NCERT SOLUTIONS

CLASS - 9th

aglasem.com

Class : 9th
Subject : Mathematics
Chapter : 8
Chapter Name : चतुर्भुज

प्रश्नावली – 8.1

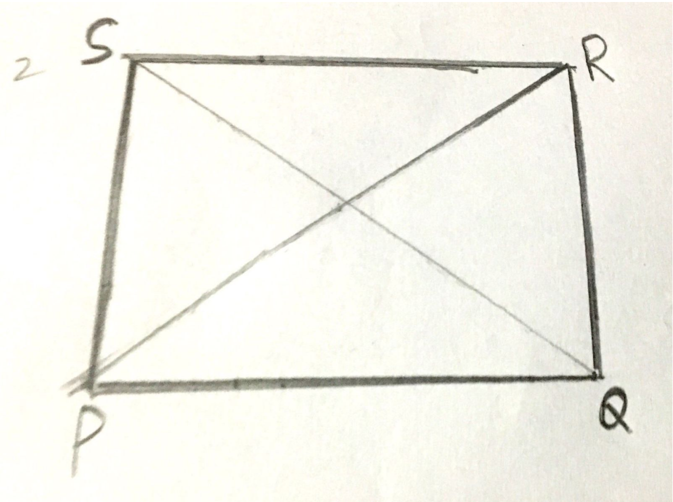
Q1 एक चतुर्भुज के कोण 3:5:9:13 के अनुपात में है इस चतुर्भुज के सभी कोण ज्ञात कीजिए।
Answer. मान लीजिये कि
पहला कोण =3x
दूसरा कोण =5x
तीसरा कोण =9x
और चौथा कोण =13x
चतुर्भुज के सारे कोणों का योग 360 होता है
$3x + 5x + 9x + 13x = 360°$
$x = \frac{360°}{13} = 12°$
अतः
पहला कोण $= 3 \times 12 = 36°$
दूसरा कोण $= 5 \times 12 = 60°$
तीसरा कोण $= 9 \times 12 = 108°$
और चौथा कोण $= 13 \times 12 = 156°$

Page : 175 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

aglasem.com

Q2 यदि एक समांतर चतुर्भुज के विकर्ण बराबर हो, तो दर्शाइए कि वह एक आयत है।

Answer. मान लीजिए PQRS समांतर चतुर्भुज है जिसमें PR=SQ (दिया है)
$\triangle PQR$ और $\triangle QPS$ पर ध्यान दे



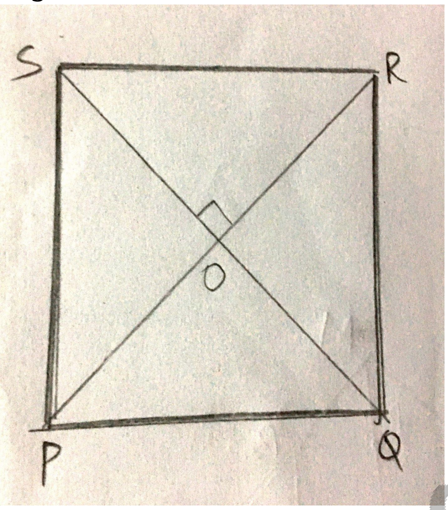
Aglasem Schools

QR=PS (समांतर चतुर्भुज के सम्मुख भुजाओ के दोनों युग्म समांतर होते है)
PR=QS (दिया है)
PQ=PQ (सामना)
अतः
$\triangle PQR \cong \triangle QPS$ (SSS)
$\angle PQR = \angle QPS$ (CPCT)
$\angle PQR + \angle QPS = 180$
$2\angle QPS = 180$
$\angle QPS = 180$
अतः यह एक आयत है

Page : 175 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

Q3 दर्शाइए कि यदि एक चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करे, तो वह एक समचतुर्भुज होता है।

Answer. मान लीजिए PQRS समांतर चतुर्भुज है जिसमें PO=QO,RO=SO
$angleSOR = 90$



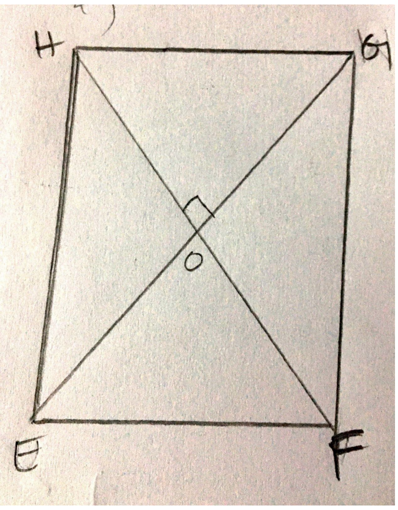
aglasem.com

$\triangle POR$ और $\triangle POS$ पर ध्यान दे
PS=QR (समांतर चतुर्भुज के सम्मुख भुजाओ के दोनों युग्म समांतर होते है)
QO=PO (दिया है)
$\angle POQ = \angle POS$ (दोनों 90 है)
PO=PO (सामना)
अतः
$\triangle POQ \cong \triangle POS$ (SAS)
अतः PQ=PS (CPCT)
इस तरह से PQ=QR, QR=RS है
अतः यह एक समचतुर्भुज है

Page : 175 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

Q4 दर्शाइए कि एक वर्ग के विकर्ण बराबर होते है और परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते है।

Answer.



