$$= \frac{\lfloor 2n}{\lfloor n + r \quad \lfloor n - r}$$

Que. 77. If $C_0\, C_1\, C_2 \ldots C_n$ be the coefficints in the expansion of $(1 + x)^n$ prove that

$$C_0\, C_1 + C_1 C_2 + C_2 C_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + C_{n-1} C_n$$

$$= \frac{\lfloor 2n}{\lfloor n + r \quad \lfloor n - r}$$

प्रश्न 78. सिद्ध कीजिए कि $\frac{C_1}{C_0} + 2\frac{C_2}{C_1} + 3\frac{C_3}{C_2} + \ldots\ldots + 15\frac{C_{15}}{C_{11}} = 120$.

Que. 78. Prove that — $\frac{C_1}{C_0} + 2\frac{C_2}{C_1} + 3\frac{C_3}{C_2} + \ldots\ldots + 15\frac{C_{15}}{C_{11}} = 120$.

गणितीय आगमन

Mathematical Induction

गणितीय आगमन के अनुप्रयोग से सिद्ध कीजिये –

Prove by the Application of Mathematical Induction Method -

1. $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

2. $1.3 + 2.4 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n(n+2) = \frac{n}{6}(n+1)(2n+7)$

3. $4 + 8 + 12 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 4n = 2n(n+1)$

4. $3.6 + 6.9 + 9.12 \ldots\ldots\ldots\ldots + 3n(3n+3) = 3n(n+1)(n+2)$ and $n \in N$

5. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$

6. $1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

7. $1.2 + 2.3. + 3.4 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

8. $1^2 + 3^2 + 5^2 + .. \ldots\ldots\ldots\ldots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$

9. $1.3 + 3.5 + 5.7 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (2n-1)\,2n+1) = \frac{n(4n^2 + 6n - 1)}{3}$

10. $a + (a + d) + (c + 2d) \ldots\ldots\ldots\ldots + [a + (n-1)d] = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

11. $a + ar + ar^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots ar^{n-1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$, $r < 1$

12. $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

13. $\frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$

14. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$

15. $\frac{1}{3.7} + \frac{1}{7.11} + \frac{1}{11.15} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{(4n-1)(4n+3)} = \frac{n}{3(4n+3)}$

16. $10^{2n-1} + 1$, 11 से विभाज्य है is divisible by 11

17. $7^{2n} + 16n - 1$, 64 से विभाज्य है is divisible by 64

18. $n(n+1)(n+2)$, 6 से विभाज्य है is divisible by 6

19. $n(n+1)(2n+1)$, 6 से विभाज्य है is divisible by 6

20. $2^{3n} - 1$, 7 से विभाज्य है is divisible by 7

21. $3^{2n} - 1$, 8 से विभाज्य है is divisible by 8

22. $7^{2n} + 7^{3n-3}\ 3^{n-1}$, 25 से विभाज्य है is divisible by 25

* * *

इकाई (Unit) 19

रेखीय प्रक्रमन
(Linear Programming)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्रश्न 1. रेखीय प्रक्रमन समस्या Max $z = x_1 + x_2$ जबकि $-2x_1 + x_2 \leq 1$, $x_1 \leq 2$, $x_1 + x_2 \leq 3$ तथा $x_1, x_2 \geq 0$ के होंगे

(a) एक हल (b) तीन हल (c) अनन्त हल (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 1. The L.P. problem Max $z = x_1 + x_2$ such that $-2x_1 + x_2 \leq 1$, $x_1 \leq 2$, $x_1 + x_2 \leq 3$ and $x_1, x_2 \geq 0$ has

(a) One solution (b) Three solution

(c) An infinite number of solutions (d) None of these

प्रश्न 2. रेखीय प्रक्रमन समस्या Min $z = -x_1 + 2x_2$ जबकि $-x_1 + 3x_2 \leq 0$, $x_1 + x_2 \leq 6$, $x_1 - x_2 \leq 2$ तथा $x_1, x_2 \geq 0$ के लिए $x_1 =$

(a) 2 (b) 8 (c) 10 (d) 12

Que. 2. For the L.P. problem Min $z = -x_1 + 2x_2$ such that $-x_1 + 3x_2 \leq 0$, $x_1 + x_2 \leq 6$, $x_1 - x_2 \leq 2$ and $x_1, x_2 \geq 0$, $x_1 =$

(a) 2 (b) 8 (c) 10 (d) 12

प्रश्न 3. व्यवरोधों के मध्यवर्ती हलों को किस में रखकर परीक्षण करना चाहिये

(a) उद्देश्य फलन (b) व्यवरोध

(c) परीक्षण आवश्यक नहीं (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 3. The intermediate solution of constraints must be checked by substituting them back into

(a) Object function (b) Constraint equations

(c) Not required (d) None of these

प्रश्न 4. रेखीय प्रक्रमन समस्या Min $z = 2x_1 + 3x_2$ जबकि $-x_1 + 2x_2 \leq 4$, $x_1 + x_2 \leq 6$, $x_1 + 3x_2 \geq 9$ तथा $x_1, x_2 \geq 0$ के लिये

(a) $x_1 = 1.2$ (b) $x_2 = 2.6$ (c) $z = 10.2$ (d) उपरोक्त सभी

Que. 4. For the L.P. problem Min $z = 2x_1 + 3x_2$ such that $-x_1 + 2x_2 \leq 4$, $x_1 + x_2 \leq 6$, $x_1 + 3x_2 \geq 9$ and $x_1, x_2 \geq 0$

(a) $x_1 = 1.2$ (b) $x_2 = 2.6$ (c) $z = 10.2$ (d) All the above

प्रश्न 5. रेखीय प्रक्रमन समस्या Min $z = x_1 + x_2$ जबकि $5x_1 + 10x_2 \leq 0$, $x_1 + x_2 \geq 1$, $x_2 \leq 4$ तथा $x_1, x_2 \geq 0$ के लिए

(a) एक परिबद्ध हल है (b) कोई हल नहीं है

(c) अनन्त हल हैं (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 5. For the L.P. problem Min $z = x_1 + x_2$ such that $5x_1 + 10x_2 \leq 0$, $x_1 + x_2 \geq 1$, $x_2 \leq 4$ and $x_1, x_2 \geq 0$

(a) There is a bounded solution (b) There is no solution

(c) There are infinite solutions (d) None of these

प्रश्न 6. एक मूल हल नॉन–डिजनरेट कहलाता है, यदि

(a) सभी मूल चर शून्य हों (b) कोई भी मूल चर शून्य न हो

(c) कम से कम एक मूल चर शून्य हो (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 6. A basic solution is called non-degenerat, if

(a) All the basic variables are zero

(b) None of the basic variables is zero

(c) At least one of the basic variable is zero

(d) None of these

प्रश्न 7. $z = 4x + 9y$ का अधिकतमीकरण करने पर जबकि $x + 5y \leq 200$, $2x + 3y \leq 134$ तथा $x, y \geq 0$, $z =$

(a) 380 (b) 382 (c) 384 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 7. On maximizing $z = 4x + 9y$ subject to $x + 5y \leq 200$, $2x + 3y \leq 134$ and $x, y \geq 0$, $z =$

(a) 380 (b) 382 (c) 384 (d) None of these

प्रश्न 8. रेखीय प्रक्रमन समस्या Max $z = 3x + 2y$ जबकि $x + y \geq 1$, $y - 5x \leq 0$, $x - y \geq -1$, $x + y \leq 6$, $x \leq 3$ तथा $x, y \geq 0$ के लिए

(a) $x = 3$ (b) $y = 3$ (c) $z = 15$ (d) उपरोक्त सभी

Que. 8. For the L.P. problem Max $z = 3x + 2y$ subject to $x + y \geq 1$, $y - 5x \leq 0$, $x - y \geq -1$, $x + y \leq 6$, $x \leq 3$ and $x, y \geq 0$

(a) $x = 3$ (b) $y = 3$ (c) $z = 15$ (d) All the above

प्रश्न 9. रेखीय प्रक्रमन समस्या Min z = 2x + y जबकि 5x + 10y £ 50, x + y ³ 1, y £ 4 तथा x, y ³ 0 के लिए

z =

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 1/2

Que. 9. For the L.P. problem Min z = 2x + y subject to 5x + 10y £ 50, x + y ³ 1, y £ 4 and x, y ³ 0

z =

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 1/2

प्रश्न 10. बिन्दु जिस पर (3x + 2y) का प्रतिबन्धों x + y £ 2, x ³ 0, y ³ 0 के साथ अधिकतम मान प्राप्त होता है, है

(a) (0, 0) (b) (1.5, 1.5) (c) (2, 0) (d) (0, 2)

Que. 10. The point at which the maximum value of (3x + 2y) subject to the constraints x + y £ 2, x ³ 0, y ³ 0 is obtained, is

(a) (0, 0) (b) (1.5, 1.5) (c) (2, 0) (d) (0, 2)

प्रश्न 11. प्रतिबन्धों x + 2y ³ 11, 3x + 4y £ 30, 2x + 5y £ 30, x ³ 0, y ³ 0 के हल समुच्चय में बिन्दु है

(a) (2, 3) (b) (3, 2) (c) (3, 4) (d) (4, 3)

Que. 11. The solution of set of constraints x + 2y ³ 11, 3x + 4y £ 30, 2x + 5y £ 30, x ³ 0, y ³ 0 includes the point

(a) (2, 3) (b) (3, 2) (c) (3, 4) (d) (4, 3)

