

NCERT SOLUTIONS

CLASS - 9TH



aglasem.com

Exercise 2.1

Q1 निम्नलिखित व्यंजकों में कौन-कौन एक चर के बहुपद है और कौन-कौन नहीं है? कारण के साथ अपने उत्तर दीजिए:

(i) $4x^2 - 3x + 7$ (ii) $y^2 + \sqrt{2}$

(iii) $3\sqrt{t} + t\sqrt{2}$ (iv) $y + \frac{2}{y}$

(v) $x^{10} + y^3 + t^{50}$

Answer. (i) $4x^2 - 3x + 7$

यह एक चर के बहुपद है इसमें x एक चर है

(ii) $y^2 + \sqrt{2}$

यह एक चर के बहुपद है इसको $y^2 + 0xy + \sqrt{2}$ के रूप में लिखा जा सकता है

(iii) $3\sqrt{t} + t\sqrt{2}$

यह एक चर के बहुपद नहीं है $3t^{\frac{1}{2}} + t\sqrt{2}$

(iv) $y + \frac{2}{y}$

यह एक चर के बहुपद नहीं है $y + 2y^{-1}$

(v) $x^{10} + y^3 + t^{50}$

यह एक चर के बहुपद नहीं है, इसमें x, y, t अलग-अलग चर है

Page : 37 , Block Name : परभावली – 2.1

Q2 निम्नलिखित में से प्रत्येक में x^2 का गुणांक लिखिए:

(i) $2 + x^2 + x$

(ii) $2 - x^2 + x^3$

(iii) $\frac{\pi}{2}x^2 + x$

(iv) $\sqrt{2}x + 1$

Answer. (i) $(2 + x^2 + x)$

→ $x^2 + x + 2$

→ $1x^2 + 1x + 2$

=1

(ii) $2 - x^2 + x^3$

→ $x^3 - x^2 + 2$

→ $1x^3 - 1x^2 + 2$

=-1

(iii) $\frac{\pi}{2}x^2 + x$

→ $\frac{\pi}{2}x^2 + x + 0$

= $\frac{\pi}{2}$

(iv) $\sqrt{2}x + 1$

→ $0x^2 + \sqrt{2}x + 1$

=0

Q3 35 घात के द्विपद का और 100 घात के एकपदी का एक – एक उदाहरण दीजिए

Answer. 35 घात के द्विपद $=x^{35} + 2x$
100 घात के एकपदी $=x^{100}$

Q4 निम्नलिखित बहुपदों में से प्रत्येक बहुपद की घात लिखिए:-

(i) $5x^3 + 4x^2 + 7x$

(ii) $4-y^2$

(iii) $5t=\sqrt{7}$

(iv) 3

Answer. (i) $5x^3 + 4x^2 + 7x$

बहुपद की घात है 3

(ii) $4-y^2$

बहुपद की घात है 2

(iii) $5t=\sqrt{7}$

बहुपद की घात है 1

(iv) 3

बहुपद की घात है 0

Q5 बताइए कि निम्नलिखित बहुपदों में कौन- कौन बहुपद रैखिक हैं, कौन द्विघाती है और कौन- कौन त्रिघाती हैं:

(i) x^2+x

(ii) $x-x^3$

(iii) $y+y^2+4$

(iv) $1+x$

(iv) $1+x$

(v) $3t$

(vi) r^2

(vii) $7x^3$

Answer. (i) x^2+x

बहुपद की घात 2 है, अतः यह एक द्विघाती बहुपद है

(ii) $x-x^3$

बहुपद की घात 3 है, अतः यह एक त्रिघाती बहुपद है

(iii) $y+y^2+4$

द्विघाती बहुपद

(iv) $1+x$

रैखिक बहुपद

(v) $3t$

रैखिक बहुपद

(vi) r^2

बहुपद की घात 2 है, अतः यह एक द्विघाती बहुपद है

(vii) $7x^3$

त्रिघाती बहुपद

Q1 निम्नलिखित पर बहुपद $(5x-4x^2+3)$ के मान ज्ञात कीजिए:

- (i) $x=0$
- (ii) $x=-1$
- (iii) $x=2$

Answer. (i) $x=0$

$$\text{माना } P(x) = 5x - 4x^2 + 3$$

$x=0$ रखने पर

$$P(0) = 5 \times 0 - 4 \times (0)^2 + 3 = 3$$

(ii) $x=-1$

$x=-1$ रखने पर

$$P(-1) = 5 \times (-1) - 4(-1)^2 + 3 \\ = -5 - 4 + 3 \\ = -6$$

(iii) $x=2$

$x=2$ रखने पर

$$P(2) = 5 \times 2 - 4(2)^2 + 3 \\ = 10 - 16 + 3 \\ = -3$$

Page : 41, Block Name : प्रश्नावली – 2.2

Q2 निम्नलिखित बहुपदों में से प्रत्येक बहुपद के लिए $P(0)$, $P(1)$ और $P(2)$ ज्ञात कीजिए:

(i) $P(y) = y^2 - y + 1$

(ii) $P(t) = 2 + t + 2t^2 - t^3$

(iii) $P(x) = x^3$

(iv) $P(x) = (x-1)(x+1)$

Answer. (i) $P(y) = y^2 - y + 1$

$y=0$ रखने पर

$$P(0) = 0^2 - 0 + 1 \\ = 1$$

$y=1$ रखने पर

$$P(1) = 1^2 - 1 + 1 \\ = 2$$

$y=3$ रखने पर

$$P(3) = 3^2 - 3 + 1 \\ = 3$$

(ii) $P(t) = 2 + t + 2t^2 - t^3$

$t=0$ रखने पर

$$P(0) = 2 + 0 + 2(0)^2 - 0^3 \\ = 2 + 0 + 0 - 0 \\ = 2$$

$t=1$ रखने पर

$$P(1) = 2 + 1 + 2(1)^2 - 1^3 \\ = 2 + 1 + 2 \times 1 - 1 \\ = 3 + 2 - 1 \\ = 4$$