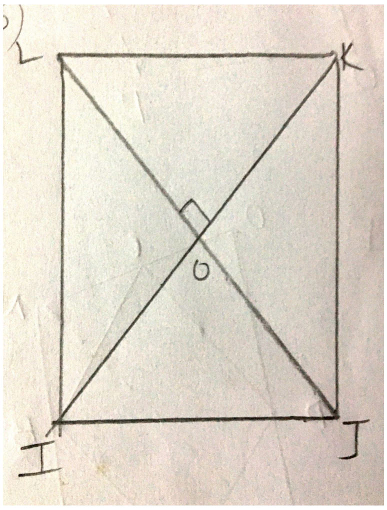
$\triangle FEH$ और $\triangle EFG$ पर ध्यान दे
EH=FG (वर्ग की सम्मुख भुजा)
EF=EF (सामान)
$\angle EFG = \angle FEH$ (दोनों 90 है)
अतः $\triangle EFG \cong \triangle FEH$ (SAS)
अतः FH=EG (CPCT)
$\triangle EOF$ और $\triangle GOH$ पर ध्यान दे
$\angle OEF = \angle OGH$ (एकांतर कोण)
EF=GH (वर्ग के सम्मुख भुजा)
$\angle OFEA = \angle OGH$ (एकांतर कोण)
$\triangle EFH \cong \triangle FEH$ (ASA)
EO=OG, FO=OH (CPCT)
$\triangle EOF \triangle EOH$ पर ध्यान दे
OF=OH (ऊपर सिद्ध किया गया है)
EF=EH
OE=OE (सामान)
अतः $\triangle EOF \cong \triangle EOH$ (SSS)
$\angle EOF = \angle EOH$ (CPCT)
परन्तु, $\angle EOF + \angle EOH = 180°$
अतः $2\angle EOF = 180°$
$\angle EOF = 90°$
अतः वर्ग के विकर्ण बराबर होते है और परस्पर समकोण समद्विभाजन करते है

Page : 175 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

Q5 दर्शाइए कि यदि एक चतुर्भुज के विकर्ण बराबर हो और परस्पर समद्विभाजित करे, तो वह एक वर्ग होता है।

Answer.

aglasem.com

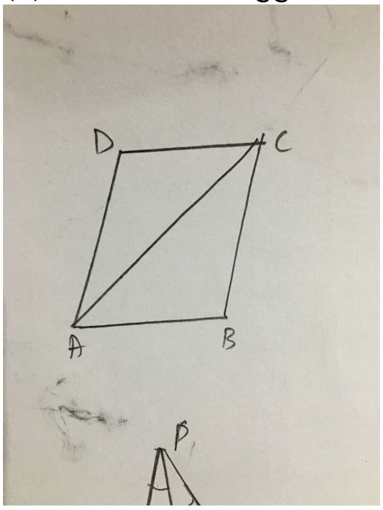


यह एक समचतुर्भुज है
अतः IJ=JK=KL=LI
$\triangle JIL$ और $\triangle IJK$ पर ध्यान दे,
IJ =JK
JL=IK (दिया है)
IJ=IJ (सामान)
अतः $\triangle JIL \cong \triangle IJK$ (SSS)
$\angle JIK = \angle IJK$ (CPCT)
परन्तु, $\angle JIK = \angle IJK = 180$
$2\angle IJK = 90$
$\angle IJK = 90$
अतः यह एक वर्ग है

Page : 175 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

aglasem.com

Q6 समांतर चतुर्भुज ABCD का विकर्ण AC कोण A को समद्विभाजित करता है (देखिए आकृति में) दर्शाइए कि
(i) यह $\angle C$ को भी समद्विभाजित करता है।
(ii) ABCD एक समचतुर्भुज है



Answer. (i) $\angle SPR = \angle QPR$
$\angle SPR = \angle QPR$
$\angle QPR = \angle PRS$
अतः $\angle PRS = \angle QR$

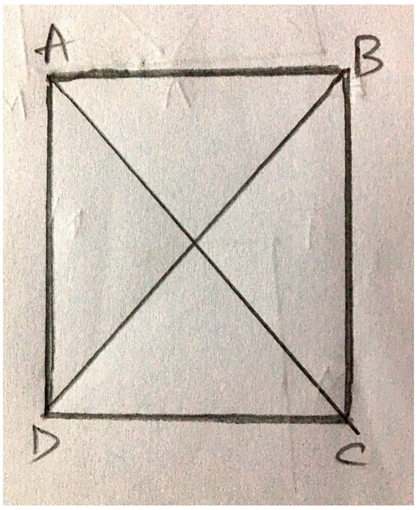
अतः PR, $\angle R$ को समद्विभाजन करता है

