महाराष्ट्र शासन
शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग
राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र
७०८ सदाशिव पेठ, कुमठेकर मार्ग, पुणे ४११०३०
संपर्क क्रमांक (०२०) २४४७ ६९३८ E mail: evaluationdept@maa.ac.in

---

Question Bank

Standard :- 10th

Subject :- गणित भाग १

सूचना

१. फक्त विद्यार्थ्यांना प्रश्नप्रकारांचा सराव करून देण्यासाठीच

२. सदर प्रश्नसंचातील प्रश्न बोर्डाच्या प्रश्नपत्रिकेत येतीलच असे नाही याची नोंद घ्यावी.

राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद ,महाराष्ट्र,पुणे -30

इ 10 वी गणित भाग 1

प्रश्नपेढी

प्रकरण : दोन चलातील रेषीय समीकरणे

Q. 1 A) 1 गुणाचे MCQ

1. 4x + 5y = 19 या समीकरणाचा आलेख काढण्यासाठी $x = 1$ असताना y ची किंमत ---- असेल.

A) 4 B) 3 C) 2 D) −3

2. दिलेल्या दोन समीकरणांसाठी $D_x = 26$, $D_y = -39$ आणि D= 13 असल्यास x =?

A) 2 B) − 3 C) − 2 D) 3

3. खालीलपैकी कोणते समीकरण एकसामयिक नाही?

A) $\frac{x}{3}+\frac{y}{5} = 6$ B) 2x-3y=8-3y C) x+2y=5-3y D) 3 x^2+y=9

4. खालील पैकी कोणती 3x + 6y=12 या समीकरणाची उकल नाही?

A) (-4,4) B) (0,2) C) (8, -2) D) (3,1)

5. $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & x \end{vmatrix} = 2 \quad \therefore x =$ -------

A) 3 B) 4 C) – 3 D) – 4

6. पुढील समीकरणासाठी D ची किंमत काढा. 5x + 3y + 11 = 0 ; 2x + 4y = - 10

A) 14 B) – 14 C) 26 D) – 26

7. जर 49 x – 57 y = 172 आणि 57 x – 49 y = 252 असल्यास x + y = ?

A) 80 B) 0 C) 10 D) 8

8 $2x - y = 2$ या समीकरणाची उकल --------आहे.

A) (2,2) B) (5,2) C) (2,5) D) (5,5)

9. $x - y = 10$ आणि $x + y = 70$ या समीकरणांची उकल -------- आहे.

A) (40, 30) B) (30, 40) C) (10, 60) D) (50, 20)

10. $4x + 3y = 19$ आणि $4x - 3y = -11$ या समीकरणांसाठी D_x ची किंमत ---------- आहे.

A) 24 B) 0 C) -24 D) 108

Q. 1 B) 1 गुणाचे प्रश्न

1. $3x^2 - 7y = 13$ हे समीकरण दोन चलातील रेषीय समीकरण आहे का ते सकारण लिहा.

2. x आणि y या चलाचा वापर करून पुढील समीकरण लिहा :- दोन संख्यातील फरक 3 आहे.

3. $4x + 5y = 20$ या समीकरणामध्ये $x = 0$ असताना y ची किंमत काढा.

4. $x + y = 7$ या समीकरणाच्या कोणत्याही दोन उकली लिहा.

5. $5x + 3y = 6$ या समीकरणाची (0, 2) ही उकल आहे का? ते ठरवा.

6. $a - b = -3$ या समीकरणाच्या कोणत्याही दोन उकली लिहा.

7. जर $x+2y=5$ आणि $2x+y=7$ असल्यास $x+y$ ची किंमत काढा.

8. जर $D_x = 24$ आणि $x = -3$ तर D ची किंमत काढा.

9. पुस्तकाची किंमत पेनच्या किंमतीच्या दुपटीपेक्षा 5 रुपयाने जास्त आहे, हे विधान पुस्तकाची किंमत (x) आणि पेनची किंमत (y) मानून दोन चलातील रेषीय समीकरणाने दर्शवा.

10. पुढील समीकरण सामान्य रूपात लिहा. $\frac{a}{4} + \frac{b}{3} = 4$.

Q. 2 A) 2 गुण कृती पूर्ण करा.

1. $2x - 3y = 3$ या समीकरणाचा आलेख काढण्यासाठी तक्ता पूर्ण करा.

X	-6	☐
y	☐	1
(x, y)	☐	☐

2. दिलेल्या निश्चयकाची किंमत काढण्यासाठी कृती पूर्ण करा.

$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$ = 3 × ☐ − ☐ × 4 = ☐ − 8 = ☐

3. खालील समीकरणामध्ये x ची किंमत काढण्यासाठी कृती पूर्ण करा.

$3x + 2y = 11$ ----- (1) आणि $2x + 3y = 4$ ------(2)

कृती : समीकरण (1) ला ☐ ने आणि समीकरण (2) ला ☐ ने गुणू.

$3 \times (3x + 2y = 11)$ $\therefore 9x + 6y = 33$ --------(3)

$2 \times (2x + 3y = 4)$ $\therefore 4x + 6y = 8$ --------(4)

समीकरण (3) मधून समीकरण (4) वजा करू,

$5x =$ ☐

$\therefore x =$ ☐

4. जर (2, 0) ही 2x +3y = k या समीकरणाची उकल असेल तर k ची किंमत काढण्यासाठी कृती पूर्ण करा.

कृती : (2, 0) ही 2x +3y = k या समीकरणाची उकल आहे.

$x =$ ☐ आणि $y =$ ☐ किंमती घालू.

$\therefore 2$ ☐ $+ 3 \times 0 =$ k

$\therefore 4 + 0 =$ k

$\therefore$ k = ☐

5. $x - 2y = 5$ आणि $2x + 3y = 10$ या समीकरणांसाठी y ची किंमत काढण्यासाठी कृती पूर्ण करा.

D = $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ = 3 + 4 = 7

Dx = $\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 10 & 3 \end{vmatrix}$ = ☐

Dy = $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix}$ = ☐

X = $\frac{Dx}{D}$ = ☐ , y = $\frac{Dy}{D}$ = ☐

Q. 2 B) 2 गुण

1. एक कोन आणि त्याचा कोटिकोन यांच्या मापातील फरक 10° असल्यास मोठ्या कोनाचे माप किती?

2. निश्चयकाची किंमत काढा. $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$

3. समीकरण $y + 2x = 19$ आणि $2x - 3y = -3$ साठी D ची किंमत काढा.

4. समीकरण $2x - y = 2$ मध्ये $x = 3$ असेल तर y=?

5. जर $(2, -5)$ ही $2x - ky = 14$ या समीकरणाची उकल असेल तर k = ?

6. समीकरण a + 2b = 7 मध्ये b = 4 असताना a ची किंमत काढा.

7. x = 2 आणि y = −1 ही 2x + y = 3 या समीकरणाची उकल आहे का?

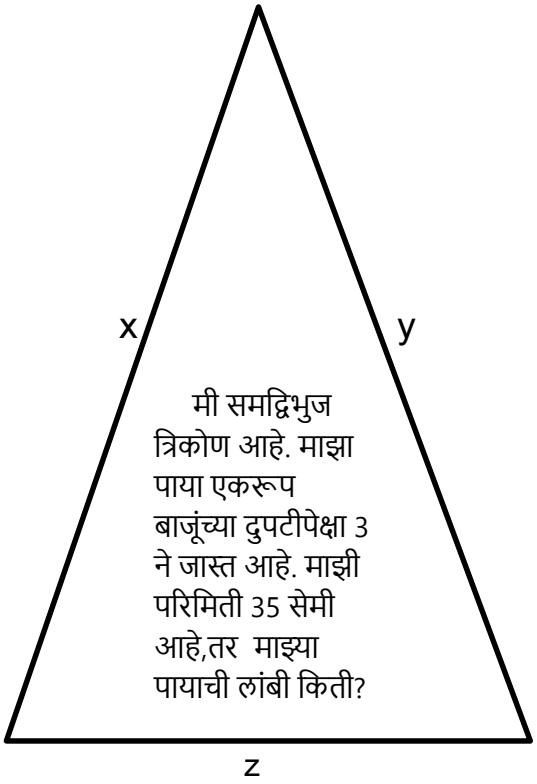
8. a आणि b वापरुन कोणतीही दोन समीकरणे लिहा ज्यांची उकल (0,2) असेल.

9. जर $52x + 65y = 183$ आणि $65x + 52y = 168$ असेल तर $x + y$ =?

10. $(3, -2)$ हा बिंदू $5m - 3n = -21$ या समीकरणाच्या आलेखावर असेल का ते सकारण लिहा .

Q. 3 A) 3 गुण कृती पूर्ण करा.

1.



2. $3x - 2y = 18$ या समीकरणाचा आलेख काढण्यासाठी खालील तक्ता पूर्ण करा.

X	0	4	2	------
Y	-9	−3	-------	---------
x, y	(0,-9)	(---, ----)	(----,---)	(-----,----)

3. एक दोन अंकी संख्या आणि त्याच्या अंकांची अदलाबदल करून येणारी संख्या यांची बेरीज 132 आहे. या संख्येचा दशक स्थानचा अंक एंकक स्थानच्या अंकापेक्षा 2 ने मोठा आहे. मूळ संख्या शोधण्यासाठी कृती पूर्ण करा.

कृती : एकक स्थानचा अंक y आणि दशक स्थानचा अंक x मानू.

∴ ती संख्या = $10x + y$

∴ त्या संख्येच्या अंकांची अदलाबदल करून येणारी संख्या = ⬭

पहिल्या अटीनुसार दोन्ही संख्यांची बेरीज = 132

$\therefore 10x + y + 10y + x =$ ☐

$\therefore x + y =$ ⬭ (I)

दुसऱ्या अटीनुसार ,

दशक स्थानचा अंक = एकक स्थानचा अंक + 2

$\therefore$ ☐

$\therefore x - y = 2$ . . . . (II)

समीकरण (I) आणि (II) सोडवू.

$x =$ ⬭ $y =$ ⬭

विचारलेली मूळ संख्या = ----------

Q. 3 B) 3 गुणांचे प्रश्न

1. $x + y = 5$ आणि $y = 5$ या समीकरणाचे आलेख एकाच आलेख कागदावर काढा.

2. अजय हा विजय पेक्षा 7 वर्षांनी लहान आहे. त्यांच्या वयाची बेरीज 25 वर्ष आहे. तर त्या दोघांची वये किती ?

2. क्रेमरच्या नियमाने सोडवा. $3x - 4y = 10$; $4x + 3y = 5$

3. दोन संख्यातील फरक 3 आहे. मोठ्या संख्येची तिप्पट आणि लहान संख्येची दुप्पट यांची बेरीज 19 आहे तर त्या संख्या शोधा.

4. सोडवा: $99x + 101y = 499$; $101x + 99y = 501$.

5. सोडवा, $4m - 2n = -4$; $4m + 3n = 16$

6. एका आयताची लांबी त्याच्या रुंदीच्या दुपटीपेक्षा 5 ने जास्त आहे. त्या आयताची परिमिती 52 से. मी. असल्यास आयताची लांबी किती?

7. $2x - y - 4 = 0$ आणि $x + y + 1 = 0$ या समीकरणांचे आलेख परस्परांना P(a , b) बिंदुमध्ये छेदतात. बिंदू P चे निर्देशक काढा.

8. $ax + by + 5 = 0$ आणि $bx - ay - 12 = 0$ या समीकरणांची उकल $(2, -3)$ असल्यास a आणि b च्या किंमती शोधा .

9. एक व्यक्ती एका निश्चित पगार आणि दरवर्षी ठराविक वेतनवाढ या अटींवर नोकरी सुरू करते. 4 वर्षानी त्या व्यक्तीचा पगार रुपये 15000 आणि 10 वर्षानी पगार रुपये 18000 रुपये असल्यास त्या व्यक्तीचा मूळ पगार आणि वेतनवाढ काढा.

10. समीकरण $3x - 2y = 17$ मध्ये i) $y = -1$ असताना x ची किंमत शोधा.

ii) $x = 3$ असताना y ची किंमत काढा.

Q. 4) 4 गुण

1. पुढील समीकरणे आलेख पद्धतीने सोडवा.

$x - y = 1;\ 2x + y = 8$

2. खाली दिलेल्या निश्चयकाच्या सहाय्याने दोन समीकरणे तयार करून ती सोडवा.

$D = \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$, $Dy = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & -10 \end{vmatrix}$

3. एका अंकगणिती श्रेढी साठी $t_{17} = 54$ आणि $t_9 = 30$ असल्यास प्रथम पद (a) आणि सामान्य फरक (d) काढा.

4. एक गाडी विशिष्ट अंतर एकाच ठराविक वेगाने कापते. जर गाडीचा वेग 6 कि. मी /तास वाढला असता तर ती तिच्या निर्धारित वेळेच्या 4 तास लवकर पोहचते. जर गाडीचा वेग 6 किमी/तास कमी झाला असता तर गाडीला तिच्या निर्धारित वेळेपेक्षा 6 तास जास्त लागतील. तर गाडीने एकूण किती किमी प्रवास केला?

5. सोडवा. $0.4x + 0.3y = 1.7;\ 0.7x - 0.2y = 0.8$

6. एका आयताकृती बागेची अर्धपरिमिती 36 से. मी आहे. बागेची लांबी रुंदीपेक्षा 4 से. मी ने जास्त आहे. तर बागेचे एकूण क्षेत्रफळ किती?

Q. 5) 3 गुण

1. खालील निश्चयकावरून समीकरण तयार करा.

$D = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$ $Dx = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 9 & 5 \end{vmatrix}$ $Dy = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}$

2. मी 75 ही संख्या मनात धरली,

त्या संख्येच्या दोन्ही अंकातील संबंध दर्शवणारी अट लिहा.

मूळ संख्या आणि अंकांची अदलाबदल करून येणाऱ्या संख्येतील संबंध दर्शवणारी अट लिहा.

3. कोणतीही दोन एकसामयिक समीकरणे लिहा- ज्यामध्ये चलांच्या किंमती 12 आणि 10 असतील.

4. मी स्टेशन वरून घरी जाण्यासाठी एक रिक्षा ठरवली.

पहिल्या किलोमीटर साठी रुपये x आणि पुढच्या प्रत्येक किलोमीटरसाठी रुपये y रुपये ठरले.

दहा किलोमीटर गेल्यावर 40 रुपये झाले व 16 किलोमीटर गेल्यावर 58 रुपये झाले तर पहिल्या किलोमीटरला किती भाडे होते?

प्रकरण : वर्गसमीकरणे

प्रश्न 1 अ) प्रत्येकी 1 गुणाचे बहुपर्यायी प्रश्न :

खालील प्रश्नांच्या उत्तरांचा अचूक पर्याय निवडा.

1) **खालीलपैकी कोणते वर्ग समीकरण आहे?**

   A) $X^3+5X^2+X+3=0$ B) $4X^2-3X-5=0$ C) $X+5=0$ D) $4X^5 = 0$

2) **खालीलपैकी कोणते वर्ग समीकरण नाही ?**

   A) $2X^2-X+3=0$ B) $4X^2-3X=0$ C) $X^3-5X+3=0$ D) $4X^2 = 0$

3) **$X^2 + 2X + k = 0$ या वर्गसमीकरणाची मुळे वास्तव व समान असतील, तर k ची किमत खालीलपैकी कोणती?**

   A) 1 B) -1 C) 2 D) -2

4) **$X^2 – 2X - 3 = 0$ या वर्गसमीकरणासाठी विवेचकाची किंमत खालीलपैकी कोणती?**

   A) -16 B) 16 C) 8 D) 4

5) **खालीलपैकी कोणत्या समीकरणाची मुळे-3 व -5आहे.**

   A) $X^2-8X+15=0$ B) $X^2-8X-15=0$ C) $X^2+8X+15=0$ D) $X^2+8X-15=0$

6) **$X^2 – kX + 27 = 0$ या वर्गसमीकरणाचे एक मूळ 3 असेल तर k ची किंमत खालीलपैकी कोणती?**

   A) 10 B) 12 C) -12 D) 16

7) **वर्गसमीकरणाची कोटी ---------- असते.**

   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

प्रश्न 1 ब) प्रत्येकी 1 गुणाची उदाहरणे :

1) खालील वर्गसमीकरण सामान्यरुपात लिहून a, b, व c च्या किंमती लिहा.
   $4y^2 - 3y = -7$
2) खालील वर्गसमीकरणाची मुळे लिहा.
   $(p - 5)(p + 3) = 0$
3) जर $a = 1, b = 4, c = -5$ तर $b^2 - 4ac$ ची किंमत काढा.
4) जर $b^2 - 4ac > 0$ व $b^2 - 4ac < 0$ असेल तर या प्रत्येक बाबतीत वर्गसमीकरणाच्या मुळाचे स्वरूप लिहा.
5) खालील वर्गसमीकरण प्रमाणरुपात लिहा.
   $m(m - 6) = 9$

प्रश्न 2 अ) प्रत्येकी 2 गुणाचे कृतीयुक्त प्रश्न :

1) खालील वर्गसमीकरण अवयव पद्धतीने सोडविण्यासाठी कृती पूर्ण करा.
   कृती : $X^2 + 8x - 20 = 0$
   $X^2 + (....) - 2x - 20 = 0$
   $X(x+10) - (....)(x+10) = 0$
   $(x + 10)(.....) = 0$
   $X = ... \text{ or } x = 2$
2) $4x^2 - 5x + 3 = 0$ या वर्गसमीकरणासाठी विवेचकाची किंमत काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.
   कृती : $4x^2 - 5x + 3 = 0$
   $a = 4, b = ..., c = 3$
   $b^2 - 4ac = (-5)^2 - (....) \times 4 \times 3$
   $= (....) - 48$
   $b^2 - 4ac = ...$

3) $X^2 + kx + 54 = 0$ या वर्गसमीकरणाचे एक मूळ -6 असेल तर k ची किंमत काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.
   कृती : $X^2 + kx + 54 = 0$ या वर्गसमीकरणाची एक उकल -6 आहे
   म्हणून $x = ...$ घेऊ
   $(-6)^2 + k(-6) + 54 = 0$
   $(.....) - 6k + 54 = 0$
   $-6k + ... = 0$
   $k = ...$

4) $X^2 + 4x - 5 = 0$ या वर्गसमीकरणाचे 1 हे मूळ आहे किंवा नाही ते ठरविण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.
   कृती : $x = (....)$ असताना
   डा. बा.

$= 1^2 + 4 (\ldots\ldots) - 5$

$= 1 + 4 - 5$

$= (\ldots.) - 5$

$= \ldots\ldots\ldots$

= उ. बा.

म्हणून x = 1 ही दिलेल्या समीकरणाचे मूळ आहे.

प्रश्न 2 ब) प्रत्येकी 2 गुणांची उदाहरणे :

1) खालील वर्गसमीकरण अवयव पद्धतीने सोडवा.
   $3p^2 + 8p + 5 = 0$
2) $X^2 - kx - 15 = 0$ या वर्गसमीकरणाचे एक मूळ-3 असेल तर k ची किंमत काढा.
3) एका वर्गसमीकरणाची मुळे 4 व -5 आहेत तर ते वर्गसमीकरण तयार करा.
4) $3y^2 + ky + 12 = 0$ या वर्गसमीकरणाची मुळे वास्तव व समान आहेत तर k ची किंमत काढा.
5) $x^2 + 8x - 48 = 0$या वर्गसमीकरणासाठी विवेचकाची किंमत काढा.
6) एका वर्गसमीकरणाची मुळे 5 व -4 आहेत तर ते वर्गसमीकरण तयार करा.

प्रश्न 3 अ) प्रत्येकी 3 गुणांचे कृती युक्त प्रश्न :

1) खालील वर्गसमीकरण सूत्र पद्धतीने सोडविण्यासाठीकृती पूर्ण करा .

$2x^2 + 13x + 15 = 0$

कृती :$2x^2 + 13x + 15 = 0$

$a = (\ldots..)$, $b = 13$, $c = 15$

$b^2 - 4ac = (13)^2 - 4 \times 2 \times (\ldots\ldots)$

$= 169 - 120$

$b^2 - 4ac = 49$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(\ldots\ldots) \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$x = \frac{-13 \pm (\ldots.)}{4}$$

$$x = \frac{6}{4} \qquad x = \frac{-20}{4}$$

X = (....) X = (....)

2) खालील शाब्दिक उदाहरण सोडविण्यासाठी कृती पूर्ण करा.
दोन क्रमागत सम नैसर्गिक संख्यांच्या वर्गाची बेरीज 244 आहे, तर त्या संख्या शोधा.
कृती : पहिली सम नैसर्गिक संख्या x मानू,
दुसरी क्रमागत सम नैसर्गिक संख्या = (.....)
दिलेल्या अटीनुसार,

$X^2 + (x+ 2)^2 = 244$

$X^2 + X^2 + 4x + 4 – (....) = 0$

$2x^2 + 4x – 240 = 0$

$X^2 + 2x – 120 = 0$

$X^2 + (.....) – (.....) – 120 = 0$

$X (x+12) – (.....) (x+12) = 0$

$(x + 12) (x – 10) = 0$

$X = (.....) / X = 10$

परंतु नैसर्गिक संख्या ऋण नसते म्हणून x = -12 शक्य नाही.
म्हणून पहिली नैसर्गिक संख्या x = 10 असेल.
म्हणून दुसरी नैसर्गिक संख्या = x+ 2= 10+ 2= 12 असेल.

