

NCERT SOLUTIONS

CLASS - 9th



aglasem.com

Class: 9th

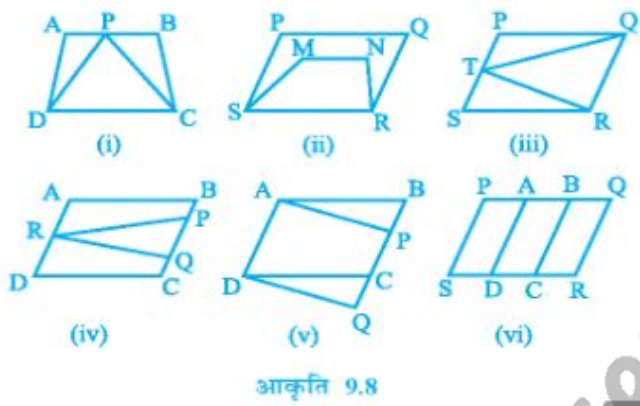
Subject: Mathematics

Chapter: 9

Chapter Name: समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल

प्रश्नवाली 9.2

Q1 निम्नलिखित आकृतियों में से कौन -सी आकृतियाँ एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हैं? ऐसी स्थिति में , उभयनिष्ट आधार और दोनों समांतर रेखाएँ लिखिए ।



आकृति 9.8

Answer. आकृति (i),(ii),(iii),(iv) तथा (v) ।

आकृति (i), उभयनिष्ट आधार =DC , समान्तर रेखाएं= DC || AB

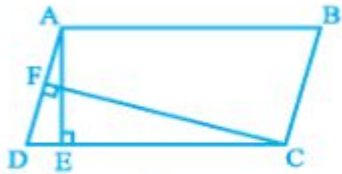
आकृति (iii), उभयनिष्ट आधार =QR, समान्तर रेखाएं= QR || SP

आकृति (iv), उभयनिष्ट आधार =PQ, समान्तर रेखाएं= PQ || AD

आकृति (v), उभयनिष्ट आधार =AD, समान्तर रेखाएं= AD || CP

Page : 192 , Block Name: प्रश्नवाली 9.2

Q1 आकृति 9.15 में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है, $AE \perp DC$ और $CF \perp AD$ है । यदि $AB = 16 \text{ cm}$, $AE = 8 \text{ cm}$ और $CF = 10 \text{ cm}$ है, तो AD ज्ञात कीजिए ।



आकृति 9.15

Answer. चूंकि समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ आधार $\times$ शीर्षलम्ब

यदि आधार DC है तो ABCD का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} DC \times AE \dots\dots (i)$$

यदि आधार AD हैं तो ABCD का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times FC \dots\dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) से

$$\frac{1}{2} BC \times AE = \frac{1}{2} \times FC$$

$$DC \times AE = AD \times FC$$

$$AB \times AE = AD \times FC$$

$$16 \times 8 = AD \times 10$$

$$AD = \frac{16 \times 8}{10} = 12.8$$

$$AD = 12.8 \text{ cm}$$

Page : 192 , Block name : प्रश्नवाली 9.2

Q2 यदि E, F, G और H क्रमशः समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं के मध्य -बिंदु हैं ,तो दर्शाइए कि $\text{ar}(\text{EFGH}) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{ABCD})$ है।

Answer. $AB = CD$

$$\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD$$

E और G क्रमशः भुजाओं AB और CD की समांतर बिंदु है

$$BE = CG \dots\dots(i)$$

$$BE \parallel CG \dots\dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से , BEGC से एक समान्तर चतुर्भुज हैं।

$$\text{ar}(\text{GEF}) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{BEGC})$$

इसीप्रकार

$$AB = CD$$

$$\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD$$

E और G क्रमशः भुजाओं AB और CD की समांतर बिंदु है

$$AE = DG \dots\dots(iv)$$

$$AE \parallel DG \dots\dots(v)$$

समीकरण (iv) और (v) से , BEGC से एक समान्तर चतुर्भुज हैं।

$$\text{ar}(\text{GEH}) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{ABGC}) \dots\dots(vi)$$

समीकरण (iii) और (iv) को जोड़ने पर

$$\text{ar}(\text{GEH}) + \text{ar}(\text{GEF}) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{BEGC}) + \frac{1}{2} \text{ar}(\text{ADGE})$$

$$\text{ar}(\text{EFGH}) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{ABCD})$$

Page : 192 , Block name : प्रश्नवाली 9.2

Q3 P और Q क्रमशः समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं DC और AD पर स्थित बिंदु हैं। दर्शाइए कि $\text{ar}(\text{APB}) = \text{ar}(\text{BQC})$ है।

Answer. त्रिभुज ABP और समांतर चतुर्भुज ABCD एक ही एक ही समांतर रेखाओं $AB \parallel CD$ और आधार AB के बीच स्थित है।

$$\text{ar}(\text{APB}) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{ABCD})$$

त्रिभुज BQC और समांतर चतुर्भुज ABCD एक ही आधार BC और एक ही समांतर रेखाओं $AD \parallel BC$ के बीच स्थित है।

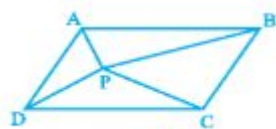
$$\text{ar}(\text{BQC}) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{ABCD})$$

समीकरण (i) और (ii) से ,

$$\text{ar}(\text{APB}) = \text{ar}(\text{BQC})$$

Page : 192 , Block name : प्रश्नवाली 9.2

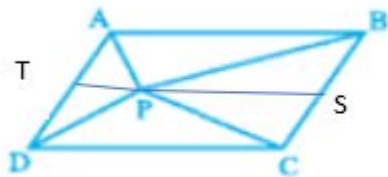
Q4 आकृति 9.16 में, P समांतर चतुर्भुज ABCD के अन्तर्गत में स्थित कोई बिंदु है। दर्शाइए



आकृति 9.16

(i) $ar (APB) + ar (PCD) = \frac{1}{2} ar (ABCD)$

Answer.