(ii) $\triangle PSR$ पर ध्यान दे
$\angle PRS = \angle SRP$ (ऊपर साबित किया है)
PS=SR
अतः यह एक समचतुर्भुज है

Page : 176 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

Q7 ABCD एक समचतुर्भुज है। दर्शाइए कि विकर्ण AC कोणों A और C दोनों को समद्विभाजित करता है तथा विकर्ण BD कोणों B और D दोनों को समद्विभाजित करता है।

Answer.



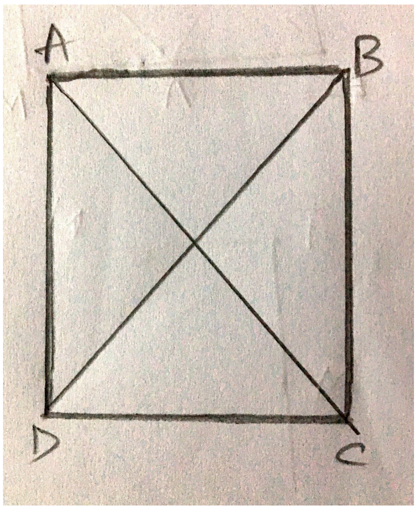
AB=CD (समचतुर्भुज की भुजाएँ)
$\angle DAC = \angle DCA$
$AB \parallel CD$
$\angle BCA = \angle DAC$ (वैकल्पिक आंतरिक कोण)
$angleBCA = \angle DCA$
अतः विकर्ण AC, $\angle C$ का समद्विभाजन करता है
इसी तरह से हम साबित कर सकते है कि विकर्ण BD, $\angle C$ और $angleD$ को समद्विभाजित करता है

Page : 176 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

Q8 ABCD एक आयत है जिसमें विकर्ण AC दोनों कोणों A और C को समद्विभाजित करता है। दर्शाइए कि (i) ABCD एक वर्ग है (ii) विकर्ण BD दोनों कोणों B और D को समद्विभाजित करता है।

Answer.

aglasem.com



(i) $\angle DAC = \angle DCA$ (विकर्ण $AC \angle C$ और $\angle A$ का समद्विभाजन करता है)
AD=CD और CD=AB
AB=BC=CD=AD
अतः यह एक वर्ग है

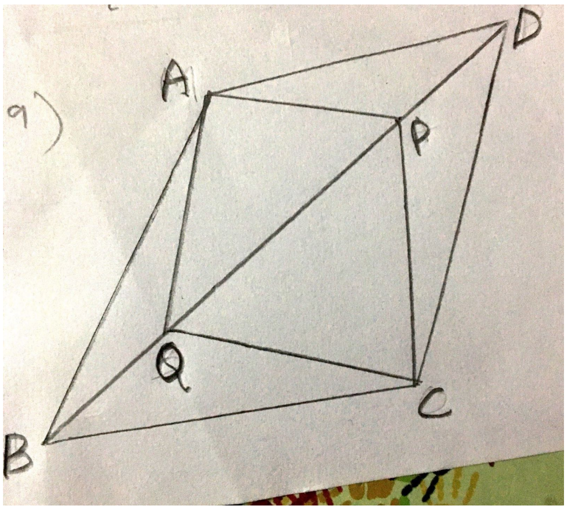
(ii) $\triangle BCD$ पर ध्यान दे
BC=CD
$\angle CDB = \angle CBD$
$\angle CDB = \angle ABD$
अतः $\angle CBD = \angle ABD$
अतः विकर्ण BD, $\angle B$ को समद्विभाजित करता है
$\angle CBD = \angle ADB$
$\angle CDB = \angle AOB$
अतः विकर्ण BD, $\angle C$ को समद्विभाजित करता है

Page : 176 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

aglasem.com

Q9 समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण BD पर दो बिंदु P और Q इस प्रकार स्थित है कि DP=BQ है (देखिए आकृति में) दर्शाइए कि

(i) $\triangle APD \cong \triangle CQB$
(ii) AP=CQ
(iii) $\triangle AQB = \triangle CPD$
(iv) AQ=CP
(v) APCQ एक समांतर चतुर्भुज है



Answer. (i) $\triangle PAD$ और $\triangle CQB$ ध्यान दे
QP=BQ
$\angle CBQ = \angle ADP$
AD=BC
अतः $\triangle APD \cong \triangle CQB$ (SAS)

(ii) AP=CQ (CPCT)