प्रश्न 3 ब) प्रत्येकी 3 गुणांची उदाहरणे :

1) खालील वर्गसमीकरणाची मुळे वास्तव व समान असतील तर k ची किंमत काढा.
$Kx (x-2) + 6 = 0$
2) मुकुंदजवळ सागरपेक्षा 50 रु अधिक आहेत. त्यांच्याजवळील रकमांचा गुणाकार 15000 असेल तर प्रत्येकाजवळील रक्कम किती?
3) खालील वर्गसमीकरण सोडवा.
$\sqrt{3}\, x^2 + \sqrt{2}\, x – 2\sqrt{3} = 0$
3) खालील वर्गसमीकरणे सूत्र पद्धतीने सोडवा.
   a) $5m^2 – 4m - 2 = 0$
   b) $Y^2 + \frac{1}{3} y = 2$
4) $2 + \sqrt{7}$ व $2 - \sqrt{7}$ वर्गमूळे असणारे वर्गसमीकरण तयार करा.

प्रश्न 4) प्रत्येकी 4 गुणांची उदाहरणे :

1) मनीषच्या आईचे आजचे वय त्याच्या वयाच्या 5 पटीपेक्षा 1 ने जास्त आहे. 4 वर्षांपूर्वी त्यांच्या वयाचा गुणाकार 22 असल्यास : त्यांची आजची वये काढा.
2) एका बागेत 200 झाडे असून प्रत्येक रांगेतील झाडांची संख्या ओळीच्या संख्येपेक्षा 10 ने जास्त आहे. तर प्रत्येक रांगेतील झाडांची संख्या काढा.
3) खालील वर्गसमीकरणाची मुळे वास्तव व समान असतील तर m ची किंमत काढा.
$(m-12) x2 + 2 (m-12) x + 2 = 0$

4) खालील वर्गसमीकरण सोडवा.

$$\frac{1}{4-p} - \frac{1}{2+p} = \frac{1}{4}$$

5) एका वर्गसमीकरणाच्या दोन मुळांची बेरीज 5 आणि त्यांच्या घनांची बेरीज 35 आहे तर ते वर्गसमीकरण कोणते?

प्रश्न 5) प्रत्येकी 3 गुणांची उदाहरणे :

1) असे एक शाब्दिक उदाहरण तयार करा की त्यापासून मिळणाऱ्या वर्गसमीकरणाचे एक मूळ 5 असेल. समीकरण तयार करून लिहा.(वर्गसमीकरणासाठीतयार करण्यासाठी वय, रुपये, नैसर्गिक संख्या यांसारख्या राशींचा उपयोग करा.)
(वरील उदाहरण विद्यार्थ्यांच्या सोयीसाठी सोडवून दाखवीत आहोत. विद्यार्थी वेगळी संख्या घेऊन असेच उदाहरण तयार करून सोडवू शकतात.)

उकल: आपल्याला समीकरणाचे एक मूळ 5 हवे आहे. मग दुसरे मूळ आपण आपल्या मनाने कोणतीही संख्या (धन,ऋण,शून्य) घेऊ शकतो.मग आपण समजा इथे दुसरे मूळ 2 घेतले.
मग आपण खालील प्रमाणे उदाहरण तयार करू शकतो ,
स्मिता ही तिची बहीण मिता पेक्षा 3 वर्षांनी लहान आहे (5-2 = 3). दोघींच्या वयांचा गुणाकार 10 आहे (5 x 2 = 10). तर दोघींचे आजचे वय काढा. (शाब्दिक उदाहरण तयार करणे 1 गुण)
मिताचे वय x मानू ,
म्हणून स्मिताचे वय = x-3 (याकरिता 1 गुण)
दिलेल्या अटीनुसार,
X(x-3) = 10
$X^2 - 3x - 10 = 0$ (समीकरण तयार करणे 1 गुण)

प्रकरण:अंकगणित श्रेढी

- **1 गुणांचे प्रश्न**

A) पुढील प्रत्येक उपप्रश्नासाठी चार पर्यायी उत्तरे दिली आहेत.त्यापैकी अचूक पर्याय निवडून त्याचे वर्णाक्षर लिहा.

1. 2,4,6,8,.....या अंकगणिती श्रेढीमध्ये सामाईक फरक.....आहे.
   (A) 8 (B) 6 (C) 2 (D) -2
2. 0,-4,-8,-12 या क्रमिकेचा सामाईक फरक काय?
   (A) 4 (B) -4 (C) 8 (D) -8
3. एका अंकगणिती श्रेढीसाठी 5,12,19,26,..... a=?
   (A) 12 (B) 26 (C) 19 (D) 5
4. नैसर्गिक संख्यांच्याप्रमाणे विशिष्ट क्रमाने मांडलेल्या संख्यांच्या समूहाला..... म्हणतात.
   (A) अनुक्रमणिका (B) संख्या (C) ओळ (D) क्रमिका
5. पहिले पद -2 आणि साधारण फरक -2 असणाऱ्या अंकगणिती श्रेढीची पहिली चार पदे पुढीलप्रमाणे आहेत.....
   (A)-2,0,2,4 (B)-2,4,-8,16 (C)-2,-4,-6,-8 (D)-2,-4,-8,-16
6. 1,4,7,10,13..... या अंकगणिती श्रेढीचे पुढील दोन पदे.....
   (A) 16,19 (B) 10,7 (C) 19,22 (D) 16,18
7. पहिली दोन पदे -3 आणि 4 असणाऱ्या अंकगणिती श्रेढीचा d=?
   (A) 7 (B) 4 (C) -7 (D) -3
8. एका अंकगणिती श्रेढीचे दुसरे पद 13 आणि पाचवे पद 25 असेल तर तिचे 7 वे पद=?
   (A) 30 (B) 33 (C) 37 (D) 38
9. 9,15,21,27 अंकगणिती श्रेढीमध्ये t_3 = ?
   (A) 27 (B) 21 (C) 15 (D) 9
10. 0,-4,-8,-12.....या अंकगणिती श्रेढीमध्ये t_2 = ?
    (A) -8 (B) -4 (C) -12 (D) 0

B) खालील उपप्रश्न सोडवा.

1. 2,4,6,8.....ही अंकगणिती श्रेढी आहे का ते ओळखा.
2. 1,4,7,10.....या अंकगणिती श्रेढीत a व d ची किंमत काढा.
3. अंकगणिती श्रेढीच्या पहिल्या n पदांची बेरीज काढण्याचे सूत्र लिहा.
4. जर a=20 आणि d=3 तर t_n शोधा.
5. जर a=3 आणि d= -3 तर t_5 शोधा.
6. एका क्रमिकेत t_n=2n-5 आहे तर तिची पहिली दोन पदे काढा.
7. t_n=2n+1 या क्रमिकेतील प्रथम पद काढा.
8. t_n=3n-2 या क्रमिकेची दोन पदे काढा.
9. 0.9,0.6,0.3..... या अंकगणितीय श्रेढीचा साधारण फरक काढा.
10. जर t_9=23 व a=7 तर d ची किंमत काढा.

- **2 गुणांचे प्रश्न**

A) खालील कृती लिहून पूर्ण करा.

1) पहिल्या 1000 धन पूर्णांकांची बेरीज करा.

कृती :- समजा 1+2+3+------+1000

अंकगणिती श्रेढीच्या पहिल्या n पदांच्या बेरजेचे सूत्र S_n= ☐ वापरून,

$S_{1000} = \frac{\square}{2}$ (1+1000)

= 500 × 1001

= ☐

प्रथम 1000 धन पूर्णांकांची बेरीज ☐ एवढी आहे.

2) -940 ही संख्या 50,40,30,20.....या अंकगणिती श्रेढीचे कितवे पद आहे?

कृती :- येथे a= ☐ d= ☐ t_n= -940

सूत्रानुसार t_n= a+(n-1)d

-940 = ☐

n = ☐

3) एका अंकगणिती श्रेढीसाठी $t_1 = 1$ व $t_n = 149$ असेल तर S_n काढा.

कृती :- येथे $t_1 = 1$, $t_n = 149$, $S_n = ?$

सूत्र वापरून, $S_n = \frac{n}{2}$ ($\square$ + $\square$)

$= \frac{n}{2} \times \square$

$= \square\, n$

4) 9,4,-1,-6.....या अंकगणिती श्रेढीसाठी $t_{19} = ?$

कृती :- येथे $a=9$, $d = \square$

$t_n = a+(n-1)d$

$t_{19} = 9+(19-1)\ \square$

$= 9+\ \square$

$= \square$

5) 7,14,21,28..... अंकगणिती श्रेढीसाठी सामान्य फरक $d = ?$

कृती :- येथे $t_1=7$, $t_2=14$, $t_3=21$, $t_4 = \square$

$t_2 - t_1 = \square$

$t_3 - t_2 = 7$

$t_4 - t_3 = \square$

म्हणून सामान्य फरक $d = \square$

B) खालील उपप्रश्न सोडवा.

1. 3,5,7,9,11.....ही क्रमिका अंकगणिती श्रेढी आहे की नाही ते ठरवा.
2. अंकगणिती श्रेढीचे पहिले पद 3 व साधारण फरक 4 आहे तर या श्रेढीची पहिली चार पदे काढा.
3. 1,6,11,16.....या अंकगणिती श्रेढीचे 18 वे पद शोधा.
4. एका अंकगणिती श्रेढीमध्ये $a=2$ व $d=3$ आहे तर S_{12} काढा.

5. $t_n=n+2$ या क्रमिकेची पहिली चार पदे काढा.
6. जर अंकगणिती श्रेढीचे पहिले पद $a=10$ आणि $d= -3$ असेल तर तिची प्रथम चार पदे काढा.
7. 1,7,13,19.....या अंकगणिती श्रेढीचे 18 वे पद शोधा.
8. जर $a=4$ आणि $d=0$ तर अंकगणिती श्रेढीची पहिली पाच पदे शोधा.
9. जर $a=6$ आणि $d=10$ तर S_{10} काढा.
10. 24,17,10,3.....ही क्रमिका अंकगणिती श्रेढी आहे का? असल्यास तिचे सामान्यपद (t_n) काढा.

• 3 गुणांचे प्रश्न

A) खालील कृती लिहून पूर्ण करा.

1) 5 ने भाग जाणाऱ्या दोन अंकी संख्या किती आहेत?

कृती :- 5 ने भाग जाणाऱ्या दोन अंकी संख्या 10,15,20.....95., ह्या आहेत.

$d=5$ असल्याने दिलेली क्रमिका अंकगणिती श्रेढी आहे.

येथे $a=10$, $d=5$, $t_n=95$, $n=?$

$t_n = a+(n-1)$ ☐

☐ $= 10+(n-1)\times5$

☐ $= (n-1)\times5$

☐ $= (n-1)$

म्हणून $n=$ ☐

5 ने भाग जाणाऱ्या दोन अंकी संख्या ☐ आहेत.

2) कल्पना दर महिन्याला ठराविक रक्कम बचत करते.तिने पहिल्या महिन्यात 100रु.,दुसऱ्या महिन्यात 150रु.,तिसऱ्या महिन्यात 200रु. याप्रमाणे बचत केली.तर किती 1200रु. बचत महिन्यात होईल?

कृती :- कल्पनाची मासिक बचत 100रु,150रु,200रु.....1200रु. अशी आहे.

येथे $d=50$रु.आहे म्हणून दिलेली क्रमिका ही अंकगणिती श्रेढी आहे.

$a=10$, $d=50$, $t_n=$ ☐ $n=?$

$t_n = a+(n-1)$ □

□ $= 100+(n-1)\times 50$

$\frac{\square}{50} = n-1$

$n =$ □

म्हणून 1200रु.बचत □ महिन्यात होईल.

3) 12,14,16,18,20.....या अंकगणितीश्रेढीच्या पहिल्या 100 पदांची बेरीज करा.

कृती :- येथे $a=12$, $d =$ □ $n=100$, $S_{100}=?$

$S_n = \frac{n}{2}$ [□ + (n - 1) d]

$S_{100} = \frac{\square}{2}$ [24+(100 -□) 2]

= 50 (24 + □)

= 50 × 222

= □

4) 1 ते 140 या दरम्यानच्या 4 ने भाग जाणाऱ्या नैसर्गिक संख्यांची बेरीज करा.

कृती :- 1 ते 140 या दरम्यानच्या 4 ने भाग जाणाऱ्या नैसर्गिक संख्या

4,8,12,16,.....136 या आहेत.

येथे $d=4$ आहे म्हणून दिलेली क्रमिका ही अंकगणिती श्रेढी आहे.

$a=4$, $d=4$, $t_n=136$, $S_n=?$

$t_n = a+(n-1)d$

□ $= 4+(n-1)\times 4$

□ $= (n-1)\times 4$

$n =$ □

आता $S_n = \frac{n}{2} + [a + t_n]$

$S_n = 17 \times$ □

$S_n =$ □

म्हणून 1 ते 140 या दरम्यानच्या 4 ने भाग जाणाऱ्या नैसर्गिक संख्यांची बेरीज □ आहे.

5) 301 ही संख्या 5,11,17,23,.....या क्रमिकेचे पद असेल का ते तपासा.

कृती :- येथे 5,11,17,23,..... या क्रमिकेत d= ☐ आहे त्यामुळे दिलेली क्रमिका ही अंकगणिती श्रेढी आहे.

a=5 आणि ☐ असून समजा 301 ही संख्या या अंकगणिती श्रेढीचे n वे पद आहे.

$t_n = a+(n-1)$ ☐

$301 = 5+(n-1)\times 6$

$301 = 6n-1$

$n = \frac{302}{6} = \frac{\square}{\square}$

परंतु n हा धन पूर्णांक येत नाही त्यामुळे 301 ही संख्या 5,11,17,23,.....या क्रमिकेचे पद ☐ .

B) खालील उपप्रश्न सोडवा.

1. जर a=6 आणि d=3 तर S_{10} काढा.
2. 12,16,20,24.....या अंकगणिती श्रेढीचे 25 वे पद काढा.
3. एका क्रमिकेचे nवे पद $t_n=2n-5$ असेल तर तिची पहिली पाच पदे काढा.
4. 4 ने भाग जाणाऱ्या तीन अंकी नैसर्गिक संख्यांची बेरीज काढा.
5. मेरीला दरमहा 15000 रु. पगाराची नोकरी मिळाली,जर तिला दरमहा 100 रु. पगारवाढ मिळत असेल तर 20 महिन्यांनंतर मेरीचा पगार किति होईल?
6. 5,8,11,14..... या क्रमिकेचे n वे पद 68 आहे तर n ची किंमत काढा.
7. 1 ते 50 मधील सर्व विषम संख्यांची बेरीज करा.
8. एका अंकगणिती श्रेढीसाठी $t_4=12$ आणि d= -10 तर t_n काढा.
9. 5,2,-1,-4.....या क्रमिकेचे 27 वे पद आणि n वे पद काढा.
10. $t_8=3$, $t_{12}=52$ या अंकगणिती श्रेढीचे प्रथम पद व साधारण फरक काढा.

- **4 गुणांचे प्रश्न**

खालील उपप्रश्न सोडवा.

1. एका अंकगणिती श्रेढीच्या पहिल्या 55 पदांची बेरीज 3300 आहे तर तिचे 28 वे पद काढा.
2. 1 ते 140 मधील 4 ने भाग जाणाऱ्या सर्व संख्यांची बेरीज करा.
3. शर्वरीने एका महिला बचत गटात महिन्याच्या पहिल्या दिवशी 2 रु., दुसऱ्या दिवशी 4 रु., व तिसऱ्या दिवशी 6 रु. अश्या तऱ्हेने पैसे गुंतविल्यास तिची फेब्रुवारी 2010 या महिन्याची एकूण बचत किती?
4. 1+3+5+-------+101 या 1 ते 101 पर्यंत विषम नैसर्गिक संख्यांची बेरीज करा.
5. शुभंकरने राष्ट्रीय बचत प्रमाणपत्रामध्ये काही रक्कम गुंतविली.पहिल्या वर्षी 500रु., दुसऱ्या वर्षी 700रु., तिसऱ्या वर्षी 900रु. याप्रमाणे रक्कम गुंतविल्यास 12 वर्षात गुंतविलेली एकूण रक्कम काढा.
6. एका व्यापाऱ्याने 1000रु. कर्जाऊ घेतले व त्यावरील 140रु. व्याज व मुद्दल 12 हप्त्यात परत करण्याचे कबुल केले.प्रत्येक हप्त्याची रक्कम अगोदरच्या हप्त्यापेक्षा 10रु. कमी आहे तर त्याने पहिल्या हप्त्यात किती रक्कम परतफेड केली?
7. एका अंकगणिती श्रेढीमध्ये $S_{41}=4510$ असेल तर t_{21} ची किंमत काढा.
8. एका अंकगणिती श्रेढीमध्ये $t_{10}=57$ व $t_{15}=87$ असल्यास t_{21} काढा.
9. 3900 रुपये 12 हप्त्याने असे परत केले की प्रत्येक हप्ता हा आधीच्या हप्त्यापेक्षा 10 रुपये जास्त होता तर पहिला व शेवटचा हप्ता किती रुपयांचा होता?
10. $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ या क्रमिकेची पुढील 4 पदे शोधा आणि S_n काढा.

प्रकरण : संभाव्यता

प्र.1 (A) पुढील प्रत्येक उपप्रश्नासाठी ४ पर्यायी उत्तरे दिली आहेत. त्यापैकी अचूक उत्तराचा पर्याय निवडून त्याचे वर्णाक्षर लिहा.

(1 गुणांचे प्रश्न)

1) खालील पर्यायांपैकी कोणती संभाव्यता असू शकणार नाही?.

A) 0.66 B) 1.5 C) 0.15 D) 0.7

2) जर n(A) = 5 , P(A)=$\frac{1}{2}$ तर n(s) = ?

A) 10 B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{1}{3}$

3) एक फासा फेकला असता नमुना अवकाशातील नमुना घटकांची संख्या ..... आहे.

A) 4 B) 6 C) 2 D) 52

4) पत्यांच्या कॅटमधून एक पत्ता यादृच्छिक पद्धतीने निवडायचा आहे. या प्रयोगात किती शक्यता आहेत?

A) 4 B) 1 C) 26 D) 52

5) 1 ते 50 यांमधून निवडलेली संख्या मूळ संख्या असण्याची संभाव्यता ..... असेल?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{25}$

6) खालील पर्यायांपैकी कोणता पर्याय सर्वात जास्त संभाव्यता दर्शवतो .

A) $\frac{4}{5}$ B) 0.83 C) 58% D) $\frac{1}{2}$

7) दोन फासे फेकले असता नमुना घटकांची संख्या ..... आहे.

A) 6 B) 26 C) 36 D) 52

प्र.1 (B) खालील उपप्रश्न सोडवा. (1 गुणांचे प्रश्न)

1) दोन नाणी एकाच वेळी फेकली असता नमुना अवकाश लिहा.
2) एक फासा फेकला असता नमुना अवकाश लिहा.
3) 1 ते 25 संख्या लिहिलेल्या कार्डांच्या संचातून एक कार्ड काढणे या यादृच्छिक प्रयोगासाठी नमुना अवकाश लिहा.
4) अंकांची पुनरावृत्ती न करता 2,3,5 या अंकापासून दोन अंकी संख्या तयार केली तर नमुना अवकाश लिहा.
5) खालील प्रयोगासाठी घटना संच स्वरूपात लिहा.
   एक फासा टाकला असता वरच्या पृष्ठभागावर समसंख्या मिळणे.

प्र.2 (A) खालील कृती पूर्ण करा. (2 गुणांचे प्रश्न)

1) एक फासा टाकला असता पुढील घटनेची संभाव्यता काढणेसाठी खालील कृती पूर्ण करा.

घटना A : वरच्या पृष्ठभागावर मुळ संख्या मिळणे.

कृती : समजा 'S' नमुना अवकाश आहे.

S = {1,2,3,4,5,6} n(S) = 6

घटना A : वरच्या पृष्ठभागावर मुळ संख्या मिळणे.

A = { } n(A) = 3

P(A) = $\frac{\square}{n(S)}$ ..... सूत्र

= $\frac{\square}{6}$

∴ P(A) = $\frac{1}{\square}$

2) 'दोन नाणी एकाच वेळी फेकणे' या प्रयोगासाठी नमुना अवकाश (S) व दिलेल्या घटनातील अपेक्षित निष्पती लिहून कृती
पूर्ण करा.

i) घटना A : ही कमीतकमी एक छापा मिळण्याची आहे.

ii) घटना B : ही एकही छापा न मिळण्याची आहे.

कृती : दोन नाणी एकाच वेळी फेकली.

∴ S = { □, HT, TH, □ }

i) घटना A : ही कमीतकमी एक छापा मिळण्याची आहे.

∴ A = { HH, □, TH }

ii) घटना B : ही एकही छापा न मिळण्याची आहे.

∴ B = { □ }

3) योग्य रितीने पिसलेल्या 52 पत्त्यांचा कॅट मधून एक पत्ता काढला, तर पुढील घटनेची संभाव्यता काढा.

i) घटना A : तो पत्ता लाल असणे.

कृती : समजा नमुना अवकाश 'S' आहे.

घटना A : काढलेला पत्ता लाल असणे.

∴ एकूण लाल पत्ते = □ चौकट पत्ते + 13 बदाम पत्ते

∴ n(A) = □

∴ P(A) = $\frac{\square}{n(S)}$ ..... सूत्र

P(A) = $\frac{26}{52}$

P(A) = □

4) आदर्श हायस्कूल मधील एका वर्गातील 30 विद्यार्थ्यांपैकी 3 विद्यार्थी चष्मा वापरतात. वर्गातील एक विद्यार्थी यादृच्छिक पद्धतीने निवडला, तर तो चष्मा वापरणारा असल्याची संभाव्यता काढण्यासाठी पुढील कृती पूर्ण करा.

कृती : वर्गात एकूण 30 विद्यार्थी आहेत.