$\frac{1}{2} ar(ABCD)$

P से होकर AB के समांतर एक रेखा खींचिए TPS

$AB \parallel TS \dots (i)$

तथा $AT \parallel BS \dots (ii) (AD \parallel BC)$

समीकरण (i) और (ii) से ABTS एक समांतर चतुर्भुज है ।

$ar (APB) = \frac{1}{2} ar (ABNM) \dots (iii)$

इसीप्रकार

$DC \parallel TS \dots (iv)$

तथा $DT \parallel CS \dots (v) (AD \parallel BC)$

समीकरण (iv) और (v) से ,

TDCS एक समांतर चतुर्भुज है ।

अतः $ar (PCD) = \frac{1}{2} ar (TDCS) \dots (vi)$

समीकरण (iii) +(vi)

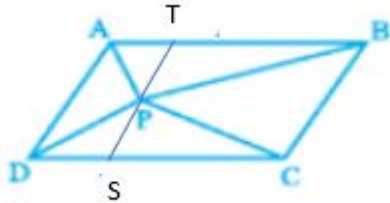
$Ar(APB)+ar(PCD)=\frac{1}{2} ar(ABNM)+\frac{1}{2} ar(MDCN)$

$= ar(APM)+ar(PCD)=\frac{1}{2} ar (ABCD)$

(ii) $ar (APD) + ar (PBC) = ar (APB) + ar (PCD)$

[संकेत: P से होकर AB के समांतर एक रेखा खींचिए ।]

Answer. रचना: P से होकर AD के समांतर एक रेखा खींचिए QPR



$AD \parallel TS \dots (viii)$

तथा $AT \parallel DS \dots (ix) (AB \parallel DC)$

समीकरण (viii) और (ix) से ATSD एक समांतर चतुर्भुज है ।

अतः $ar (APD) = \frac{1}{2} ar (ATSD) \dots (x)$

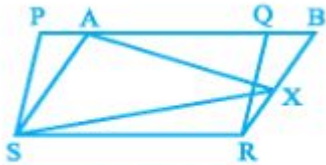
इसीप्रकार,

$BC \parallel TS \dots (xi)$

तथा $TB \parallel SC \dots (xii) (AB \parallel DC)$

समीकरण (xi) और (xii) से ,
BCST एक समांतर चतुर्भुज है ।
अतः $ar(PBC) = \frac{1}{2} ar(BCST)$ (xiii)
समीकरण (x) और (xiii) को जोड़ने पर
 $ar(APD) + ar(PBC) = \frac{1}{2} ar(ATSD) + \frac{1}{2} ar(BCST)$
 $= ar(APD) + ar(PBC) = \frac{1}{2} ar(ABCD)$ (xiv)
समीकरण (vii) और (xiv) से ,
 $ar(APD) + ar(PBC) = ar(APB) + ar(PCD)$
Page : 192 , Block name : प्रश्नवाली 9.2

Q5 आकृति 9.17 में, PQRS और ABRS समांतर चतुर्भुज हैं तथा X भुजा BR पर स्थित कोई बिंदु है । दर्शाइए कि



आकृति 9.17

(i) $ar(PQRS) = ar(ABRS)$

Answer. समांतर चतुर्भुज PQRS और ABRS एक ही आधार और समांतर रेखाओं के बीच स्थित है ।

$ar(PQRS) = ar(ABRS)$

एक ही समांतर रेखाओं और एक ही आधार के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल बराबर होते हैं।

(ii) $ar(AXS) = \frac{1}{2} ar(PQRS)$

Answer. त्रिभुज AXS और चतुर्भुज ABRS एक ही आधार और समांतर रेखाओं के बीच स्थित है ।

अतः $ar(AXS) = \frac{1}{2} ar(ABRS)$

समीकरण (i) और (ii) से,

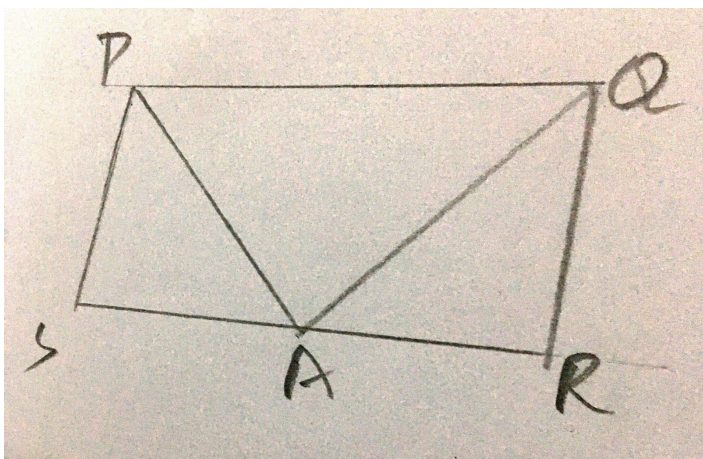
$ar(AXS) = \frac{1}{2} ar(PQRS)$

Page : 192 , Block name : प्रश्नवाली 9.2

प्रश्नवाली 9.3

Q6 एक किसान के पास समांतर चतुर्भुज PQRS के रूप का एक खेत था । उसने RS पर स्थित कोई बिंदु A लिया और उसे P और Q से मिला दिया । खेत कितने भागों में विभाजित हो गया है? इन भागों के आकार क्या हैं ? वह किसान खेत में गेहूँ और दालें बराबर - बराबर भागों में अलग - अलग बोना चाहती है । वह ऐसा कैसा करे ?

Answer.



खेत को 3 भागों में विभाजित किया गया है

ΔAPS , ΔAPQ और ΔARQ

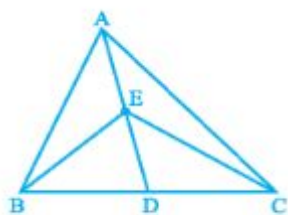
तिरभुज APQ और समांतर चतुर्भुज PQRS एक ही आधार और समांतर रेखाओं के बीच स्थित है

अतः $\text{ar}(\Delta APQ) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{PQRS})$

किसान एक फसल को ΔAPQ में बो सकता है तथा दूसरी को ΔAPS और ΔARQ में बो सकता है।

Page : 195 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q1 आकृति 9.23 में, ABC की एक माधिका AD पर स्थित E कोई बिंदु है। दर्शाइए कि $\text{ar}(\Delta ABE) = \text{ar}(\Delta ACE)$ है।



आकृति 9.23

Answer. ΔABC में AD माधिका है।

$\text{ar}(\Delta ABD) = \text{ar}(\Delta ACD) \dots (i)$

ΔEBC में ED माधिका है।

$\text{ar}(\Delta EBD) = \text{ar}(\Delta ECD) \dots (ii)$

समी (i) से समी (ii) घटाने पर

$\text{ar}(\Delta ABD) - \text{ar}(\Delta EBD) = \text{ar}(\Delta ACD) - \text{ar}(\Delta ECD)$