(iii) $\triangle AQB$ और $\triangle CPD$ पे ध्यान दे
BQ=DP
$\angle CDP = \angle ABQ$
AB=CD
अतः $\triangle AQB \cong CPD$ (SAS)

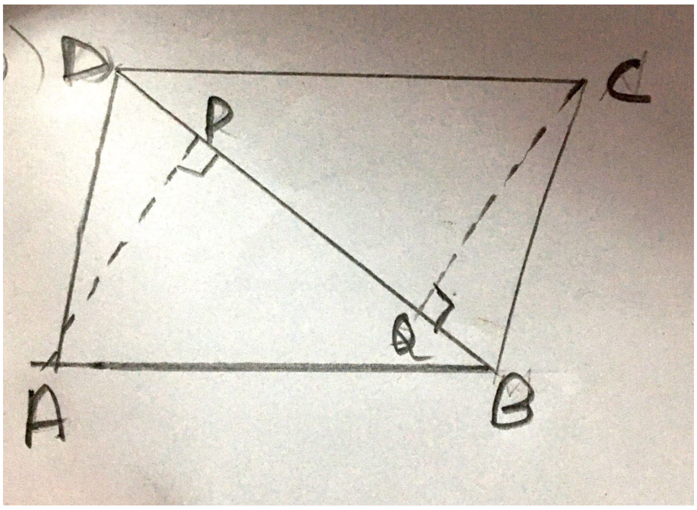
(iv) AQ=CP (CPCT)

(v) ऊपर से ये स्पष्ट है कि यह एक समान्तर चतुर्भुज है।

Page : 176 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

Q10 ABCD एक समांतर चतुर्भुज है तथा AP और CQ शीर्ष A और C से विकर्ण BD पर क्रमशः लम्ब है। (देखिए आकृति में,) दर्शाइए कि
(i) $\triangle APB = \triangle CQD$
(ii) AP=CQ

aglasem.com



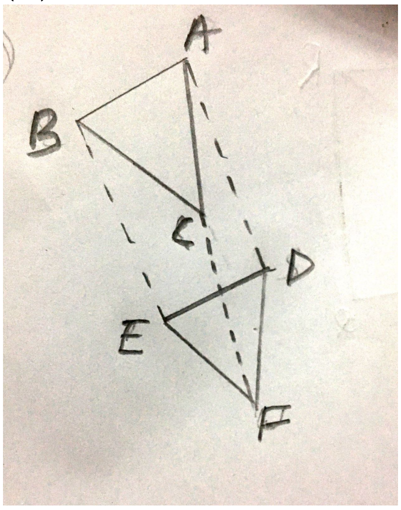
Answer. (i) $\triangle APB$ और $\triangle CQD$ पर ध्यान दें
$\angle CDQ = \angle ABP$
$\angle CQD = \angle APB$
AB=CD
अतः $\triangle APB \cong \triangle CQD$ (AAS)

(ii) AP=CQ (CPCT)

Page : 176 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

aglasem.com

Q11 $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ में, $AB = DE, AB \parallel DE, BC = EF$ और $BC \parallel EF$ है। शीर्ष A,B और C को क्रमशः शीर्ष D, E और F से जोड़ा जाता है (देखिए आकृति) दर्शाइए कि
(i) चतुर्भुज ABED एक समांतर चतुर्भुज है
(ii) चतुर्भुज BEFC एक समांतर चतुर्भुज है
(iii) $AD \parallel CF$ और AD =CF है
(iv) चतुर्भुज ACFD एक समांतर चतुर्भुज है
(v) AC=DF है
(vi) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ है



Answer. (i) AB=DE,AB$\parallel DF$
अतः ABCD यह एक समांतर चतुर्भुज है

(ii) BC=EF,BC∥EF
अतः BEFC यह एक समांतर चतुर्भुज है

(iii) जैसे कि ABED और AEFC समांतर चतुर्भुज है
अतः AD=BE,BF=CF
अतः AD=CF
और $AD \parallel BE, BE \parallel CF$
अतः$AD \parallel CF$

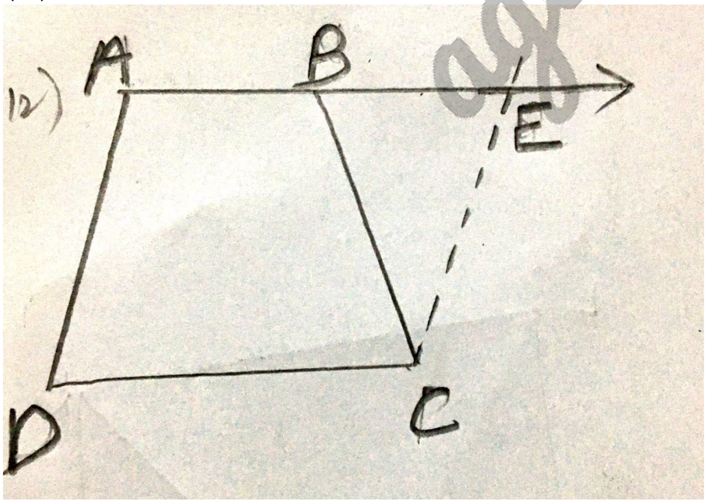
(iv) $AD \parallel CF$ और दोनों सामान है अतः ACFD समांतर चतुर्भुज है