∴ n(S) = □

घटना A : निवडलेला विद्यार्थी चष्मा वापरतो.

∴ n(A) = □

P(A) = $\frac{\square}{n(S)}$ ..... सूत्र

P(A) = □

प्र.2 (B) खालील उपप्रश्न सोडवा. (2 गुणांचे प्रश्न)

1) योग्य रितीने पिसलेल्या 52 पत्त्यांचा कॅट मधून एक पत्ता यादृच्छिक पद्धतीने काढला, तर तो इस्पिकचा असणे या घटनेची संभाव्यता काढा.
2) दोन नाणी एकाच वेळी फेकली असता, दोन्ही नाण्यांवर छाप मिळणे या घटनेची संभाव्यता काढा.
3) एक फासा टाकला असता, वरच्या पृष्ठभागावरील अंक 6 पेक्षा मोठा असण्याची संभाव्यता काढा.
4) तीन नाणी फेकली असता, छाप न मिळण्याची संभाव्यता काढा.
5) एका खोक्यात 1 ते 30 संख्या लिहिलेली 30 कार्डे आहेत. त्यातून कोणतेही एक कार्ड यादृच्छिक पद्धतीने काढले असता, 'कार्डावरील संख्या 5 च्या पटीत असण्याची' संभाव्यता काढा.

प्र.3 (A) खालील कृती पूर्ण करा. (3 गुणांचे प्रश्न)

1) एका खोक्यात 5 स्ट्रॉबेरीची, 6 कॉफीची व 2 पेपरमिंटची चॉकलेट्स आहेत. त्या खोक्यातील एक चॉकलेट काढले तर खालील घटनांची संभाव्यता काढण्यासाठी कृती पूर्ण करा.

घटना A : काढलेले चॉकलेट कॉफीचे असणे.

घटना B : काढलेले चॉकलेट पेपरमिंटचे असणे.

कृती : समजा नमुना अवकाश 'S' आहे.

∴ n(S) = 5+6+2 = 13

घटना A : काढलेले चॉकलेट कॉफीचे असणे.

$\therefore$ n(A) = □

$\therefore$ P(A) = $\frac{□}{n(S)}$ ..... सूत्र

P(A) = $\frac{□}{13}$

घटना B : काढलेले चॉकलेट पेपरमिंटचे असणे.

$\therefore$ n(B) = □

$\therefore$ P(B) = $\frac{□}{n(S)}$ ..... सूत्र

P(B) = $\frac{□}{13}$

प्र.3 (B) खालील उपप्रश्न सोडवा. (3 गुणांचे प्रश्न)

1) दोन फासे एकाचवेळी टाकले असता खालील घटनांची संभाव्यता काढा.

i)घटना A : पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज कमीतकमी 10 असणे.

ii)घटना B : पृष्ठभागावरील अंकांची बेरीज 33 असणे.

2) तीन नाणी एकाचवेळी फेकली असता, पुढील घटनांची संभाव्यता काढा.

i) घटना A : एकही छापा न मिळणे.

ii) घटना B : कमीत कमी दोन छाप मिळणे.

3) एक नाणे व एक फासा एकाचवेळी फेकले असता, पुढील घटनांची संभाव्यता काढा.

i) घटना A : काटा व सम संख्या मिळणे.

ii) घटना B : छापा व विषम संख्या मिळणे.

4) फुगेवाला 2 लाल, 3 निळे आणि 4 हिरवे अशा रंगीत फुग्यातील एक फुगा प्रणालीला यादृच्छिक पद्धतीने देणार आहे, तर पुढील घटनांची संभाव्यता काढा.

i) मिळालेला फुगा लाल असणे.

ii) मिळालेला फुगा निळा असणे.

प्र.4 खालील उपप्रश्न सोडवा. (4 गुणांचे प्रश्न)

1) एका साधारण वर्षात 53 रविवार येण्याची संभाव्यता काढा.

2) एका लिपवर्षात वर्षात 53 रविवार येण्याची संभाव्यता काढा.

3) प्रत्येक कार्डावर एक याप्रमाणे 1 ते 36 या संख्या लिहून तयार केलेली 36 कार्ड खोक्यात ठेवली आहेत, तर पुढील प्रत्येक घटनेची संभाव्यता काढा.

i) काढलेल्या कार्डावरील संख्या पूर्ण वर्ग असणे.

ii) काढलेल्या कार्डावरील संख्या मूळ संख्या असणे.

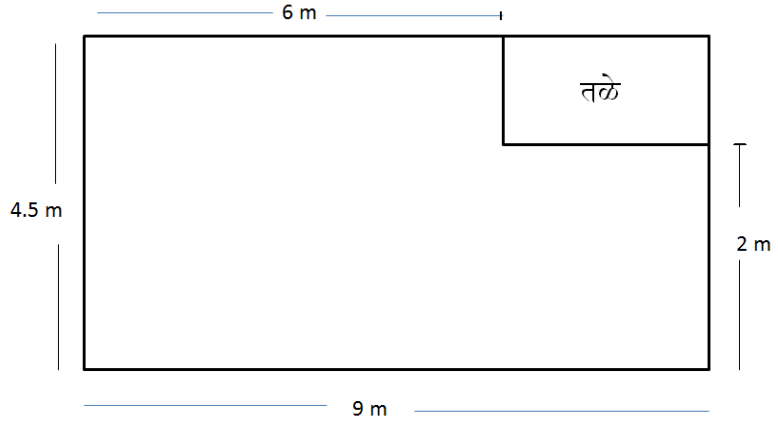
iii) काढलेल्या कार्डावरील संख्या 3 ची विभाज्य संख्या असणे.

प्र.5 3 गुणांचे सृजनात्मक प्रश्न

1) एका पिशवीत 5 पांढरे चेंडू आणि काही निळे चेंडू आहेत, जर निळा चेंडू काढण्याची संभाव्यता पांढरा चेंडू काढण्याच्या संभाव्यतेपेक्षा दुप्पट असेल, तर पिशवीतील निळया चेंडूची संभाव्यता काढा.

2) एका फाश्याच्या वरच्या पृष्ठभागावर 0,1,2,3,4,5 हे अंक असतील आणि तो फासा दोनदा फेकला असेल, तर वरच्या पृष्ठभागावर येणा-या अंकांचा गुणाकार शून्य असण्याची संभाव्यता काढा.

3) एक भरकटलेले हेलिकॉप्टर आकृतीत दाखवलेल्या प्रमाणे आयताकृती जागेत पडले आणि असे समजते ते हेलिकॉप्टर आकृतीत दाखवलेल्या तळयात पडण्याची संभाव्यता किती?



4) A,B,C, हे तीन घोडे एका शर्यतीत आहेत. A घोडा जिंकण्याची संभाव्यता B पेक्षा दुप्पट आहे. आणि B घोडा जिंकण्याची संभाव्यता C घोड्याच्या संभाव्यतेपेक्षा दुप्पट आहे, तर प्रत्येकाची जिंकण्याची संभाव्यता काढा.

5) एका पिशवीत आठ लाल व काही निळे चेंडू आहेत. एक चेंडू यादृच्छिक पद्धतीने काढला, तर लाल चेंडू आणि निळा चेंडू यांच्या संभाव्यतेचे गुणोत्तर 2 : 5 आहे, तर निळया चेंडूची संभाव्यता काढा.

महाराष्ट्र शासन
शालेय शिक्षण व क्रीडा विभाग
राज्य शैक्षणिक संशोधन व प्रशिक्षण परिषद, महाराष्ट्र
७०८ सदाशिव पेठ, कुमठेकर मार्ग, पुणे ४११०३०
संपर्क क्रमांक (०२०) २४४७ ६९३८ E mail: evaluationdept@maa.ac.in

---

Question Bank

Standard :- 10th

Subject :- गणित भाग २

सूचना

१. फक्त विद्यार्थ्यांना प्रश्नप्रकारांचा सराव करून देण्यासाठीच

२. सदर प्रश्नसंचातील प्रश्न बोर्डाच्या प्रश्नपत्रिकेत येतीलच असे नाही याची नोंद घ्यावी.

प्रकरण : समरुपता

Q.1 A) बहुपर्यायी प्रश्न (1 गुण)

1.जर $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ आणि $AB: PQ = 3: 4$ तर $A(\Delta ABC): A(\Delta PQR) =$ किती

(A)9:25 (B) 9:16 (C) 16:9 (D)25:9

2.खालीलपैकी कोणती कसोटी समरूपतेची नाही

(A)कोकोको (B)बाकोबा (C) बाकोको (D)बाबाबा

3.जर $\Delta XYZ \sim \Delta PQR$ आणि $A(\Delta XYZ) = 25$ चौसेमी , $A(\Delta PQR) =$ 4 चौसेमी तर $XY: PQ = ?$

(A) 4:25 (B)2:5 (C) 5:2 (D)25:4

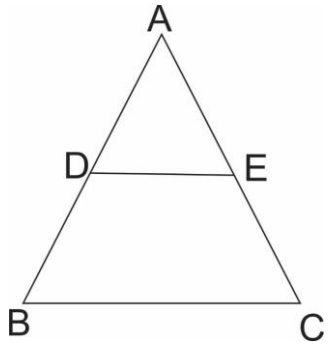
4.दोन समरूप त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर 9 :25 असेल तर त्यांच्या संगत बाजूंचे गुणोत्तर किती ?

(A)3:4 (B)3 :5 (C) 5:3 (D)25:81

5. जर $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ आणि $\angle A = 45°$, $\angle E = 35°$ असल्यास $\angle B$ चे माप किती

(A) 45° (B)35° (C)25° (D) 40°

6. आकृतीमध्ये रेख DE|| रेख BCतर पुढील पैकी सत्य विधान कोणते?



(A) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{AC}$ (B) $\frac{AD}{DB} = \frac{AB}{AC}$

(C) $\frac{AD}{DB} = \frac{EC}{AC}$ (D) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

7.जरΔXYZ~ ΔPQR तर $\frac{XY}{PQ}=\frac{YZ}{QR}$ =?

(A) $\frac{XZ}{PR}$ (B)$\frac{XZ}{PQ}$ (C) $\frac{XZ}{QR}$ (D) $\frac{YZ}{PQ}$

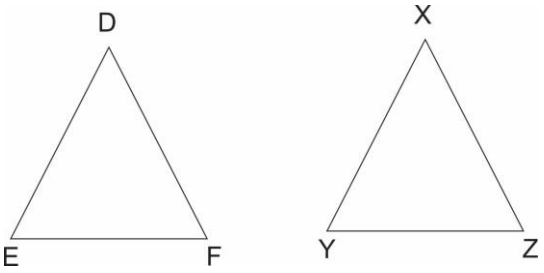
8. जर $\Delta ABC \sim \Delta LMN$ आणि $\angle A = 60°$ असल्यास $\angle L = ?$

(A) 45° (B)60° (C)25° (D) 40°

9. ΔDEF व ΔXYZ मध्ये $\frac{DE}{XY}=\frac{FE}{YZ}$ आणि $\angle E \cong \angle Y$ तर ΔDEF व ΔXYZ हे कोणत्या कसोटी नुसार समरूप होतील?

(A)कोकोको (B)बाकोबा

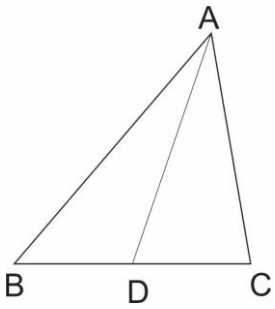
(C) बाकोको (D)बाबाबा



10. आकृती मध्ये BD=8, BC=12 B-D-C तर $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta ABD)} = ?$

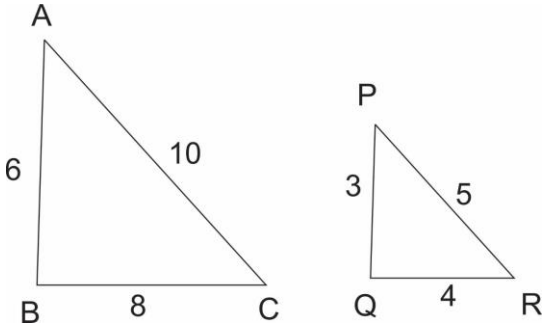
(A)2:3 (B)3:2

(C) 5:3 (D)3:4

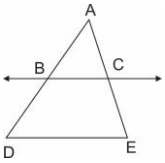


Q.1 B) *1 गुण*

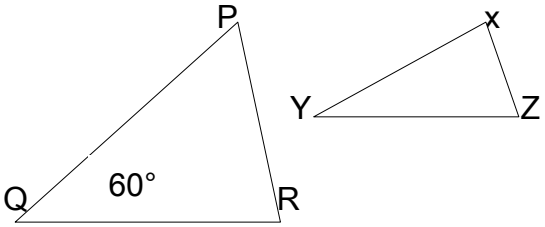
आकृतीमधील त्रिकोण समरूप आहे का ? असतील तर कोणत्या कसोटीनुसार?



2. आकृतीमध्ये रेषा BC|| रेषा DE, AB=2 ,BD=3 ,AC=4 व CX= x तर x ची किंमत काढा .



3.आकृतीचे निरीक्षण करून त्रिकोण समरूप आहेत का ?ते ठरवा . असल्यास समरूप कसोटी लिहा



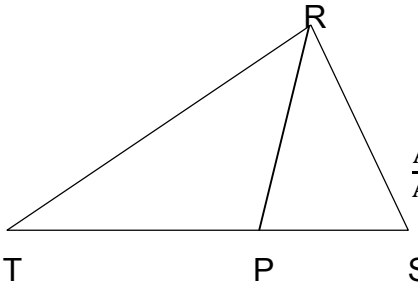
$\angle P = 35°$, $\angle x = 35°$ व $\angle Q = 60°$, $\angle Y =$

4. $\Delta ABC \sim \Delta LMN$ आणि $\angle B = 40°$ तर $\angle M$ चे माप किती ? व कारण लिहा.

5.दोन समरूप त्रिकोणाच्या क्षेत्रफळांचे गुणोत्तर 144:49 असेल तर त्य त्रिकोणाच्या संगत बाजूंचे गुणोत्तर किती ?

6. $\Delta PQR \sim \Delta SUV$ तर त्या त्रिकोणाच्या एकरूप कोनाच्या जोड्या लिहा

7. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ तर प्रमाणात असणाऱ्या संगत बाजु लिहा

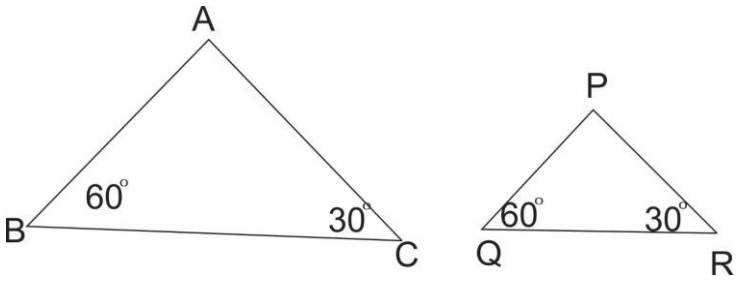
8. 

आकृती मध्ये TP =10 सेमी PS=6 सेमी

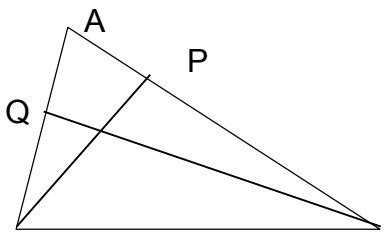
$\frac{A\Delta(RTP)}{A(\Delta RPS)} = ?$

9. दोन समरूप त्रिकोणाच्या संगत बाजूंचे गुणोत्तर 4:7 आहे तर त्यांच्या क्षेत्रफळाचे गुणोत्तर किती ?

10. आकृतीचे निरीक्षण करा ΔABCव ΔPQR कोणत्या कसोटीनुसार समरूप आहेत ,कसोटी चे नाव लिहा



Q.2 A.पुढील कृती पूर्ण करा 2 गुण

1. 

शेजारील आकृती मध्ये BP लंब AC,CQ लंब AB A-P-C आणि A-Q-B तर

ΔAPB व ΔAQC समरूप दाखवा

ΔAPB व ΔAQCमध्ये $\angle APB = [\quad]^0 \ldots (I)$

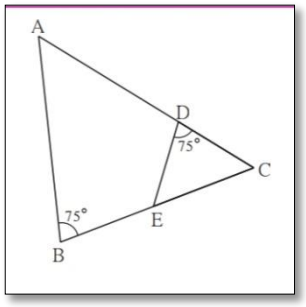
$\angle AQC = [\quad]^0 \ldots (II)$

$\angle APB \cong \angle AQC$ (I) व (II) वरून

$\angle PAB \cong \angle QAC$ [.....]

ΔAPB~ ΔAQC [.....]

2.आकृतीचे निरीक्षण करून कृती पूर्ण करा



आकृती मध्ये $\angle B = 75^0$, $\angle D = 75^0$

$\angle B \cong [\ldots.]$ प्रत्येकी 75^0

$\angle C \cong \angle C$ [....]

ΔABC~ Δ[.....]

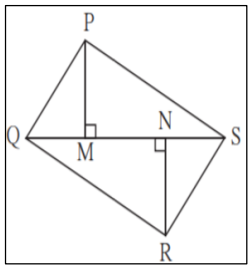
....[.....] समरूपता कसोटी नुसार

3. ΔABC~ ΔPQR , A(ΔABC)= 80चौएकक A(ΔPQR) = 125 चौ एकक तर खालील कृती पूर्ण करा

$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{80}{125} = \frac{[....]}{[....]}$ म्हणून $\frac{AB}{PQ} = \frac{[.....]}{[.....]}$

4.आकृती मध्ये PM=10 सेंमी A(ΔPQS)= 100 चौसेमी A(ΔQRS) =

110 चौसेमी तर NRची लांबी काढा

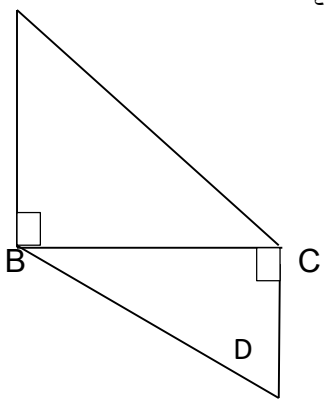


ΔPQS व ΔQRS यांचा रेख QS हा सामायिक पाया आहे

सामायिक पाया असणाऱ्या त्रिकोनांची क्षेत्रफळे हि संगत [.....] प्रमाणात असतात

$\frac{A(\Delta PQS)}{A(\Delta QRS)} = \frac{[....]}{NR}$, $\frac{100}{110} = \frac{[....]}{NR}$, NR = [.....] सेमी

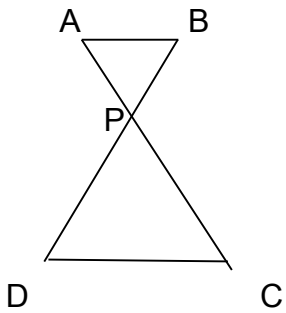
Q.2 B A



1. आकृती मध्ये AB लंब BCआणि DC लंब BC AB=6, DC=4 तर

$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta BCD)} = ?$

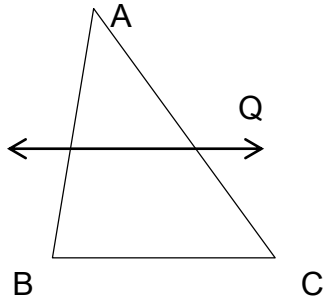
2. आकृतीत रेख AC व रेख BD परस्परांना P बिंदूत छेदतात आणि



$\frac{AP}{PC} = \frac{BP}{PD}$ तर सिद्ध करा $\Delta ABP \sim \Delta CDP$

3. $\Delta ABP \sim \Delta DEF$ आणि $A(\Delta ABP) : A(\Delta DEF) = 144 : 81$ तर $AB : DE = ?$

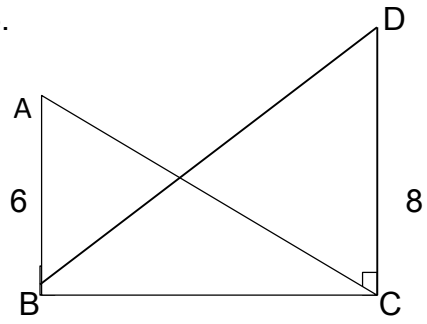
4. दिलेल्या माहितीवरून रेषा PQ||बाजु BC आहे का ते ठरवा



AP=2, PB=4 AQ=3,QC=6

5. दोन समरूप त्रिकोणाची क्षेत्रफळे 225 चौसेमी ,81 चौसेमी आहेत जर लहान त्रिकोणाची एक बाजु 12 सेंमी असेल तर मोठ्या त्रिकोणाची संगत बाजु काढा

6.



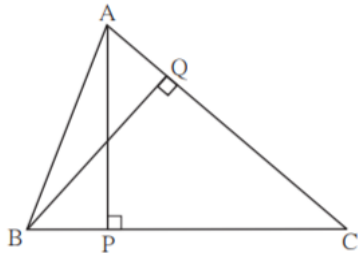
आकृती मध्ये दिलेल्या माहिती वरून

$\angle ABC = 90°$ $\angle DCB = 90°$ $AB = 6$,

DC=8 तर $\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta BCD)}$ =किती ?

Q.3A) कृती पूर्ण करा 3 गुण

.