$t=2$ रखने पर

$$P(2) = 2 + 2 + 2(2)^2 - 2^3 \\ = 4 + 2 \times 4 - 8 \\ = 4$$

(iii) $P(x) = x^3$

$x=0$ रखने पर

$$P(0) = (0)^3 \\ = 0$$

$x=1$ रखने पर

$$P(1) = (1)^3 \\ = 1$$

$x=2$ रखने पर

$$P(2) = (2)^3 \\ = 8$$

$$(iv) P(x) = (x - 1)(x + 1)$$

$x=0$ रखने पर

$$P(0) = (0 - 1)(0 + 1)$$

$$= -1$$

$x=1$ रखने पर

$$P(1) = (1 - 1)(1 + 1)$$

$$= 0$$

$x=2$ रखने पर

$$P(2) = (2 - 1)(2 + 1)$$

$$= 1 \times 3$$

$$= 3$$

Page : 41, Block Name : प्रश्नावली - 2.2

Q3 सत्यापित कीजिए कि दिखाए गए मान निम्नलिखित स्थितियों में संगत बहुपद के शून्यक है:

$$(i) P(x) = 3x + 1; x = \frac{-1}{3}$$

$$(ii) P(x) = 5x - \pi; x = \frac{4}{5}$$

$$(iii) P(x) = x^2 - 1; x = 1, -1$$

$$(iv) P(x) = (x + 1)(x - 2); x = -1, 2$$

$$(v) P(x) = x^2; x = 0$$

$$(vi) P(x) = lx + m; x = \frac{-m}{l}$$

$$(vii) P(x) = 3x^2 - 1; x = \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Answer. (i) } P(x) = 3x + 1; x = \frac{-1}{3}$$

$$P(x) = 3x + 1$$

$$x = \frac{-1}{3} \text{ रखने पर}$$

$$P\left(\frac{-1}{3}\right) = 3 \times \left(\frac{-1}{3}\right) + 1$$

$$= -1 + 1$$

$$= 0$$

$$\text{यहाँ } P\left(-\frac{1}{3}\right) = 0 \text{ है}$$

$$\text{अतः } x = \frac{-1}{3} \text{ और}$$

$$P(x) = 3x + 1 \text{ का शून्यक है}$$

$$(ii) P(x) = 5x - \pi; x = \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{4}{5} \text{ रखने पर}$$

$$P\left(\frac{4}{5}\right) = 5 \times \left(\frac{4}{5}\right) - \pi$$

$$= 4 - \pi$$

$$\text{यहाँ } P\left(\frac{4}{5}\right) \neq 0 \text{ है}$$

$$\text{अतः } x = \frac{4}{5} \text{ और}$$

$$P(x) = 5x - \pi \text{ का शून्यक नहीं है}$$

$$(iii) P(x) = x^2 - 1; x = 1, -1$$

$x=1$ रखने पर

$$P(1) = (1)^2 - 1$$

$$= 1 - 1$$

$$= 0$$

$$\text{यहाँ } P(1) = 0 \text{ है}$$

अतः $x=1$ और

$$P(x) = x^2 - 1 \text{ का शून्यक है}$$

$x=-1$ रखने पर

$$P(-1) = (-1)^2 - 1$$

$$= 1 - 1$$

$$= 0$$

यहाँ $P(-1) = 0$ है

अतः $x = -1$ और

$P(x) = x^2 - 1$ का शून्यक है

$$(iv) P(x) = (x + 1)(x - 2); x = -1, 2$$

$x = -1$ रखने पर

$$P(-1) = (-1 + 1)(-1 - 2)$$

$$= 0 \times (-3)$$

$$= 0$$

यहाँ $P(-1) = 0$ है

अतः $x = -1$ और

$P(x) = (x + 1)(x - 2)$ का शून्यक है

$x = 2$ रखने पर

$$P(2) = (2 + 1)(2 - 2)$$

$$= 0 \times 3$$

$$= 0$$

यहाँ $P(2) = 0$ है

अतः $x = 2$ और

$P(x) = (x + 1)(x - 2)$ का शून्यक है

$$(v) P(x) = x^2; x = 0$$

$x = 0$ रखने पर

$$P(0) = 0^2$$

$$= 0$$

यहाँ $P(0) = 0$ है

अतः $x = 0$ और

$P(x) = x^2$ का शून्यक है

$$(vi) P(x) = lx + m; x = \frac{-m}{l}$$

$$x = \frac{-m}{l} \text{ रखने पर}$$

$$P\left(-\frac{m}{l}\right) = l \times \left(-\frac{m}{l}\right) + m$$

$$= -m + m$$

$$= 0$$

$$\text{यहाँ } P\left(-\frac{m}{l}\right) = 0 \text{ है}$$

$$\text{अतः } x = \frac{-m}{l} \text{ और}$$

$P(x) = lx + m$ का शून्यक है

$$(vii) P(x) = 3x^2 - 1; x = \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{-1}{\sqrt{3}} \text{ रखने पर}$$

$$P\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) = 3\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1$$

$$= 3 \times \frac{1}{3} - 1$$

$$= 1 - 1$$

$$= 0$$

$$\text{यहाँ } P\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0 \text{ है}$$

$$\text{अतः } x = \frac{-1}{\sqrt{3}} \text{ और}$$

$P(x) = 3x^2 - 1$ का शून्यक है

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ रखने पर}$$

$$P\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 3\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1$$

$$= 3 \times \frac{4}{3} - 1$$

$$= 3$$

$$\text{यहाँ } P\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \neq 0 \text{ है}$$

$$\text{अतः } x = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ और}$$

$$P(x) = 3x^2 - 1 \text{ का शून्यक नहीं है।}$$

$$(viii) P(x) = 2x + 1; x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ रखने पर}$$

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right) + 1$$

$$= -1 + 1$$

$$= 0$$

$$\text{यहाँ } P\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \text{ है}$$

$$\text{अतः } x = \frac{1}{2} \text{ और}$$

$$P(x) = 2x + 1 \text{ का शून्यक है}$$

Page : 41 , Block Name : परस्नावली – 2.2

Q4 निम्नलिखित स्थितियों में से प्रत्येक स्थिति में बहुपद का शून्यक ज्ञात कीजिए:-

$$(i) P(x) = x + 5$$

$$(ii) P(x) = x - 5$$

$$(iii) P(x) = 2x + 5$$

$$(iv) P(x) = 3x - 2$$

$$(v) P(x) = 3x$$

$$(vi) P(x) = ax \quad a \neq 0$$

$$(vii) P(x) = cx + d; c \neq 0, c, d \text{ वास्तविक संख्याएँ हैं}$$

$$\text{Answer. (i) } P(x) = x + 5$$

$$P(x) = 0 \text{ रखने पर}$$

$$x + 5 = 0$$

$$x = -5$$

$$\text{इसलिए } x = -5 \text{ बहुपद का } P(x) \text{ शून्यक है}$$

$$(ii) P(x) = x - 5$$

$$P(x) = 0 \text{ रखने पर}$$

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

$$\text{इसलिए } x = 5 \text{ बहुपद का } P(x) \text{ शून्यक है}$$

$$(iii) P(x) = 2x + 5$$

$$P(x) = 0 \text{ रखने पर}$$

$$2x + 5 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-5}{2}$$

$$\text{इसलिए } x = \frac{-5}{2} \text{ बहुपद का } P(x) \text{ शून्यक है}$$

$$(iv) P(x) = 3x - 2$$

$$P(x) = 0 \text{ रखने पर}$$

$$3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\text{इसलिए } x = \frac{2}{3} \text{ बहुपद का } P(x) \text{ शून्यक है}$$