(v) ACFD समांतर चतुर्भुज है
अतः AC=DF

(vi) $\triangle ABC$ और $\triangle DEF$ पर ध्यान दे
AB=DE
AC=DF
BC=EF
अतः $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS)

Page : 176 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

Q12 ABCD एक समलंब है, जिसमें $AB \parallel DC$ और AD=BC है (देखिए आकृति में) दर्शाइए कि
(i) $\angle A = \angle B$
(ii) $\angle C = \angle D$
(iii) $\triangle ABC \cong \triangle BAD$
(iv) विकर्ण AC = विकर्ण BD है



Answer. कोण C से एक 'रेखा' बनाये जो कि $CE \parallel DA$ और AB अन्तःविभाजन करती है
(i) CE=AD
AD=BC
अतः BC=CE
$\angle CBE = \angle CEB$
$\angle A + \angle CBE = 180°$
और

aglasem.com

$\angle B = \angle CBE = 180°$

अतः $\angle B = \angle A$

(ii) $\angle B + \angle C \pm \angle A + \angle D = 180°$

अतः $\angle D = \angle C$

(iii) $\angle ABC$ और $\triangle BAD$ पे ध्यान दे

AB=AB

AD=BC

$\angle DBA \angle CBA$

अतः $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ (SAS)

(iv) विकर्ण AC=विकर्ण BD (CPCT)

Page : 177 , Block Name : प्रश्नावली – 8.1

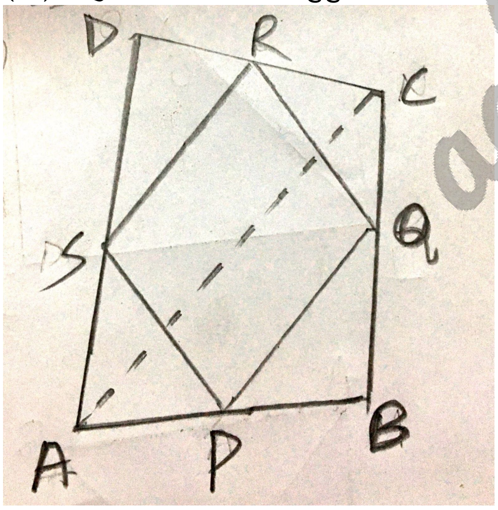
प्रश्नावली – 8.2

Q1 ABCD एक चतुर्भुज है जिसमे, P,Q,R और S क्रमशः भुजाओ AB,BC,CD और DA के मध्य-बिंदु है। (देखिए आकृति) AC उसका एक विकर्ण है दर्शाइए कि

(i) $SR \parallel AC$ और $SR = \frac{1}{2}AC$ है

(ii) PQ=SR है

(iii) PQRS एक समांतर चतुर्भुज है



Answer.

(i) $\triangle ACD$ में

S, भुजा DA को द्विविभाजित करता है (दिया गया है)

R, भुजा DC को द्विविभाजित करता है (दिया है)

इसलिए,

$SR \parallel AC$

और $SR = \frac{1}{2}AC$.......... (i)

aglasem.com

(ii) $\triangle ACD$ में,
P, भुजा AB को द्विविभाजित करता है (दिया गया है)
Q, भुजा BC को द्विविभाजित करता है (दिया है)
इसलिए,
$PQ \parallel AC$
और $PQ = \frac{1}{2}AC$………. (ii)
समीकरण (i) और (ii) से यह ज्ञात है कि
$SR \parallel PQ$ [क्योकि $SR \parallel AC$ और $PQ \parallel AC$]…………. . (3)
और PQ=SR [क्योकि $SR = \frac{1}{2}AC$, और $PQ = \frac{1}{2}AC$]……..(4)

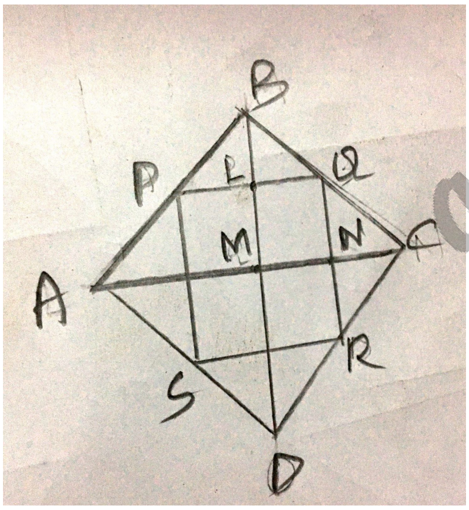
(iii) चतुर्भुज PQRS में,
$PQ \parallel SR$ (समीकरण 3 और 4 से ज्ञात है)
और PQ=SR (समीकरण 3 और 4 से ज्ञात है)
इसलिए, PQRS एक समांतर चतुर्भुज है

Page : 180 , Block Name : प्रश्नावली – 8.2

aglasem.com

Q2 ABCD एक समचतुर्भुज है और P,Q,R और S क्रमशः भुजाओ AB,BC,CD और DA के मध्य-बिंदु है दर्शाइए कि चतुर्भुज PQRS एक आयत है ।

Answer.