1. ΔABC मध्ये APलंब BC व BQ लंब AC B-P-C,A-Q-C तर
$\Delta CPA \sim \Delta CQB$ दाखवा जर AP=7,BQ=8 BC=12 असल्यास ACची किंमत काढा (कृती पूर्ण करा)

ΔCPAव ΔCQB मध्ये $\angle CPA \cong [\angle \ldots]$.(प्रत्येकी$90^0$)

$\angle ACP \cong [\angle \ldots]$.(सामायिक कोन)

$\Delta CPA \sim \Delta CQB$ (.....समरूपता कसोटी)

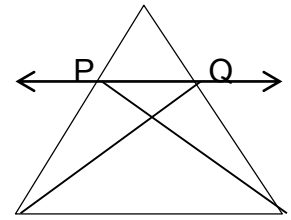
$\frac{AP}{BQ} = \frac{[....]}{BC}$ (समरूप त्रिकोणाच्या सांगत बाजु प्रमाणात)

$\frac{7}{8} = \frac{[....]}{12}$

ACx[.....]=7x12 AC=10.5

2. त्रिकोणाच्या एका बाजूला समांतर असणारी रेषा त्याच्या उरलेल्या बाजूंना भिन्न बिंदूत छेदत असेल तर ती रेषा त्या बाजूंना एकाच प्रमाणात विभागते सिद्धता पूर्ण करा

A पक्ष: ΔABC मध्ये रेषा / II बाजु BC आणि रेषा / हि बाजु AB ला P मध्ये व बाजूAC ला Q मध्ये छेदते



साध्य: $\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QC}$ रचना :रेख BC व रेख BQ काढा

सिद्धता: ΔAPQव ΔPQB
हे समान उंचीचे त्रिकोण आहेत

$\frac{A(\Delta APQ)}{A(\Delta PQB)}=\frac{[....]}{PB}$ (क्षेत्रफळे पायांच्या प्रमाणात)I

$\frac{A(\Delta APQ)}{A(\Delta PQC)}=\frac{[....]}{QC}$ (क्षेत्रफळे पायांच्या प्रमाणात)II

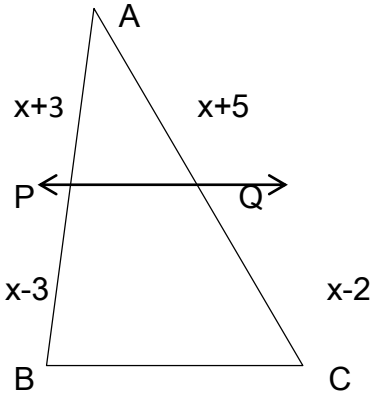
ΔPQCव ΔPQB यांचा रेख [.....] हा समान पाया आहे रेख PQ II रेख BC म्हणून : ΔAPQव ΔPQB याची उंची समान आहे

$A(\Delta PQC)$=A(Δ.....).....(III)

$\frac{A(\Delta APQ)}{A(\Delta PQB)}=\frac{A(\Delta .....)}{A(\Delta .....)}$ .....[(I),(II),व (III)] वरून

$\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QC}$ .....[(I) व (II) वरून

3.



आकृतीत रेख PQ II बाजु BC

AP= x +3 ,PB=x -3,AQ= x +5 ,QC=x-2

तर x ची किंमत काढण्यासाठी पुढील कृती पूर्ण करा ΔPQB मध्ये रेख PQ II बाजु BC

$\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{[...]}$ .....([.....])

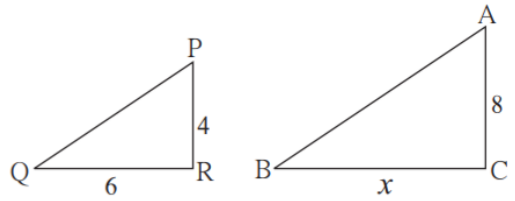
$$\frac{x+3}{x-3}=\frac{x+5}{[...]}$$

(x+3)[.....]=(x+5)(x-3)

x^2+x-[....]=x^2+2x-15

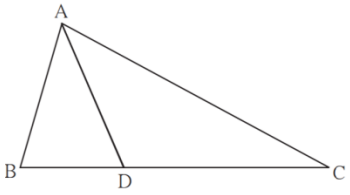
x=[....]

Q.3 B 3 गुण



1. आकृतीमध्ये दाखविल्या प्रमाणे 8मी व 4मी उंचीचे दोन खांब सपाट जमिनीवर उभे आहेत सूर्यप्रकाशाने लहान खांबाची सावली 6 मी पडते तर त्याच वेळी मोठ्या खांबाची सावली किती लांबीची असेल

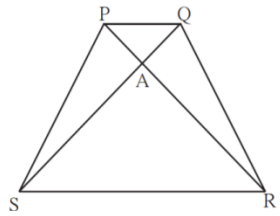
2. ΔABC मध्ये B-D-C आणि BD=7, BC=20 तर खालील गुणोत्तरे काढा



1) $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ADC)}$

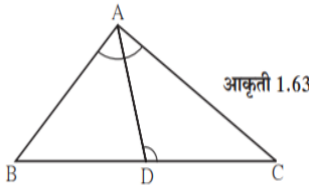
2) $\frac{A(\Delta ABD)}{A(\Delta ABC)}$

3) $\frac{A(\Delta ADC)}{A(\Delta ABC)}$



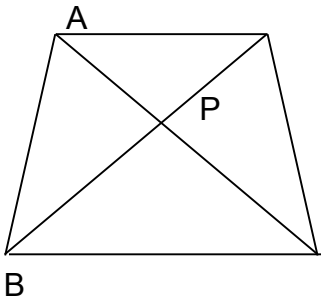
3. आकृतीत समलंब चौकोन PQRS मध्ये बाजु PQ ||बाजु SR ,AR=5 AP, तर सिद्ध करा , SR=5PQ

4.



आकृतीत त्रिकोण ABC मध्ये बाजुBC वर D हा बिंदू असा आहे कि $\angle BAC = \angle ADC$ तर सिद्ध करा $CA^2 = CB \times CD$

5.



चौकोन ABCD मध्ये|| बाजु AD II BC कर्ण AC आणि कर्ण BD परस्परांना P बिंदूत छेदतात तर सिद्ध करा कि $\frac{AP}{PD} = \frac{PC}{BP}$

Q.4 4 गुण

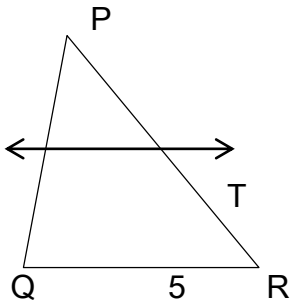
1. समभूज त्रिकोण PQR ची बाजु 8 सेमी आहे तर त्या त्रिकोणाच्या बाजु पेक्षा निम्म्या बाजु असणाऱ्या समभूज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ काढा .

2.दोन समरूप त्रिकोणांची क्षेत्रफळे समान असल्यास ते त्रिकोण एकरूप असतात सिद्ध करा

3.दोन समरूप त्रिकोणापैकी लहान त्रिकोणाच्या बाजु 4 सेमी ,5 सेमी,6 सेमी लांबीच्या आहेत आणि मोठ्या त्रिकोणाची परिमिती 90 सेमी आहे तर मोठ्या त्रिकोणाच्या बाजु काढा

Q.5 3 गुण

1. आकृतीत, PS = 2, SQ=6 QR = 5, PT = x आणि TR = y. तर x व y च्या योग्य किमतीच्या अशा जोड्या शोधा कि ज्यामुळे रेषा ST ॥ बाजु QR असेल.



2 .वास्तू विशारदा कडे इमारतीची प्रतिकृती आहे प्रत्यक्ष इमारतीची लांबी 1 मी. असल्यास प्रतिकृतीची लांबी 0.75 सेमी असेल तर 22.5 मी.लांबी आणि 10मी. उंची असलेल्या इमारतीच्या प्रतिकृतीची लांबी व उंची काढा.

उत्तर सूची

Q.1 A 1)B 2)C 3)C 4)B 5)B 6)D 7)A 8)B 9)B 10)B

B) 1)समरूप आहेत बा-बा-बा कसोटी 2)x=6 3)समरूप आहेत को-को समरूपता 4)M=40 5)12:7 6)P=S.Q=U,R=V

7)AB/DE,BC/EF,AC/DF 8)5/3 9)16/49 10)को-को

Q2 A) 1)90,90,सामायिक कोन ,को-को 2)D, सामायिक कोन,EDC 3)16, 25,4,5 4)उंची ,PM,10 11

B) 1)3/2 ,3)12/9 किवा 4/3 4)आहे 5)20 ,6)3/4

Q3 A)1) BDC,BCD को-को ,AC,AC,8 2)AP,AQ,PQ,PQB APQ/PQC 3)QC, प्रमाणाचे मुलभूत प्रमेय,x-2,x-2 ,6 9

B)1)12 ,2)7/13,7/20,13/20 3)सिद्धता 4) सिद्धता 5)सिद्धता

Q.4.1) 4 वर्गमूळ 3,2)सिद्धता 3)24,30,36,

Q.5 1) 3,9 4,12 2)16.875,7.5

प्रकरण : पायथागोरसचे प्रमेय

प्रश्न 1 (A) . पुढील प्रत्येक उप प्रश्नासाठी 4 पर्यायी उत्तरे दिली आहेत. त्यापैकी अचूक उत्तराचा योग्य पर्याय निवडून त्याचे वर्णाक्षर लिहा. [प्रत्येक उपप्रश्नाला 1 गुण]

1) खालील पैकी कोणते पायथागोरसचे त्रिकुट आहे ?

(A) (1,5,10) **(B) (3,4,5)** (C) (2,2,2) (D) (5,5,2)

2) खालील पैकी कोणते पायथागोरसचे त्रिकुट नाही ?

(A) (5,12,13) (B) (8,15,17) **(C) (7,8,15)** (D) (24,25,7)

3) खालील पैकी कोणते पायथागोरसचे त्रिकुट नाही ?

(A) (9,40,41) (B) (11,60,61) **(C) (6,14,15)** (D) (6,8,10)

4) काटकोन त्रिकोणात काटकोन करणाऱ्या बाजूंच्या वर्गांची बेरीज 169 असेल, तर त्याच्या कर्णाची लांबी किती ?

(A) 15 **(B) 13** (C) 5 (D) 12

5) एका आयताची एक बाजू 12 आणि कर्णाची लांबी 20 असेल तर त्या आयताच्या दुसऱ्या बाजूची लांबी किती ?

(A) 2 (B) 13 (C) 5 **(D) 16**

6) एका चौरसाच्या कर्णाची लांबी $\sqrt{2}$ सेमी असेल तर त्या चौरसाच्या प्रत्येक बाजूची लांबी किती ?

(A) 2 (B) $\sqrt{3}$ **(C) 1** (D) 4

7) एका समभुज चौकोनाच्या कर्णाची लांबी अनुक्रमे 60 व 80 असेल तर त्या समभुज चौकोनाच्या बाजूची लांबी किती ?

(A) 100 (B) **50** (C) 200 (D) 400

8) बाजूंची लांबी a, b, c, असलेल्या त्रिकोणामध्ये जर $a^2 + b^2 = c^2$ असेल तर तो कोणत्या प्रकारचा त्रिकोण आहे ?

(A)विशालकोन त्रिकोण (B)लघुकोन त्रिकोण

(C)समभुज त्रिकोण **(D)काटकोन त्रिकोण**

9) Δ ABC मध्ये , AB = $6\sqrt{3}$ सेमी, AC = 12 सेमी, आणि BC = 6 सेमी तर $< A$ चे माप किती ?

(A) 30^0 (B) 60^0 (C) 90^0 (D) 45^0

10) एका चौरसाचा कर्ण 10 $\sqrt{2}$ सेमी असल्यास त्याची परिमिती .... असेल.

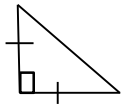
(A)10 सेमी (B) $40\sqrt{2}$ सेमी (C) 20 सेमी **(D) 40 सेमी**

11) खालील पैकी कोणत्या तारखेतील सर्व संख्या विचारात घेतल्यास पायथागोरसचे त्रिकुट मिळते ?

(A)15/8/17 (B)16/8/16 (C) 3/5/17 (D) 4/9/15

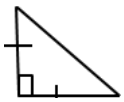
प्रश्न 1 (B) खालील उपप्रश्न सोडवा. [प्रत्येक उपप्रश्नाला 1 गुण]

1) एका काटकोन त्रिकोणामध्ये काटकोन करणाऱ्या बाजू 24 सेमी व 18 सेमी असतील तर त्याच्या कर्णाची लांबी काढा.

2) सोबतच्या आकृतीत, Δ ABC मध्ये , AB $\perp$ BC, A 

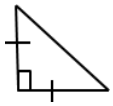
$AB = BC$ तर $< A$ चे माप किती ? B C

3) सोबतच्या आकृतीत, ΔABC मध्ये , $AB = BC$, A



$AC = 2\sqrt{2}$ तर $<ABC = 90^0$ तर AB लांबी किती ? B C

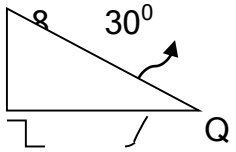
4) सोबतच्या आकृतीत, ΔABC मध्ये , $AB = BC$, A



$AC = 5\sqrt{2}$, $AB \perp BC$ तर ABC ची ऊंची किती ? B C

5) 4 सेमी बाजू असलेल्या समभुज त्रिकोणाची ऊंची किती ?

6) बाजूच्या आकृतीवरून जर $AQ = 8$ सेमी, A



तर AB ची लांबी काढा.

7) एका काटकोन त्रिकोणामध्ये कर्णाची लांबी 25 सेमी व ऊंची 7 सेमी असेल तर त्याच्या पायाची लांबी काढा.

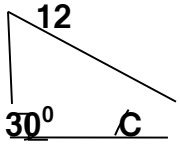
8) एका त्रिकोणाच्या बाजू 50 सेमी, 14 सेमी, आणि 48 सेमी आहेत. तर तो त्रिकोण काटकोन त्रिकोण आहे किंवा नाही सांगा.

9) एका त्रिकोणाच्या बाजू 8 सेमी, 15 सेमी, आणि 17 सेमी आहेत. तर तो त्रिकोण काटकोन त्रिकोण आहे किंवा नाही सांगा.

10) एका आयताच्या बाजू अनुक्रमे 35 मी आणि 12 मी असल्यास त्याचा कर्ण किती ?

प्रश्न 2 (A) / 3 (A) खालील कृती पूर्ण करून उत्तरपत्रिकेत लिहा. [उत्तरपत्रिकेत केवळ चौकटीतील उत्तरे लिहू नयेत.] [प्रत्येक उपप्रश्नाला 2 गुण]

(1) सोबतच्या आकृतीवरून, जर AC = 12 सेमी, तर AB ची लांबी काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.



कृती : सोबतच्या आकृतीत, Δ ABC मध्ये , $\angle ABC = 90^0$, $\angle ACB = 30^0$ यावरून $\angle BAC = \square^0$. म्हणजेच Δ ABC हा $30^0 - 60^0 - 90^0$ त्रिकोण आहे.

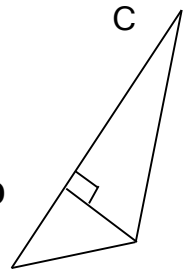
Δ ABC मध्ये $30^0 - 60^0 - 90^0$ त्रिकोणाच्या प्रमेयानुसार,

$AB = \frac{1}{2} AC$ व $\square = \frac{\sqrt{3}}{2} AC$.

$\therefore \quad \square = \frac{1}{2} \times 12$ व $BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12$

$\therefore \quad \square = 6$ व $BC = 6\sqrt{3}$.

(2) सोबतच्या आकृतीत, Δ ABC मध्ये , AD $\perp$ BC, तर $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$ हे सिद्ध करण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .



कृती : पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार, काटकोन त्रिकोण Δ ADC मध्ये,

$AC^2 = AD^2 + \square^2$

$\therefore AD^2 = AC^2 - CD^2$ ..... (I)

तसेच, पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार, काटकोन त्रिकोण Δ ABD मध्ये,

$AB^2 = \square^2 + BD^2$

$\therefore AD^2 = AB^2 - BD^2$ .... (II)

$\therefore \square^2 - BD^2 = AC^2 - \square^2$ (I) व (II) वरून

$\therefore AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$

(3) सोबतच्या आकृतीत, Δ ABC मध्ये, $<ABC = 90^0$, $<CAB = 30^0$

$AC = 14$ तर AB व BC काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .

कृती : Δ ABC मध्ये ,$<ABC = 90^0$,$<CAB = 30^0$

PAGE 4

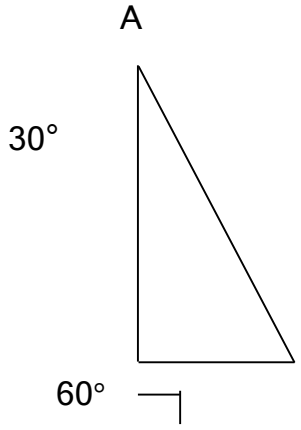
यावरून, $<BCA = \square$

$30^0 - 60^0 - 90^0$ त्रिकोणाच्या प्रमेयानुसार,

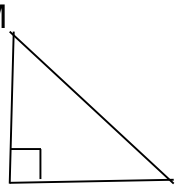
$\square = \frac{1}{2}$ AC व $\square = \frac{\sqrt{3}}{2}$ AC.

$\therefore$ BC $= \frac{1}{2} \times \square$ व AB $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 14$

BC = 7 व AB = $7\sqrt{3}$.



(4) M



सोबतच्या आकृतीत, Δ MNKमध्ये ,

N **K** **$\angle MNK = 90^0$, $\angle M = 45^0$**

MK = 6 तर MK व KN काढण्यासाठी खालील

कृती पूर्ण करा .

कृती : - Δ MNK मध्ये,

$\angle MNK = 90^0$, $\angle M = 45^0$ .....(पक्ष)

∴ $\angle K =$ ☐ .....(Δ MNK च्या उरलेल्या कोनाचे माप),

Δ MNK हा $45^0 - 45^0 - 90^0$ त्रिकोण आहे ,

$45^0 - 45^0 - 90^0$ त्रिकोणाच्या प्रमेयानुसार,

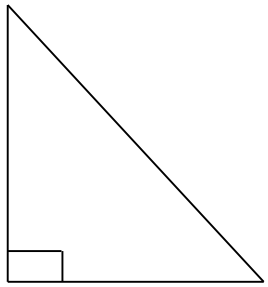
☐ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ MK व ☐ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ MK .

∴ MN = $\frac{1}{\sqrt{2}} \times$ ☐ व KN = $\frac{1}{\sqrt{2}} \times 6$

∴ MN = $3\sqrt{2}$ व KN = $3\sqrt{2}$

(5) 10 मीटर लांबीची एक शिडी जमिनीपासून 8 मीटर उंचीच्या एका खिडकीपाशी पोहोचते तर त्या भिंतीचा पाया व शिडीचे खालचे टोक यामधील अंतर काढण्यासाठी

खालील कृती पूर्ण करा .



कृती : समजा सोबतच्या आकृतीत,

PQ ही भिंतीची ऊंची आहे.

PR ही शिडी आहे. आणि

QR ही त्या भिंतीचा पाया व

त्या भिंतीचा पाया व शिडीचे

खालचे टोक यामधील अंतर आहे.

Δ PQR मध्ये, $<$ PQR $=$ 90^0 ,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार, **PQ^2 +** $\square$ **= PR^2 ..... (I)**

PR = 10 , PQ = $\square$

या किमती (I) मध्ये ठेवू ,

$QR^2 + 8^2 = 10^2$ ..... (I)

$QR^2 = 10^2 - 8^2$

$QR^2 =$ $\square$ **- 64**

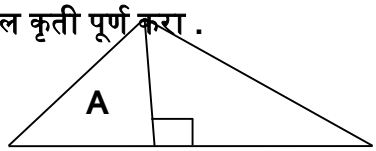
$QR^2 =$ $\square$

QR = 6

यावरून, त्या भिंतीचा पाया व शिडीचे खालचे टोक यामधील अंतर 6 आहे.

6)सोबतच्या आकृतीत, Δ ABC मध्ये, AD $\perp$ BC, , $<$ C $=$ 45^0

AC $= 8\sqrt{2}$ **BD** $= 5$ तर **AD व BC काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .**



कृती : - Δ ADC मध्ये,

$<$ADC $=$ 90^0 , $<$ C $=$ 45^0 ...(पक्ष) **B** **D** **C**

$\therefore <$ DAC $=$ $\square$...(ΔADC च्या उरलेल्या कोनाचे माप),

Δ ADC हा 45^0 - 45^0 - 90^0 त्रिकोण आहे ,

45^0 - 45^0 - 90^0 त्रिकोणाच्या प्रमेयानुसार,

$\square = \frac{1}{\sqrt{2}}$ AC व $\square = \frac{1}{\sqrt{2}}$ AC .

∴ AD $= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \square$ व DC $= \frac{1}{\sqrt{2}} \times 8\sqrt{2}$

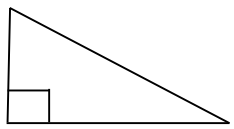
∴ AD $= \frac{1}{\sqrt{2}} \times 8\sqrt{2}$ व DC $= \frac{1}{\sqrt{2}} \times 8\sqrt{2}$

∴ AD $= 8$ व DC $= 8$

BC = BD + DC = 5 + 8 = 13

7)काटकोन त्रिकोणात काटकोन करणाऱ्या बाजू 9 सेमी व 12 सेमी आहेत तर त्या त्रिकोणाच्या कर्णाची लांबी माहीत करण्यासाठी कृती पूर्ण करा .