$$(v) P(x) = 3x$$

$$P(x) = 0 \text{ रखने पर}$$

$$3x = 0$$

$$x = 0$$

$$\text{अतः } x = 0 \text{ बहुपद का } P(x) \text{ शून्यक है}$$

$$(vi) P(x)=ax \quad a \neq 0$$

$P(x)=0$ रखने पर

$$ax=0$$

$$x=0$$

अतः $x=0$ बहुपद का $P(x)$ शून्यक है

$$(vii) P(x)=cx+d; c \neq 0, c, d$$

$P(x)=0$ रखने पर

$$cx+d=0$$

$$\rightarrow x = -\frac{d}{c}$$

अतः $x = -\frac{d}{c}$ बहुपद का $P(x)$ शून्यक है

Page : 41 , Block Name : प्रश्नावली – 2.2

Exercise 2.3

Q1 $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ को निम्नलिखित से भाग देने पर शेषफल ज्ञात कीजिए:

$$(i) x+1 \quad (ii) x - \frac{1}{2} \quad (iii) x \quad (iv) x + \Pi$$

$$(v) 5+2x$$

Answer. (i) $x+1$

$$\text{माना } P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$x+1=0$$

$x=-1$ रखने पर,

शेषफल प्रमेयानुसार,

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \text{ को } x + 1 \text{ से भाग देने पर शेषफल.}$$

$$P(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) + 1$$

$$=-1+3-3+1$$

$$=0$$

$$(ii) x - \frac{1}{2}$$

$$x - \frac{1}{2} = 0 \text{ रखने पर,}$$

शेषफल प्रमेयानुसार,

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \text{ को } x - \frac{1}{2} \text{ से भाग देने पर शेषफल.}$$

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{2}\right) + 1$$

$$= \frac{1}{8} + 3 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{2} + 1$$

$$= \frac{1+6+12+8}{8}$$

$$= \frac{27}{8}$$

$$(iii) x$$

$x=0$ रखने पर,

शेषफल प्रमेयानुसार,

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \text{ को } x \text{ से भाग देने पर शेषफल}$$

$$P(0) = (0)^3 + 3(0)^2 + 3(0) + 1$$

$$=0+1$$

$$=1$$

$$(iv) x + \Pi$$

$$x + \Pi = 0$$

$x = -\Pi$ रखने पर,

शेषफल प्रमेयानुसार

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

को $x + \Pi$ से भाग देने पर शेषफल

$$P(-\Pi) = (-\Pi)^3 + 3(-\Pi)^2 + 3(-\Pi) + 1$$

$$= -\Pi^3 + 3\Pi^2 - 3\Pi + 1$$

$$(v) 5+2x$$

$$5+2x=0$$

$$x = \frac{-5}{2} \text{ रखने पर,}$$

शेषफल प्रमेयानुसार

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

को $5+2x$ से भाग देने पर शेषफल

$$\begin{aligned} P\left(\frac{-5}{2}\right) &= \left(\frac{-5}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{-5}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{-5}{2}\right) + 1 \\ &= \frac{-125}{8} + 3 \times \frac{25}{4} - 3 \times \frac{5}{2} + 1 \\ &= \frac{-125 + 150 - 60 + 8}{8} \\ &= \frac{-27}{8} \end{aligned}$$

Page : 47 , Block Name : प्रश्नावली – 2.3

Q2 $x^3 - ax^2 + 6x - a$ को $(x-a)$ में भाग देने पर शेषफल ज्ञात कीजिए

$$\text{Answer. माना } P(x) = x^3 - ax^2 + 6x - a$$

$$(x-a=0)$$

$(x=a)$ रखने पर

शेषफल प्रमेयानुसार,

$$P(x) = x^3 + ax^2 + 6x - a \text{ को } (x-a) \text{ से भाग देने पर शेषफल}$$

$$P(x) = (a)^3 + -a(a)^2 + 6(a) - a$$

$$= a^3 - a^2 + 6a - a$$

$$= 59$$

Page : 47 , Block Name : प्रश्नावली – 2.3

Q3 जाँच कीजिए कि $7 + 3x, 3x^3 + 7x$ का एक गुणखंड है या नहीं

$$\text{Answer. . माना } P(x) = 3x^3 + 7x$$

$$7+3x=0 \text{ रखने पर}$$

$$x = \frac{-7}{3}$$

शेषफल प्रमेयानुसार,

$$\begin{aligned} P\left(\frac{-7}{3}\right) &= 3\left(\frac{-7}{3}\right)^3 + -7\left(\frac{-7}{3}\right) \\ &= -\frac{343}{27} - \frac{49}{3} \\ &= \frac{-490}{9} \end{aligned}$$

$$\text{शेषफल } P = \left(\frac{-7}{3}\right) \neq 0$$

अतः $7 + 3x, 3x^3 + 7x$ का गुणखंड नहीं है

Page : 47 , Block Name : प्रश्नावली – 2.3

Exercise 2.4

Q1 बताईए कि निम्नलिखित बहुपदों में से किस बहुपद का एक गुणखंड $x + 1$ है

$$(i) x^3 + x^2 + x + 1 \quad (ii) x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

$$(iii) x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1 \quad (iv) x^3 - x^2 - (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$$

$$\text{Answer. (i) } x^3 + x^2 + x + 1$$

$$\text{माना } P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

$$x+1=0$$

$$x=-1 \text{ रखने पर,}$$

शेषफल प्रमेयानुसार,

$$P(x) = x^3 + x^2 + x + 1 \text{ को } (x+1) \text{ से भाग देने पर}$$

$$P(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1$$

$$= -1 + 1 - 1 + 1$$

$$= 0$$

यहाँ, शेषफल $P(-1) = 0$

अतः $x + 1, x^3 + x^2 + x + 1$ का गुणखंड है

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

$$(ii) x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

$$\text{माना } P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

$$x+1=0$$

$(x=-1)$ रखने पर

शेषफल प्रमेयानुसार

$$P(-1) = (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1$$

$$= 1 - 1 + 1 - 1 + 1$$

$$= 1$$

शेषफल $P(-1) \neq 0$

इसलिये, $x + 1, x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ का गुणखंड नहीं है