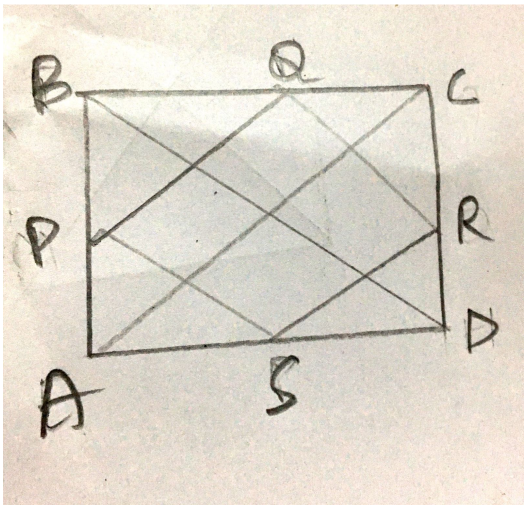
$\triangle ABC$ में
P, भुजा AB को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
Q, भुजा BC को द्विविभाजित करता है (दिया गया है)
इसलिए,
$PQ \parallel AC$
और $PQ = \frac{1}{2}AC$……… (1) (मध्यबिंदु प्रमेय के द्वारा)
इसी प्रकार
$\triangle ACD$ में,
S, भुजा AD को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)

R, भुजा DC को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
इसलिए,
$SR \parallel AC$
और $SR = \frac{1}{2}AC$………. (2)
समीकरण (1) और (2) से यह ज्ञात होता है
कि
$PQ \parallel SR$ …………. . (3)
और PQ=SR ……. . (4)
अतः PQRS एक समांतर चतुर्भुज है
ठीक इसी प्रकार से,
$\triangle BCD$ में,
Q, भुजा BC को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
R, भुजा CD को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
इसलिए,
$QR \parallel BD$
और $QN \parallel LM$…………. (5)
तथा $LQ \parallel MN$. . . . . (6) (क्योकि $PQ \parallel AC$)
समीकरण (5) और (6) से यह ज्ञात होता है
कि
LMNQ एक समांतर चतुर्भुज है
क्योकि समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते है
इसलिए,
$\angle LMN = \angle LQN$
$\angle LMN = 90 = \angle LQN$
यहाँ से प्रतीत होता है कि PQRS एक आयत है क्योकि आयत का एक कोण समकोण होता है

Page : 180 , Block Name : प्रश्नावली – 8.2

Q3 ABCD एक समचतुर्भुज है और P,Q,R और S क्रमशः भुजाओ AB,BC,CD और DA के मध्य-बिंदु है दर्शाइए कि चतुर्भुज PQRS एक समचतुर्भुज है।

Answer.



aglasem.com

$\triangle ABC$ में
P, भुजा AB को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
Q, भुजा BC को द्विविभाजित करता है (दिया गया है)
इसलिए,

$PQ \parallel AC$ और $PQ = \frac{1}{2}AC \ldots\ldots\ldots (1) \triangle ACD$ में,

S, भुजा AD को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
R, भुजा CD को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
मध्य बिंदु प्रमेय के अनुसार

$SR \parallel AC$ और $SR = \frac{1}{2}AC \ldots\ldots\ldots (2)$

समीकरण (1) और (2) से यह ज्ञात होता है
कि

$PQ \parallel SR \ldots\ldots\ldots\ldots. (3)$

और PQ=SR ……. . (4)
अतः PQRS एक समांतर चतुर्भुज है
ठीक इसी प्रकार से,

$\triangle BCD$ में,

Q, भुजा BC को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
R, भुजा CD को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
इसलिए,

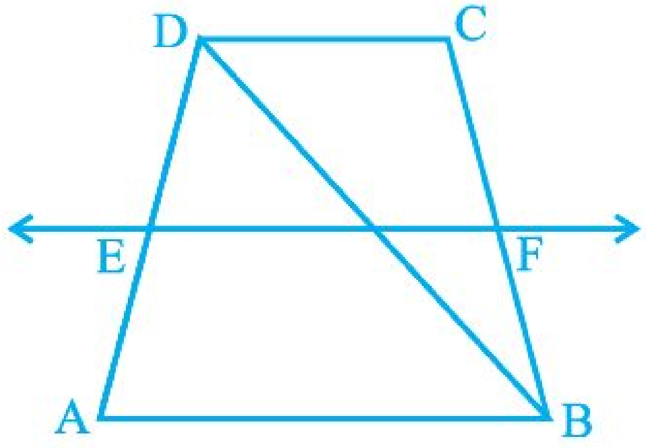
$QR = \frac{1}{2}BD \ldots\ldots\ldots. (5)$