कृती : - P



Q **R**

Δ PQR मध्ये, $\angle PQR = 90^0$

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$PQ^2 + \square = PR^2$ ..... (I)

$= 9^2 + 12^2$

$= \square + 144$

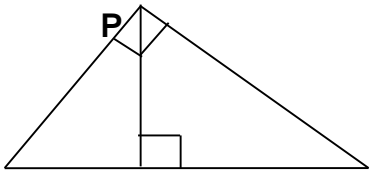
∴ $PR^2 = \square$

∴ PR = 15

त्रिकोणाचा कर्ण = $\square$

8) **सोबतच्या आकृतीत,** Δ **QPR मध्ये,** $< QPR = 90^0$,**PM** ⊥ **QR** , $< C = 45^0$

$PM = 10, QM = 8$ यावरून **QR काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .**



10

Q 8 M R

कृती : - Δ PQR मध्ये, **PM** ⊥ **QR**

$< PMQ = 90^0$,

Δ PMQ मध्ये, पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$PM^2 + \square = PQ^2$ ..... **(I)**

$= 10^2 + 8^2$

$= \square + 64$

$PQ = \sqrt{164}$

$< PMR = 90^0$

यावरून, ΔQPR ~ ΔQMP ~ ΔPMR

∴ ΔQMP ~ ΔPMR

$\therefore \frac{PM}{RM} = \frac{QM}{PM}$

$\therefore PM^2 = RM \times QM$

$\therefore 10^2 = RM \times 8$

$RM = \frac{100}{8} = \square$

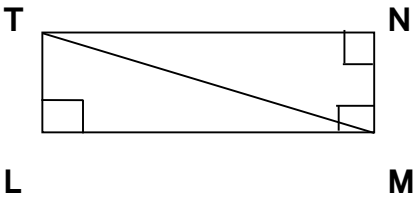
आणि,

QR = QM + MR

QR = □ + $\frac{25}{2}$ = $\frac{41}{2}$.

9) एका आयताचे क्षेत्रफळ 192 चौ. सेमी असून त्याची लांबी 16 सेमी आहे, तर त्या आयताच्या कर्णाची लांबी माहीत करण्यासाठी कृती पूर्ण करा .

कृती : -



सोबतच्या आकृतीत □LMNT हा आयत आहे.

आयताचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी

∴ आयताचे क्षेत्रफळ = □ × रुंदी

रुंदी = 12 सेमी

< TLM = 90^0 **(आयताचा प्रत्येक कोन काटकोन असतो)**

Δ TLM मध्ये, पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

TL^2 + □ = TM^2

= □ + 12^2

= □ + 144

TL = 20

10) Δ **LMN मध्ये, l = 5 , m = 13 , n = 12 तर** Δ **LMN हा काटकोन त्रिकोण आहे किंवा नाही ते ठरविण्यासाठी कृती करा. [l, m, n या <L, <M, व < N यांच्या समोरील बाजू आहेत .]**

कृती : Δ LMN मध्ये, l = 5 , m = 13 , n = □

l^2 = □, m^2 = 169 ; n^2 = 144.

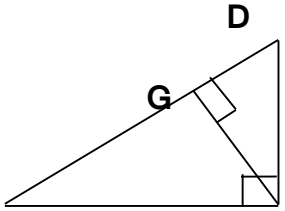
$l^2 + n^2$ = 25 + 144 = □

□ $^2 + l^2 = n^2$

∴ पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार, : Δ **LMN हा काटकोन त्रिकोण आहे**

प्रश्न 3B : खालील उपप्रश्न सोडवा : 3 गुण

1) सोबतच्या आकृतीत,



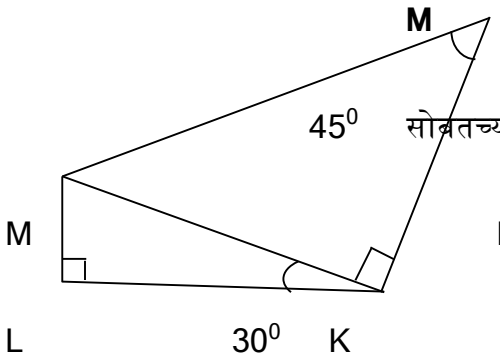
< DFE = 90^0 , **FG ⊥ ED , जर**

जर GD = 8, FG = 12, तर (1) EG, (2) FD, आणि (3) EF काढा .

2) समद्विभुज काटकोन त्रिकोणाची एकरूप बाजूंची लांबी 7 सेमी आहे. त्याची परिमिती काढा.

प्रश्न 4 : खालील उपप्रश्न सोडवा : 4गुण

1)



सोबतच्या आकृतीत, $\mathbf{LK} = \mathbf{6}\sqrt{\mathbf{2}}$ तर MK, ML, MN काढा .

प्रकरण :वर्तुळ

1. प्रत्येक उपप्रश्नासाठी चार पर्याय उत्तरे दिली आहेत त्यापैकी अचूक पर्याय निवडा.

(1) परस्परांना छेदणाऱ्या दोन वर्तुळापैकी प्रत्येक वर्तुळ दुसऱ्या वर्तुळाच्या केंद्रातून जाते .जर त्यांच्या केंद्रातील अंतर 12 सेमी असेल तर प्रत्येक वर्तुळाची त्रिज्या किती सेमी आहे?

(A) 6 (B) 12 (C) 24 (D) सांगता येणार नाही.

(2) एक वर्तुळ एका समांतरभुज चौकोनाच्या सर्व बाजूंना स्पर्श करते , तर तो समांतरभुज चौकोन _____असला पाहिजे, या विधानातील रिकाम्या जागी योग्य शब्द लिहा

(A) आयत (B) समभुज चौकोन (C)चौरस (D)समलंब चौकोन

(3) केंद्र O असलेल्या वर्तुळाच्या कंस ACB मध्ये∠ACB अंतर्लिखित केला आहे .

जर ∠ACB = 65° तर m(कंस ACB) = किती ?

(A) 65° (B) 130° (C) 295° (D) 230°

(4) चक्रीय □□ □ ABCD मध्ये ∠Aच्या मापाची दुप्पट ही ∠C च्या मापाच्या तिप्पटी एवढी आहे. तर ∠C चे माप किती ?

(A) 36° (B) 72° C) 90° (D) 108°

(5) तीन नैकरेषीय बिंदूतून जाणारी किती वर्तुळे काढता येतील ?

(A) 0 (B) असंख्य (C) 2 (D) एक आणि एकच .

(6) बाह्यस्पर्शी असलेल्या दोन वर्तुळांच्या त्रिज्या अनुक्रमे 5.5 सेमी व 4.2 सेमी असतील तर त्यांच्या केंद्रातील अंतर किती सेमी. असेल ?

(A) 9.7 (B) 1.3 (C) 2.6 (D) 4.6

(7) अर्धवर्तुळात अंतर्लिखित केलेल्या कोणाचे माप किती असते ?

(A) 90° (B) 120° (C) 100° (D) 60°

(8) 8 सेमी आणि 6 सेमी व्यास असणारी दोन वर्तुळे परस्परांना अंतस्पर्श करतात तर त्यांच्या केंद्रातील अंतर किती सेमी असेल ?

(A) 2 (B) 14 (C) 7 (D) 1

(9) एकाच वर्तुळावर बिंदू A,B,C असे आहेत की $m(\text{कंस } AB) = m(\text{कंस } BC) = 120°$

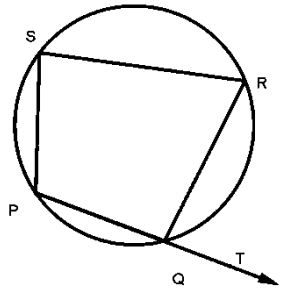
दोन्ही कंसातB शिवाय एकही बिंदू सामाईक नाही. तरΔABCकोणत्या प्रकारचा आहे ?

(A)समभुज त्रिकोण (B)विषमभुज त्रिकोण

(C)काटकोन त्रिकोण (D)समद्विभुज त्रिकोण

(10) आकृतीत □□□ ABCD मध्ये $\angle RSP = 80°$ तर

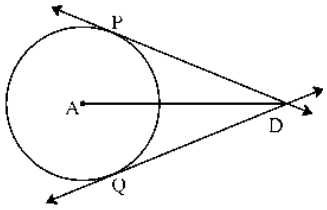
$\angle RQT =$ किती ?



(A) 100° (B) 80°

(C) 70° (D) 110°

2. खालील उपप्रश्न सोडवा. (1 गुणांचे प्रश्न)

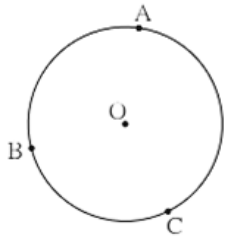


1) एका बिंदूतून जाणारी किती वर्तुळे काढता येतील ?

2) A केंद्र असलेल्या वर्तुळाला रेख DPआणि रेख DQ हे स्पर्शिका

खंड आहेत,जर DP= 7 सेमी,

तर रेख DQ ची लांबी काढा ?



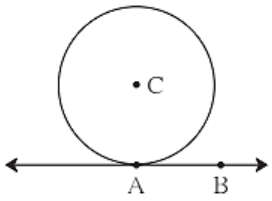
3) दोन अंतस्पर्शी वर्तुळांच्या त्रिज्या अनुक्रमे 3.5 सेमी व 4.8 सेमी आहेत, तर

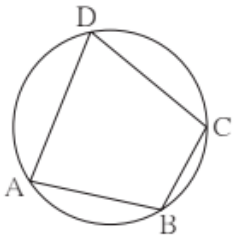
त्यांच्या केंद्रांतील अंतर किती आहे ?

4) अर्ध वर्तुळकंसाचे माप किती असते ?

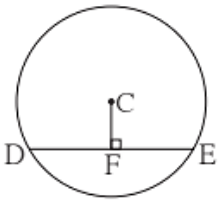
5) केंद्र O असलेल्या वर्तुळाचे A,B,C हे तीन बिंदू आहेत. कंस BC आणि कंस AB यांची मापे अनुक्रमे 110° आणि 125° असतील तर कंस AC चे माप काढा?

6) खालील आकृतीत $\angle PQR = 50°$ तर $\angle PSR$ चे माप काढा ?

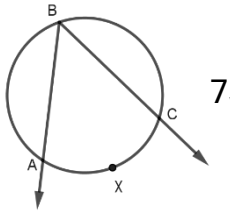




7) सोबतच्या आकृतीत केंद्र C असलेल्या वर्तुळात रेषा AB या वर्तुळाला बिंदू A मध्ये स्पर्श करते तर $\angle CAB$ चे माप किती अंश आहे ? का?

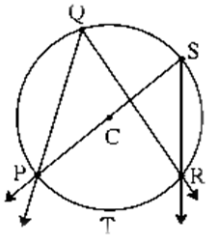


8) आकृतीमध्ये चौकोन ABCD हा चक्रीय चौकोन आहे, जर $\angle DAB$ = 75° तर $\angle DCB$ चे माप काढा ?



9) सोबतच्या आकृतीत केंद्र C असलेल्या वर्तुळाची रेख DE ही जीवा आहे रेख CF $\perp$ जीवा DE आणि DE= 16 सेमी तर DF ची लांबी काढा ?

(10) आकृतीमध्ये $\angle ABC = 35°$ तर m(कंस AXC)काढा ?

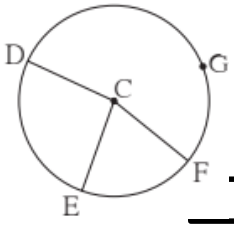


3. खालील कृती पूर्ण करा.(प्रत्येकी 2 गुण)

(1) एकाच वर्तुळाच्या एकरूप कंसांच्या संगत जीवा एकरूप असतात हे प्रमेय रिकाम्या जागा भरून पूर्ण करा .

पक्ष : केंद्र B असलेल्या वर्तुळात कंसAPC ≅ कंस DQE

साध्य : जीवा AC ≅ जीवा DE



सिद्धता: ΔABC आणि ΔDBE यांमध्ये ,

बाजू AB ≅ बाजू DB .... ( )

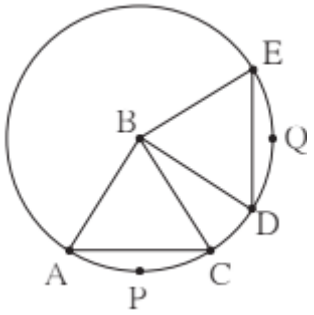
बाजू BC ≅ बाजू .... ( )

$\angle ABC$.(एकरूप कंसांची व्याख्या)

$\Delta ABC \cong \Delta DBE$ .... ( )

जीवा AC ≅ जीवा DE .... (एकरूप त्रिकोणांच्या संगत बाजू)

(2) खालील आकृतीमध्ये केंद्र C असलेल्या वर्तुळावर G,D,E आणि F हे बिंदू आहेत. $\angle ECF$ चे माप 70° आणि कंस DGF चे माप 200° असेल, तर कंस DE आणि कंस DEF यांची मापे काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.



m(कंस EF) = $\angle ECF$ ..... (लघुकंसाच्या मापाच्या व्याख्येनुसार)

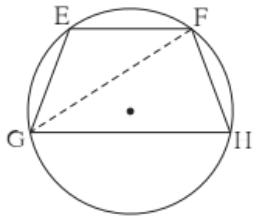
∴ m(कंस EF) =

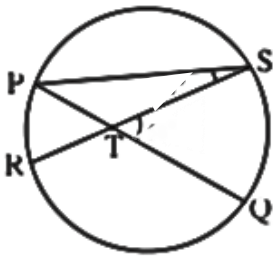
परंतु ; m(कंस DE)+ m(कंस EF)+ m(कंस DGF)= (पूर्ण वर्तुळाचे माप)

∴ m(कंस DE) =

∴ m(कंस DEF) = m(कंस DE) + m(कंस EF

∴ m(कंसDEF) =





(3) आकृतीमध्ये जीवा PQ आणि जीवा RS एकमेकींना बिंदू T मध्ये छेदतात तर

$\mathbf{m\angle STQ} = \frac{1}{2}[\text{m(कंस PR)} + \text{m(कंस SQ)}]$

हे सिद्ध करण्यासाठी खालील चौकटी भरून कृती पूर्ण करा.

सिद्धता:

$\mathbf{m\angle STQ} = \mathbf{m\angle SPQ} +$ ☐ .....**(** त्रिकोणाच्या बाह्य कोणाचे प्रमेय**)**

$= \frac{1}{2}$ m(कंस SQ) + ☐ .....**(** अंतर्लिखित कोनाचे प्रमेय**)**

$= \frac{1}{2}[\square + \square\ ]$

(4) दिलेल्या आकृतीतील , जीवा EF ∥ जीवा GH तर सिद्ध करा, जीवा EG ≅ जीवा FH पुढे दिलेल्या सिद्धतेतील रिकाम्या जागा भरा आणि सिद्धता लिहा .

सिद्धता : रेखा GF काढला.

$\mathbf{\angle EFG = \angle FGH}$ ..... ☐ (I)

☐

☐

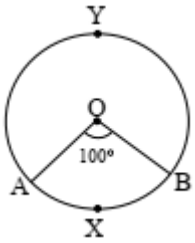
☐

$\angle EFG =$ .....(अंतर्लिखित कोनाचे प्रमेय) (II)

$\angle FGH =$ .....(अंतर्लिखित कोनाचे प्रमेय) (III)

∴ m(कंस EG) = ...[(I), (II) व (III) वरून]

जीवा EG ≅ जीवा FH .....(एकरूप कंसांच्या संगत जीवा)

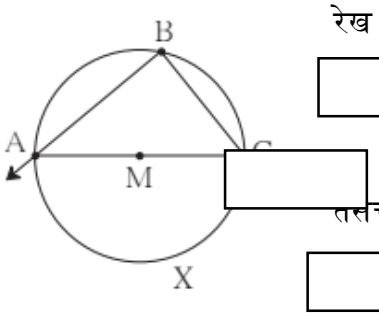


(5)अर्धवर्तुळात अंतर्लिखित झालेला कोन काटकोन असतो हे पुढील कृतीद्वारे सिद्ध करा .

पक्ष :केंद्र Mअसलेल्या ∠ABC अर्धवर्तुळात अंतर्लिखित कोन आहे.

साध्य : ∠ABC हा काटकोन आहे.

सिद्धता: अंतर्लिखित ∠ABC ने कंसAXC अंतर्खंडीत केला आहे.



रेख AC हा वर्तुळाचा व्यास आहे.

AXC) =

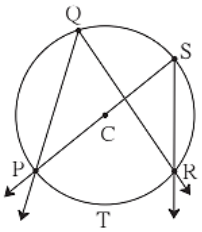
तसेच ∠ABC = ...(अंतर्लिखित

)

$= \frac{1}{2} \times$

∴ ∠ABC =

∴ ∠ABC हा काटकोन आहे.



(6)सिद्ध करा एकाच कंसात अंतर्लिखित झालेले कोन हे एकरूप असतात.

पक्ष : ∠PQR व ∠PSR एकाच कंसात अंतर्लिखित झालेले कोन

आहेत, कंस PTR हा त्या कोनांनी अंतर खंडित केलेला कंस आहे

साध्य : ∠PQR ≅ ∠PSR

सिद्धता : $m\angle PQR = \frac{1}{2} \times [m(\text{कंस PTR})]$ ☐

$m\angle$ ☐ $= \frac{1}{2} \times [m(\text{कंस PTR})]$. ☐

$m\angle$ ☐ $= m\angle PSR$ .....(i) व (ii) वरून

∴ ∠PQR ≅ ∠PSR

(7)सोबतच्या आकृतीत O वर्तुळकेंद्र आहे, तर दिलेल्या माहितीवरून सारणी पूर्ण करा .

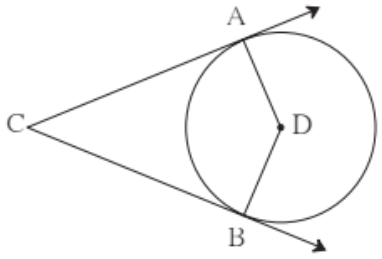
वर्तुळकंसाचा प्रकार	वर्तुळकंसाचे नाव	वर्तुळकंसाचे माप
लघुकंस		
विशालकंस		

4.खालील उपप्रश्न सोडवा. (2 गुणांचे प्रश्न)

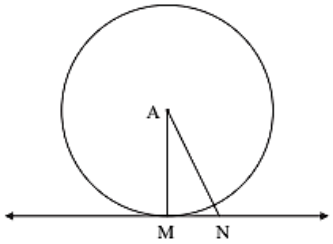
(1) दिलेल्या आकृतीत, केंद्र D असलेले वर्तुळ

∠ACB च्या बाजूंना बिंदू A आणि B मध्ये स्पर्श

करते . जर ∠ACB = 52° तर∠ADB चे माप काढा.



(2) सोबतच्या आकृतीत ,केंद्र A असलेल्या वर्तुळाला रेषा MN बिंदू M मध्ये स्पर्श करते . जर AN= 13 तसेच MN = 5 असेल तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा ?

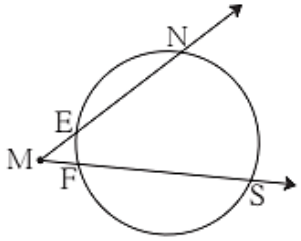


(3) त्रिज्या 4.5 सेमी असलेल्या वर्तुळाच्या दोन स्पर्शिका परस्परांना समांतर आहेत. तर त्या स्पर्शिकांतील अंतर किती हे सकारण लिहा.

(4) आकृतीमध्ये m(कंस NS) = 125° ,

m(कंस EF) = 37° तर ∠NMS चे माप काढा .

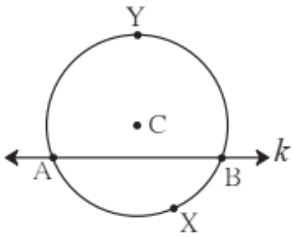
(5) एका वर्तुळाच्या केंद्रापासून 15 सेमी अंतरावरील एका बिंदूतून त्या वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिका खंडाची लांबी 12 सेमी असेल तर त्या वर्तुळाचा व्यास काढा ?



(6) आकृतीमध्ये केंद्र C असलेल्या वर्तुळात

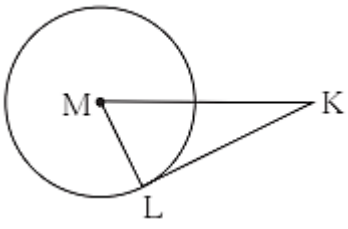
m(कंस AXB) = 100° तर केंद्रीय ∠ACB आणि

m(कंसAYB) यांची मापे काढा .

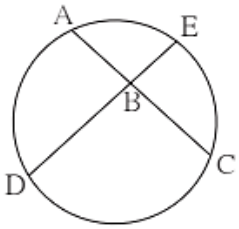


(7) सोबतच्या आकृतीत, बिंदू M वर्तुळ केंद्र आणि रेख KL हा स्पर्शिकाखंड आहे. जर MK= 12, KL = $6\sqrt{3}$ तर

(i) वर्तुळाची त्रिज्या काढा (ii) ∠K आणि∠M यांची मापे ठरवा.



(8) आकृतीमध्ये जीवा AB आणि जीवा DE बिंदू B मध्ये छेदतात.जर $\angle ABE = 100°$ आणि m (कंस AE) = 95° तर m(कंस DC) काढा.



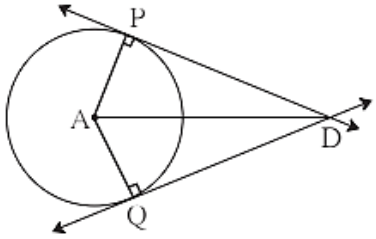
5.खालील कृती पूर्ण करा.(प्रत्येकी 3 गुण)

(1) वर्तुळाच्या बाह्यभागातील बिंदूपासून त्या वर्तुळाला काढलेले स्पर्शिकाखंड एकरूप असतात

हे प्रमेय सिद्ध करण्यासाठी आकृतीच्या आधार खालील कृती पूर्ण करा

पक्ष : ☐

साध्य : ☐



सिद्धता : त्रिज्या AP आणि AQ काढून प्रमेयाची खाली दिलेली सिद्धता रिकाम्या जागा भरून पूर्ण करा.