प्रश्न 12. x £ 2 तथा y ³ 2 का ग्राफ स्थित है

(a) प्रथम व द्वितीय चतुर्थांश में (b) द्वितीय व तृतीय चतुर्थांश में

(c) प्रथम व तृतीय चतुर्थांश में (d) तृतीय व चतुर्थ चतुर्थांश में

Que. 12. The graph of x £ 2 and y ³ 2 will be situated in the

(a) First and second quadrant (b) Second and third quadrant

(c) First and third quadrant (d) Third and fourth quadrant

प्रश्न 13. असमीकरण 2x – 3y £ 5 के ग्राफ के क्षेत्र में बिन्दुओं O (0, 0) तथा P (2, –2) की स्थिति है

(a) O अन्दर P बाहर (b) O व P दोनों अन्दर

(c) O व P दोनों बाहर (d) O बाहर P अन्दर

Que. 13. The position of points O (0, 0) and P (2, –2) in the region of graph of inequations $2x - 3y \leq 5$, will be

(a) O inside and P outside (b) O and P both inside

(c) O and P both outside (d) O outside andP inside

प्रश्न 14. असमीकरणों $2x + y \geq 2$ तथा $x - y \leq 3$ के संयुक्त ग्राफ का शीर्ष है

(a) (0, 0) (b) $\left(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3}\right)$ (c) (d)

Que. 14. The vertex of common graph of inequalities $2x + y \geq 2$ and $x - y \leq 3$, is

(a) (0, 0) (b) $\left(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3}\right)$ (c) (d)

प्रश्न 15. असमीकरणों $x + 2y \geq 0$ तथा $2x + y \leq 4$, $x \geq 0$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का एक शीर्ष है

(a) (1, 1) (b) (0, 1) (c) (3, 0) (d) (0, 0)

Que. 15. A vertex of bounded region of inequalities $x \geq 0$, $x + 2y \geq 0$ and $2x + y \leq 4$, is

(a) (1, 1) (b) (0, 1) (c) (3, 0) (d) (0, 0)

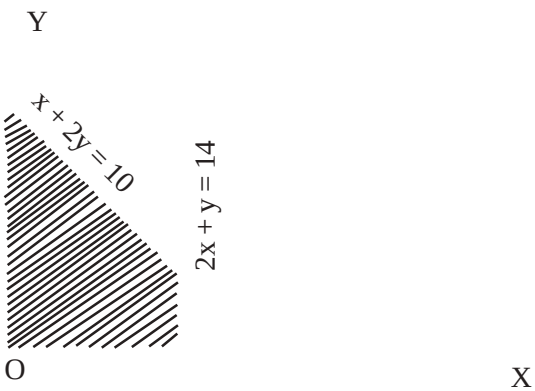
प्रश्न 16. रेखीय प्रतिबन्धों $x - 2y \geq 0$, $2x - y \leq -2$ तथा $x, y \geq 0$ का हल समुच्चय है

(a) $\left(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ (b) (1, 1) (c) $\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (d) (0, 2)

Que. 16. The solution set of linear constraints $x - 2y \geq 0$, $2x - y \leq -2$ and $x, y \geq 0$, is

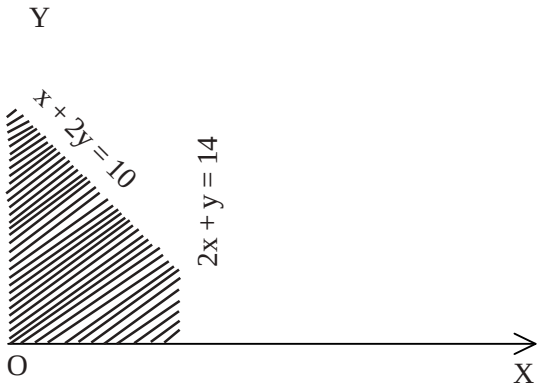
(a) (b) (1, 1) (c) $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (d) (0, 2)

प्रश्न 17. दिये गये सुसंगत क्षेत्र में उद्देश्य फलन $c = 2x + 3y$ का अधिकतम मान है



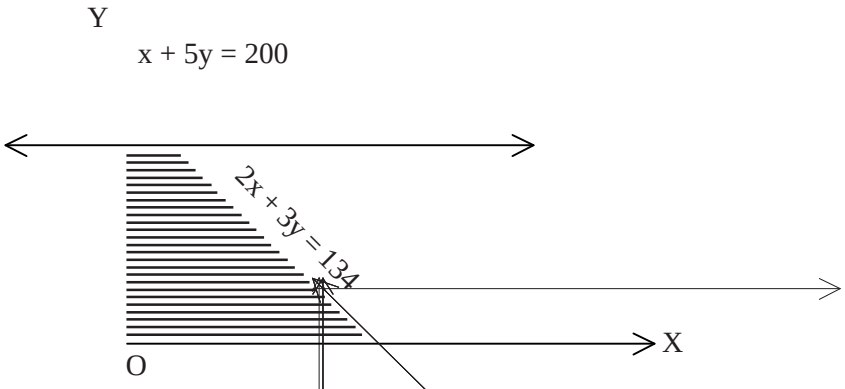
(a) 29 (b) 18 (c) 14 (d) 15

Que. 17. The maximum value of objective function c = 2x + 3y in the given feasible region, is



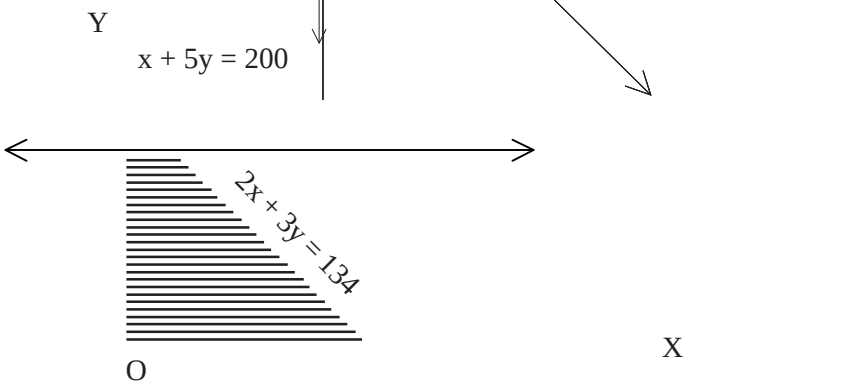
(a) 29 (b) 18 (c) 14 (d) 15

प्रश्न 18. निम्न सुसंगत क्षेत्र में उद्देश्य फलन c = 2x + 2y का न्यूनतम मान है



(a) 134 (b) 40 (c) 38 (d) 80

Que. 18. The minimum value of objective function c = 2x + 2y in the given feasible region, is



(a) 134 (b) 40 (c) 38 (d) 80

प्रश्न 19. रेखीय प्रतिबन्धों $3x + 2y \geq 12$, $x + 3y \geq 11$ तथा $x, y \geq 0$ के अन्तर्गत उद्देश्य फलन c = 2x + 2y का न्यूनतम मान है

(a) 10 (b) 12 (c) 6 (d) 5

Que. 19. The minimum value of linear objective function $c = 2x + 2y$ under linear constraints $3x + 2y \geq 12$, $x + 3y \geq 11$ and $x, y \geq 0$, is

(a) 10 (b) 12 (c) 6 (d) 5

प्रश्न 20. x, y तल में तृतीय चतुर्थांश क्षेत्र के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध

(a) $x > 0, y < 0$ (b) $x < 0, y < 0$ (c) $x < 0, y > 0$ (d) $x < 0, y = 0$

Que. 20. Te necessary condition for third quadrant region in x – y plane, is

(a) $x > 0, y < 0$ (b) $x < 0, y < 0$ (c) $x < 0, y > 0$ (d) $x < 0, y = 0$

प्रश्न 21. एक फर्म पेन्ट तथा शर्ट बनाती है। एक शर्ट को बनाने में मशीन पर 2 घन्टे तथा मानव श्रम के 3 घन्टे लगते हैं। एक पेन्ट बनाने में मशीन पर 3 घंटे तथा मानव श्रम के 2 घंटे लगते हैं। एक सप्ताह में मशीन 70 घंटे तथा मानव श्रम 75 घंटे उपलब्ध हैं। यदि फर्म प्रति सप्ताह x शर्ट तथा y पेन्ट बनाना निर्धारित करे तो इसके लिए रेखीय प्रतिबन्ध निम्न हैं

(a) $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \geq 70, 3x + 2y \geq 75$

(b) $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 70, 3x + 2y \geq 75$

(c) $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \geq 70, 3x + 2y \leq 75$

(d) $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 70, 3x + 2y \leq 75$

Que. 21. A firm makes Pents and Shirts. A Shirt takes two hours on machine and 3 hours of man labour. While a pent takes 3 hours on machine and two hours of man labour. In a week there are 70 hrs. machine and 75 hrs. of man labour available. If the firm determine to make x shirts and y pents per week, then for this the linear constraints are

(a) $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \geq 70, 3x + 2y \geq 75$

(b) $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 70, 3x + 2y \geq 75$

(c) $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \geq 70, 3x + 2y \leq 75$

(d) $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 70, 3x + 2y \leq 75$

प्रश्न 22. एक थोक व्यापारी 24000 रु. से अनाज का व्यापार शुरू करना चाहता है। गेहूँ 400 रु. प्रति क्विंटल तथा चावल 600 रु. प्रति क्विंटल है। उसके स्टोर में 200 क्विंटल अनाज रखने की क्षमता है। वह गेहूँ पर 25 रु. प्रति क्विंटल तथा चावल पर 40 रु. प्रति क्विंटल लाभ कमाता है। यदि वह x क्विंटल चावल तथा y क्विंटल गेहूँ रखता है तो अधिकतम लाभ के लिए उद्देश्य फलन है

(a) $25x + 40y$ (b) $40x + 25y$ (c) $400x + 600y$ (d) $\frac{400}{40}x + \frac{600}{25}y$