$\text{ar}(\Delta ABE) = \text{ar}(\Delta ACE)$

Page : 195 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q2 ΔABC में, E माधिका AD का मध्य-बिंदु है। दर्शाइए कि $\text{ar}(\Delta BED) = \frac{1}{4} \text{ar}(\Delta ABC)$ है।

Answer. ΔABC में AD माधिका है।

अतः $\text{ar}(\Delta ABD) = \text{ar}(\Delta ACD) \dots (i)$

ΔABD में, BE माधिका है।

$\text{ar}(\Delta BED) = \text{ar}(\Delta ABE)$

$\text{ar}(\Delta BED) - \text{ar}(\Delta EBD) = \frac{1}{2} \text{ar}(\Delta ABD)$

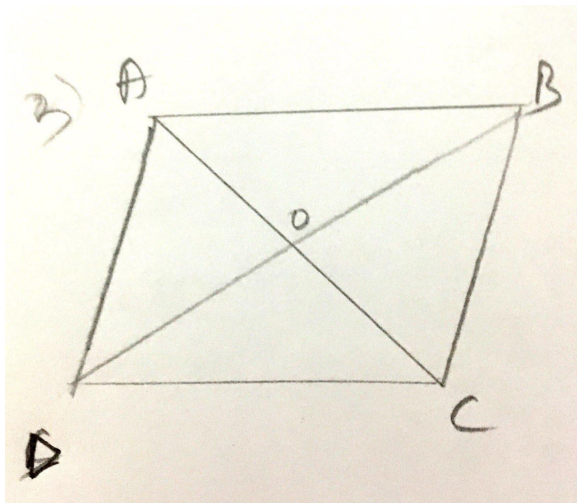
$\text{ar}(\Delta BED) = \frac{1}{2} [\frac{1}{2} \text{ar}(\Delta ABC)]$

$\text{ar}(\Delta BED) = \frac{1}{4} \text{ar}(\Delta ABC)$

Page : 195 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q3 दर्शाइए कि समांतर चतुर्भुज के दोनों विकर्ण उसे बराबर क्षेत्रफलों वाले चार त्रिभुजों में बाँटते हैं।

Answer.



समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

अतः, $AO = OC$ और $DO = OB$

ABD में, AO माधिका है।

अतः $ar(ADO) = ar(ABO)$(i)

ABS में, BO माधिका है।

अतः $ar(ABO) = ar(BCO)$(ii)

तथा BCD में, CO माधिका है।

अतः $ar(BCO) = ar(CDO)$(iii)

समीकरण (i), (ii) और (iii) से

$ar(ADO) = ar(ABO) = ar(BCO) = ar(CDO)$

अतः समांतर चतुर्भुज के दोनों विकर्ण उसे समान क्षेत्रफल वाले चार त्रिभुजों में विभाजित करते हैं।

Page : 196 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q4 आकृति 9.24 में, ABC और ABD एक ही आधार AB पर बने दो त्रिभुज हैं। यदि रेखाखंड CD रेखाखंड AB से बिंदु O पर समद्विभाजित होता है, तो दर्शाइए कि $ar(ABC) = ar(ABD)$ है।



Answer. ADC में AO माधिका है।

$ar(ACO) = ar(ADO)$(i)

BDC में BO माधिका है।

$ar(BCO) = ar(BDO)$(ii)

समीकरण (i), (ii) और (iii) से

$ar(ACO) + ar(BCD) = ar(ADO) + ar(BDO)$

$ar(ABC) = ar(ABD)$

Page : 196 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q5 D, E और F क्रमशः त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, CA और AB के मध्य-बिंदु हैं। दर्शाइए कि

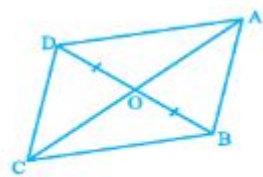
(i) BDEF, एक समांतर चतुर्भुज है।

Answer. प्रश्नानुसार, त्रिभुज ABC में E और D भुजाओं CA और BC के मध्य -बिंदु हैं ।
ED || AB और ED = 1/2 AB
ED || AB और ED = FB
BDEF एक समांतर चतुर्भुज है ।

(ii) $ar(DEF) = 1/4 ar(ABC)$
Answer. BDEF एक समांतर चतुर्भुज है । (सिद्ध किया गया)
 $ar(DEF) = ar(BDF)..... (i)$
AEDF एक समांतर चतुर्भुज है
 $ar(DEF) = ar(AEF)$
तथा $ar(DEF) = ar(CDE)$
समीकर (i),(ii) और (iii) से
 $ar(DEF) = ar(BDF) = ar(AEF) = ar(CDE)$
माना, $ar(DEF) = ar(BDF) = ar(AEF) = ar(CDE) = a$
 $ar(ABC) = ar(DEF) + ar(BDF) + ar(AEF) + ar(CDE)$
 $ar(ABC) = a + a + a + a = 4a$
 $ar(ABC) = 4ar(DEF)$
 $ar(DEF) = 1/4 ar(ABC)$

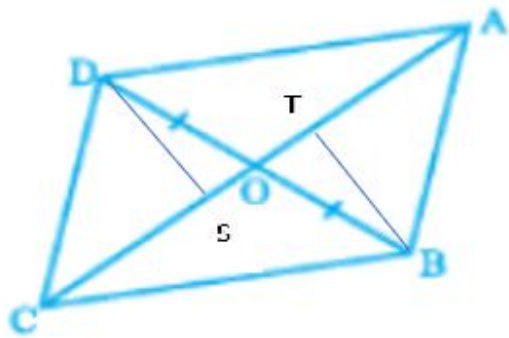
(iii) $ar(BDEF) = 1/2 ar(ABC)$
Answer. $ar(BDEF) = ar(DEF) + ar(BDF)$
 $ar(BDEF) = a + a = 2a$
 $ar(BDEF) = 1/2 \times 4a$
 $ar(BDEF) = 1/2 ar(ABC)$ ($ar(ABC) = 4a$)
Page : 196 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q6 आकृति 9.25 में, चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC तथा BD परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि OB = OD है । यदि है, तो दर्शाइये कि



आकृति 9.25

(i) $ar(DOC) = ar(AOB)$
Answer.