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

$$(iii) x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$$

$$\text{माना } P(x) = x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$$

$$x+1=0$$

$x = -1$ रखने पर

शेषफल प्रमेयानुसार,

$$P(-1) = (-1)^4 + 3(-1)^3 + 3(-1)^2 + (-1) + 1$$

$$= 1 - 3 + 3 - 1 + 1$$

$$= 1$$

शेषफल $P(-1) \neq 0$

इसलिये, $x + 1, x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$ का गुणखंड नहीं है

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

$$(iv) x^3 - x^2 - (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$$

$$\text{माना } P(x) = x^3 - x^2 - (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$$

$$(x+1=0)$$

$(x=-1)$ रखने पर,

शेषफल प्रमेयानुसार,

$$P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - (2 + \sqrt{2})(-1) + \sqrt{2}$$

$$= -1 - 1 + 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

शेषफल $P(-1) \neq 0$

इसलिये, $x + 1, x^3 - x^2 - (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$ का गुणखंड नहीं है

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

Q2 गुणनखंड प्रमेय लागू करके बताइए कि निम्नलिखित स्थितियों में से प्रत्येक स्थिति में $(x - 1), p(x)$ का एक गुणनखंड है या नहीं:

$$(i) p(x) = 2x^3 + x^2 - 2x - 1, g(x) = x + 1$$

$$(ii) p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1, g(x) = x + 2$$

$$(iii) p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6, g(x) = x - 3$$

$$\text{Answer. (i) } p(x) = 2x^3 + x^2 - 2x - 1, g(x) = x + 1$$

$$(x+1=0) \text{ रखने पर, } (x=-1)$$

शेषफल प्रमेयानुसार,

$$P(x) = 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \text{ को } g(x) = x + 1 \text{ से भाग देने पर शेषफल}$$

$$p(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1$$

$$= -1 + 1 - 1 + 1$$

$$= 0$$

यहाँ शेषफल $p(-1) = 0$ अतः $g(x), p(x)$ का गुणखंड है

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

$$(ii) p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1, g(x) = x + 2$$

$$(x+2=0) \text{ रखने पर, } (x=-2)$$

शेषफल प्रमेयानुसार,

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \text{ को } g(x) = x + 2 \text{ से भाग देने पर शेषफल}$$

$$p(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 3(-2) + 1$$

$$= -8 + 12 - 6 + 1$$

$$= -1$$

यहाँ शेषफल $p(-2) \neq 0$ अतः $g(x), p(x)$ का गुणखंड नहीं है

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

$$(iii) p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6, g(x) = x - 3$$

$(x-3=0)$ रखने पर, $x=3$

शेषफल परमेयानुसार,

$p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ को $g(x) = x - 3$ से भाग देने पर शेषफल

$$p(3) = (3)^3 - 4(3)^2 + (3) + 6$$

$$= 27 - 36 + 3 + 6$$

$$= 0$$

यहाँ शेषफल $p(3) = 0$

अतः $g(x), p(x)$ का गुणखंड है।

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

Q3 k का मान ज्ञात कीजिए जबकि निम्नलिखित स्थितियों में से प्रत्येक स्थिति में $(x-1), p(x)$ का एक गुणखंड हो

$$(i) P(x) = x^2 + x + k$$

$$(ii) P(x) = 2x^2 + kx + \sqrt{2}$$

$$(iii) p(x) = kx^2 - \sqrt{2}x + 1$$

$$(iv) P(x) = kx^2 - 3x + k$$

Answer. (i) $P(x) = x^2 + x + k$ को $(x-1)$ से भाग देने पर,

$$P(1) = (1)^2 + (1) + k$$

$$(= 2+k)$$

चूँकि $(x-1), P(x)$ का गुणखंड है

अतः शेषफल $P(1) = 0$

$$2+k=0$$

$$k=-2$$

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

$$(ii) P(x) = 2x^2 + kx + \sqrt{2}$$

$(x-1=0)$ रखने पर, $(x=1)$

शेषफल परमेयानुसार,

$P(x) = 2x^2 + kx + \sqrt{2}$ को $x - 1$ से भाग देने पर,

$$P(1) = 2(1)^2 + k(1) + \sqrt{2}$$

$$= 2 + k + \sqrt{2}$$

चूँकि $(x-1), P(x)$ का गुणखंड है

अतः शेषफल $P(1) = 0$

$$2 + k + \sqrt{2} = 0$$

$$k = -2 - \sqrt{2}$$

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

$$(iii) P(x) = kx^2 - \sqrt{2}x + 1$$

$(x-1=0)$ रखने पर, $(x=1)$

शेषफल परमेयानुसार,

$P(x) = (kx^2 - \sqrt{2}x + 1)$ को $x - 1$ से भाग देने पर,

$$P(1) = k(1)^2 - \sqrt{2}(1) + 1$$

$$= k - \sqrt{2} + 1$$

चूँकि $(x-1), P(x)$ का गुणखंड है

अतः शेषफल $P(1) = 0$

$$k - \sqrt{2} + 1 = 0$$

$$k = \sqrt{2} - 1$$

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

$$(iv) P(x) = kx^2 - 3x + k$$

$(x-1=0)$ रखने पर, $(x=1)$

शेषफल परमेयानुसार,

$P(x) = (kx^2 - 3x + k)$ को $(x-1)$ से भाग देने पर,

$$P(1) = k(1)^2 - 3(1) + k$$

$$= 2k - 3$$

चूंकि $(x-1)$, $P(x)$ का गुणखंड है

अतः शेषफल $P(1) = 0$

$$2k - 3 = 0$$

$$k = \frac{3}{2}$$

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

Q4 गुणखंड ज्ञात कीजिए :