Que. 22. A shole sale merchant wants to start the business of cereal with Rs. 24000. What is Rs. 400 per quintal and rice is Rs. 600 per quintal. He has capacity for store 200 quintal cereal. He earns the profit Rs. 25 per quintal on wheat and R. 40 per quintal on rice. If he store x quintal rice and y quintal wheat, then for maximum profit the objective function is

(a) $25x + 40y$ (b) $40x + 25y$ (c) $400x + 600y$ (d) $\frac{400}{40}x + \frac{600}{25}y$

प्रश्न 23. उद्देश्य फलन $z = 2x + 10y$ का रेखीय प्रतिबन्धों $x \geq 0, y \geq 0, x - y \geq 0, x - 5y \leq -5$ के अन्तर्गत न्यूनतम मान है

(a) 10 (b) 15 (c) 12 (d) 8

Que. 23. The minimum value of the objective function $z = 2x + 10y$ for linear constraints $x \geq 0, y \geq 0, x - y \geq 0, x - 5y \leq -5$ is,

(a) 10 (b) 15 (c) 12 (d) 8

प्रश्न 24. एक फर्म दो प्रकार के उत्पाद A व B तैयार करती है। फर्म को A व B दोनों पर 2 रु. प्रति नग लाभ होता है। प्रत्येक उत्पाद मशीनों M_1 व M_2 पर संसाधित (Processing) किया जाता है। A के लिए M_1, M_2 पर क्रमशः 1 मिनट व 2 मिनट का समय लगता है तथा B के लिए मशीनें M_1, M_2 क्रमशः 1 मिनट व 1 मिनट का समय लेती हैं। मशीनें M_1, M_2 किसी भी दिन क्रमशः 8 घंटे तथा 10 घंटे से अधिक उपलब्ध नहीं हैं। यदि A के x तथा B के y उत्पाद तैयार किये जायें तो रेखीय प्रतिबन्ध $x \geq 0, y \geq 0$ के अतिरिक्त हैं

(a) $x + y \leq 480, 2x + y \leq 600$

(b) $x + y \leq 8, 2x + y \leq 10$

(c) $x + y \geq 480, 2x + y \geq 600$

(d) $x + y \leq 8, 2x + y \geq 10$

Que. 24. A firm produces two types of product A and B. The profit on both is Rs. 2 per item. Every product processing on machines M_1 and M_2. For A, machines M_1 and M_2 takes 1 minute and 2 minutes respectively and that of for B, machines M_1 and M_2 takes the time 1 minute and 1 minute. The machines M_1 and M_2 are not available more than 8 hrs. and 10 hr. any of day respectively. If the products made x of A and y of B, then the linear constraints for the L.P.P. except $x \geq 0, y \geq 0$ are

(a) $x + y \leq 480, 2x + y \leq 600$

(b) $x + y \leq 8, 2x + y \leq 10$

(c) $x + y \geq 480, 2x + y \geq 600$

(d) $x + y \leq 8, 2x + y \geq 10$

प्रश्न 25. गणित के एक टेस्ट में दो प्रकार के प्रश्न पूछे जाते हैं। लघु उत्तरीय व दीर्घ उत्तरीय, जिनके बारे में अनुकूल तथ्य नीचे सारणी में दिये हैं

	हल करने में लगा समय	**अंक**	**प्रश्नों की संख्या**
लघु उत्तरीय	5 मिनट	3	10
दीर्घ उत्तरीय	10 मिनट	5	14

पूर्णांक अंक 100 हैं। कोई विद्यार्थी सभी प्रकार के प्रश्न सहीकर सकता है। अधिकतम अंक प्राप्त करने के लिए विद्यार्थी 3 घंटे में x लघु उत्तरीय तथा y दीर्घ उत्तरीय प्रश्न करता है तो रेखीय प्रतिबन्ध ($x \geq 0, y \geq 0$ के अतिरिक्त) निम्न हैं

(a) $5x + 10y \leq 180, x \leq 10, y \leq 14$

(b) $x + 10y \geq 180, x \leq 10, y \leq 14$

(c) $x + 10y \geq 180, x \geq 10, y \geq 14$

(d) $5x + 10y \leq 180, x \geq 10, y \geq 14$

Que. 25. In a test of Maths, there are two type of questions to be answered, short answered and long answered the relivant date are given below :

	Time takes to solve	Marks	No. of questions
Short answered questions	5 feuV	3	10
Long answred questions	10 feuV	5	14

(a) $5x + 10y \leq 180, x \leq 10, y \leq 14$

(b) $x + 10y \geq 180, x \leq 10, y \leq 14$

(c) $x + 10y \geq 180, x \geq 10, y \geq 14$

(d) $5x + 10y \leq 180, x \geq 10, y \geq 14$

The total marks are 100 student can solve all the questions. To secure maximum marks, student solve x short answered andy long answered questions in 3 hrs. Then the linear constraints except $x \geq 0, y \geq 0$ are.

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 26. निम्नांकित असीकरणों के निकाय या प्रतिबन्धों (constraints) के हल का ग्राफीय निरूपण कीजिए :

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$4x + 5y \leq 20$$

$$7x + 2y \leq 14$$

Que. 26. Find the region corresponding to the following system of inequations :

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$4x + 5y \leq 20$$

$$7x + 2y \leq 14$$

प्रश्न 27. निम्नांकित असमीकरणों के निकाय का हल ज्ञात करने के लिए आलेख बनाइए।

$$2x + 3y \leq 6$$

$$x + 4y \leq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

Que. 27. Plot the diagram of the solution set of the following system of inequations.

$$2x + 3y \leq 6$$

$$x + 4y \leq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

निम्नांकित असमीकरणों के हल का ग्राफीय निरूपण कीजिए :

Graphically represent the solution set of the following system of inequalities :

28. $x + 6y < 12, 4x + 3y < 12, x \geq 0, y \geq 0.$

29. $2x + 3y \leq 6, x + 4y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0.$

निम्नांकित रेखीय प्रतिबंधों (linear constraints) के हल ज्ञात करने के लिए ग्राफ बनाइए। बताइए कि ये हल रिक्त हैं, सीमित हैं अथवा असीमित हैं :

Plot the graph to find the solution of following linear constraints and find whether these are empty, bounded or unbounded :

30. $x + y \leq 12000, x \geq 1000, y \geq 2000$

31. $x + 2y \leq 400, x + y \leq 300, x, y \geq 0$

32. $3x - y \leq 6, 2x - y \geq -4$

प्रश्न 33. $P = x + y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जब कि यह $3x + 4y \leq 21, 2x + y \geq 4, x \geq 0, y \geq 0$ द्वारा प्रतिबंधित है।

Que. 33. Minimize $P = x + y$ subject to constraints $3x + 4y \leq 21, 2x + y \geq 4, x \geq 0, y \geq 0.$

प्रश्न 34. P = 5x + 3y का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए जबकि $3x + 5y \leq 15$, $5x + 2y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Que. 34. Find the maximum value of P = 5x + 3y subject to constraints $3x + 5y \leq 15$, $5x + 2y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

प्रश्न 35. 30x + 20y का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जबकि $x + y \leq 8$, $6x + 4y \geq 12$, $5x + 8y \geq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Que. 35. Minimize 30x + 20y subject to $x + y \leq 8$, $6x + 4y \geq 12$, $5x + 8y \geq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

प्रश्न 36. अधोलिखित प्रतिबन्धों (constraints) के साथ 3x + 5y का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए

$$-2x + y \leq 4,\ x + y \geq 3,\ x - 2y \leq 2,\ x, y \geq 0.$$

Que. 36. Find the minimum values of 3x + 5y subject to constraints

$$-2x + y \leq 4,\ x + y \geq 3,\ x - 2y \leq 2,\ x, y \geq 0.$$

प्रश्न 37. एक मनुष्य के पास दो मशीने हैं जिनसे वह बोतल या गिलास बना सकता है। बोतल बनाने के लिए प्रथम मशीन एक मिनट तथा दूसरी मशीन 2 मिनट चलानी पड़ती है। गिलास बनाने के लिए प्रत्येक मशीन को एक–एक मिनट चलाना पड़ता है। एक घंटे में प्रथम मशीन को 50 मिनट व दूसरी मशीन को 54 मिनट से अधिक नहीं चलाया जा सकता। प्रति बोतल 10 पैसे व प्रति गिलास 6 पैसे का लाभ होता है यह मान लीजिए कि उत्पादित सभी माल बिक जाता है। अधिकतम लाभ के लिये बोतलों व गिलासों की संख्या ज्ञात करने के लिए गणितीय प्रारूप (mathematical model) बनाइए।

Que. 37. A man has two machines by which he can make either bottles or tumble to make bottles he has to run first machine for one minute and second for 2 minutes. To make tubler he has to run each machine for one minute. Ist machine cannot be used for more then 50 minutes while other is for 54 minutes, he earns profit of 10 paise per bottle and 6 paise per tubler. Assuming that he can sell all the items that he produces. Make mathematical model for number of items for the maximum benifit.

प्रश्न 38. एक थोक व्यापारी 21000 रु. से अनाज का व्यापार करना चाहता है। गेहूँ के बोरा 300 रु. तथा चावल का बोरा 700 रु. में आता है। उसे गेहूँ के बोरे पर 24 रु. तथा चावल के बोरे पर 44 रु. का लाभ होता है। दुकान में 50 बोरे रखने का स्थान है। अधिकतम लाभ के लिए कितने बोरे गेहूँ के और कितने बोरे चावल के खरीदना चाहिए।

Que. 38. A whole sale businessman proposes to invest Rs. 21000 in grain business. A bag of wheat costs Rs. 300 and rice bag costs Rs. 700. He earns a profit of Rs. 24 per wheat bag and Rs. 44 per rice bag. The maximum storage capacity in the shop is of

50 bags. Find out the number of wheat and rice bags that the shop keeper should purchase in order to have maximum profit.