D तथा B से AC पर DS तथा BT लम्ब खींचे ।
 त्रिभुज DSO और BTO में ,
 $DSO = BTO$ (प्रत्येक 90 कोण के हैं)
 $DSO = BOT$ (शीर्षभिमुख कोण है)
 $DO = BO$
 $DSO = BTO$ (AAS सर्वांगमता त्रिभुज प्रमेय)
 $DS = BT$(i) (सर्वांगसम त्रिभुज के सभी संगत भाग समान है ।)
 $\angle(DSO) = \angle(BTO)$ (ii) (सर्वांगसमता त्रिभुज के क्षेत्रफल के भाग समान होते हैं)
 DSC और BTA में,
 $DSC = BTA$ (प्रत्येक 90 कोण के हैं)
 $DS = BT$ (समीकरण (i) से)
 $CD = AB$
 अतः
 $\angle(DSC) = \angle(BTA)$ (RHS सर्वांगमता प्रमेय)
 तथा
 $\angle(DSC) = \angle(BTA)$(iii) (सर्वांगसम त्रिभुज का क्षेत्रफल समान है)
 समीकरण (ii) तथा (iii) का योग करने पर
 $\angle(DSO) + \angle(DSC) = \angle(BTO) + \angle(BTA)$
 $\angle(DOC) = \angle(AOB)$

(ii) $\angle(DCB) = \angle(ACB)$
 Answer. $\angle(DOC) = \angle(AOB)$
 दोनों ओर $\angle(BOC)$ जोड़ने पर
 $\angle(DOC) + \angle(BOC) = \angle(AOB) + \angle(BOC)$
 $\angle(DCB) = \angle(ACB)$

(iii) $DA \parallel CB$ या $ABCD \parallel$ एक समांतर चतुर्भुज है ।
 Answer. $\triangle DMC = \triangle BNA$
 सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग समान होते हैं ।
 $\triangle DCS = \triangle BAT$
 यहाँ ,
 एकान्तर कोण बराबर होते हैं ,
 $\angle DCS = \angle BAT$
 $CD \parallel AB$
 $CD = AB$
 $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है ।

Page : 196 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q7 बिंदु D और E क्रमशः $\triangle ABC$ की भुजाओं AB और AC पर इस प्रकार स्थित हैं कि $\angle(DBC) = \angle(EBC)$ है । दर्शाइए $DE \parallel BC$ है ।
 Answer. त्रिभुज DBC और EBC एक ही आधार पर स्थित हैं
 $\angle(DBC) = \angle(EBC)$
 $DE \parallel BC$

एक ही आधार वाले त्रिभुज एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित होते हैं, जिनका क्षेत्रफल समान हो ।

Page : 196 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q8 XY त्रिभुज ABC की भुजा BC के समांतर एक रेखा है । यदि $BE \parallel AC$ और $CF \parallel AB$ रेखा XY से क्रमशः E और F पर

मिलती है, तो दर्शाइए कि $ar(ABE)=ar(ACF)$

Answer. चतुर्भुज द्वारा , $BE \parallel CY$

$BC \parallel EY$, $BCYE$ एक समांतर चतुर्भुज है ।

त्रिभुज ABE और समांतर चतुर्भुज $BCYE$ एक ही एक ही समांतर रेखाओं $BE \parallel AC$ और आधार BE के बीच स्थित है

$$ar(ABE)=\frac{1}{2} ar(BCYE)....(i)$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है जब एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही एक ही समांतर रेखाओं और आधार के बीच स्थित हो

इसी तरह से , त्रिभुज ACF और समान्तर चतुर्भुज $BCFX$ एक ही और एक ही समांतर रेखाओं $CF \parallel AB$ और आधार CF के बीच स्थित है

$$ar(ACF)=\frac{1}{2} ar(BCFX).....(ii)$$

$$ar(BCYE)=ar(BCFX).....(iii)$$

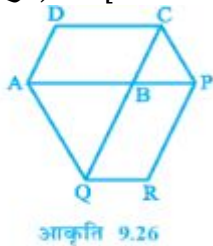
उस समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल समान होते हैं जो एक ही आधार (BC) वाले और एक ही समांतर रेखाओं ($BC \parallel EF$) के बीच स्थित होते हैं ।

समीकरण (i),(ii) और (iii) से

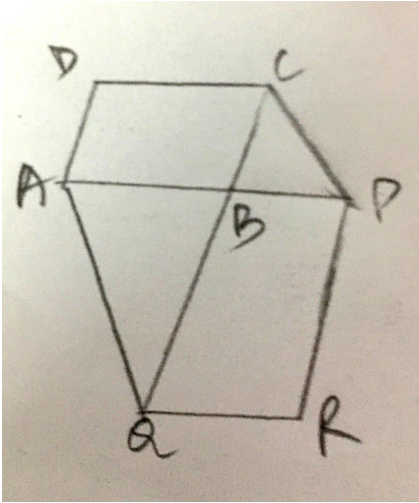
$$ar(ABE)=ar(ACF)$$

Page : 197 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q9 समांतर चतुर्भुज $ABCD$ की भुजा AB को एक बिंदु P बढ़ाया गया है । A से होकर CP समांतर खींची गई रेखा बढ़ाई गई CB को Q पर मिलती है और फिर समांतर चतुर्भुज $PBQR$ को पूरा किया गया है (देखिए आकृति 9.26) दर्शाइए कि $ar(ABCD) = ar(PBQR)$ है । [संकेत: AC और PQ को मिलाइये । अब $ar(ACQ)$ और $ar(APQ)$ की तुलना कीजिए ।]



Answer.



AC तथा PQ के मध्य रेखा खींचते हैं, त्रिभुज ACQ और APQ एक ही एक ही समांतर रेखाओं $AQ \parallel CP$ और आधार AQ के बीच स्थित है

इसलिये

$$ar(ACQ)=ar(APQ)$$

दोनों तरफ़ से $ar(ABQ)$ घटाने पर

$$ar(ACQ)-ar(ABQ)=ar(APQ)-ar(ABQ)$$

$$ar(ABC)=ar(PBQ)=\frac{1}{2}ar(ABCD)$$

$$= \frac{1}{2}ar(PBQR)$$

$$ar(ABCD) = ar(PBQR)$$

Page : 197 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q10 एक समलंब ABCD, जिसमें $AB \parallel DC$ है, के विकर्ण AC और BD परस्पर O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि $ar(AOD) = ar(BOC)$ है।