क्योंकि AC=BD दिया गया है........(6)
समीकरण (1), \(() और (6) से यह ज्ञात होता है
कि
PQ=QR
तो, PQRS एक समचतुर्भुज है

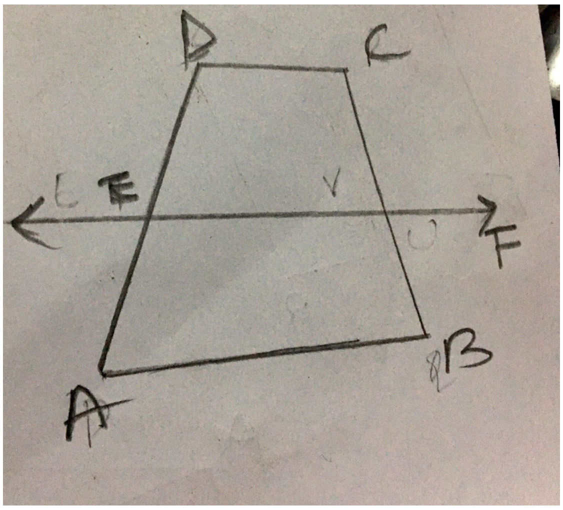
Page : 180 , Block Name : प्रश्नावली – 8.2

aglasem.com

Q4 ABCD एक समलंब है, जिसमे $AB \parallel DC$ है साथ ही, BD एक विकर्ण है और E भुजा AD का मध्य-बिंदु है E से होकर एक रेखा AB के समांतर खींची गई है, जो BC को F पर प्रतिच्छेद करती है (देखिए आकृति में) दर्शाइए कि F भुजा BC का मध्य-बिंदु है।



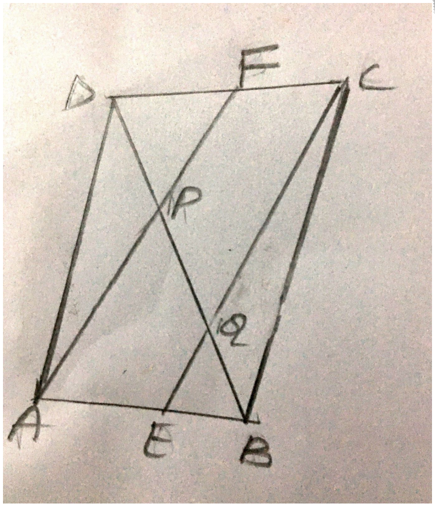
Answer.



दिए गए चित्र के अनुसार
$\triangle ABD$ में,
E, भुजा AD को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
तथा, $EG \parallel AB$ (दिया गया है)
इसलिए,
G, भुजा BD को द्विविभाजित करेगा
इसी प्रकार से,
G, भुजा BD को द्विविभाजित करता है (ऊपर सिद्ध किया गया है)
तथा $FG \parallel DC$ (दिया गया है)
तो, F भुजा BC को द्विविभाजित करेगा ....(मध्य बिंदु प्रमेय के विलोम से सिद्ध होता है)

Page : 180 , Block Name : प्रश्नावली – 8.2

Q5 एक समांतर चतुर्भुज ABCD में E और F क्रमशः भुजाओ AB और CD के मध्य-बिंदु है (देखिए आकृति में) दर्शाइए कि रेखाखंड AF और EC विकर्ण BD को समत्रिभाजित करते है।



Answer.

दिए गए आकृति के अनुसार चतुर्भुज ABCD में, AB=CD (दिया गया है)

AB=CD.........$\left(\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD\right)$

AE=CF (क्योकि E और F, AB और CD को क्रमशः द्विविभाजित करता है)

चतुर्भुज AECF में,

AE=CF $\left(\frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}CF\right)$

$AE \parallel CF$

इसलिए, AECF एक समांतर चतुर्भुज है

अब,

$\triangle DCQ$ में,

F, भुजा DC को द्विविभाजित करता है (दिया गया है)

तथा, $FP \parallel CQ$ (क्योकि AECF एक समांतर चतुर्भुज है)

इसलिए, P भुजा DQ को द्विविभाजित करेगा (मध्य बिंदु प्रमेय के विलोम से सिद्ध होता है)

इसलिए, DP=PQ.........(1)

ठीक इसी प्रकार से,

$\triangle ABP$ में,

E भुजा AB को द्विविभाजित करता है (दिया गया है)