प्रश्न 39. एक कम्पनी दो प्रकार के टेलीफोन बनाती है A प्रकार व B प्रकार के। A प्रकार के टेलीफोन को बनाने में 2 घंटे व B प्रकार के टेलीफोन को 4 घंटे लगते हैं। कम्पनी के पास प्रतिदिन 800 कार्य घंटे उपलब्ध हैं। 300 टेलीफोनों को एक दिन में पैक किया जा सकता है। यदि A प्रकार के टेलीफोन का विक्रय 300 रु. तथा B प्रकार का विक्रय मूल्य 400 रु. है। ज्ञात कीजिए कि कम्पनी प्रतिदिन कितने टेलीफोनों का निर्माण करे कि लाभ अधिकतम हो।

Que. 39. A company manufactures two types of telephones A and B. A type requires 2 hours and B type requires 4 hours for its manufacture. The company has at the most 800 work hours per day. The packing department can pack 300 telephone sets per day. If the selling price of A type is Rs. 300 and of B type Rs. 400, find how many telephones of each type should the company produce per day to maximise its sales ?

प्रश्न 40. एक कारखाने में मेज व कुर्सियाँ बनती हैं। कुर्सी पर लाभ 20 रु. तथा मेज पर लाभ 30 रु. है। दोनों उत्पाद तीन मशीनों M_1, M_2 तथा M_3 द्वारा बनाए जाते हैं। प्रत्येक उत्पाद में लगने वाला समय, सप्ताह में प्रत्येक मशीन के लिए उपलब्ध समय निम्नानुसार है :

मशीन	**कुर्सी**	**मेज**	**उपलब्ध समय**
M_1	3 घण्टे	3 घण्टे	36 घण्टे
M_2	5 घण्टे	2 घण्टे	50 घण्टे
M_2	2 घण्टे	6 घण्टे	60 घण्टे

प्रति सप्ताह कितनी कुर्सियाँ व मेजें बनाई जायें कि लाभ अधिकतम हो ?

Que. 40. A firm makes two types of furniture : chairs and tables. The profit is Rs. 20 per chair and Rs. 30 per table. Both products are processed on three machines M_1, M_2 and M_3. The time required in hours by each product and total time available in hours per week on each machine are as follows :

Machine	**Chair**	**Table**	**Available Time**
M_1	3 Hourse	3 Hours	36 Hours
M_2	5 Hours	2 Hours	50 Hours
M_3	2 Hours	6 Hours	60 Hours

How many chairs and tables should be produced per week in order to maximise profit.

प्रश्न 41. एक फर्नीचर का व्यापारी केवल दो प्रकार की वस्तुओं मेज तथा कुर्सियाँ का व्यापार करता है, वह दुकान में 5000 रु. तक लगा सकता है। दुकान में कुल 60 नग रखने का स्थान है। उसे 250 रु. में मेज तथा 50 रु. में कुर्सी मिल रही है। मेज पर 50 रु. व कुर्सी पर 15 रु. लाभ मिलता है। यह मानते हुए कि जितना फर्नीचर वह खरीदता है सभी बिक जाता है एक गणितीय प्रदर्श तैयार कीजिए तथा अधिकतम लाभ के लिए वह कितनी मेजें व कितनी कुर्सियाँ खरीदें ?

Que. 41. A furniture dealer deals in only two items tables and chairs. He has Rs. 5000 to invest and a space to store at most 60 pieces. A table costs him Rs. 250 and a chair Rs. 50 He can sell a table at a profit of Rs. 50 and a chair at a profit of Rs. 15. Assuming that he can sell all the items. Prepare a mathematical model and find how many chairs and tabls should be purchased for maximum profit.

प्रश्न 42. एक कारखाने में दो वस्तुएँ A और B तीन मशीनों द्वारा बनाई जाती हैं। प्रतिदिन दो मशीनें अधिकतम 12 घंटे व 3 घंटे के लिए तथा तीसरी मशीन कमसे कम 5 घंटे तक चलाई जाती हैं। प्रत्येक प्रकार की एक वस्तु बनाने के लिए प्रत्येक मशीन को निम्नांकित घंटों की आवश्यकता होती है :

वस्तु	**प्रति वस्तु मशीन द्वारा बनने के लिए**		**घंटों में समय**
	I	II $\frac{5}{4}$	III
A	1	1	2
B	2	$\frac{5}{4}$	1

Que. 42. In a workshop two articles A and B are manufactured with the help of three machines first two machines can be used for a maximum time of 12 hrs. and 3 hrs. resp. per day, while third machine is used for a minimum time of 5 hrs. The time required for the articles A and B to be manufactured on each machine is given below :

Article	**There required in hrs. on each machine**		**Time of Hrs.**
	I	II	III
A	1	1	2
B	2		1

प्रश्न 43. एक दर्जी बटन खरीदने बाजार जाता है। उसे कम से कम 20 बड़े व 30 छोटे बटनों की

आवश्यकता है। दुकानदार बटन दो प्रकार से बेचता है डिब्बी में व पत्ते में। एक डिब्बी में 10 बड़े व 5 छोटे बटन आते हैं तथा पत्ते में 2 बड़े व 5 छोटे बटन आते हैं। बटन खरीदने की सबसे कम खर्च वाली विधि ज्ञात कीजिए जबकि एक डिब्बी का मूल्य 2.50 रु. तथा एक पत्ते का मूल्य 1.00 रु. है।

Que. 43. A tailor goes to the market to purchase buttons. He needs at least 20 large buttons and at least 30 small buttons. The shopkeeper sells buttons in two forms (i) boxes (ii) cards. A box contains 10 large and 5 small buttons and a card contains 2 large and 5 small buttons. Find the most economical way in which the tailor should purchase the buttons if a box costs Rs. 2.50 and a card Rs. 1.00 only.

प्रश्न 44. एक व्यापारी सिलाई मशीन एवं ट्रांजिस्टरों का व्यापार करता हे। वह अधिकतम 30 नग दुकान में रख सकता है तथा अधिकतम 4500 रु. की पूँजी लगा सकता है। सिलाई मशीन के लिए 250 रु. प्रति नग तथा ट्रांजिस्टर के लिए 100 रु. प्रति नग उसे व्यय करना पड़ते हैं। प्रति मशीन पर लाभ 40 रुपये तथा प्रति ट्रांजिस्टर पर 25 रुपया लाभ होता है। अधिकतम लाभ के लिए उसे कितने नग प्रत्येक के बेचना चाहिए ? उसका अधिकतम लाभ भी ज्ञात करो।

Que. 44. A businessmen has a business of sewing machines and transistors. He can, at the most, keep 30 pieces of both the things and can invest a maximum of Rs. 4500. The machine cost Rs. 250 per piece and the transistor costs Rs. 100 per piece. If the profit per machine is Rs. 40 and per transistor is Rs. 25,, find the number of machines and transistors the businessman should possess so as to earn a maximum profit. Find his maximum profit also.

प्रश्न 45. एक फैक्ट्री बल्ले व हॉकियाँ बनाती है। बल्ले को बनाने में 2 घण्टे मशीन का समय व 3 घण्टे कारीगर का समय लगता है। हॉकी बनाने में 3 घण्टे मशीन का समय तथा 2 घण्टे कारीगर का समय लगता है। फैक्ट्री के पास 90 घण्टे मशीन का समय एवं 85 घण्टे कारीगर का समय उपलब्ध है। यदि फैक्ट्री पूरी क्षमता से कार्य करे तो कितने बल्ले व हॉकियाँ बनानी चाहिए। यदि बल्ले पर 3 रु. लाभ तथा हॉकी पर 4 रु. लाभ हो तो फैक्ट्री द्वारा हासिल अधिकतम लाभ बताइये।

Que. 45. A factory manufactures bats and hockeys. it take 2 hours of a machine and 3 hours of a worker to prepare a bat, while it takes 3 hours of a machine and 2 hours of a worker to prepare a hockey. The machine and workers are available for a maximum time of 90 and 85 hours respectively. If the factory works with full capacity find the number of bats and hockeys that can be prepared in the factory. If the profit per bat is Rs. 3 and per hockey is Rs. 4, find the maximum profit that the factory can earn.