Answer. त्रिभुज ABD और ABC एक ही एक ही समांतर रेखाओं $AB \parallel CD$ और आधार AB के बीच स्थित हैं।

$$\text{इसलिये, } ar(ABD) = ar(ABC)$$

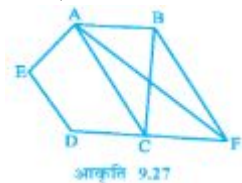
दोनों ओर से $ar(ABO)$ घटाने पर

$$ar(ABD) - ar(ABO) = ar(ABC) - ar(ABO)$$

$$ar(AOD) = ar(BOC)$$

Page : 197 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q11 आकृति 9.27 में, ABCDE एक पंचभुज है। B से होकर AC के समांतर खींची गई रेखा बढ़ाई गई DC को F पर मिलती है। दर्शाइए कि



$$(i) ar(ACB) = ar(ACF)$$

Answer. दोनों त्रिभुज ACB और ACF एक ही एक ही समांतर रेखाओं $AC \parallel BF$ और आधार AC के बीच स्थित हैं। इसलिये, त्रिभुज क्षेत्रफल में बराबर होंगे

$$(ii) ar(AEDF) = ar(ABCDE)$$

$$\text{Answer. } ar(ACB) = ar(ACF)$$

दोनों ओर $ar(AEDC)$ जोड़ने पर,

$$ar(ACB) + ar(AEDC) = ar(ACF) + ar(AEDC)$$

$$ar(ABCDE) = ar(AEDF)$$

Page : 197 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q12 गाँव के एक निवासी इतवारी के पास एक चतुर्भुजाकार भूखंड था। उस गाँव की ग्राम पंचायत ने उसके भूखंड के एक कोने से उसका कुछ भाग लेने का निर्णय लिया ताकि वह एक स्वास्थ्य केंद्र का निर्माण कराया जा सके। इतवारी इस प्रस्ताव को इस प्रतिबन्ध के साथ स्वीकार कर लेता है कि उसे इस भाग के बदले उसी भूखंड के संलग्न एक भाग ऐसा दे दिया जाए कि उसका भूखंड त्रिभुजाकार हो जाए। स्पष्ट कीजिए कि इस प्रस्ताव को किस प्रकार कार्यान्वित किया जा सकता है।

Answer. माना PQRS इतवारी का भूभाग है। QS को मिलाया और R से QS के समांतर रेखा RF खींची जो PQ को बिंदु F पर काटती है। S और F को मिलाया।

त्रिभुज RQS और FQS एक ही एक ही समांतर रेखाओं $QS \parallel RF$ और आधार QS के बीच स्थित हैं।

अतः

$$ar(RQS) = ar(FQS)$$

दोनों ओर से $ar(QSM)$ घटाने पर,

$$ar(RQS) - ar(QSM) = ar(FQS) - ar(QSM)$$

$$ar(RMS) = ar(QFM)$$

इसलिये, RMS के स्थान पर उसी भूभाग को QFM दे दिया जाए तो उसका भूभाग PSF त्रिभुजाकार हो जाएगा।

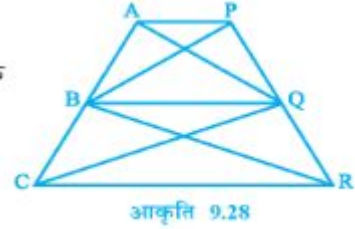
Page : 197 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q13 ABCD एक समलंब है, जिसमें $AB \parallel DC$ है। AC के समांतर एक रेखा AB को X पर और BC को Y पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए कि $ar(ADX) = ar(ACY)$ है।

Answer.

सर्वप्रथम CX को मिलाया ।
त्रिभुज ADX और ACX एक ही एक समांतर रेखाओं AB || DC और आधार AX के बीच स्थित है ।
इसलिये,
 $ar(ADX)=ar(ACX)$
त्रिभुज ACY और ACX एक ही आधार AC और एक ही समांतर रेखाओं AC || XY के बीच स्थित हैं अतः त्रिभुज क्षेत्रफल में बराबर होंगे ।
अतः $ar(ACY)=ar(ACX)$
समीकर (i) और (ii) से
 $ar(ADX)=ar(ACY)$
Page : 197 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

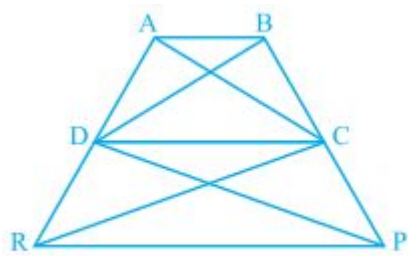
Q14 आकृति 9.28 में, AP || BQ || CR है । सिद्ध कीजिए कि $ar (AQC) = ar (PBR)$ है ।



Answer. त्रिभुज ABQ और PBQ एक ही एक समांतर रेखाओं BQ || AP और आधार BQ के बीच है ।
 $ar(ABQ)=ar(PBQ).....(i)$
त्रिभुज BQC और BQR एक ही आधार BQ और एक ही समांतर रेखाओं QR || CR के बीच बने त्रिभुज के क्षेत्रफल समान होते हैं ।
 $ar(BQC)=ar(BQR).....(ii)$
समीकर (i) और (ii) से
 $ar(ABQ)+ar(BQC)=ar(PBQ)+ar(BQR)$
 $ar(AQC)=ar(PBR)$
Page : 197 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q15 चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $(AOD) = ar (BOC)$ है । सिद्ध कीजिए कि ABCD एक समलंब है ।
Answer. $ar(AOD)=ar(BOC)$
दोनों ओर $ar(AOB)$ जोड़ने पर
 $ar(AOD)+ar(AOB)=ar(BOC)+ar(AOB)$
 $ar(ABD)=ar(ABC)$
ABD और ABC एक ही आधार AB पर बने हैं और $ar(ABD) = ar(ABC)$, $AB|| DC$
अतः, ABCD एक समलंब है ।
Page : 198 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

Q16 आकृति 9.29 में , $ar (DRC) = ar (DPC)$ है और $ar (BDP) = ar (ARC)$ है । दर्शाइए कि दोनों चतुर्भुज ABCD और DCPR समलम्ब हैं ।



आकृति 9.29

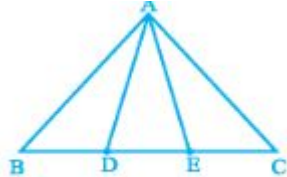
Answer. $\text{ar}(\text{DRC}) = \text{ar}(\text{DPC}) \dots\dots (i)$
DRC और DPC एक आधार पर बने हैं तथा $\text{ar}(\text{DRC}) = \text{ar}(\text{DPC})$, $DC \parallel RC$
अतः DCPR एक समलंब है।
 $\text{ar}(\text{ARC}) = \text{ar}(\text{BDP}) \dots\dots (ii)$
समीकरण (ii) से समीकरण (i) घटाने पर
 $\text{ar}(\text{ARC}) - \text{ar}(\text{DRC}) = \text{ar}(\text{BDP}) - \text{ar}(\text{DPC})$
 $\text{ar}(\text{ADC}) = \text{ar}(\text{BDC})$
 ΔADC और ΔBDC एक ही आधार DC पर बने हैं तथा $\text{ar}(\text{ADC}) = \text{ar}(\text{BDC})$
अतः ABCD एक समलंब है।