तथा, $EQ \parallel AP$ (क्योकि AECF समांतर चतुर्भुज है)

इसलिए,

Q, भुजा PB को द्विविभाजित करेगा (मध्य बिंदु के प्रमेय के विलोम से सिद्ध हुआ)

इसलिए,

PQ=QB.........(2)

समीकरण (1) और (2) से ज्ञात होता है कि

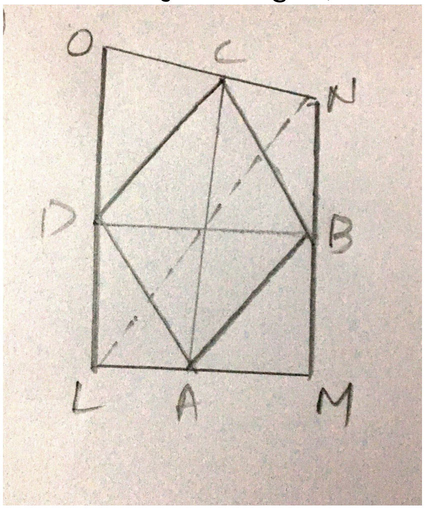
DP=PQ=QB

अतः दिए गए आकृति में AF और EC विकर्ण BD को समत्रिभाजित करता है

Page : 181 , Block Name : प्रश्नावली – 8.2

Q6 दर्शाइए कि किसी चतुर्भुज की सम्मुख भुजाओ के मध्य-बिन्दुओ को मिलाने वाले रेखाखंड परस्पर समद्विभाजित करते है।

Answer. आकृति के अनुसार,



$\triangle LNO$ में,

aglasem.com

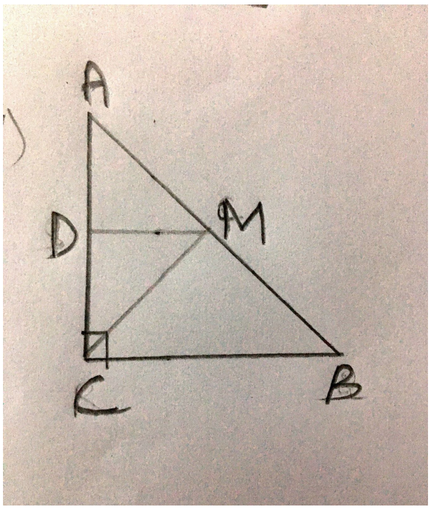
D, भुजा OL को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
C, भुजा ON को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
इसलिए,
$DC \parallel LN$ और
$DC = \frac{1}{2}LN$……. (1) (मध्य बिंदु के प्रमेय से सिध हुआ)
इसी प्रकार से,
$\triangle LNO$ में,
A, भुजा LM को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
B, भुजा MN को द्विविभाजित करता है (दिया हुआ है)
अतः $AB \parallel LN$
और AB=$\frac{1}{2}LN$……. (2) (मध्य बिंदु के प्रमेय से सिद्ध हुआ)
समीकरण () और (2) से ज्ञात होता है
कि $AB \parallel CD$
और AB=CD
अतः ABCD एक चतुर्भुज है जिसमें
$AB \parallel CD$ और AB=CD
के कारण एक समांतर चतुर्भुज है इसलिए रेखाखंड DBऔर AC चतुभुज को समद्विभाजित करते है।

Page : 181 , Block Name : प्रश्नावली – 8.2

aglasem.com

Q7 ABC एक त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है। कर्ण AB के मध्य-बिंदु M से होकर BC के समांतर खीची गई रेखा AC को D पर प्रतिच्छेद करती है। दर्शाइए कि
(i) D भुजा AC का मध्य-बिंदु है।
(ii) $MD \perp AC$ है।
(iii) CM=MA=$\frac{1}{2}AB$ है।

Answer.



दिए गए आकृति के अनुसार
(i) $\triangle ABC$ में,
M भुजा AB को द्विविभाजित करता है ………(दिया हुआ है)
तथा $DM \parallel BC$. . . . . (दिया गया है)

इसलिए, D भुजा AC को भी द्विविभाजित करेगा.........(मध्य बिंदु प्रमेय के विलोम से सिध्द होता है)

(ii) $\angle ADM = \angle ACB$ (क्योकि एक संगत कोण है)
$\angle ADM = 90°$
तो, $MD \perp AC$ है

(iii) $\triangle AMD$ और $\triangle CMD$ में,
AD=DC
$\angle ADM = \angle CDM$ (90 ° है)
DM=DM
इसलिए,
$\triangle AMD \cong \triangle CMD$ (SAS सार्वगसमता नियम के अनुसार)
AM=CM
परन्तु, AM=$\frac{1}{2}AB$ (दिया गया है)
इसलिए, CM=AM=$\frac{1}{2}AB$

Page : 181 , Block Name : प्रश्नावली – 8.2

aglasem.com