* * *

इकाई (Unit) 20

चर घातांकी एवं लघुगणकीय श्रेणियाँ
(Exponential and Logarithmic Series)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्रश्न 1. यदि $y = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots\ldots$, तो $x =$

Que. 1. If $y = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots\ldots$, then $x =$

(a) $\log_e y$ (b) $\log_e \frac{1}{y}$ (c) e^y (d) e^{-y}

प्रश्न 2. $1 + \frac{1+3}{2!} + \frac{1+3+5}{3!} + \frac{1+3+5+7}{4!} + \ldots\ldots =$

(a) e/2 (b) e (c) 2e (d) 3e

Que. 2. $1 + \frac{1+3}{2!} + \frac{1+3+5}{3!} + \frac{1+3+5+7}{4!} + \ldots\ldots =$

(a) e/2 (b) e (c) 2e (d) 3e

प्रश्न 3. $x^2 + x^3 + x^4 + \ldots\ldots =$

(a) $-\log_e (1 - x)$ (b) $+\log_e (1 - x)$

(c) $-\log_e (1 - x)$ (d) $+\log_e (1 - x)$

Que. 3 $x^2 + x^3 + x^4 + \ldots\ldots =$

(a) $-\log_e (1 - x)$ (b) $+\log_e (1 - x)$

(c) $-\log_e (1 - x)$ (d) $+\log_e (1 - x)$

प्रश्न 4. + ... ¥ =

(a) $\log_e x$ (b) $\log_e (1 + x)$ (c) $\log_e (1 - x)$ (d) $\log_e \frac{x}{1+x}$

Que. 4. + ... ¥ =

(a) $\log_e x$ (b) $\log_e (1 + x)$ (c) $\log_e (1 - x)$ (d) $\log_e \frac{x}{1+x}$

प्रश्न 5. + ... ¥ =

(a) $\log_e \sqrt{2}$ (b) $\log_e 2 -$ (c) $\log_e 2$ (d) $\log_e 4$

Que. 5. + ... ¥ =

(a) $\log_e \sqrt{2}$ (b) $\log_e 2 -$ (c) $\log_e 2$ (d) $\log_e 4$

प्रश्न 6. – .... ¥ =

(a) $\log_e \frac{x-1}{x}$ (b) $\log_e \frac{x+1}{x}$ (c) $\log_e \frac{1}{x}$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 6. – .... ¥ =

(a) $\log_e \frac{x-1}{x}$ (b) $\log_e \frac{x+1}{x}$ (c) $\log_e \frac{1}{x}$ (d) None of these

प्रश्न 7. + ... ¥ =

(a) e (b) e – 1 (c) e + 1 (d) e^2

Que. 7. $\frac{1^2}{2!}+\frac{2^2}{3!}+\frac{3^2}{4!}$ + ... ¥ =

(a) e (b) e – 1 (c) e + 1 (d) e^2

प्रश्न 8. $1+\frac{a+bx}{1!}+\frac{(a+bx)^2}{2!}$ + ... + + ... के विस्तार में x^r का गुणांक है

(a) $\frac{(a+b)^r}{r!}$ (b) $\frac{b^r}{r!}$ (c) (d)

Que. 8. The coefficient of x^r in the expansion of

$1+\frac{a+bx}{1!}+\frac{(a+bx)^2}{2!}$ + ... + + ... is

(a) $\frac{(a+b)^r}{r!}$ (b) $\frac{b^r}{r!}$ (c) (d)

प्रश्न 9. यदि $e^x = y + \sqrt{1+y^2}$, तो y =

(a) $\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ (b) (c) $e^x + e^{-x}$ (d) $e^x – e^{-x}$

Que. 9. If e^x = y + , then y =

(a) $\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ (b) (c) $e^x + e^{-x}$ (d) $e^x – e^{-x}$

प्रश्न 10. के विस्तार में x^4 का गुणांक है

(a) – 6/5 (b) 4/3 (c) – 4/3 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 10. In the expansion of $\frac{e^{5x}+e^x}{e^{3x}}$, the coefficient of x^4 is

(a) – 6/5 (b) 4/3 (c) – 4/3 (d) None of these

प्रश्न 11. $\frac{e^{7x}+e^{3x}}{e^{5x}}$ के विस्तार में अचर पद है

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 11. In the expansion of $\frac{e^{7x}+e^{3x}}{e^{5x}}$, the constant term is

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) None of these

प्रश्न 12. $\frac{a+bx}{e^{x}}$ के विस्तार रो x^r का गुणांक है

(a) (b) (c) $(-1)^r$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 12. In the expansion of , the coefficient of x^r is

(a) (b) (c) $(-1)^r$ (d) None of these

प्रश्न 13. यदि a तथा b समीकरण $x^2 - px + q = 0$ के मूल हों, तो $\log_e (1 + px + qx^2) =$

(a) $(a + b)\, x - \quad x^2 + \frac{\alpha^3+\beta^3}{3}\, x^3 - \ldots.$ ¥

(b) $(a + b)\, x - \frac{(\alpha+\beta)^2}{2}\, x^2 + \quad x^3 - \ldots.$ ¥

(c) $(a + b)\, x + \quad x^2 + \frac{\alpha^3+\beta^3}{3}\, x^3 + \ldots.$ ¥

(d) इनमें से कोई नहीं

Que. 13. If a, b are the roots of the equation $x^2 - px + q = 0$, then $\log_e (1 + px + qx^2) =$

(a) $(a + b)\, x - \frac{\alpha^2+\beta^2}{2}\, x^2 + \frac{\alpha^3+\beta^3}{3}\, x^3 - \ldots.$ ¥

(b) $(a + b)\, x - \frac{(\alpha+\beta)^2}{2}\, x^2 + \quad x^3 - \ldots.$ ¥

(c) $(a + b)\, x + \quad x^2 + \frac{\alpha^3+\beta^3}{3}\, x^3 + \ldots.$ ¥

(d) None of these

प्रश्न 14. $1 + \frac{2^2}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{4^2}{3!} + \ldots.$ ¥ =

(a) 2e (b) 3e (c) 4e (d) 5e

Que. 14. $1 + \frac{2^2}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{4^2}{3!} + \ldots\infty =$

(a) 2e (b) 3e (c) 4e (d) 5e

प्रश्न 15. $\log_e \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} =$

(a) x + + ... ¥ (b) 2 $\left\{x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots\infty\right\}$

(c) 2 $\left\{x + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + \ldots\infty\right\}$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 15. $\log_e \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} =$

(a) x + + ... ¥ (b) 2 $\left\{x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots\infty\right\}$

(c) 2 $\left\{x + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + \ldots\infty\right\}$ $\frac{2^3}{3!} \frac{3^5}{5!} \frac{4}{7!}$ (d) None of these

प्रश्न 16. $1 + \frac{2}{3!} + \frac{3}{5!} + \frac{4}{7!} + \ldots\infty =$

(a) e (b) 2e (c) $\frac{e}{2}$ (d)

Que. 16. 1 + + ... ¥ =

(a) e (b) 2e (c) $\frac{e}{2}$ (d)

प्रश्न 17. 1 + + ... ¥ =

(a) e (b) 2e (c) 3e (d) – 3e

Que. 17. $1 + \frac{2}{1!}+\frac{3}{2!}+\frac{4}{3!}$ + ... ¥ =

(a) e (b) 2e (c) 3e (d) – 3e

प्रश्न 18. $\frac{1}{2!}+\frac{1+2}{3!}+\frac{1+2+3}{4!}$

(a) e (b) 2e (c) e/2 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 18.

(a) e (b) 2e (c) e/2 (d) None of these

प्रश्न 19. + ... ¥ =

(a) $\log_e\left(1+\frac{1}{x}\right)$ (b) $\log_e\left(1+\frac{1}{x}\right)$ (c) $\log_e\left(\frac{x}{x+1}\right)$ (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 19. $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{2(x+1)^2}+\frac{1}{3(x+1)^3}$ + ... ¥ =

(a) $\log_e\left(1+\frac{1}{x}\right)$ (b) $\log_e\left(1+\frac{1}{x}\right)$ (c) $\log_e\left(\frac{x}{x+1}\right)$ (d) None of these

प्रश्न 20. यदि $y = x - \frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$ – .... ¥, तो x =

(a) $y - \frac{y^2}{2}+\frac{y^3}{3}$ – .... ¥ (b) $y + \frac{y^2}{2!}+\frac{y^3}{3!}$ + ... ¥

(c) $1 + y + \frac{y^2}{2!}+\frac{y^3}{3!}$ + ... (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 20. If $y = x - \frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$ – .... ¥, then x =

(a) $y - \frac{y^2}{2}+\frac{y^3}{3}$ – .... ¥ (b) $y + \frac{y^2}{2!}+\frac{y^3}{3!}$ + ... ¥

(c) $1 + y + \frac{y^2}{2!}+\frac{y^3}{3!}$ + ... (d) None of these

प्रश्न 21. $\frac{e^{4x}-1}{e^{2x}}$ के विस्तार में x^2 का गुणांक होगा

(a) 1/2 (b) 1 (c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 21. In the expansion of $\frac{e^{4x}-1}{e^{2x}}$, the coefficient of x^2 is

(a) 1/2 (b) 1 (c) 0 (d) None of these

प्रश्न 22. $\left(\frac{a-b}{a}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{a-b}{a}\right)^3+$ .... =

(a) $\log_e(a-b)$ (b) $\log_e\left(\frac{a}{b}\right)$ (c) $\log_e$ (d)

Que. 22. + ... =

(a) $\log_e(a-b)$ (b) $\log_e\left(\frac{a}{b}\right)$ (c) log (d)

प्रश्न 23. 1 + + ... ¥ =

(a) e^{a-bx} (b) $e^{a-bx}-1$

(c) $1+a\log_e(a-bx)$ (d) e^{-bx}

Que. 23. 1 + + ... ¥ =

(a) e^{a-bx} (b) $e^{a-bx}-1$

(c) $1+a\log_e(a-bx)$ (d) e^{-bx}

प्रश्न 24. 2

(a) $x-\frac{1}{x}$ (b) x + (c) 2 (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 24. $2\left[\frac{(\log_e x)^2}{2!}+\frac{(\log_e x)^4}{4!}+....\infty\right]$

(a) $x-\frac{1}{x}$ (b) x + (c) 2 (d) None of these

प्रश्न 25. $\frac{e^2+1}{2e}$ =

(a) $1+\frac{2}{2!}+\frac{2^2}{3!}+\frac{2^3}{4!}$ + ... ¥ (b) $1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{6!}$ + ... ¥

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{2}$

Que. 25. $\frac{e^2+1}{2e}$ =

(a) $1+\frac{2}{2!}+\frac{2^2}{3!}+\frac{2^3}{4!}$ + ... ¥ (b) $1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{6!}$ + ... ¥

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\left[1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+....\right]\left[1+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+....\right]$

प्रश्न 26. $\left[1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+....\right]\left[1+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+....\right]$ =

(a) e^4 (b) $\frac{e^2-1}{e^2}$ (c) $\frac{e^4-1}{4e^2}$ (d) $\frac{e^4+1}{4e^2}$

Que. 26. $\left[1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+....\right]\left[1+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+....\right]$ =

(a) e^4 (b) $\frac{e^2-1}{e^2}$ (c) $\frac{e^4-1}{4e^2}$ (d) $\frac{e^4+1}{4e^2}$

प्रश्न 27. $\frac{2}{1!}+\frac{2+4}{2!}+\frac{2+4+6}{3!}$ + ... ¥ =

(a) e (b) 2e (c) 3e (d) इनमें से कोई नहीं

Que. 27. + ... ¥ =

(a) e (b) 2e (c) 3e (d) None of these

प्रश्न (Questions)

प्रश्न 28. चर घातांकी श्रेणी को परिभाषित कीजिये।

Que. 28. Define Exponential series.