$$(i) 12x^2 - 7x + 1 \quad (ii) 2x^2 + 7x + 3$$

$$(iii) 6x^2 + 5x - 6 \quad (iv) 3x^2 - x - 4$$

Answer. (i) $12x^2 - 7x + 1$

$$= 12x^2 - (4 + 3)x + 1$$

$$= 12x^2 - 4x - 3x + 1$$

$$= 4x(3x - 1) - 1(3x - 1)$$

$$= (3x - 1)(4x - 1)$$

$$(ii) 2x^2 + 7x + 3$$

$$= 2x^2 + (9 + 1)x + 3$$

$$= 2x^2 + 6x + 1x + 3$$

$$= 2x(x + 3) + 1(x + 3)$$

$$= (x + 3)(2x + 1)$$

$$(iii) 6x^2 + 5x - 6$$

$$= 6x^2 + (9 - 4)x - 6$$

$$= 6x^2 + 9x - 4x - 6$$

$$= 3x(2x + 3) - 2(2x + 3)$$

$$= (2x + 3)(3x - 2)$$

$$(iv) 3x^2 - x - 4$$

$$= 3x^2 - (4 - 3)x - 4$$

$$= 3x^2 - 4x - 3x - 4$$

$$= x(3x - 4) + 1(3x - 4)$$

$$= (3x - 4)(x + 1)$$

Page : 52 , Block Name : प्रश्नावली – 2.4

Q5 गुणखंड ज्ञात कीजिए:-

$$(i) x^3 - 2x^2 - x + 2$$

$$(ii) x^3 - 3x^2 - 9x - 5$$

$$(iii) x^3 + 13x^2 + 32x + 20$$

$$(iv) 2y^3 + y^2 - 2y - 1$$

Answer. (i) $x^3 - 2x^2 - x + 2$

$$\text{माना } Q(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

$(x=1)$ रखने पर,

$$Q(1) = (1)^3 - 2(1)^2 - (1) + 2$$

$$= 1 - 2 - 1 + 2$$

$$= 0$$

$x-1$, $Q(x)$ का गुणखंड है

$$\begin{array}{r|l}
 & x^2 - x - 2 \\
\hline
x-1 & x^3 - 2x^2 - x + 2 \\
& x^3 - x^2 \\
& - + \\
\hline
& -x^2 - x + 2 \\
& -x^2 + x \\
& + - \\
\hline
& -2x + 2 \\
& -2x + 2 \\
& + - \\
\hline
& 0
\end{array}$$

अतः $Q(x) = (x-1)(x^2 - x - 2)$

$$= (x-1)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x-1)[x^2 - (2-1)x - 2]$$

$$= (x-1)[x^2 - 2x + x - 2]$$

$$= (x-1)[x(x-2) + 1(x-2)]$$

$$= (x-1)(x-2)(x+1)$$

(ii) $x^3 - 3x^2 - 9x - 5$

माना $Q(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$

($x=1$) रखने पर,

$$Q(1) = (1)^3 - 3(1)^2 - 9(1) - 5$$

$$= 1 - 3 - 9 - 5$$

$$= -16 \neq 0$$

($x=-1$) रखने पर

$$Q(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) - 5$$

$$= -1 - 3 + 9 - 5$$

$$= 0$$

$x+1$, $Q(x)$ का गुणखंड है

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 4x - 5 \\
 \hline
 x+1 \quad x^3 - 3x^2 - 9x - 5 \\
 \quad x^3 + x^2 \\
 \quad - \quad - \\
 \hline
 \quad \quad -4x^2 - 9x - 5 \\
 \quad \quad -4x^2 - 4x \\
 \quad \quad + \quad + \\
 \hline
 \quad \quad \quad -5x - 5 \\
 \quad \quad \quad -5x - 5 \\
 \quad \quad \quad + \quad + \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

अतः $Q(x) = (x+1)(x^2 - 4x - 5)$

$$= (x+1)[x^2 - (5-1)x - 5]$$

$$= (x+1)[x^2 - 5x + x - 5]$$

$$= (x+1)[x(x-5) + 1(x-5)]$$

$$= (x+1)(x-5)(x+1)$$

(iii) $x^3 + 13x^2 + 32x + 20$

माना $Q(x) = x^3 + 13x^2 + 32x + 20$

($x=-1$) रखने पर,

$$Q(-1) = (-1)^2 + 13(-1)^2 + 32(-1) + 20$$

$$= -1 + 13 - 32 + 20$$

$$= 0$$

$x+1$, $Q(x)$ का गुणनखंड है

	$x^2 + 12x + 20$
$x + 1$	$x^3 + 13x^2 + 32x + 20$
	$x^3 + x^2$
	$- \quad -$
	$12x^2 + 32x + 20$
	$12x^2 + 12x$
	$- \quad -$
	$20x + 20$
	$20x + 20$
	$- \quad -$
	0

अतः $Q(x) = (x + 1)(x^2 + 12x + 20)$

$= (x + 1)(x^2 + 12x + 20)$

$= (x + 1)[x^2 + (10 + 2)x + 20]$

$= (x + 1)[x^2 + 10x + 2x + 20]$

$= (x + 1)[x(x + 10) + 2(x + 10)]$

$= (x + 1)(x + 10)(x + 2)$

(iv) $2y^3 + y^2 - 2y - 1$

माना $Q(y) = 2y^3 + y^2 - 2y - 1$

($y = -1$) रखने पर

$Q(-1) = 2(-1)^3 + (-1)^2 - 2(-1) - 1$

$= -2 + 1 + 2 - 1$

$= 0$

$y+1$, $Q(y)$ का गुणखंड है

$$\begin{array}{r|l}
 & 2y^2 - y - 1 \\
 y+1 & 2y^3 + y^2 - 2y - 1 \\
 & 2y^3 + 2y^2 \\
 & \underline{\quad\quad} \\
 & -y^2 - 2y - 1 \\
 & -y^2 - y \\
 & \underline{\quad\quad} \\
 & -y - 1 \\
 & -y - 1 \\
 & \underline{\quad\quad} \\
 & 0
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{अतः } Q(y) &= (y+1)(2y^2 - y - 1) \\
 &= (y+1)(2y^2 - y - 1) \\
 &= (y+1)(2y^2 - (1-1)y - 1) \\
 &= (y+1)(2y^2 - 2y - 1) \\
 &= (y+1)(2y(y-2) + 1(y-1)) \\
 &= (y+1)(y-1)(2y+1)
 \end{aligned}$$

Exercise 2.5

Q1 उपयुक्त सर्वसमिको को प्रयोग करके निम्नलिखित गुणनफल ज्ञात कीजिए:-

(i) $(x+4)(x+10)$

(ii) $(x+8)(x-10)$

(iii) $(3x+4)(3x-5)$

(iv) $\left(y^2 + \frac{3}{2}\right)\left(y^2 - \frac{3}{2}\right)$

(v) $(3-2x)(3+2x)$

Answer. (i) $(x + 4)(x + 10)$

$$\begin{aligned}\text{यहाँ सर्वसमिका } (x + a)(x + b) &= x^2 + (a + b)x + ab \text{ का प्रयोग करने पर} \\ &= x^2 + (4 + 10)x + 4 \times 10 \\ &= x^2 + 14x + 40\end{aligned}$$