Page : 197 , Block name : प्रश्नवाली 9.3

प्रश्नवाली 9.4

Q1 समांतर चतुर्भुज ABCD और आयत ABEF एक ही आधार पर स्थित हैं और उनके क्षेत्रफल बराबर हैं। दर्शाइए कि समांतर चतुर्भुज का परिमाण आयत के परिमाण से अधिक है।
Answer. AFD में
आयत का कोण $\angle F = 90^\circ$
समकोण त्रिभुज में कर्ण सबसे बड़ी भुजा है, $AD > AF$
दोनों ओर AB जोड़ने पर
 $AD + AB > AF + AB$
 $2(AD + AB) > 2(AF + AB)$
समांतर चतुर्भुज का परिमाण > आयत का परिमाण
Page : 198 , Block name : प्रश्नवाली 9.4

Q2 आकृति 9.30 में, भुजा BC पर दो बिंदु D और E इस प्रकार स्थित हैं कि $BD = DE = EC$ है। दर्शाइए $\text{ar}(\text{ABD}) = \text{ar}(\text{ADE}) = \text{ar}(\text{AEC})$ है।

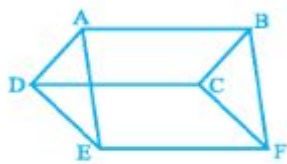


आकृति 9.30

क्या आप अब उस प्रश्न का उत्तर दे सकते हैं , जो आपने इस अध्याय की 'भूमिका' में छोड़ दिया था कि "क्या बुधिया का खेत वास्तव में बराबर क्षेत्रफलों वाले तीन भागों में विभाजित हो गया है" ?
[टिप्पणी: ध्यान दीजिए $BD = DE = EC$ लेने से ABC तीन त्रिभुजों ABD, ADE और AEC में विभाजित हो जाता है जिनके क्षेत्रफल बराबर हैं। इसी प्रकार, BC को n बराबर भागों में विभाजित करके और इस भुजा को विभाजित करने वाले बिंदुओं को सम्मुख शीर्ष A से मिलाकर कर आप इस त्रिभुज को बराबर क्षेत्रफलों वाले n त्रिभुजों में विभाजित कर सकते हैं।]

Answer. $BD=DE$, ΔABE में AD एक माधिका है
अतः, $ar(ABD)=ar(AED)$ (i)
इसीप्रकार, ΔADC में AE माधिका है
अतः $ar(ADE)=ar(AEC)$(ii)
समीकरण (i) और (ii) से
 $ar(ABD)=ar(ADE)=ar(AEC)$
Page : 198 , Block name : प्रश्नवाली 9.4

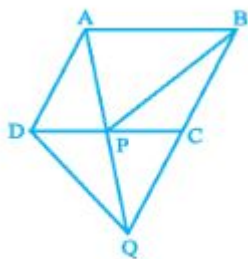
Q3 आकृति 9.31 में, $ABCD$, $DCFE$ और $ABFE$ समान्तर चतुर्भुज है। दर्शाइए कि $ar(\Delta ADE) = ar(\Delta BCF)$ है।



आकृति 9.31

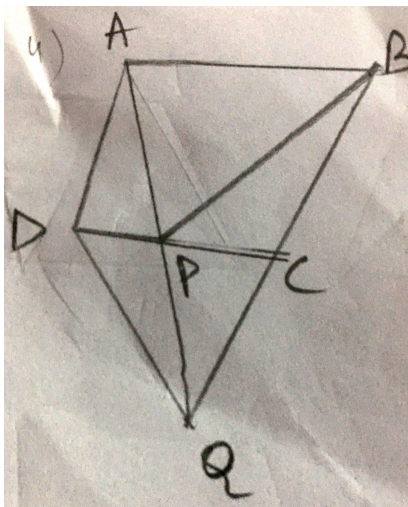
Answer. ΔADE और ΔBCF में ,
समान्तर चतुर्भुज $ABCD$ की सम्मुख भुजाएँ, $AD=BC$
समान्तर चतुर्भुज $DCFE$ की सम्मुख भुजाएँ, $DE=CF$
समान्तर चतुर्भुज $ABFE$ की सम्मुख भुजाएँ, $AE=BF$
अतः SSS सर्वांगसमता नियम
 $\Delta ADE \cong \Delta BCF$
अतः सर्वांगसमता त्रिभुजों के क्षेत्रफल बराबर होते हैं
 $ar(\Delta ADE)=ar(\Delta BCF)$
Page : 198 , Block name : प्रश्नवाली 9.4

Q4 आकृति 9.32 में $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है और BC को एक बिंदु Q तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $AD = CQ$ है। यदि AQ भुजा DC को P पर है, तो दर्शाइए कि $ar(\Delta BPC) = ar(\Delta DPQ)$ है। [संकेत: AC को मिलाइए।]



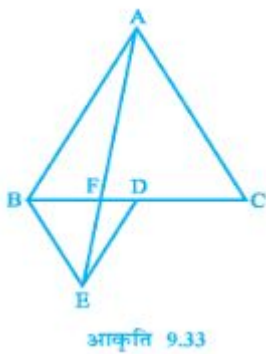
आकृति 9.32

Answer.

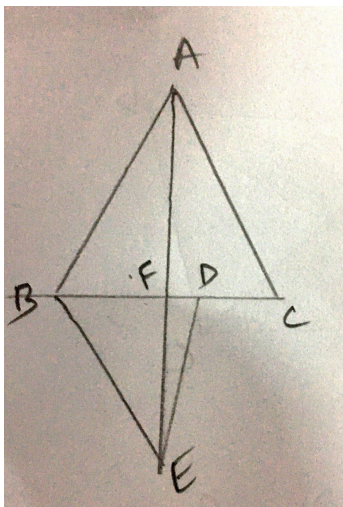


त्रिभुज ADP और QCP में
शीर्षभिमुख कोण, $\angle APD = \angle QPC$
एकांतर कोण, $\angle ADP = \angle QCP$
 $AD = CQ$
अतः AAS सर्वांगमता नियम, $\triangle ADP = \triangle QCP$
सर्वांगम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं, $DP = CP$
 $\triangle CDQ$ में QP माधिका है
अतः
 $ar(DPQ) = ar(QPC) \dots\dots (i)$
इसीप्रकार, $\triangle PBQ$ में PC माधिका है, $AD = CQ$ और $AD = BC$, $BC = QC$
अतः $ar(QPC) = ar(BPC) \dots\dots\dots (ii)$
समीकरण (i) और (ii) से
 $ar(BPC) = ar(DPQ)$
Page : 199 , Block name : प्रश्नवाली 9.4

Q5 आकृति 9.33 में, ABC और BDE दो समबाहु त्रिभुज इस प्रकार हैं कि D भुजा BC का मध्य - बिंदु है। यदि AE भुजा BC को F पर प्रतिच्छेद करती है, तो दर्शाइए कि



(i) $ar (BDE) = \frac{1}{4} ar (ABC)$
Answer.