प्रश्न 29. सिद्ध करो कि $2 < e < 3$.

Que. 29. Prove that e lies between 2 and 3.

प्रश्न 30. सिद्ध करो कि + ... = e.

Que. 30. Prove that $\frac{2}{1!} + \frac{4}{3!} + \frac{6}{5!}$ + ... = e.

प्रश्न 31. सिद्ध करो कि

$$1 + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \text{.... ¥} = \quad .$$

Que. 31. Prove that

$$\frac{(a+bx)}{1!} + \frac{(a+bx)^2}{2!} + \frac{6}{3!}$$

$$1 + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \text{.... ¥} = \quad .$$

प्रश्न 32. सिद्ध कीजिये कि

$$1 + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \text{.... ¥} = e^2 - e.$$

Que. 32. Prove that

1 + + ... ¥ = $e^2 - e$.

प्रश्न 33. श्रेणी 1 + + ... + + ... के प्रसार में x^n का गुणांक ज्ञात कीजिये।

Que. 33. Find the coeff. of x^n in the expansion of

$$1 + \frac{a+bx}{1!} + \frac{(a+bx)^2}{2!} + \text{.... +} \quad + \text{....}$$

प्रश्न 34. सिद्ध कीजिये कि

$$\frac{2}{1!}+\frac{7}{2!}+\frac{15}{3!}+\frac{26}{4!}+\ldots\ldots=\frac{7e}{2}.$$

Que. 34. Prove that

$$\frac{2}{1!}+\frac{7}{2!}+\frac{15}{3!}+\frac{26}{4!}+\ldots\ldots=\frac{7e}{2}.$$

प्रश्न 35. e का वर्गमूल दशमलव के तीन स्थान तक निकालें।

Que. 35. Find the square root of e correct to three places of decimals.

प्रश्न 36. निम्नलिखित का x के आरोही घात में विस्तार करें।

(i) $\frac{e^{5x}+e^{x}}{e^{2x}}$ (ii) $\frac{e^{5x}+e^{x}}{e^{3x}}$ (iii) $\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}$.

Que. 36. Expand in the following in the ascending powersof x

(i) (ii) $\frac{e^{5x}+e^{x}}{e^{3x}}$ (iii) $\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}$.

प्रश्न 37. सिद्ध करें कि

(i) $= 1+\frac{x}{2!}+\frac{x^2}{3!}+\frac{x^3}{4!}+\ldots$

(ii) $\frac{e^{ax}-e^{bx}}{x} = (a-b)+\frac{1}{2!}(a^2-b^2)\,x+\quad(a^3-b^3)\,x^2+\ldots$

(iii) $= 2\left(1+\frac{x^2}{3!}+\frac{x^3}{5!}+\ldots\right)$.

Que. 37. Prove that

(i) $\frac{e^{x}-1}{x} = 1+\frac{x}{2!}+\frac{x^2}{3!}+\frac{x^3}{4!}+\ldots$

(ii) $\frac{e^{ax}-e^{bx}}{x} = (a-b)+\frac{1}{2!}(a^2-b^2)\,x+\quad(a^3-b^3)\,x^2+\ldots$

(iii) $= 2\left(1+\frac{x^2}{3!}+\frac{x^3}{5!}+\ldots\right)$.

प्रश्न 38. निम्नलिखित श्रेणियों का योगफल निकालें :

Que. 38. Find the sum of the following infinite series :

(i) $\frac{2}{3!}+\frac{4}{5!}+\frac{6}{7!}+....$

(ii) $\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}-....$

(iii) $1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{6!}+....$

(iv) $1+\frac{3}{1!}+\frac{5}{2!}+\frac{7}{3!}$

(v) $\frac{2}{1!}+\frac{4}{3!}+\frac{6}{5!}+....$

(vi) $1+\frac{3}{2!}+\frac{5}{4!}+\frac{7}{6!}+....$

(vii) $3+\frac{5}{1!}+\frac{7}{2!}+\frac{9}{3!}+....$

(viii) $\frac{4}{1!}+\frac{11}{2!}+\frac{22}{3!}+\frac{37}{4!}+....$

(ix) $\frac{1^2}{1!}+\frac{2^2}{2!}+\frac{3^2}{3!}+....$

(x) $\frac{1\cdot 3}{1!}+\frac{2\cdot 4}{2!}+\frac{3\cdot 5}{3!}+....$

(xi) $1+$ $+....$

(xii) $\frac{1^2}{2!}+\frac{2^2}{3!}+\frac{3^2}{4!}+....$

प्रश्न 39. निम्नलिखित श्रेणी के अनन्त पदों का योगफल निकालें :

Que. 39. Find the sum of the following infinite series :

(i) $\frac{1+3}{1!}(\log 3)+$ $(\log 3)^2+$ $(\log 3)^3+....$

(ii) $+....$

(iii) $(a^2-b^2)+\frac{1}{2!}(a^4-b^4)+$ $(a^6-b^6)+....$

(iv) $1+$ $+....$

(v) $+....$

(vi) $1+$ $+....$

(vii) $\log_e 2 +$ $+ \ldots.$

प्रश्न 40. सिद्ध करें कि

Que. 40. Prove that

(i) $\dfrac{e-1}{e+1} = \dfrac{\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{6!}+\ldots.}{\frac{1}{1!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+\ldots.}$ (ii) $\dfrac{1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\ldots.}{1+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+\ldots.} = \dfrac{e^2+1}{e^2-1}$

(iii) $\left(1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\ldots.\infty\right)^2 = 1+\left(1+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+\ldots.\infty\right)^2$

(iv) $\dfrac{1+\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{2^2}{4!}+\ldots.}{1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\ldots.} = \dfrac{e}{2}$ (v) $1 + \dfrac{1+\frac{2^2}{2!}+\frac{2^4}{3!}+\frac{2^6}{4!}+\ldots.}{1+\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{2^2}{4!}+\ldots.} = e^2.$

प्रश्न 41. सिद्ध करें कि $\dfrac{1+x}{1!}+\dfrac{(1+x)^2}{2!}$ + ... के विस्तार में x^n का गुणांक है।

Que. 41. Prove that the coefficient of x^n in the expansion of $\dfrac{(\log_e 1+x)}{1!}+\dfrac{(\log_e 1+x)^2}{2!}+\dfrac{(\log_e 1+x)^3}{3!}+\dfrac{(\log_e 1+x)^4}{4!}+\ldots.\infty$

+ .... is .

प्रश्न 42. सिद्ध करें कि

n + = 2 .

Que. 42. Prove that

$n + \dfrac{1}{n} = 2$.

प्रश्न 43. सिद्ध करें कि

Que. 43. Prove that

(i) $\dfrac{1}{\log_e 2} = 1 + \dfrac{\log_e 2}{2!}+\dfrac{(\log_e 2)^2}{3!}+\dfrac{(\log_e 2)^3}{4!} + \ldots$

(ii) $\log \frac{a}{b} = 2$

(iii) $\log (1 + 3x + 2x^2) = 3x - \frac{5x^2}{2} + \frac{9x^3}{3} - \frac{17x^4}{4} + \ldots$

(iv) $\log (1 + x + x^2 + \ldots ¥) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \ldots ¥$

(v) $\frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} - \ldots = \log_e$

(vi) $\left(\frac{a-b}{a}\right) + \ldots = \log \frac{a}{b}$

(vii) $\log_e \quad = 2$

(viii) $\frac{1}{2} \log 2 = \qquad + \ldots$

(xi) $\log_e \qquad = 2$

(x) $\log \left(\frac{r+s}{r-s}\right) =$

(xi) $\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) + \frac{1}{5}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)^5 + \ldots = \frac{1}{2} \log_e \qquad .$

प्रश्न 44. यदि $y = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots ¥$ तो सिद्ध करें कि $x + y + \frac{y^2}{1\cdot 2} + \qquad + \ldots ¥ = 0.$

Que. 44. If $y = x + \qquad + \ldots ¥$ then prove that $x + y + \frac{y^2}{1\cdot 2} + \qquad + \ldots ¥ = 0.$

प्रश्न 45. सिद्ध कीजिए कि

$$2 \log_e n - \log_e (n + 1) = \log_e (n - 1) = \qquad + \ldots$$

Que. 45. Prove that

$$2 \log_e n - \log_e (n + 1) = \log_e (n - 1) = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{2n^4} + \frac{1}{3n^6} + \ldots$$

प्रश्न 46. यदि $y = -x^2 - \frac{x^6}{2} - \frac{x^9}{3} - \ldots \infty$, तो सिद्ध करें कि $x^3 = 1 - e^y$.

Que. 46. If $y - x^2 - \frac{x^6}{2} - \frac{x^9}{3} - \ldots \infty$, then prove that $x^3 = 1 - e^y$.