(ii) $(x + 8)(x - 10)$

$$\begin{aligned}\text{यहाँ सर्वसमिका } (x + a)(x + b) &= x^2 + (a + b)x + ab \text{ का प्रयोग करने पर} \\ &= x^2 + (8 - 10)x + 8 \times (-10) \\ &= x^2 - 2x - 80\end{aligned}$$

(iii) $(3x + 4)(3x - 5)$

$$\begin{aligned}\text{यहाँ सर्वसमिका } (x + a)(x + b) &= x^2 + (a + b)x + ab \text{ का प्रयोग करने पर} \\ &= (3x)^2 + (4 - 5)3x + 4 \times (-5) \\ &= 3x^2 - 5x - 20\end{aligned}$$

(iv) $\left(y^2 + \frac{3}{2}\right)\left(y^2 - \frac{3}{2}\right)$

$$\begin{aligned}\text{यहाँ सर्वसमिका } (x + a)(x - a) &= x^2 - a^2 \text{ का प्रयोग करने पर} \\ &= \left(y^2\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ &= y^4 - \frac{9}{4}\end{aligned}$$

(v) $(3 - 2x)(3 + 2x)$

$$\begin{aligned}\text{यहाँ सर्वसमिका } (x + a)(x - a) &= x^2 - a^2 \text{ का प्रयोग करने पर} \\ &= (3)^2 - (2x)^2 \\ &= 9 - 4x^2\end{aligned}$$

Page : 57 , Block Name : परश्नावली – 2.5

Q2 सीधे गुणा किए बिना निम्नलिखित गुणनफलों के मान ज्ञात कीजिए:-

(i) 103×107

(ii) 95×96

(iii) 104×96

Answer. (i) 103×107

$$= (100 + 3)(100 + 7)$$

$$\begin{aligned}\text{यहाँ सर्वसमिका } (x + a)(x + b) &= x^2 + (a + b)x + ab \text{ का प्रयोग करने पर} \\ &= 100^2 + (3 + 7)100 + 3 \times 7 \\ &= 10000 + 1000 + 21 \\ &= 11021\end{aligned}$$

(ii) 95×96

$$= (100 - 5)(100 - 4)$$

$$\begin{aligned}\text{यहाँ सर्वसमिका } (x - a)(x - b) &= x^2 - (a + b)x + ab \text{ का प्रयोग करने पर} \\ &= (100)^2 + (-5 - 4)100 + (-5) \times (-4) \\ &= 10000 - 200 + 20 \\ &= 9120\end{aligned}$$

(iii) 104×96

$$(100 + 4) \times (100 - 4)$$

$$\begin{aligned}\text{यहाँ सर्वसमिका } (x + a)(x - a) &= x^2 - a^2 \text{ का प्रयोग करने पर} \\ &= (100)^2 - (4)^2 \\ &= 10000 - 16 \\ &= 9984\end{aligned}$$

Page : 57 , Block Name : परश्नावली – 2.5

Q3 उपयुक्त सर्वसमिकाओं को प्रयोग करके निम्नलिखित का गुणनखंड कीजिए:-

$$(i) 9x^2 + 6xy + y^2 \quad (ii) 4y^2 - 4y + 1 \quad (iii) x^2 - \frac{y^2}{100}$$

Answer. (i) $9x^2 + 6xy + y^2$

$$\begin{aligned}(3x)^2 + 2 \times 3x \times y + y^2 \\ = (3x + y)^2\end{aligned}$$

(ii) $4y^2 - 4y + 1$

$$(2y)^2 - 2 \times 2y \times 1 + 1^2$$

$$= (2y - 1)^2$$

$$(iii) x^2 - \frac{y^2}{100}$$

$$= x^2 - \left(\frac{y}{10}\right)^2$$

$$= \left(x + \frac{y}{10}\right)\left(x - \frac{y}{10}\right)$$

Page : 57 , Block Name : प्रश्नावली – 2.5

Q4 उपयुक्त सर्वसमिकाओं को प्रयोग करके निम्नलिखित का प्रसार कीजिए:-

$$(1) (x + 2y + 4z)^2$$

$$(2) (2x - y + z)^2$$

$$(3) (-2x + 3y + 2z)^2$$

$$(4) (3a - 7b - c)^2$$

$$(5) (-2x + 5y - 3z)^2$$

$$(6) \left(\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + 1\right)^2$$

Answer. (1) $(x + 2y + 4z)^2$

$$\text{यहाँ सर्वसमिका } [(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + abc + 2ca]$$

का प्रयोग करने पर

$$= x^2 + (2y)^2 + (4z)^2 + 2 \times (x) \times (2y) + 2 \times (2y) \times (4z) + 2 \times (4z) \times x$$

$$= x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 4xy + 16yz + 42x$$

$$(2) (2x - y + z)^2$$

$$\text{यहाँ सर्वसमिका } [(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + abc + 2ca]$$

का प्रयोग करने पर

$$= (2x)^2 + (-y)^2 + (z)^2 + 2 \times (2x) \times (-y) + 2 \times (-y) \times (z) + 2 \times (z) \times (2x)$$

$$= 4x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 2yz + 4zx$$

$$(3) (-2x + 3y + 2z)^2$$

$$\text{यहाँ सर्वसमिका } [(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + abc + 2ca]$$

का प्रयोग करने पर

$$= (-2x)^2 + (3y)^2 + (2z)^2 + 2 \times (-2x) \times (3y) + 2 \times (3y) \times (2z) + 2 \times (2z) \times (-2x)$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + 4z^2 - 12xy + 12yz - 8zx$$

$$(4) (3a - 7b - c)^2$$

$$\text{यहाँ सर्वसमिका } [(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + abc + 2ca]$$

का प्रयोग करने पर

$$= (3a)^2 + (-7b)^2 + (-c)^2 + 2 \times (3a) \times (-7b) + 2 \times (-7b) \times (-c) + 2 \times (-c) \times 3a$$

$$= 9a^2 + 49b^2 + c^2 - 42ab + 24bc - 6ca$$

$$(5) (-2x + 5y - 3z)^2$$

$$\text{यहाँ सर्वसमिका } [(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + abc + 2ca]$$

का प्रयोग करने पर

$$= (-2x)^2 + (-5y)^2 + (-3z)^2 + 2 \times (-2x) \times (-5y) + 2 \times (5y) \times (-3z) + 2 \times (-3z) \times (-2x)$$

$$= 4x^2 + 25y^2 + 9z^2 - 20xy - 30yz + 12zx$$

$$(6) \left(\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + 1\right)^2$$

$$\text{यहाँ सर्वसमिका } [(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + abc + 2ca]$$