ΔPAD आणि ΔQAD यांमध्ये ,

बाजू PA ≅ बाजू .... (एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या)

बाजू AD ≅ बाजू AD .... (☐)

$\angle APD \cong \angle AQD = 90°$ ....(स्पर्शिकेचे प्रमेय)

$\therefore \Delta PAD \cong \Delta QAD$ .... (☐)

∴बाजू DP ≅ बाजू DQ .... ( )

(2) चक्रीय □□□ MRPN मध्ये , ∠R =(5x-13)° आणि ∠N=(4x+4)°, तर ∠R आणि∠N यांची मापे काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा .

उकल : □ MRPN हा चक्रीय चौकोन आहे.

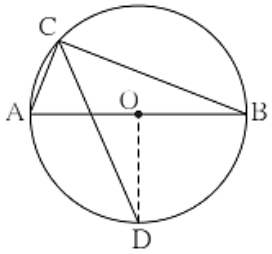
चक्रीय चौकोनाचे संमुख कोन परस्परांचे [ ]सतात.

∠R + ∠N = [ ]

∴(5x-13)° + (4x+4°) = [ ]

∴ 9x = 189 [ ]

∴ x = [ ]



∴ ∠R = (5x-13)° = [ ]

∴ ∠N = (4x+4)° =

(3) आकृतीमध्ये, रेख AB हा केंद्र O असलेल्या वर्तुळाचा व्यास आहे.अंतर्लिखित कोन ACB चा दुभाजक वर्तुळाला बिंदू D मध्ये छेदतो, तर रेखAD ≅ रेख BD हे सिद्ध करा.

पुढे दिलेल्या सिद्धतेतील रिकाम्या जागा भरून ती पूर्ण करा आणि लिहा.

सिद्धता : रेख OD काढला.

∠**ACB** = [ ] ..... (अर्धवर्तुळात अंतर्लिखित कोन)

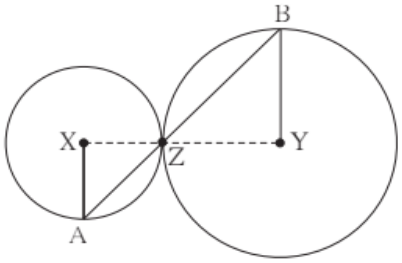
∠**DCB** = [ ] .....(रेख CD हा ∠C चा दुभाजक)

m(कंस DB) = [ ] .....(अंतर्लिखित कोनाचे प्रमेय)

[ ]

[ ]

$\angle DOB$ = ...(कंसाच्या मापाची व्याख्या) (I)



रेख OA ≅ रेख OB .....( ) (II)

∴ रेख OD ही रेख AB ची रेषा आहे.....[(I) व(II) वरून]

रेख AD ≅ रेख BD

(4) सोबतच्या आकृतीत, केंद्र X आणि Y असलेली वर्तुळे परस्परांना बिंदू Z मध्ये स्पर्श करतात. बिंदू Z मधून जाणारी वृत्तछेदिका त्या वर्तुळांना अनुक्रमे बिंदू A व बिंदू B मध्ये छेदते. तर सिद्ध करा, त्रिज्या XA ∥ त्रिज्या YB.

खाली दिलेल्या सिद्धतेतील रिकाम्या जागा भरून पूर्ण सिद्धता लिहून काढा.

रचना : रेख XZ आणि YZ काढले.

सिद्धता : स्पर्शवर्तुळाच्या प्रमेयानुसार बिंदू X , Y , Z हे

∴ $\angle XZA \cong$ ..... (विरुद्ध कोन)

$\angle XZA = \angle BZY = p$ मानू .....(I)

आता , रेख XA ≅ रेख XZ .....(एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या)

∴ $\angle XAZ$ = = p .....(II) (समद्विभुज त्रिकोणाचे प्रमेय)

तसेच रेख YB YZ .....(एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या)

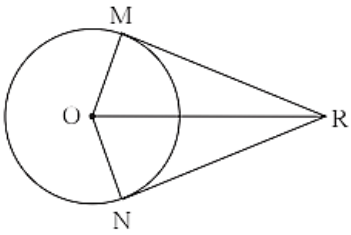
∴ ∠**BZY** = **= p** .....(III) **(**समद्विभुज त्रिकोणाचे प्रमेय**)**

∴ (I) (II) व (III) वरून

∠**XAZ** =

∴ त्रिज्या XA ∥ त्रिज्या YB .....( )

(5) चक्रीय चौकोनाचा बाह्यकोन त्याच्या संलग्न कोणाच्या संमुख कोनाशी एकरूप असतो हे प्रमेय सिद्ध करण्यासाठी पुढील कृती पूर्ण करा.



पक्ष: : □ ABCD चक्रीय चौकोन आहे

□ ABCD चा बाह्यकोन आहे.

साध्य: ∠DCE ≅ ∠BAD

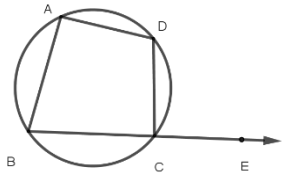
सिद्धता : + ∠BCD = ...(रेषीय जोडीतील कोण) (I)

□ ABCD चक्रीय चौकोन आहे

∠BAD = ...(चक्रीय चौकोनाचे प्रमेय) (II)

(I)व (II) वरून

∠DCE **+** ∠BCD = + ∠BAD



∠DCE ≅ ∠BAD

(6) आकृतीत रेख RM आणि रेख RN हे केंद्र O असलेल्या

वर्तुळाचे स्पर्शिका खंड आहेत, तर रेख OR हा

∠ MRN आणि ∠MON या दोन्ही कोनांचा दुभाजक

आहे हे सिद्ध करण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा

सिद्धता : ΔRMO आणि ΔRNO यांमध्ये ,

∠RMO ≅ ∠RNO = 90° ....(

कर्ण OR ≅ कर्ण OR .... (

बाजू OM ≅ बाजू .... (एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या)

∴ ΔRMO ≅ ΔRNO .... ( )

∠MOR ≅ ∠NOR

तसेच ∠MRO ≅ .... ( )

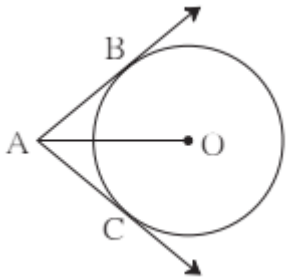
∴ रेख OR हा ∠ MRN आणि ∠MON या दोन्ही कोनांचा दुभाजक आहे.

(7) आकृतीमध्ये बिंदू O वर्तुळ केंद्र आणि

रेख AB व रेख AC हे स्पर्शिकाखंड आहेत.

जर वर्तुळाची त्रिज्या r असेल आणि

$\ell(\mathbf{AB}) = \mathbf{r}$ असेल तर □ ABOC



हा चौरस होतो हे दाखवण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

सिद्धता : रेख OB आणि OC काढले.

$\ell(AB) = r$ ..... (पक्ष) **(I)**

AB=AC .....( ) (I परंतु OB =

OC = r ..... ( ) (III)

(I),(II) व(III) वरून

AB= = OB = OC = r

∴ □ ABOC हा चौकोन आहे.

तसेच ∠OBA = [ ]किचे प्रमेय)

एक कोन काटकोन असणारा [ ] चौकोन चौरस होतो .

∴ □ ABOC हा चौरस होतो.

6 .खालील उपप्रश्न सोडवा. (3 गुणांचे प्रश्न)

1) खालील प्रमेये सिद्ध करा:

i) चक्रीय चौकोनाचे संमुख कोन परस्परांचे पूरककोन असतात.

ii) वर्तुळाच्या बाह्यभागातील बिंदूपासून त्या वर्तुळाला काढलेले स्पर्शिकाखंड एकरूप असतात.

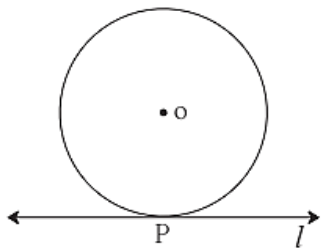
iii) एकाच कंसात अंतर्लिखित झालेले सर्व कोन एकरूप असतात.

2) बिंदु O केंद्र असलेल्या वर्तुळाला रेषा ℓ बिंदू P मध्ये स्पर्श करते. जर वर्तुळाची त्रिज्या 9 सेमी असेल तर खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

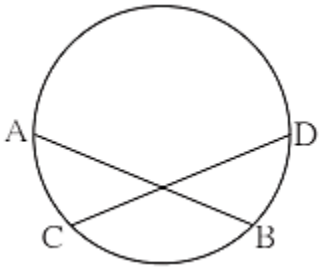
i) d(O,P)= किती? का ?

ii) जर d(O,Q)= 8 सेमी असेल, तर बिंदू Q चे स्थान कोठे असेल ?

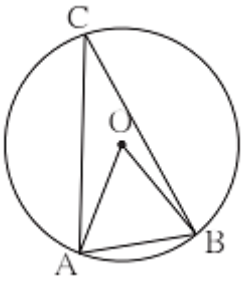
iii) d(O,R) = 15 सेमी असेल तर बिंदू R ची किती स्थाने रेषा ℓ वर असतील? ते बिंदू P पासून किती अंतरावर असतील?



3) शेजारील आकृतीत, O केंद्र असलेल्या वर्तुळाच्या बाह्यभागातील R या बिंदूपासून काढलेले RM आणि RN हे स्पर्शिका खंड वर्तुळाला बिंदू M आणि N मध्ये स्पर्श करतात



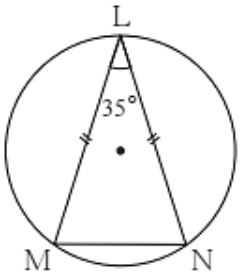
जर OR = 10 सेमी व वर्तुळाची त्रिज्या 5 सेमी असेल तर



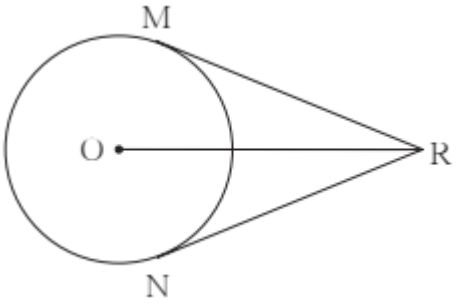
i)प्रत्येक स्पर्शिका खंडाची लांबी किती?

ii) ∠MRO चे माप किती? iii) ∠MRN चे माप ?

4) आकृतीमध्ये जीवा AB ≅ जीवा CD तर सिद्ध करा- कंस AC ≅ कंस BD



5) आकृतीमध्ये , केंद्र O असलेल्या वर्तुळाच्या जीवा AB ची लांबी



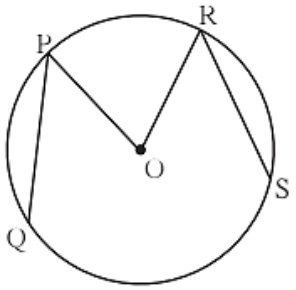
∠AOB (ii) ∠ACB

(iii)कंस (AB) यांची मापे काढा.

6) आकृतीमध्ये जीवा LM ≅ जीवा LN आणि

∠**L** = 35° तर (i) m (कंस MN) = किती ?

(ii) m(कंसLN)= किती ?



7) कोणताही आयत हा चक्रीय चौकोन असतो हे सिद्ध करा .

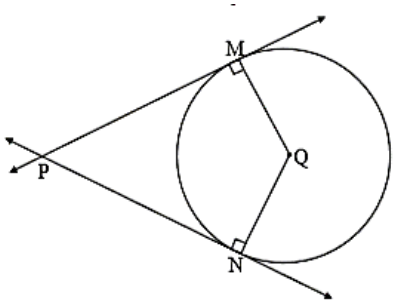
8) आकृतीमध्ये □ PQRS चक्रीय चौकोन आहे.

बाजू PQ ≅ बाजू RQ , ∠PSR = 110° तर

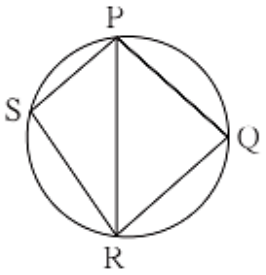
(i) ∠PQR = किती?

(ii) m (कंस PQR) = किती ?

(iii) m(कंस QR)= किती ?



9) शेजारील आकृतीत, रेषा ℓ ही केंद्र O असलेल्या वर्तुळाला बिंदू P मध्ये स्पर्श करते. बिंदू Q हा त्रिज्या OP चा मध्यबिंदू आहे. बिंदू Q ला सामावणारी जीवा RS ∥ रेषा ℓ. जर RS=12 सेमी असेल , तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

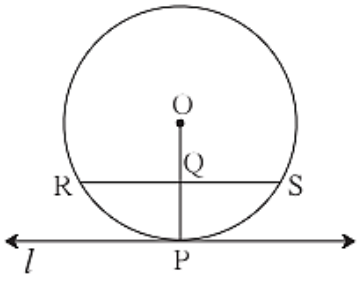


10)सोबतच्या आकृतीत, केंद्र O असलेल्या वर्तुळाच्या रेख PQ आणि रेख RS या एकरूप जीवा आहेत.

जर ∠PQR =70° आणि m(कंसRS) = 80°

(i) m (कंस PR) = किती ?

(ii) m(कंस QS)= किती ?



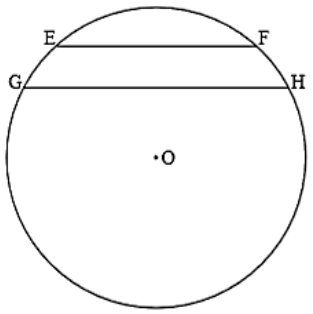
(iii) m(कंस QSR)= किती ?

11) दिलेल्या आकृतीत, Q केंद्र असलेल्या वर्तुळाच्या

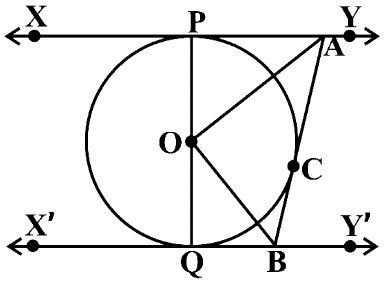
PM आणि PN स्पर्शिका आहेत .

जर $\angle MPN = 40°$ तर$\angle MQN$ चे माप काढा.

(12)आकृतीमध्ये वर्तुळाच्या दोन जीवा EF आणि GH परस्परांना आहेत .O वर्तुळकेंद्र असेल तर $\angle \mathbf{EOG} \cong \angle \mathbf{FOH}$ दाखवा



7.खालील उपप्रश्न सोडवा. (4 गुणांचे प्रश्न)



(1) O केंद्र असलेल्या वर्तुळाचा रेख PQ हा व्यास आहे.

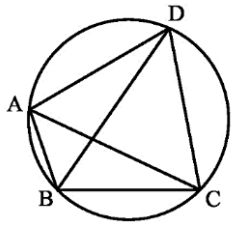
बिंदू C मधून काढलेली स्पर्शिका वर्तुळास बिंदू

P आणि Q बिंदुंतून काढलेल्या स्पर्शिकांना अनुक्रमे

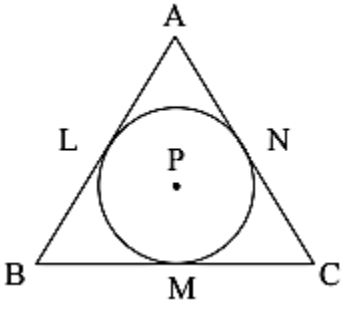
A आणि B बिंदूत छेदतात तर सिद्ध करा की ,

$\angle AOC = 90°$

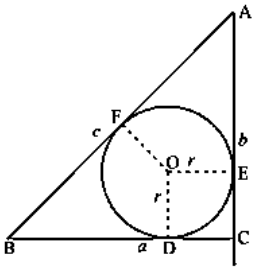
(2) वर्तुळाच्या जीवा AB आणि CD परस्परांना त्याच वर्तुळाच्या अंतर्भागातील बिंदू



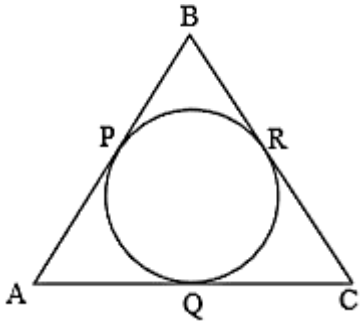
M मध्ये छेदतात. तर CM × BD = BM × AC हे सिद्ध करा .



(3) खालील आकृतीत P केंद्र असलेले वर्तुळ ΔABC मध्ये अंतर्लिखित असून बाजू AB ,



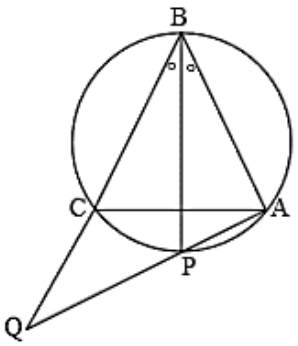
बाजू BC व बाजू AC ला अनुक्रमे L,M व N बिंदूत स्पर्श करते.या वर्तुळाची त्रिज्या r आहे .सिद्ध करा की : $A(\Delta ABC) = \frac{1}{2}(AB + BC + AC) \times r$



(4) $\square$ ABCD चक्रीय चौकोन आहे. m(कंस ABC) = 230°. तर

$\angle ABC$, $\angle CDA$, $\angle CBE$ यांची मापे काढा .

(5) आकृतीमध्ये ΔABC हा समद्विभुज त्रिकोण असून त्याची पा AB आणि BC एकरूप असून पाया AC ची लांबी 12 सेमी आहे. आ वर्तुळ तिन्ही बाजूंना स्पर्श करते तर हे B बिंदूपासून वर्तुळास का बी काढा



(6) आकृतीमध्ये ΔABC हा समभूज त्रिकोण आहे .

$\angle \mathbf{B}$ चा कोनदुभाजक ΔABC च्या

परिवर्तुळाला बिंदू P मध्ये छेदत असेल

तर सिद्ध करा : CQ = CA

(7) सोबतच्या आकृतीत $\square$ ABCD चक्रीय चौकोन आहे.

m(कंस BC) = 90° आणि $\angle \mathbf{DBC}$ = 55°. तर

$\angle \mathbf{BCD}$ चे माप काढा

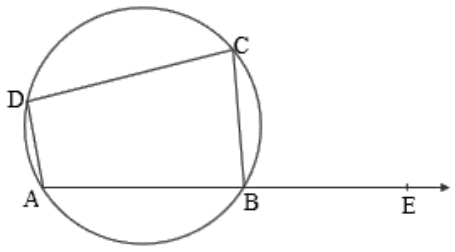
(8) **पक्ष** : काटकोन ΔABC मध्ये एक वर्तुळ अंतरलिखित

केलेले आहे,$\angle \mathbf{ACB}$ = 90°

वर्तुळाची त्रिज्या r आहे.

साध्य : 2 r = a + b − c

(9) P हा केंद्रबिंदू असलेल्या वर्तुळात जीवा AB ही एका स्पर्शिकेला समांतर आहे आणि स्पर्शबिंदूतून काढलेल्या त्रिज्येला तिच्या मध्यबिंदूत छेदते. जर AB = $16\sqrt{3}$ तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

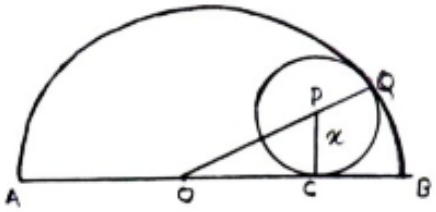


(10) आकृतीमध्ये O हा वर्तुळाचा केंद्रबिंदू आहे.

रेषा AQ ही स्पर्शिका आहे. जर OP = 3

आणि m(कंस PM) = 120°असेल

तर AP ची लांबी काढा ?

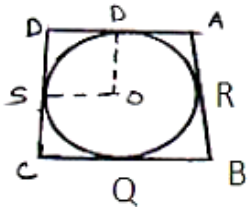


8. खालील उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी 3 गुण)

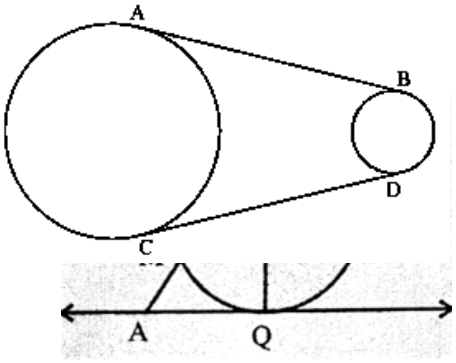
(1) आकृतीत O केंद्र असलेल्या वर्तुळात

$\angle \mathbf{AOB} = \mathbf{90°}$, $\angle \mathbf{ABC} = \mathbf{30°}$

तर $\angle \mathbf{CAB}$ किती ?

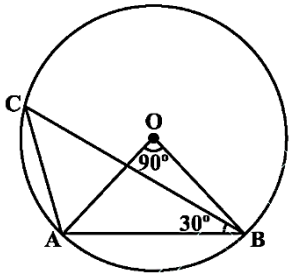


(2) आकृतीत P केंद्र असलेले वर्तुळ O केंद्र असलेल्या अर्धवर्तुळाला Q व C बिंदूत स्पर्श करते . जर व्यास AB = 10 , AC = 6 असेल तर लहान वर्तुळाची त्रिज्या x किती ?