प्रश्न 47. यदि a, b समीकरण $x^2 - px + q = 0$ के मूल हो, तो सिद्ध करें कि

$$\log (1 + px + qx^2) = (a + b) x - \frac{1}{2} (a^2 + b^2) x^2 + \quad (a^3 + b^3) x^3 - \ldots$$

Que. 47. If a, b are the roots of the equation $x^2 - px + q = 0$, then prove that

$$\log (1 + px + qx^2) = (a + b) x - \quad (a^2 + b^2) x^2 + \quad (a^3 + b^3) x^3 - \ldots$$

प्रश्न 48. सिद्ध करें कि $1 +$ $+ \ldots \infty = \log 3$.

Que. 48. Prove that $1 +$ $\frac{1}{1 \cdot 2^2} + \frac{1}{2 \cdot 2^4} + \frac{1}{3 \cdot 2^6} + \ldots \infty = \log 2$

प्रश्न 49. सिद्ध करें कि

$$+ \ldots \infty = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5^3} + \ldots \infty.$$

Que. 49. Prove that

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4^3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4^4} + \ldots \infty = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5^3} + \ldots \infty.$$

प्रश्न 50. सिद्ध कीजिए कि :

Que. 50. Prove that :

(i) $1 + \frac{3}{2!} + \frac{5}{4!} + \frac{7}{6!} + \ldots = e$

(ii) $1 + \frac{2}{2!} + \frac{3}{3!} + \frac{4}{4!} + \ldots = e$

(iii) $1 + \frac{2}{3!} + \frac{3}{5!} + \frac{4}{7!} + ... = \frac{e}{2}$

(iv) $1 +$ $+ .... = 3e$

(v) $3 + \frac{5}{1!} + \frac{7}{2!} + \frac{9}{3!} + ... = 5e$

(vi) $1 + \frac{2^3}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{4^3}{4!} + ... = 5e$

(vii) $\frac{1^2}{2!} + \frac{2^2}{3!} + \frac{3^2}{4!} + ... = e - 1$

(viii) $1 + \frac{1+a}{2!} + \frac{1+a+a^2}{3!} + \frac{1+a+a^2+a^3}{4!} + ... =$

(ix) $+ .... =$

(x) $+ .... = \frac{1}{1!} \frac{2}{e} \frac{3}{2!} \frac{4}{3!} \frac{5}{4!} \frac{1+2+3+4}{5!}$

(xi) $x^2 + \frac{1+3+5+7}{4!} x^3 + ... = e^x (x + 1).$

(xii) $+ .... = e^{-1}$

(xiii) $\frac{4}{1!} + \frac{11}{2!} + \frac{22}{3!} + \frac{37}{4!} + \frac{56}{5!} + ... = 6e - 1.$

प्रश्न 51. सिद्ध कीजिए

$$1 + \frac{1+x}{1!} + \frac{(1+x)^2}{2!} + \frac{(1+x)^3}{3!} + ...$$

के प्रसार में x^n का गुणांक है।

Que. 51. Prove that in the expansion of

$$1 + \qquad\qquad + \ldots.$$

the coeff. of x^n is .

प्रश्न 52. सिद्ध कीजिए :

Que. 52. Prove that :

(i) $$= 1 + \left(1 + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \ldots\right)^2$$

(ii) $$\frac{e^{4x} - 1}{e^{2x}} = 4x \left(\frac{2x^2}{3} + \frac{2x^4}{15} + \ldots\right)$$

(iii) $$\frac{e^{5x} + e^{x}}{e^{3x}} = 2 \left(2x^2 + \frac{2}{3}x^4 + \ldots\infty\right)$$

(iv) $\sqrt[4]{e} = 1.28.$

(v) $$n + \frac{1}{n} = 2$$

(vi) $$\frac{2}{1!} + \frac{12}{2!} + \frac{28}{3!} + \frac{50}{4!} + \frac{78}{5!} + \ldots. = 5e + 2$$

(vii) $$\left(1 + \frac{a^2x^2}{2!} + \frac{a^4x^4}{4!} + \ldots\infty\right)^2 - \left(ax + \frac{a^3x^3}{3!} + \frac{a^5x^5}{5!} + \ldots\infty\right)^2 = 1$$

(viii) $$\frac{1^2.2}{1!} + \frac{2^2.3}{2!} + \frac{3^2.4}{3!} + \frac{4^2.5}{4!} + \ldots. ¥ = 73$$

(ix) $$1 + \frac{1}{2!} + \frac{1.3}{4!} + \frac{1.3.5}{6!} + \ldots. ¥ = \sqrt{e}$$

(x) $$1 + \qquad\qquad + \frac{1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!}}{2^3} + \ldots. = 2\sqrt{e}.$$

प्रश्न 53. सिद्ध करो कि

$$1 - \qquad\qquad + ... = \qquad .$$

Que. 53. Prove that

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4\ 2!} - \frac{1}{8\ 3!} + ... = \qquad .$$

प्रश्न 54. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{1!} + \frac{1+3}{2!} + \frac{1+3+3^2}{3!} + \frac{1+3+3^2+3^3}{4!} + ... ¥ = \frac{1}{2}\ e\ (e^2 - 1)$$

Que. 54. Prove that

$$+ .... ¥ = \frac{1}{2}\ e\ (e^2 - 1)$$

प्रश्न 55. सिद्ध कीजिए कि

$$+ .... = \frac{(e-1)^2}{2e}.$$

Que. 55. Prove that $\frac{1}{2!} + \frac{1+3}{4!} + \frac{1+3+3^2}{6!} + \frac{1+3+3^2+3^3}{8!} + ...$

$$\frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + ... = \frac{(e-1)^2}{2e}.$$

प्रश्न 56. सिद्ध कीजिए कि

$$\log_e n - \log_e (n-1) = \frac{1}{n} + \frac{1}{2n^2} + \frac{1}{3n^3} + ...$$

Que. 56. Prove that

$$\log_e n - \log_e (n-1) = \frac{1}{n} + \frac{1}{2n^2} + \frac{1}{3n^3} + ...$$

प्रश्न 57. यदि $y = -x^3 - \frac{x^6}{2} - \frac{x^9}{3} .... ¥$ तो सिद्ध कीजिए कि $x^3 = 1 - e^y$.

Que. 57. If $y = -x^3 - \frac{x^6}{2} - \frac{x^9}{3} .... ¥$ then prove that $x^3 = 1 - e^y$.

प्रश्न 58. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{(a-1)-\frac{(a-1)^2}{2}+\frac{(a-1)^3}{3}-....}{(b-1)-\frac{(b-1)^2}{2}+\frac{(b-1)^3}{3}-....} = \log_b a.$$

Que. 58. Prove that

$$\frac{(a-1)-\frac{(a-1)^2}{2}+\frac{(a-1)^3}{3}-....}{(b-1)-\frac{(b-1)^2}{2}+\frac{(b-1)^3}{3}-....} = \log_b a.$$

प्रश्न 59. सिद्ध कीजिए कि

$$\log_2 e - \log_4 e + \log_8 e - \log_{16} e + ... = 1.$$

Que. 59. Prove that

$$\log_2 e - \log_4 e + \log_8 e - \log_{16} e + ... = 1.$$

प्रश्न 60. $(e^x - 1)(e^{-x} + 1)$ के विस्तार में x^3 का गुणांक ज्ञात कीजिए।

Que. 60. Find the coeff. of x^3 in the expansion of $(e^x - 1)(e^{-x} + 1)$.

प्रश्न 61. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1.3}{1!}+\frac{2.4}{2!}+\frac{3.5}{3!}+\frac{4.6}{4!} + ... ¥ = 4e.$$

Que. 61. Prove that

$$\frac{1.3}{1!}+\frac{2.4}{2!}+\frac{3.5}{3!}+\frac{4.6}{4!} + ... ¥ = 4e.$$

प्रश्न 62. यदि $x = 1 + \frac{3}{1!}+\frac{9}{2!}+\frac{27}{3!}+\frac{81}{4!} + ... ¥$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $x^{-1} = e^{-3}$.

Que. 62. If $x = 1 + \frac{3}{1!}+\frac{9}{2!}+\frac{27}{3!}+\frac{81}{4!} + ... ¥$ then prove that $x^{-1} = e^{-3}$.

प्रश्न 63. यदि (If) $a = 1 + \frac{x^3}{3!}+\frac{x^6}{6!} + ... ¥$

$$b = \frac{x}{1!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^7}{7!} + ... ¥$$

$$c = \frac{x^2}{2!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^8}{8!} + \text{....}$$

तो सिद्ध कीजिए कि

then prove that

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2bc + 2ca + 2ab = e^{2x}.$$

प्रश्न 64. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2.4^2} + \frac{1}{3.4^3} + \text{...} = \qquad .$$

Que. 64. Prove that

$$+ \text{...} = \qquad .$$

प्रश्न 65. सिद्ध कीजिए कि

$$\log_3 e - \log_9 e + \log_{27} e - \text{....} = \log_3 2.$$

Que. 65. Prove that

$$\log_3 e - \log_9 e + \log_{27} e - \text{....} = \log_3 2.$$

प्रश्न 66. सिद्ध कीजिए कि

$$\log_4 2 - \log_8 2 + \log_{16} 2 + \text{...} = 1 - \log_e 2.$$

Que. 66. Prove that

$$\log_4 2 - \log_8 2 + \log_{16} 2 + \text{...} = 1 - \log_e 2.$$

प्रश्न 67. यदि $y = 2x^2 - 1$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$+ \text{....} = 2\left[\frac{1}{y} + \frac{1}{3y^3} + \frac{1}{5y^5} + \text{....}\right].$$