EC और AD को मिलाया

माना, $BC = x$

समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{\sqrt{3}}{4}$ भुजा ²

इसलिए $ar(ABC) = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$

तथा $ar(BDE) = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{x}{2}\right)^2$

$\frac{1}{4} \left[\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 \right] = \frac{1}{4} [ar(ABC)]$

(ii) $ar(BDE) = 1/2 ar(BAE)$

Answer. ΔBEC में, ED माधिका हैं ।

अतः $ar(BDE) = 1/2 ar(BEC) \dots \dots \dots (i)$

त्रिभुज की माधिका त्रिभुज को समान क्षेत्रफल वाले दो त्रिभुजों में बांटती है

समबाहु त्रिभुज के कोण

$\angle EBC = 60$ और $\angle BCA = 60$

$\angle EBC = \angle BCA$

एकान्तर कोण बराबर है ,

$\angle EBC = \angle BCA$

अतः $BE \parallel AC$

त्रिभुज BEC और BAE एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं $BE \parallel AC$ के बीच स्थित हैं ।

$ar(BEC) = ar(BAE)$

समीकरण (i) और(ii) से

$ar(BDE) = 1/2 ar(BAE)$

(iii) $ar(ABC) = 2 ar(BEC)$

Answer. ΔBEC में, ED माधिका हैं ।

$ar(BDE) = 1/2 ar(BEC) \dots \dots \dots (iii)$

$ar(BDE) = 1/4 ar(ABC) \dots \dots \dots (iv)$

समीकरण (iii) और (iv) से ,

$ar(ABC) = 2 ar(BEC)$

(iv) $ar(BFE) = ar(AFD)$

Answer. $\angle ABD = 60$ और $\angle BDE = 60$

$\angle ABD = \angle BDE$

यहाँ एकान्तर कोण ($\angle ABD = \angle BDE$)

अतः $BA \parallel ED$

त्रिभुज BDE और AED एक ही आधार ED और एक ही समांतर रेखाओं $BA \parallel ED$ के बीच स्थित हैं ।

अतः $ar(BDE) = ar(AED)$

दोनों ओर से $ar(FED)$ घटाने पर

$ar(BDE)-ar(FED)=ar(AED)-ar(FED)$
 $ar(BDE)=ar(AFD)$
(v) $ar(BFE) = 2 ar(FED)$
Answer. ΔBEC में , $AD^2 = AB^2 - BD^2$
 $=a^2 - \frac{a^2}{4}$
 $=\frac{3a^2}{4}$
 $AD=\frac{\sqrt{3a}}{2}$
LED में , $(EL^2) = (DE)^2 - (DL)^2$
 $=(\frac{a}{2})^2 - (\frac{a}{4})^2$
 $=\frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{16}$
 $=\frac{3a^2}{16}$
 $EL=\frac{\sqrt{3}}{4}a$

इसलिए, $ar(AFD)=1/2 \times FD \times AD$
तथा

$ar(EFD)=1/2 \times FD \times EL$
 $= 1/2 \times FD \times \frac{\sqrt{3}}{4}a$

समीकरण (v) और (vi) से
 $ar(AFD)=2ar(FED)).....(vii)$
 $ar(BFE)=2ar(FED)$ [(vi) से तुलना करने पर]
(vi) $ar(FED) =1/8 ar(AFC)$
Answer. $ar(BDE)= 1/4ar(ABC)$
 $ar(BEF)+ar(FED)=1/2 ar(ABC)$
 $ar(BEF)+ar(FED)=1/4 [2 ar(ADC)]$
 $2 ar(FED) +ar(FED) =1/2 (arADC)$
 $3ar(FED)=1/2[ar(AFC)-ar(AFD)]$
 $3ar(FED)=1/2[ar(AFC)-ar(FED)]$
 $3ar(FED)=1/2 ar(AFC)-1/2 ar(FED)$
 $3ar(FED)=1/2 ar(AFC)-ar(FED)$
 $4ar(FED)=1/2ar(AFC)$
 $ar(FED)=1/8 ar(AFC)$

Page : 199 , Block name : प्रश्नवाली 9.4

Q6 चतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC और BD परस्पर बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते है । दर्शाइए कि $ar(APB) \times ar(CPD) = ar(APD) \times ar(BPC)$ है ।

[संकेत: A और C से BD पर लम्ब खींचिए ।]

Answer. A और C से BD पर लम्ब खींचिए AM और CN
 $ar(APB) \times ar(CPD) = 1/2 \times BP \times AM \times 1/2 \times PD \times CN (i)$
 $ar(APD) \times ar(BPS) = 1/2 \times \times PD \times Am \times 1/2 \times BP \times CN (ii)$

समीकरण(i) और (ii) से
 $ar(APB) \times ar(CPD) = ar(APD) \times ar(BPC)$

Page : 199 , Block name : प्रश्नवाली 9.4

Q7 P और Q क्रमशः त्रिभुज ABC की भुजाओं AB और BC के मध्य -बिंदु हैं तथा R रेखाखंड AP का मध्य-बिंदु है । दर्शाइए कि:
(i) $ar(PRQ) =1/2ar(ARC)$