(3) आकृतीत □ ABCD च्या बाजूंना आतून स्पर्श करणाऱ्या वर्तुळाचा केंद्र O आहे . जर AD ⊥ DC तसेच BC = 38 QB = 27 , DC = 25 असेल तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा?

(4) दोन असमान (भिन्न) त्रीज्येंच्या वर्तुळांमध्ये जर AB आणि CD त्यांच्या सामाइक स्पर्शिका असतील तर रेख AB रेख CD दाखवा.



(5) बिंदू A ,B आणि C केन्द्र असलेली तीन वर्तुळे परस्परांना बाहेरून स्पर्श करतात. जर AB= 36 , BC= 32 आणि CA = 30 असेल तर प्रत्येक वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

प्रकरण : भौमितिक रचना

प्रश्न 1) (A) पुढील प्रत्येक उपप्रश्नासाठी चार पर्याय उत्तरे दिली आहेत. त्यापैकी अचूक पर्याय निवडून त्यांचे वर्णाक्षर लिहा.

1)वर्तुळावरील बिंदुतून वर्तुळाला ---------- स्पर्शिका काढता येतील.

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0

2) व्यासांच्या अंत्यबिंदुतून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिका परस्परांना ---------- असतात

A) लंब B) समांतर C) एकरूप D) सांगता येत नाही

3) $\Delta LMN \sim \Delta HIJ$ व $\frac{LM}{HI} = \frac{2}{3}$ तर

A) Δ LMN हा लहान त्रिकोण आहे

B) Δ HIJ हा लहान त्रिकोण आहे

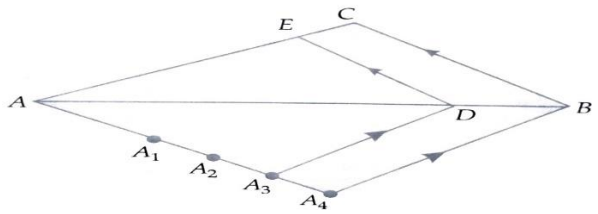
C) दोन्ही त्रिकोण एकरूप आहेत

D) सांगता येत नाही

4) वर्तुळाच्या बाह्यबिंदुतून वर्तुळाला जास्तीत जास्त ---------- स्पर्शिका काढता येतील

A) 2 B) 1 C) एक आणी एकच D) 0

5)



आकृती मध्ये Δ ABC ~ Δ ADE आहे तर त्यांच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर --------आहे

A) $\frac{3}{1}$ B) $\frac{1}{3}$

C) 3 D) 4

6) वर्तुळ केंद्राचा वापर करून वर्तुळाला वर्तुळावरील बिंदूतून स्पर्शिका काढण्यासाठी खालील पैकी कोणत्या प्रमेयाचा उपयोग होतो.

A) स्पर्शिका – त्रिज्या प्रमेय.

B) स्पर्शिका - त्रिज्या प्रमेयाचा व्यत्यास.

C) पायथागोरसचे प्रमेय

D) पायथागोरस प्रमेयाचा व्यत्यास.

7) Δ PQR ~ Δ ABC, $\frac{PR}{AC} = \frac{5}{7}$ तर

A) ΔABC मोठा आहे

B) Δ PQR मोठा आहे.

C) दोन्ही त्रिकोण समान आहेत.

D) निश्चित सांगता येत नाही.

8) ΔABC ~ ΔAQR. $\frac{AB}{AQ}$ = $\frac{7}{5}$ असल्यास खालील पैकी कोणता पर्याय सत्य आहे

A) A-Q-B B) A-B-Q C) A-C-B D) A-R-B

प्रश्न 1 (B) खालील उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी 1 गुण)

1) ∠ ABC हा 60^0 काढा व तो दुभागा.

2) ∠ PQR हा 115^0 काढा. त्याचे दोन एकरूप कोनात विभाजन करा.

3) रेख AB = 9.7 सेमी लांबीचा काढा. त्यावर बिंदू P असा घ्या की

AP = 3.5 सेमी, A-P-B. बिंदू P मधून रेख AB ला लंब काढा.

4) 4.5 सेमी लांबीचा रेख AB काढा. रेख AB चा लंबदुभाजक काढा.

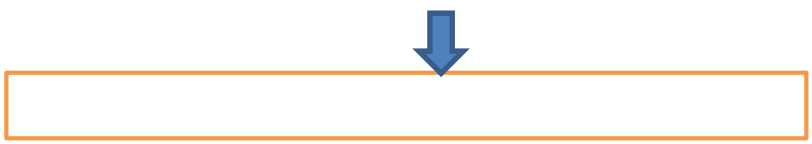
5) 9 सेमी लांबीचा रेख AB काढा. त्याचे 3:2 प्रमाणात विभाजन करा

6) त्रिज्या 3 सेमी असलेल्या वर्तुळास त्यावरील P या बिंदूतून स्पर्शिका काढा.

प्रश्न 2) (A) खालील प्रत्येक उदाहरणांमध्ये दिलेल्या सूचनांनुसार कृती करा.

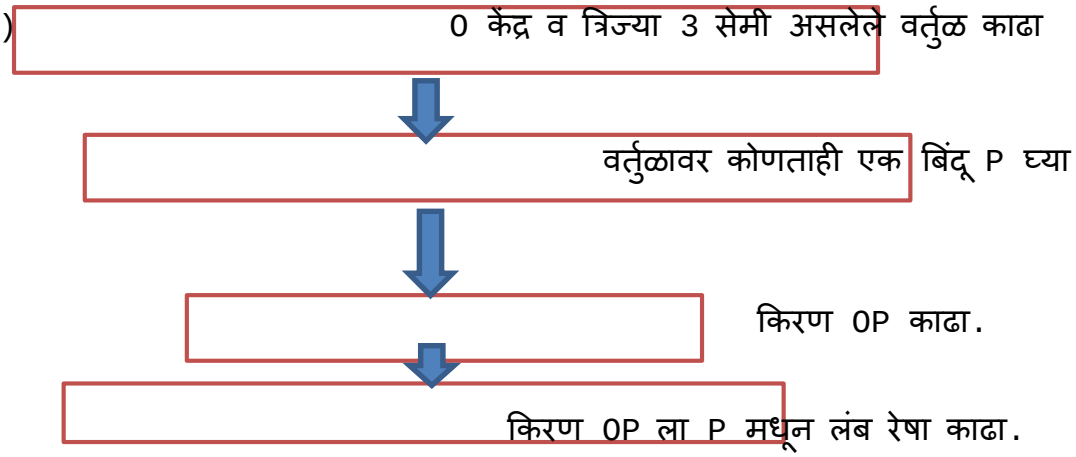
(प्रत्येकी 2 गुण)

वर्तुळावर P हा कोणताही एक बिंदू घ्या किरण OP काढा.

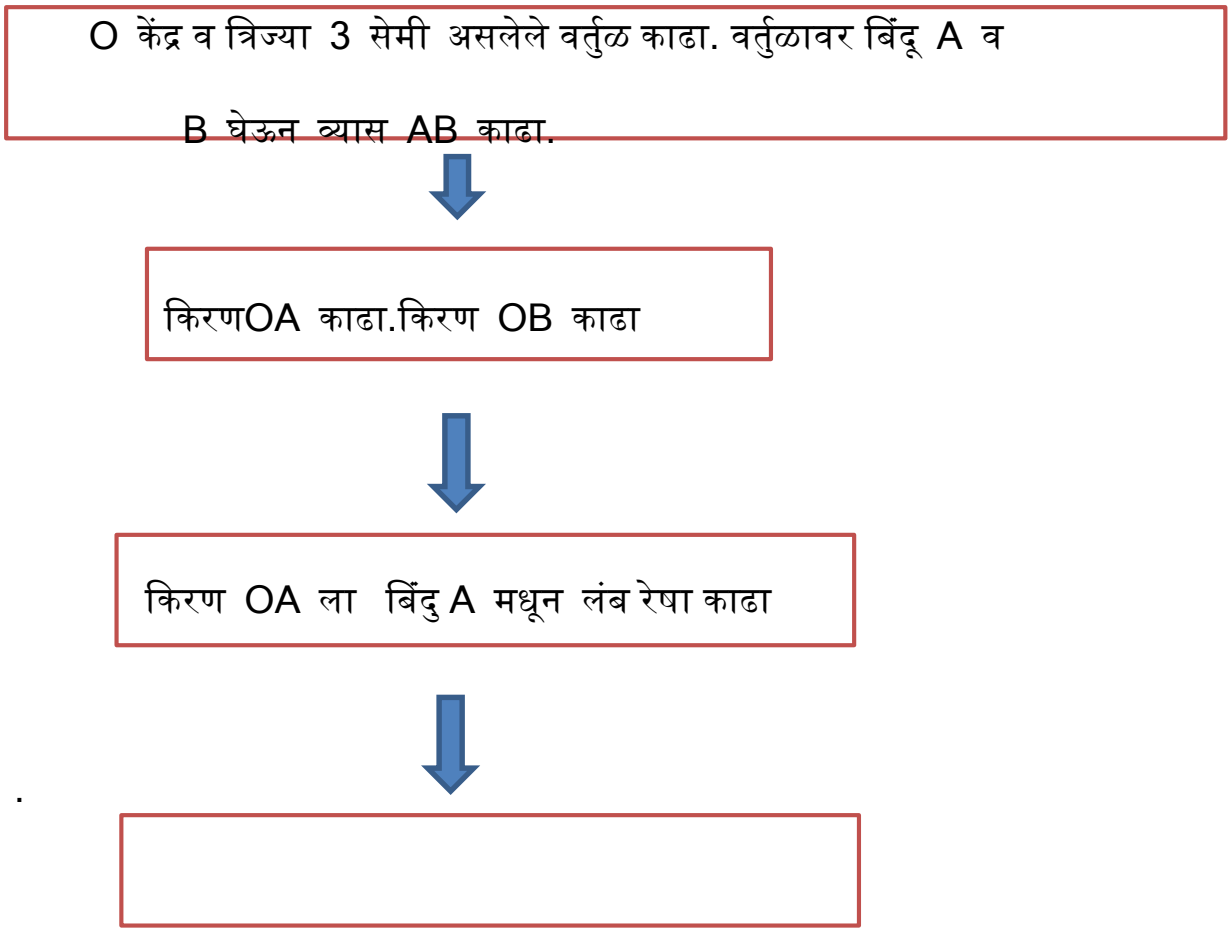


किरण 0P ला P मधून लंब रेषा काढा .

1) 0 केंद्र व त्रिज्या 3 सेमी असलेले वर्तुळ काढा



2) व्यासाच्या अंत्यबिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढण्यासाठी खाली दिलेल्या सूचनांनुसार कृती करा.



.

किरण OB ला बिंदु B मधून लंब रेषा काढा.

प्रश्न 2) (B) खालील उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी 2 गुण)

1) केंद्र M व त्रिज्या 3.4 सेमी असलेल्या वर्तुळास त्यावरील बिंदू P बिंदूतून स्पर्शिका काढा.

2) O केंद्र व त्रिजा 3.5 सेमी असलेल्या वर्तुळाला त्यावरील P बिंदूतून स्पर्शिका काढा.

3) 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळावरील कोणत्याही एका बिंदूतून जाणारी स्पर्शिका काढा.

4) 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळावर कोणताही एक बिंदु k घ्या. K मधून वर्तुळकेंद्राचा वापर न करता स्पर्शिका काढा.

5) 3.4 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळामध्ये 5.7 सेमी लांबीची जीवा MN काढा. बिंदू M व बिंदू N मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.

6) 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळकेंद्राचा वापर न करता वर्तुळाला त्यावरील P बिंदूतून स्पर्शिका काढा.

7) रेख AB 6 सेमी व्यास असलेले वर्तुळ काढा. व्यासाच्या अंत्यबिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.

8) रेख AB = 6.8 सेमी काढा. रेख AB व्यास असलेले वर्तुळ काढा. वर्तुळावर A व B व्यतिरिक्त बिंदू C घ्या.रेख AC व रेख CB काढा.. ∠CAB चे माप लिहा.

प्रश्न 3) (A) खालील सूचनेनुसार कृती करा.(प्रत्येकी 3 गुण)

1) 3.3सेमी त्रिज्याचे व O केंद्र असलेले वर्तुळ काढून त्यामध्ये 6.6सेमी लांबीची जीवा PQ काढा.



किरण OP व किरण OQ काढा.



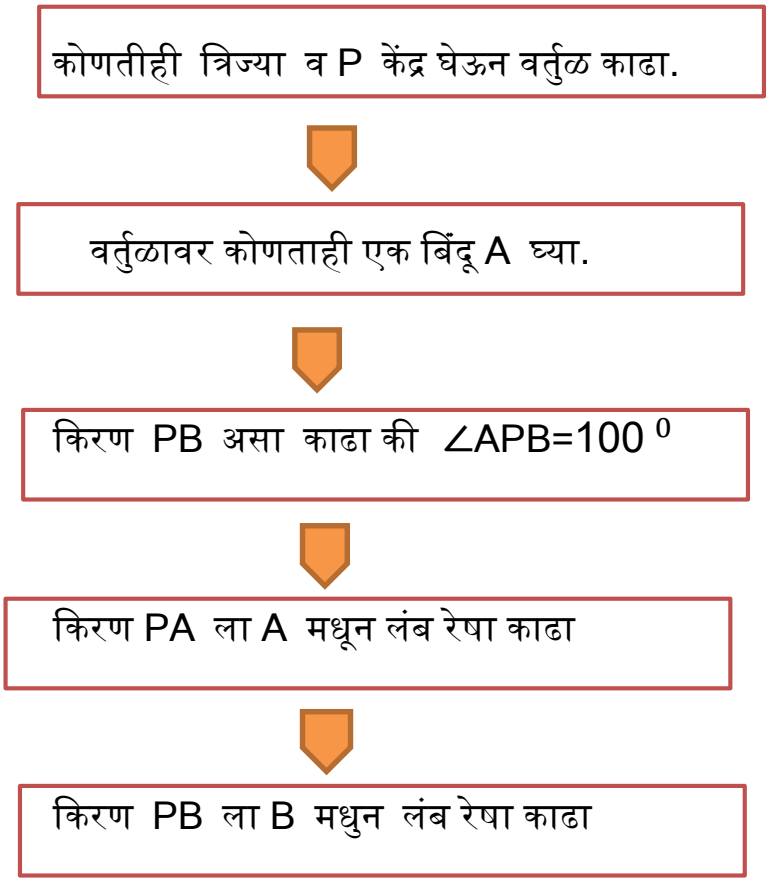
P मधून किरण OP ला लंब रेषा काढा.



Q मधून किरण OQ ला लंब रेषा काढा.

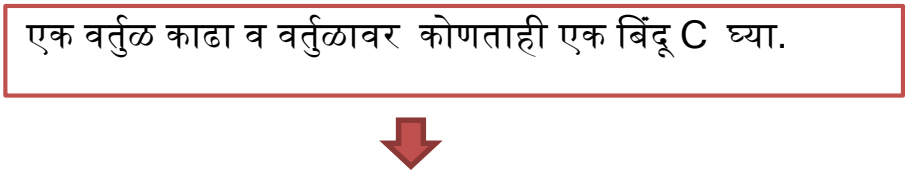
2)P केंद्र असलेले वर्तुळ काढा. कंस AB हा 100^0 काढा.

A व B मधून वर्तुळाला स्पर्शिका करण्यासाठी खालील कृती करा.



.

3)वर्तुळ केंद्राचा वापर न करता वर्तुळाला स्पर्शिका काढण्यासाठी खालील दिलेल्या सूचनांनुसार कृती करा.



बिंदू C मधून जाणारी जीवा CB काढा.



वर्तुळावर B व C सोडून A हा बिंदू घ्या ∠BAC काढा.



कंपास मध्ये सोयीस्कर त्रिज्या घेऊन बिंदू A केंद्र घेवून ∠BAC च्या भुजाना बिंदू M व बिंदू N मध्ये छेदणारा कंस काढा.



तीच त्रिज्या व C केंद्र घेऊन जीवा BC ला छेदणारा कंस काढा.

छेदनबिंदुस R नाव द्या.



कंपास मध्ये MN एवढी त्रिज्या घ्या. केंद्र R घेऊन आधी काढलेल्या कंसाला छेदणारा आणखी एक कंस काढा. छेदनबिंदुस D नाव द्या.



D मधून जाणारी रेषा CD काढा. रेषा CD ही वर्तुळाची स्पर्शिका आहे.

3) C केंद्र व त्रिज्या 3.6 सेमी घेऊन वर्तुळ काढा. वर्तुळ केंद्रापासून 7.2 सेमी अंतरावर बिंदू B घ्या. बिंदू B मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढण्यासाठी खालील प्रमाणे कृती करा.

C केंद्र व त्रिज्या 3.6 सेमी घेऊन वर्तुळ काढा.

↓

आरंभबिंदू C असणाऱ्या किरणावर 7.2 सेमी अंतरावर बिंदू B घ्या.

↓

रेख BC चा लंबदुभाजक काढून मध्यबिंदू P मिळवा.

↓

P केंद्र व त्रिज्या OP घेवुन वर्तुळ काढा. दोन्ही वर्तुळांच्या छेदन बिंदूस A व D नाव द्या.

↓

रेषा BA व रेषा BD काढा

↓

स्पर्शिकाखंड BA= -----सेमी

स्पर्शिकाखंड BD =-----सेमी.

प्रश्न 3-(B) खालील उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी 3 गुण)

1) $\Delta ABC \sim \Delta PBQ$, ΔABC मध्ये

AB=3 सेमी, $\angle B=90^0$ BC=4 सेमी व त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 7:4 असल्यास ΔPBQ काढा.

2)$\Delta RHP \sim \Delta NED$, ΔNED मध्ये, NE=7 सेमी, $\angle D=30^0$,

$\angle N=20^0$ तसेच $\frac{HP}{ED} = \frac{4}{5}$ तर ΔRHP व ΔNED काढा.

3) $\Delta PQR. \sim \Delta ABC$, ΔPQR मध्ये PQ=3.6 सेमी,

QR=4 सेमी, PR = 4.2 सेमी आहे. त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे

गुणोत्तर 3:2 असल्यास ΔABC काढा.

4) $\Delta PQR \sim \Delta LTR$ ΔPQR मध्ये PQ=4.2 सेमी, QR=5.4 सेमी,

PR = 4.8 सेमी $\frac{PQ}{LT} = \frac{3}{4}$ तर ΔPQR व ΔLTR काढा.

5) $\Delta ABC \sim \Delta PBQ$, ΔABC मध्ये AB=4 सेमी, BC=5 सेमी AC=6 सेमी त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 2:3 असल्यास ΔPBQ काढा.

6) 5 सेमी बाजू असलेला समभुज ΔABC काढा. $\Delta ABC. \sim \Delta LMN$ त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 6:7 असल्यास ΔLMN काढा.

7) O केंद्र व 3.4 त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळामध्ये 5.7 सेमी लांबीची जीवा MN काढा. वर्तुळाला बिंदू M व बिंदू N मधून स्पर्शिका काढा.

8) O केंद्र व त्रिज्या 3.6 सेमी असलेले वर्तुळ काढा. वर्तुळ केंद्रापासून 7.2 सेमी अंतरावरील B या बिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.

9) C केंद्र व त्रिज्या 3.2 सेमी असलेले वर्तुळ काढा. वर्तुळ केंद्रापासून 7.5 सेमी अंतरावरील P बिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.

10) 3.5 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळ काढा. वर्तुळावर कोठेही बिंदू K घ्या. K मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा (वर्तुळ केंद्राचा वापर न करता).

11) 4.2 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. 120^0 मापाचा एक कंस PQ काढा बिंदू P व बिंदू Q मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.

12) 4.2 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळ केंद्रापासून 7 सेमी अंतरावरील बिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा

13) $\Delta ABC. \sim \Delta LMN$, ΔABC मध्ये, AB=5.5 सेमी BC=6 सेमी CA=5.5 सेमी, MN=4.8 सेमी, तर ΔABC व ΔLMN काढा.

14) 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढून त्याची रेख XY ही जीवा 5 सेमी लांबीची काढा. बिंदू X व बिंदू Y मधून जाणाऱ्या वर्तुळाच्या स्पर्शिका काढा (वर्तुळ केंद्राचा वापर न करता)

प्रश्न:4) खालील उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी 4 गुण)

1) $\Delta AMT \sim \Delta AHE$, ΔAMT मध्ये AM =6.3 सेमी

$\angle MAT = 120^0$, AT = 4.9 सेमी, $\frac{AM}{HA} = \frac{7}{5}$ तर ΔAHE काढा.

2) $\Delta RHP \sim \Delta NED$, ΔNED मध्ये NE=7 सेमी.

$\angle D=30^0$, $\angle N=20^0$, $\frac{HP}{ED} = \frac{4}{5}$ तर ΔRHP काढा.

3) $\Delta ABC. \sim \Delta PBR$, BC=8 सेमी, AC=10 सेमी, $\angle B=90^0$,

$\frac{BC}{BR} = \frac{5}{4}$ तर ΔPBR काढा.

4) $\Delta AMT. \sim \Delta AHE$, ΔAMT मध्ये AM=6.3 सेमी,

$\angle TAM=50^0$, AT=5.6सेमी, $\frac{AM}{AH} = \frac{7}{5}$, तर Δ AHE काढा.

5) 3.3 त्रिज्येच्या वर्तुळामध्ये 6.6 लांबीची जीवा PQ काढा. बिंदू P व Q मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा. काढलेल्या स्पर्शिका बद्दल आपले मत नोंदवा.