का प्रयोग करने पर

$$= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 + \left(\frac{1}{2}b\right)^2 + 1^2 + 2 \times \left(\frac{1}{4}a\right) \times \left(\frac{1}{2}b\right) + 2 \times \left(\frac{1}{2}b\right) \times 1 + 2 \times 1 \times \left(\frac{1}{4}a\right)$$

$$= \frac{1}{16}a^2 + \frac{1}{4}b^2 + 1 - \frac{1}{4}ab - b + \frac{1}{2}a$$

Q5 गुणनखंड कीजिए:-

(i) $4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 32xy - 24yz - 16xz$

(ii) $2x^2 + y^2 + 8z^2 - 2\sqrt{2}xy + 4\sqrt{2}yz - 8xz$

Answer. (i) $4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 32xy - 24yz - 16xz$

$$= 4x^2 + 2y^2 + 16z^2 + 32xy - 24yz - 16xz = (2x)^2 + (3y)^2 + (-4z)^2 + 2 \times (2x) \times 3y + 2 \times 3y \times (-4z) + 2 \times (-4z) \times (2x)$$

यहाँ सर्वसमिका $\left[(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca\right]$

का प्रयोग करने पर

$$= (2x + 3y - 4z)^2$$

(ii) $2x^2 + y^2 + 8z^2 - 2\sqrt{2}xy + 4\sqrt{2}yz - 8xz$

$$= (\sqrt{2}x)^2 + (-4)^2 + (-2\sqrt{2}z)^2 + 2(\sqrt{2}x)(-4) + 2(-4)(-2\sqrt{2}z) + 2(-2\sqrt{2}z)(\sqrt{2}x)$$

यहाँ सर्वसमिका $\left[(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca\right]$

का प्रयोग करने पर

$$= (\sqrt{2}x - 4 + 2\sqrt{2}z)^2$$

Q6 निम्नलिखित घनो को प्रसारित रूप से लिखिए:-

(i) $(2x + 1)^3$ (ii) $(2a - 3b)^2$

(iii) $\left[\frac{3}{2}x + 1\right]^3$

(iv) $\left[x - \frac{2}{3}y\right]^3$

Answer. (i) $(2x + 1)^3$

यहाँ सर्वसमिका $\left((a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2\right)$

का प्रयोग करने पर

$$= (2x + 1)^3 = (2x)^3 + 1^3 + 3(2x)^2(1) + 3(2x)(1)^2$$

$$= 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$$

(ii) $(2a - 3b)^3$

यहाँ सर्वसमिका $\left((a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2\right)$

का प्रयोग करने पर

$$(2a)^3 + (-3b)^3 + 3(2a)^2(-3b) + 3(2a)(-3b)^2$$

$$= 8a^3 - 27b^3 - 36a^2b + 54ab^2$$

(iii) $\left[\frac{3}{2}x + 1\right]^3$

यहाँ सर्वसमिका $\left((a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2\right)$

का प्रयोग करने पर

$$= \left(\frac{3}{2}x\right)^3 + (1)^3 + 3\left(\frac{3}{2}x\right)^2(1) + 3\left(\frac{3}{2}x\right)(1)^2$$

$$= \frac{27}{8}x^3 + 1 + \frac{27}{4}x^2 + \frac{9}{2}x$$

(iv) $\left[x - \frac{2}{3}y\right]^3$

यहाँ सर्वसमिका $\left((a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2\right)$

का प्रयोग करने पर

$$= (x)^3 + \left(-\frac{2}{3}y\right)^3 + 3(x)^2\left(-\frac{2}{3}y\right) + 3(x)\left(-\frac{2}{3}y\right)^2$$

$$= x^3 - \frac{8}{27}y^3 - 2x^2y + \frac{4}{3}xy^2$$

Q7 उपयुक्त सर्वसमिकाओं को प्रयोग करके निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए:-

(i) $(99)^3$

(ii) $(102)^3$

(iii) $(998)^3$

Answer. (i) $(99)^3$

$= (100 - 1)^3$

यहाँ सर्वसमिका $((a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2)$

का प्रयोग करने पर

$= (100)^3 + (-1)^3 + 3(100)^2(-1) + 3(100)(-1)^2$

$= 1000000 - 1 - 30000 + 300$

$= 270299$

(ii) $(102)^3$

$= (100 + 2)^3$

यहाँ सर्वसमिका $((a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2)$

का प्रयोग करने पर

$= (100)^3 + (2)^3 + 3(100)^2(2) + 3(100)(2)^2$

$= 1000000 + 8 + 60000 + 3200$

$= 1061208$

(iii) $(998)^3$

$= (1000 - 2)^3$

यहाँ सर्वसमिका $((a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2)$

का प्रयोग करने पर

$= (1000)^3 + (-2)^3 + 3(1000)^2(-2) + 3(1000)(-2)^2$

$= 1000000000 - 8 - 6000000 + 12000$

$= 994811992$

Q8 निम्नलिखित में से प्रत्येक का गुणनखंड कीजिए:-

(i) $8a^3 + b^3 + 12a^2b + 6ab^2$

(ii) $8a^3 - b^3 - 12a^2b + 6ab^2$

(iii) $27 - 125a^3 - 135a + 225a^2$

(iv) $64a^3 - 27b^3 - 144a^2b + 108ab^2$

(v) $27p^3 - \frac{1}{216} - \frac{9}{2}p^2 + \frac{1}{4}p$

Answer. (i) $8a^3 + b^3 + 12a^2b + 6ab^2$

$= (2a)^3 + (b)^3 + 3(2a)^2(b) + 3(2a)(b)^2$

यहाँ सर्वसमिका $((a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2)$

का प्रयोग करने पर

$= (2a + b)^3$

(ii) $8a^3 - b^3 - 12a^2b + 6ab^2$

$= (2a)^3 + (-b)^3 + 3(2a)^2(-b) + 3(2a)(-b)^2$

यहाँ सर्वसमिका $((a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2)$

का प्रयोग करने पर

$= (2a - b)^3$

(iii) $27 - 125a^3 - 135a + 225a^2$

$= (3)^3 + (-5a)^3 - 135a + 225a^2$

$= (3)^3 + (-5a)^3 + 3(3)^2(-5a) + 3(3)(-5a)^2$

यहाँ सर्वसमिका $((a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2)$

का प्रयोग करने पर

$= (3 - 5a)^3$

(iv) $64a^3 - 27b^3 - 144a^2b + 108ab^2$

$$(4a)^3 + (-3b)^3 + 3(4a)^2(-3b) + (14a)(-3b)^2$$

यहाँ सर्वसमिका $((a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2)$

का प्रयोग करने पर

$$= (14a - 3b)^3$$

$$(v) 27p^3 - \frac{1}{216} - \frac{9}{2}p^2 + \frac{1}{4}p$$

$$= (3p)^3 + \left(\frac{-1}{6}\right)^3 + 3(3p)^2\left(\frac{-1}{6}\right) + 5(3p)\left(\frac{1}{6}\right)^2$$