Answer. AQ, PC, RC तथा RQ को मिलाया ।

ΔAPQ में QR माधिका है ।

$ar(PQR)=1/2 ar(APQ).....(i)$

इसीप्रकार ,

ΔAQB में, QP माधिका है ।

$ar(APQ)=1/2 ar(ABQ).....(ii)$

ΔABC में, AQ माधिका है ।

$ar(ABQ)=1/2 ar(ABC).....(iii)$

समीकरण (i), (ii) और (iii) से

$ar(PQR)=1/8 ar(ABC).....(iv)$

ΔARC में, CR माधिका है ।

$ar(ARC)=1/2 ar(APC).....(v)$

ΔABC में, CP माधिका है ।

$ar(APC)=1/2 ar(ABC).....(vi)$

समीकरण (v) और (vi) से

$ar(ARC)=1/4 ar(ABC).....(vii)$

समीकरण (v) और (vii) से

$ar(PQR)=1/8 ar(ABC) = \frac{1}{2} [1/4 ar(ABC)]$
 $=1/2 ar(ARC)$

$ar(PQR)= \frac{1}{2} ar(ABC)$

(ii) $ar(RQC) = \frac{3}{8} ar(ABC)$

Answer. $ar(RQC)= ar(RQA) + ar(AQC)-ar(ARC).....(viii)$

ΔPQA में QR माधिका है

$ar(RQA)=1/2 ar(PQA).....(ix)$

ΔAQB में, PQ माधिका है

$ar(PQA)= \frac{1}{2} ar(AQB).....(x)$

ΔABC में AQ माधिका है ।

$ar(AQB)=1/2 ar(ABC).....(xi)$

समीकरण (ix), (x) और (xi) से

$ar(RQA)= 1/8 ar(ABC).....(xii)$

ΔABC में, AQ माधिका है ।

$ar(AQC)=1/2 ar(ABC).....(xiii)$

ΔAPC में CR माधिका है ।

$ar(ARC)= \frac{1}{2} ar(APC).....(xiv)$

ΔABC में CP माधिका है ।

$ar(APC)=1/2 ar(ABC).....(xv)$

समीकरण (xiv) और (xv) से

$ar(ARC)=1/4 ar(ABC).....(xvi)$

समीकरण (viii), (xii), (xiii) और (xvi) से

$ar(RQC)=1/8 ar(ABC)+1/2 ar(ABC)-1/4 ar(ABC)$

$ar(RQC)=3/8 ar(ABC)$

(iii) $ar(PBQ) = ar(ARC)$

Answer. ΔABQ में , PQ माधिका है ।

$ar(PBQ)=1/2 ar(ABQ).....(xvii)$

ΔABC में, AQ माधिका है ।

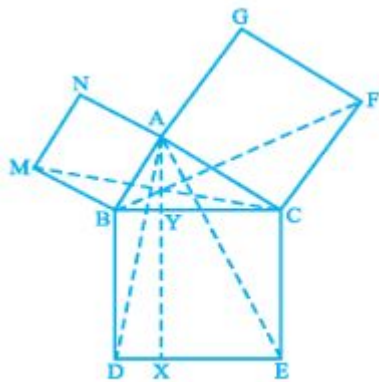
$ar(ABQ)= \frac{1}{2} ar(ABC).....(xviii)$

समीकरण (xvi), (xvii) और (xviii) से

$ar(PQB)=ar(ARC)$

Page : 200 , Block name : प्रश्नवाली 9.4

Q8 आकृति 9.34 में , ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसका कोण A समान है । BCED, ACFG और ABMN क्रमश भुजाओं BC, CA और AB पर बने वर्ग हैं । रेखाखंड $AX \perp DE$ भुजा BC को बिंदु Y पर मिलता है । दर्शाइए कि :



आकृति 9.34

(i) $\Delta MBC = \Delta ABD$

Answer. ΔMBC और ΔABD में ।

वर्ग की भुजा, $AB= AC$

प्रत्येक $90^\circ + \angle ABC$, $\angle MBC= \angle ABD$

वर्ग की भुजा, $MB= AB$

SAS सर्वांगसमता प्रमेय, $\Delta MBC \cong \Delta ABD$

(ii) $ar (BYXD) = 2 ar (MBC)$

Answer. त्रिभुज ABD तथा चतुर्भुज BYXD एक ही एक ही समांतर रेखाओं $AX \parallel BD$ और आधार BD के बीच स्थित है , अतः

$ar(ABD)=1/2 ar(BYXD).....(1)$

$MBC= ABD$

इसलिए

$ar(MBC)= ar(ABD).....(2)$

समीकरण (1) और (2) से,

$ar(MBC)=1/2 ar(BYXD).....(3)$

$2 ar(MBC)=ar(BYXD)$

(iii) $ar (BYXD) = ar (ABMN)$

Answer. त्रिभुज MBC तथा वर्ग ABMN एक ही एक ही समांतर रेखाओं $MB \parallel NC$ और आधार MB के बीच स्थित है ,

अतः $ar(MBC)= \frac{1}{2} ar(ABMN).....(4)$

समीकरण (3) और (4) से

$ar (BYXD) = ar (ABMN)$

(iv) $\Delta FCB = \Delta ACE$

Answer. वर्ग की भुजा, $CE = BC$

प्रत्येक $90^\circ + \angle ABC$, $\angle ACE= \angle BCF$

वर्ग की भुजा, $AC = CF$

SAS सर्वांगसमता प्रमेय, $\Delta ACE \cong \Delta BCF$

(v) $ar (CYXE) = 2 ar (FCB)$

Answer. त्रिभुज ACE और वर्ग CYXE एक ही एक ही समांतर रेखाओं $CE \parallel AX$ और आधार CE के बीच स्थित है ,

अतः $ar(ACE)= \frac{1}{2} ar(CYXE)$

$ar(FCB)=1/2 ar(CYXE).....(5)$

$[ar(FCB)= ar (ACE)]$

$2 \text{ ar(FCB)} = \text{ar(CYXE)}$

(vi) $\text{ar (CYXE)} = \text{ar (ACFG)}$

Answer. त्रिभुज BCF तथा वर्ग ACFG एक ही एक ही समांतर रेखाओं CF || FG और आधार CF और के बीच स्थित है , अतः

$\text{ar(BCF)} = \frac{1}{2} \text{ ar(ACFG)} \dots\dots\dots(6)$

समीकरण (5) और (6) से

$\text{ar (CYXE)} = \text{ar (ACFG)}$

(vii) $\text{ar (BCED)} = \text{ar (ABMN)} + \text{ar (ACFG)}$

Answer. भाग (3) और (6) से

$\text{ar(BYXD)} = \text{ar(ABMN)}$

तथा

$\text{ar(CYXE)} = \text{ar(ACFG)}$

दोनों को जोड़ने पर

$\text{ar(BYXD)} + \text{ar (CYXE)} = \text{ar(ABMN)} + \text{ar (ACFG)}$

$\text{ar (BCED)} = \text{ar (ABMN)} + \text{ar (ACFG)}$