Que. 67. If $y = 2x^2 - 1$ then prove that

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^4} + \frac{1}{3x^6} + \text{....} = 2\left[\frac{1}{y} + \frac{1}{3y^3} + \frac{1}{5y^5} + \text{....}\right].$$

प्रश्न 68. सिद्ध कीजिए कि

$$\left[\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right] + \qquad + \qquad + \text{....} = \log_e \qquad .$$

Que. 68. Prove that

$$+ \quad + \quad + \ldots. = \log_e \quad .$$

प्रश्न 69. यदि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल a व b हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\log_e (ax^2 + bx + c) = \log_e a + 2 \log_e x - \quad - \quad \ldots. ¥.$$

Que. 69. If a, b the roots of $ax^2 + bx + c = 0$ then prove that

$$\log_e (ax^2 + bx + c) = \log_e a + 2 \log_e x - \quad - \quad \ldots. ¥.$$

प्रश्न 70. सिद्ध कीजिए कि

$$+ \ldots. = \frac{(e^2 - 1)^2}{8e^2}.$$

Que. 70. Prove that

$$\frac{1}{2!} + \frac{2^2}{4!} + \frac{2^4}{6!} + \frac{2^6}{8!} + \frac{(e^2 - 1)^2}{8e^2}$$

प्रश्न 71. सिद्ध कीजिए कि

$$1 + \frac{2^4}{2!} + \frac{3^4}{3!} + \frac{4^4}{4!} + \ldots. ¥ = 15e.$$

Que. 71. Prove that

$$1 + \frac{2^4}{2!} + \frac{3^4}{3!} + \frac{4^4}{4!} + \ldots. ¥ = 15e.$$

प्रश्न 72. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{9}{1!} + \frac{19}{2!} + \frac{35}{3!} + \frac{57}{4!} + \frac{85}{5!} + \ldots. ¥ = 12e - 5.$$

Que. 72. Prove that

$$\frac{9}{1!} + \frac{19}{2!} + \frac{35}{3!} + \frac{57}{4!} + \frac{85}{5!} + \ldots. ¥ = 12e - 5.$$

प्रश्न 73. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{1.2.3}+\frac{5}{3.4.5}+\frac{9}{5.6.7}+\ldots\infty=\frac{5}{2}-3\log_e 2.$$

Que. 73. Prove that

$$+\ldots\infty=\frac{5}{2}-3\log_e 2.$$

प्रश्न 74. सिद्ध कीजिए कि

$$-\ldots\infty=\log_e 4-1.$$

Que. 74. Prove that

$$\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}-\ldots\infty=\log_e 4-1.$$

प्रश्न 75. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{5}{1.2.3}+\frac{7}{3.4.5}+\frac{9}{5.6.7}+\ldots=3\log_e 2-1.$$

Que. 75. Prove that

$$\frac{5}{1.2.3}+\frac{7}{3.4.5}+\frac{9}{5.6.7}+\ldots=3\log_e 2-1.$$

प्रश्न 76. सिद्ध कीजिए

$$\log_e 3=1+\frac{1}{3.2^2}+\frac{1}{5.2^4}+\frac{1}{7.2^6}+\ldots$$

Que. 76. Prove that

$$\log_e 3=1+\frac{1}{3.2^2}+\frac{1}{5.2^4}+\frac{1}{7.2^6}+\ldots$$

प्रश्न 77. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{a-b}{a}+\frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{a-b}{a}\right)^3+\ldots=\log_e a-\log_e b.$$

Que. 77. Prove that

$$\frac{a-b}{a}+\frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{a-b}{a}\right)^3+\ldots=\log_e a-\log_e b.$$

प्रश्न 78. यदि $y = x - \frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$x = y + \frac{y^2}{2!}+\frac{y^3}{3!}+\frac{y^4}{4!}+\ldots.$$

Que. 78. If $y = x - \frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots$ then prove that

$$x = y + \frac{y^2}{2!}+\frac{y^3}{3!}+\frac{y^4}{4!}+\ldots.$$

प्रश्न 79. यदि $x^2 y = 2x - y$ और $x < 1$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$y+\frac{1}{3}y^3+\quad y^5+\ldots=2 \qquad .$$

Que. 79. If $x^2 y = 2x - y$ and $x < 1$ then prove that

$$y+\frac{1}{3}y^3+\quad y^5+\ldots=2\left(x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\ldots\right) \qquad .$$

प्रश्न 80. सिद्ध कीजिए कि

$$\log\left[(1+x)^{1+x}(1-x)^{1-x}\right]=2\left(\frac{x^2}{1.2}+\frac{x^4}{3.4}+\frac{x^6}{5.6}+\ldots.\right).$$

Que. 80. Prove that

$$\log\left[(1+x)^{1+x}(1-x)^{1-x}\right]=2 \qquad .$$

प्रश्न 81. यदि

$$a=\left(\frac{x}{1+x^2}\right)^3+\frac{1}{5}\qquad+\ldots.$$

तथा $b = x - \frac{2x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}-\frac{2x^9}{9}+\ldots.$ तो सिद्ध कीजिए कि $a = b$.

Que. 81. If

$$a = \frac{x}{1+x^2} + \frac{1}{3}\left(\frac{x}{1+x^2}\right)^3 + \frac{1}{5} \qquad + \ldots.$$

and $b = x - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} - \frac{2x^9}{9} + \ldots.$ then prove that a = b.

प्रश्न 82. सिद्ध कीजिए

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4^2}\right) + \left(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{4^3}\right) + \ldots\infty = \log\sqrt{12}\,.$$

Que. 82. Prove that

$$= \log\sqrt{12}\,.$$

प्रश्न 83. सिद्ध कीजिए $\log_e$ $= \left(\frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2.3(n+1)^2} - \frac{1}{3.4(n+1)^3} - \ldots\infty\right)$.

Que. 83. Prove that $\log_e\left(1+\frac{1}{n}\right) = \left(\frac{1}{2(n+\frac{1}{2})} + \frac{1}{3(n+\frac{1}{2})^3} + \frac{1}{5(n+\frac{1}{2})^5} + \ldots\infty\right)$

प्रश्न 84. सिद्ध कीजिए :

Que. 84. Prove that :

(i) $\log_e 2 = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \ldots$

(ii) $\log_e 4 = 1 + \frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{3.4.5} + \frac{2}{5.6.7} + \ldots$

(iii) $\log_e 2 = \frac{4}{1.3} - \frac{6}{2.4} + \frac{12}{5.7} - \frac{14}{6.8} + \ldots$

(iv) $\log_e \frac{3}{2} =$ $- \ldots$

(v) $\log_e$ $=$ $+ \ldots$

(vi) $1 - \log_e 2 =$ + ...

(vii) $-\frac{1}{2} + \log_e 2 =$ + ...

(viii) $2 - \log_e 2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}.\frac{1}{4} + \frac{5}{3}.\frac{1}{8} + \frac{7}{4}.\frac{1}{16}$ + ...

(ix) $\log_e (x + n) = \log x +$

$\log_e \left(1 + \frac{1}{x}\right) + \log \left(1 + \frac{1}{1+x}\right) + \log \left(1 + \frac{1}{2+x}\right) + ... + \log \left(1 + \frac{1}{(n-1)+x}\right)$.

(x) $\log_e x = \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2}\frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{1}{3}\frac{x^3-1}{(x+1)^3}$ + ...

(xi) $\log_e \frac{x+1}{x} = 2\left\{\frac{1}{(2x+1)} + \frac{1}{3(2x+1)^3} + \frac{1}{5(2x+1)^5} + ...\right.$

(xii) + ... = $\frac{1}{}$ – – ...

$\frac{}{} \quad \frac{}{} \quad \frac{}{} \quad \frac{}{} \quad \frac{1}{3(n+1)^3}$

(xiii) $\frac{1}{n^2} + \frac{1}{2n^4} + \frac{1}{3n^6}$ + ... = 2 log n – log (n + 1) – log (n – 1)

(xiv) $2\left\{\frac{1}{(2n^2-1)} + \frac{1}{3(2n^2-1)^3} + \frac{1}{5(2n^2-1)^5} + ...\right.$

= 2 log n – log (n + 1) – log (n – 1).

प्रश्न 85. यदि $ax^2 < 1$, < 1, सिद्ध कीजिए कि

$a\left(x + \frac{1}{x^2}\right) -$ + ... = log .

Que. 85. If $ax^2 < 1$, $\frac{a}{x^2} < 1$, prove that

$a\left(x + \frac{1}{x^2}\right) -$ + ... = log .

प्रश्न 86. सिद्ध कीजिए कि :

Que. 86. Prove that :

(i) $\log_e (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + ...) = 2\left(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + ...\right)$

(ii) $\log_e \left(\frac{x + a}{x - a}\right) = 2$

(iii) $\log_e \left(\frac{x + a}{a - x}\right) =$ $+ \frac{1}{5}\left(\frac{2ax}{a^2 + x^2}\right)^5 + ...$

(iv) $\log_e \sqrt{2} =$ $- ... ¥$

प्रश्न 87. यदि $y = x +$ $+ ... ¥$, सिद्ध कीजिए कि

$x = y - \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} - \frac{y^4}{4!} + ... ¥ = 1 - e^{-y}$

Que. 87. If $y = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + ... ¥$, prove that

$x = y - \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} - \frac{y^4}{4!} + ... ¥ = 1 - e^{-y}$.

प्रश्न 88. सिद्ध कीजिए कि $\frac{x^2}{2} + \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^4}{4} + \frac{4x^5}{5} + ... = \frac{x}{1-x} + \log (1 - x)$ (जबकि $x < 1$).

Que. 88. Prove that $+ ... = \frac{x}{1-x} + \log (1 - x)$ (then $x < 1$).

* * *