यहाँ सर्वसमिका $((a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2)$

का प्रयोग करने पर

$$= \left(3p - \frac{1}{6}\right)^3$$

Page : 58 , Block Name : परश्नावली – 2.5

Q9 सत्यापित कीजिए:-

$$(i) x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$(ii) x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

Answer. (i) $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$

R.H.S

$$= (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$= x(x^2 - xy + y^2) + y(x^2 - xy + y^2)$$

$$= x^3 - x^2y + xy^2 + yx^2 - xy^2 + y^3$$

$$= x^3 - y^3$$

$$(ii) x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

R.H.S

$$= (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$= x(x^2 + xy + y^2) - y(x^2 + xy + y^2)$$

$$= x^3 + x^2y + xy^2 - yx^2 - xy^2 - y^3$$

$$= x^3 - y^3$$

Page : 58 , Block Name : परश्नावली – 2.5

Q10 निम्नलिखित में से प्रत्येक का गुणनखंड कीजिए:-

$$(i) 27y^3 + 125z^3 \quad (ii) 64m^3 - 343n^3$$

Answer. (i) $27y^3 + 125z^3$

$$= (3y)^3 + (5z)^3$$

यहाँ सर्वसमिका $(a^3 + b^3) = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

का प्रयोग करने पर

$$= (3y + 5z)[(3y)^2 - (3y)(5z) + (5z)^2]$$

$$= (3y + 5z)(9y^2 - 15yz + 25z^2)$$

$$(ii) 64m^3 - 343n^3$$

$$= (4m)^3 - (7n)^3$$

यहाँ सर्वसमिका $(a^3 - b^3) = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

का प्रयोग करने पर

$$= (4m - 7n)[(4m)^2 + (4m)(7n) + (7n)^2]$$

$$= (4m - 7n)(16m^2 + 28mn + 49n^2)$$

Q11 गुणनखंड कीजिए: $27x^3 + y^3 + z^3 - 9xyz$

Answer. $27x^3 + y^3 + z^3 - 3(3x)yz$

यहाँ सर्वसमिका $\left[a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \right]$

का प्रयोग करने पर

$$= (3x + y + z) \left[(3x)^2 + y^2 + z^2 - (3x)y - yz - z(3x) \right]$$

$$= (3x + y + z) \left(9x^2 + y^2 + z^2 - 3xy - yz - 3zx \right)$$

Q12 सत्यापित कीजिए: $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2}(x + y + z) \left[(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \right]$

Answer. R.H.S

$$= \frac{1}{2}(x + y + z) \left[(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \right]$$

यहाँ सर्वसमिका $\left((a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \right)$ का प्रयोग करने पर

$$= \frac{1}{2}(x + y + z) \left(x^2 + y^2 - 2xy + y^2 + z^2 - 2yz + z^2 + xz - 2zx \right)$$

$$= \frac{1}{2}(x + y + z) \left(2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 2(x + y + z) \left(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \right)$$

$$= (x + y + z) \left(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \right)$$

यहाँ सर्वसमिका $\left[(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \right]$

का प्रयोग करने पर

$$= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

Q13 यदि $x+y+z=0$ हो तो दिखाइए कि $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ है

Answer.

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

$$= (x + y + z) \left(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \right)$$

$$x+y+z=0$$

$$= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (0) \left(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \right)$$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

Q14 वास्तव में घनों का परिकलन किए बिना निम्नलिखित में से प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए

(i) $(-12)^3 + (7)^3 + (5)^3$

(ii) $(28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3$

Answer. (i) $(-12)^3 + (7)^3 + (5)^3$

$$a = -12$$

$$b = 7$$

$$c = 5$$

$$a+b+c = -12+7+5=0$$

$$a+b+c=0 \text{ हो तो } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \text{ होता है}$$

$$\text{इसलिए } (-12)^3 + (7)^3 + (5)^3 = 3(-12)(7)(5)$$

$$= -1260$$

(ii) $(28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3$

$a=28$
 $b=-15$
 $c=-13$
 $a+b+c=28-15-13=0$
 $a+b+c=0$ हो तो $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ होता है
इसलिए $(28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3 = 3(28)(-15)(-13)$
 $=163850$

Page : 58 , Block Name : प्रश्नावली – 2.5

Q15 नीचे दिए गए आयतों, जिनमें उनके क्षेत्रफल दिए गए हैं, में से प्रत्येक की लम्बाई और चौड़ाई के लिए संभव व्यंजन दीजिए:-
(i) क्षेत्रफल $25a^2 - 35a + 12$ (ii) क्षेत्रफल $35y^2 + 13y - 12$

Answer. (i) क्षेत्रफल $25a^2 - 35a + 12$
 $= 25a^2 - 20a - 15a + 12$
 $= 5a(5a - 4) - 3(5a - 4)$
 $= (5a - 4)(5a - 3)$
इसलिए लम्बाई $= (5a - 4)$
चौड़ाई $= (5a - 3)$

(ii) क्षेत्रफल $35y^2 + 13y - 12$
 $= 35y^2 + 28y - 15 - 12$
 $= 7y(5y + 4) - 3(5y + 4)$
 $= (5y + 4)(7y - 3)$
इसलिए लम्बाई $= (5y + 4)$
चौड़ाई $= (7y - 3)$

Page : 58 , Block Name : प्रश्नावली – 2.5

Q16 घनाभों, जिनके आयतन नीचे दिए गए हैं, की विमाओं के लिए संभव व्यंजन क्या है?
(i) आयतन $= 3x^2 - 12x$ (ii) आयतन $= 12ky^2 + 8ky - 20k$

Ans. (i) आयतन $= 3x^2 - 12x$
 $3x(x - 4)$
 $= (3)(x)(x - 4)$
अतः विमाओं के लिए 3, x और x-4 व्यंजन हैं

(ii) आयतन $= 12ky^2 + 8ky - 20k$
 $4k(3y^2 + 2y - 5)$
 $4k(3y^2 + 5y - 3y - 5)$
 $4k[y(3y + 5) - 1(3y + 5)]$
 $(4k)(3y + 5)(y - 1)$
अतः विमाओं के लिए 4k, (3y+5) और (y-1) व्यंजन हैं

Page : 59 , Block Name : प्रश्नावली – 2.5