6) $\Delta RST \sim \Delta UAY$ ΔRST मध्ये RS= 6 सेमी, $\angle S=50^0$,

ST=7.5 सेमी. त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 5:4

असल्यास ΔUAYकाढा.

7) $\Delta PQR \sim \Delta$ STU. ΔPQR मध्ये PQ=3.2 सेमी, QR=3.6 सेमी,

PR=7.2 सेमी, $\frac{PQ}{ST} = \frac{4}{5}$ तर ΔPQR व ΔSTU काढा

8) $\Delta SHR \sim \Delta SVU$,$\Delta SHR$ मध्ये SH=4.5 सेमी,

HR = 5.2 सेमी, SR =5.8 सेमी $\frac{HS}{SV} = \frac{3}{5}$, तर ΔSVU काढा.

9) ΔABC मध्ये, BC=6 सेमी, $\angle B=45^0$, $\angle A=100^0$.

$\Delta ABC \sim \Delta$ PBQ त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 7:4 असल्यास

ΔABC व ΔPBQ काढा.

10) $\Delta PQR \sim \Delta$ AQB, ΔPQR मध्ये,PQ=3 सेमी $\angle Q=90^0$,

QR = 4 सेमी. त्रिकोणाच्या संगत बाजूचे गुणोत्तर 7:5 असल्यास Δ

AQB काढा.

11) $\Delta XYZ \sim \Delta PYR$,. ΔXYZ मध्ये XY=4.5 सेमी

$\angle Y=60^0$,YZ=5.1 सेमी व $\frac{XY}{PY} = \frac{4}{7}$ तर ΔXYZ व ΔPYR

काढा.

12) O केंद्र व 3 सेमी त्रिज्या असलेले वर्तुळ काढा. वर्तुळ केंद्रातून जाणाऱ्या छेदिकेवर वर्तुळ केंद्राच्या विरुद्ध बाजूस वर्तुळ केंद्रापासून 7 सेमी अंतरावर बिंदू P व बिंदू Q घ्या बिंदू P व बिंदू Q मधून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.

प्रश्न 5) खालील उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी 3 गुण)

1) एक समद्विभुज त्रिकोण असा काढा की त्याचा पाया 5 सेमी व उंची 4 सेमी आहे. त्या त्रिकोणाला समरूप त्रिकोण असा काढा की ,त्याच्या बाजू मूळ त्रिकोणाच्या संगत बाजूच्या $\frac{2}{3}$ पट आहेत.

2) ΔABC असा काढा की AB =8 सेमी, BC=6 सेमी, $\angle B = 90^0$ रेख BD हा कर्ण AC ला लंब काढा. बिंदू B,D व A मधून जाणारे वर्तुळ काढा. तसेच रेषा BC ही वर्तुळाची स्पर्शिका आहे याचे स्पष्टीकरण द्या.

3) 4 सेमी, व 6 सेमी त्रिज्या असलेले व O केंद्र असलेले समकेंद्री वर्तुळे काढा. मोठ्या वर्तुळावरील कोणत्याही एका बिंदूतून लहान वर्तुळाला स्पर्शिका काढा. स्पर्शिकाखंडांची लांबी लिहा.

4) 4 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाला वर्तुळाच्या बाहेरील बिंदूतून दोन स्पर्शिका अशा काढा की त्या स्पर्शिकांमधील कोन 60^0 असेल.

5) AB=6 सेमी, $\angle BAQ=50^0$ A व B मधून जाणारे वर्तुळ असे करा की AQ ही वर्तुळाची स्पर्शिका असेल.

6) 3 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. चौरसाची प्रत्येक बाजू वर्तुळाला स्पर्श करेल असा चौरस काढा.

7) रेषा AB च्या एकाच बाजूस बिंदू P व Q घ्या बिंदू P व बिंदू Q मधून जाणारे असे वर्तुळ काढा की ते रेषा AB ला स्पर्श करेल.

8) 1.8 सेमी पेक्षा जास्त व 3 सेमी पेक्षा कमी त्रिज्या घेऊन कोणतेही एक वर्तुळ काढा. या वर्तुळात 3.6 सेमी लांबीची जीवा AB काढा. वर्तुळकेंद्राचा वापर न करता A व B मधून जाणाऱ्या वर्तुळाच्या स्पर्शिका काढा

9) O केंद्र व त्रिज्या 3 सेमी त्रिज्येच्या वर्तुळात वर्तुळा बाहेरील P बिंदूतून 4 सेमी लांबीचा रेख PA हा स्पर्शिका खंड काढा.

10) O केंद्र व त्रिज्या 2.8 सेमी बसलेल्या वर्तुळाला P या बाह्य बिंदूतून वर्तुळाला PA व PB या स्पर्शिका अशा काढा की $\angle APB=70^0$

11) बिंदू P हा रेषा AB पासून 6 सेमी अंतरावर आहे. बिंदू P मधून जाणारे 4 सेमी त्रिज्येचे असे वर्तुळ काढा की रेषा AB ही वर्तुळाची स्पर्शिका असेल

12) $\angle ABC=60^0$. $\angle$ ABC चा दुभाजक काढा कोनदुभाजकावर बिंदू Q असा घ्या की d (B, C) =8सेमी Q केंद्र असलेले असे वर्तुळ काढा की किरण BA व किरण BC ला स्पर्श करेल. वर्तुळाची त्रिज्या व स्पर्शिकाखंडाची लांबी लिहा.

13) 2.5 सेमी त्रिज्येच्या वर्तुळात 5 सेमी लांबीची जीवा AB काढा. वर्तुळावर बिंदू C असा घ्या की BC = 3 सेमी ΔABC काढा बिंदू A,B व C बिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा. स्पर्शीकांच्या छेदनबिंदू मुळे कोणत्या प्रकारचा चौकोन तयार होतो.

14) $\angle ABC=50^0$ बिंदू S हा $\angle$ ABC च्या अंतर्भागातील कोणताही एक बिंदू घ्या. बिंदू S मधून जाणारे असे एक वर्तुळ काढा की $\angle ABC$ च्या भुजांना स्पर्श करेल.

15) चौरसाचा कर्ण $\sqrt{40}$ सेमी असून असे वर्तुळ काढा की जे चौरसाच्या सर्व बाजूंना स्पर्श करेल. वर्तुळाची त्रिज्या मोजून लिहा.

16) ΔPQR मध्ये $\angle P = 40^0$, $PQ \cong PR$, $QR = 7$ सेमी $\Delta XYZ \sim \Delta PQR$, $XY : PQ = 3:2$ असल्यास ΔXYZ काढा

17) रेख AB 7.5 सेमी लांबीचा काढा. केंद्र A असलेले वर्तुळ असे काढा की वर्तुळाला बिंदू B मधून काढलेल्या स्पर्शकाखंडाची लांबी 6 सेमी असेल.

18) 3.5 सेमी त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. वर्तुळाला दोन स्पर्शिका अशा काढा की त्या एकमेकींना लंब असतील.

प्रकरण : निर्देशक भूमिती

❖ प्रश्न 1ला (A) बहुपर्यायी प्रश्न गुण-1

1) बिंदू A (-4 , 2) आणि बिंदू B (6, 2) यांना जोडणाऱ्या रेषाखंड AB चा मध्यबिंदू p असेल तर बिंदू p चे निर्देशक शोधा.

(A) (-1 , 2) (B) (1, 2) (C) (1 , - 2) (D) (-1 , - 2)

2) बिंदू P (2 , 2) आणि Q (5, x) या दोन बिंदूमधील अंतर 5 सेमी असेल तर x ची किंमत ---

(A) 2 (B) 6 (C) 3 (D) 1

3) बिंदू P (-1 , 1) आणि बिंदू Q (5, -7) आहेत तर बिंदू P आणि Q मधील अंतर -------..

(A) 11 सेमी (B) 10 सेमी (C) 5 सेमी (D) 7 सेमी

4) जर बिंदू L (x , 7) आणि बिंदू M (1, 15) यांना जोडणाऱ्या रेषाखंड LM ची लांबी 10 सेमी असेल तर बिंदू x ची किंमत शोधा.

(A) 7 (B) 7 किंवा -5 (C) -1 (D) 1

5) बिंदू A (-3 , 4) आणि आरंभ बिंदू o या मधील अंतर काढा.

(A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) -5

6) जर बिंदू P (1 , 1) हा बिंदू A अणि B (-1 , -1) यांना जोडणाऱ्या रेषाखंडास 5 : 2 या गुणोत्तरांत छेदत असेलतर A या बिंदूचे निर्देशक काढा .

(A) (3 ,3) (B) (6, 6) (C) (2, 2) (D) (1, 1)

7) जर रेख AB हा Y - अक्षाला. संमातर असेल आणि A या बिंदूचे निर्देशक (1, 3) असेल तर B बिंदूचे निर्देशक ----------

(A) (3 ,1) (B) (5 , 3) (C) (3 , 0) (D) (1, -3)

8) जर A (-4 , 2) आणि B (6, 2) यांना जोडणाऱ्या रेषाखंडाचा मध्यबिंदू P असेल तर P चे निर्देशक ----------

(A) (-1, 2) (B) (1 , 2) (C) (1 , -2) (D) (-1, - 2)

9) जर (-5 , 3) आणि B (3 , -5) यांना जोडणाऱ्या रेषाखंडाला बिंदू P हा 1 : 3 या गुणोत्तरात विभागत असेल तर P चे निर्देशक ----------

(A) (-2, -2) (B) (-1 , -1) (C) (-3 , 1) (D) (1, - 3)

10) जर एका त्रिकोणात शिरोबिंदूच्या x -निर्देशकांची बेरीज 12 व Y - निर्देशकांची बेरीज 9 आहे तर मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक ---------- आहेत.

(A) (12 , 9) (B) (9 , 12) (C) (4 , 3) (D) (3 ,4)

❖ प्रश्न 1 (B) खालील उपप्रश्न सोडवा - (प्रत्येकी गुण 1)

1) X = 2 आणि y = -3 या समीकरणांच्या आलेखांच्या छेदनबिंदूचे निर्देशक लिहा.

2) A (7, 5) आणि B ((2, 5) तर या दोन बिंदू मधील अंतर किती ?

3) एका वर्तुळाचा व्यास AB आहे आणि A (2, 7) आणि B (4 , 5) असेल तर वर्तुळाच्या केंद्र बिंदूचे निर्देशक लिहा .

4) बिंदू P (- 5 , 4) या बिंदूचे x - निर्देशक व Y – निर्देशक लिहा .

5) आरंभ बिंदूचे निर्देशक लिहा.

6) (6, 8) या बिंदूचे आरंभबिंदू पासूनचे अंतर किती ?

7) (-2 ,6) व (8 ,2) या बिंदूना जोडणाऱ्या रेषाखंडाच्या मध्यबिंदूचे निर्देशक काढा

8) (4, 7) , (8, 4) व (7 ,11) हे शिरोबिंदू असलेल्या त्रिकोणाच्या मध्यागा संपात बिंदूचे निर्देशक काढा.

9) A (0, 0) , B (-5 , 12) या दोन बिंदू मधील अंतर किती ?

10) (0, 2) आणि (12 , 14) या बिंदूना जोडणाऱ्या रेषाखंडाच्या मध्यबिंदूचे निर्देशक काढा .

❖ प्रश्न 2 रा (A) खालील कृती पूर्ण करा व लिहा (प्रत्येकी गुण 2)

1) बिंदू Q (3 , - 7) आणि बिंदू R (3 , 3) आहेत तर बिंदू Q आणि R मधील अंतर किती ?

उकल - समजा Q (x1 , y1) आणि बिंदू R (x2 , y2)

X1 = 3 , y1 = -7 आणि x2 = 3 , y2 = 3

अंतराच्या सूत्रा नुसार d (Q, R) = $\sqrt{\square}$

∴ d (Q , R) = $\sqrt{\square + 100}$

∴ d (Q , R) = $\sqrt{\square}$

∴ d (Q , R) = $\square$

2) बिंदू A (-1 , 1) आणि बिंदू B (5 , -7) आहेत तर या दोन बिंदू मधील अंतर काढा ?

उकल - समजा A (x1 , y1) आणि बिंदू B (x2 , y2)

X1 = -1, y1 = 1 आणि x2 = 5 , y2 = -7

अंतराच्या सूत्रा नुसार d (A, B) = $\sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2}$

∴ d (A , B) = $\sqrt{\square + ((-7)-\square)^2}$

∴ d (A , B) = $\sqrt{\square}$

∴ d (A , B) = $\square$

3) बिंदू A (-1 , 1) आणि बिंदू B (5 , -7) आहेत तर या दोन बिंदू ना जोडणाऱ्या रेषाखंड AB च्या मध्यबिंदूचे निर्देशक लिहा.

उकल - समजा **A (x1 , y1) आणि बिंदू B (x2 , y2)**

X1 = -1, y1 = 1 आणि x2 = 5 , y2 = -7

मध्यबिंदुच्या सुत्रानुसार

∴ रेषाखंड AB च्या मध्यबिंदूचे निर्देशक = $\left(\frac{x1+x2}{2} , \frac{y1+y2}{2} \right)$

∴ रेषाखंड AB च्या मध्यबिंदूचे निर्देशक = $\left(\frac{\square}{2} , \frac{\square}{2} \right)$

∴ रेषाखंड AB च्या मध्यबिंदूचे निर्देशक = $\left(\frac{4}{2} , \frac{\square}{2} \right)$

∴ रेषाखंड AB च्या मध्यबिंदूचे निर्देशक = ($\square$)

4) त्रिकोण ABC चे शिरोबिंदू **A (-7 , 6) , B (2 , -2) आणि C (8 , 5)** आहेत तर त्रिकोण ABC च्या मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक लिहा.

उकल - समजा A (x1 , y1) आणि बिंदू B (x2 , y2) , C (x3, y3)

X1 = -7, y1 = 6 आणि x2 = 2 , y2 = -2 , x3 = 8 , y3 = 5

मध्यगासंपात बिंदुच्या सुत्रानुसार

∴ त्रिकोण ABC च्या मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक= $\left(\frac{x1+x2+x3}{3} , \frac{y1+y2+y3}{3} \right)$

∴ त्रिकोण ABC च्या मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक= = ($\frac{\square}{3}$, $\frac{\square}{3}$)

∴ त्रिकोण ABC च्या मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक= ($\frac{3}{3}$, $\frac{\square}{3}$)

∴ त्रिकोण ABC च्या मध्यगा संपातबिंदूचे निर्देशक = ($\square$)

❖ प्रश्न 2 रा B) खालील पैकी कोणतेही चार उपप्रश्न सोडवा.(प्रत्येकी 2 गुण)

1) बिंदू A (3, 5) आणि B (7, 9) असून बिंदू Q हा रेख AB चे 2 : 3 या गुणोत्तरात विभाजन करत असेल तर Q या बिंदू चे x निर्देशक काढा.
2) जर बिंदू L (x , 7) आणि M (1, 15) या दोन बिंदू मधील अंतर 10 असेल तर X ची किंमत काढा
3) (22, 20) आणि (0 ,16) यंना जोडणाऱ्या मध्यबिंदूचे निर्देशक काढा .
4) C (-3a , a) , D ((a, -2a) या दोन बिंदू मधील अंतर काढा .
5) दाखवा की , बिंदू (11, -2) हा (4, -3) आणि (6, 3) या बिंदू पासून समदूर आहे .

❖ प्रश्न3रा(A) खालीलपैकी कोणतेही एक कृती पूर्ण करा(प्रत्येकी 3 गुण)

1) जर A (8, 9) आणि B (1, 2) यांना जोडणाऱ्या रेख AB ला बिंदू P (6 , 7) ज्या गुणोत्तरात विभागतो ते गुणोत्तर शोधा .?

उकल -: बिंदू P हा रेख AB ला m : n या गुणोत्तरात विभागते

A (8, 9) = (x1 , y1) , B (1, 2) = (x2 , y2) P ((6, 7) = (x, y)

विभाजन सूत्रानुसार ----

$\square$

$\therefore\ 7 = \dfrac{m(\quad) + n(9)}{m+n}$

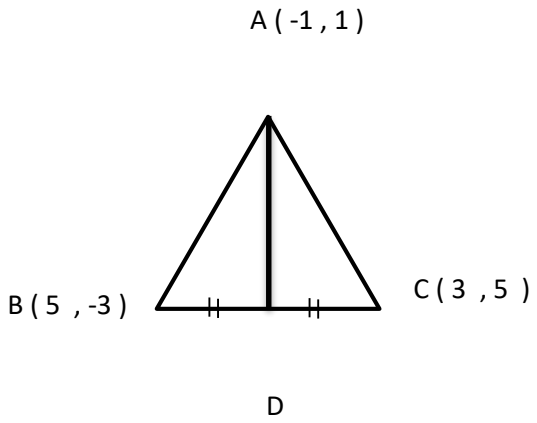
$\therefore 7m + 7n = \square + 9n$

$\therefore 7m - \square = 9n - \square$

$\therefore \square = 2n$

$\therefore \dfrac{m}{n} = \square$

2) सोबतच्या आकृतीत दिलेल्या माहिती वरून त्रिकोणाच्या मध्येगेची लांबी काढ्ण्या साठी खालील कृती पूर्ण करा .



कृती A (-1 , 1) , B (5, -3) , C (3, 5) समजा D (x , y)

मध्यबिंदु सूत्रानुसार

$X = \dfrac{5+3}{2}$ $\qquad$ $y = \dfrac{-3+5}{2}$

$\therefore\ x = \square$ $\qquad$ $\therefore\ y = \square$

अंतराच्या सूत्रा नुसार

$\therefore\ AD = \sqrt{(4 - \square)^2 + (1-1)^2}$

$$\therefore\ AD = \sqrt{(\ \square\ )^2 + (0)^2}$$

$$\therefore\ AD = \sqrt{\square}$$

$$\therefore\ AD = \square$$

प्रश्न 3 रा B) खालील पैकी कोणतेही दोन उप प्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 3 गुण)

1) **P (-2 , 2) , Q (2, 2)** **आणि** **R (2, 7)** हे काटकोन त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत हे दाखवा ?

2) **(0 , 9) हा बिंदू (-4 , 1) व (4 , 1)** या बिंदूपासून समदूर आहे हे दाखवा

3) **बिंदू p(-4 , 6)** हे **A (-6 , 10)** **आणि** **B (m , n)** यांना जोडणाऱ्या रेषाखंडाला 2: 1 या गुणोत्तरात विभागतो. तर बिंदू B चे निर्देशक काढा

प्रश्न 4 खालील पैकी कोणतेही दोन उप प्रश्न सोडवा. (प्रत्येकी 4 गुण)

1) **A (-4 , -7) , B (-1 ,2) , C (8, 5)** **आणि** **D (5 , -4)** हे चौकोनाचे शिरोबिंदू असतील तर चौकोन **ABCD** हा समभुज चौकोन आहे हे दाखवा .

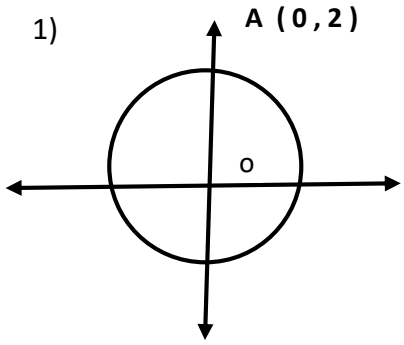
2) **(0 , -1) , (8, 3) , (6 , 7) व (-2 , 3)** हे बिंदू आयताचे शिरोबिंदू आहेत हे दाखवा

3) (2, 0) , (-2 , 0) आणि (0, 2) हे त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत हे दाखवा तसेच त्या त्रिकोणाचा प्रकार सकारण ठरवा .

4) **A (5,4) , B (-3 , -2) आणि C (1 -8)** हे $\Delta\ ABC$ चे शिरोबिंदू असून रेख AD मध्यगा असेल तर रेख AD ची लांबी किती ?

5) **A (1, 2) , (1, 6) , C (1 + 2$\sqrt{3}$, 4)** हे समभुज त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत हे दाखव

प्रश्न 5 खालील पैकी कोणताही एक उप प्रश्न सोडवा.(प्रत्येकी 3 गुण)

1) 

O केंद्र असलेल्या वर्तुळाची OA ही त्रिज्या आहे

जर A चे निर्देशक (0 , 2) असतील

तर बिंदू (1, 2) हा वर्तुळावर आहे किंवा नाही

पडताळा घ्या .

2) A (3, 5) आणि B (-6 , 7) या बिंदूना जोडणाऱ्या रेषाखंडाला Y – अक्ष कोणत्या गुणोत्तरात विभागतो ? तसेच त्या बिंदूचे निर्देशक काढा .

3) (7, -6) , (2, K) आणि (h, 18) हे त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत . जर (1, 5) हा बिंदू मध्यगा संपात बिंदू असेल तर h आणि k च्या किंमती काढा .

4) अंतराच्या सुत्राने , बिंदू (4, 3) (5, 1) आणि (1, 9) एकरेषीय आहेत किंवा नाहीत ते ठरवा ?.

प्रकरण : त्रिकोणमिती

प्रश्न १ अ) खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी उत्तराचा योग्य पर्याय निवडा. (१ गुणांचे बहुपर्यायी प्रश्न)

1. $\cos\theta \cdot \sec\theta = ?$

A) 1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\sqrt{2}$

2. $\sec 60^0 = ?$

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\sqrt{2}$

3. $1+ \cot^2\theta = ?$

A) $\tan^2\theta$ B) $\sec^2\theta$ C) $\text{cosec}^2\theta$ D) $\cos^2\theta$

4. $\cot\theta \cdot \tan\theta = ?$

A) 1 B) 0 C) 2 D) $\sqrt{2}$

5. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = ?$

A) 0 B) 1 C) 2 D) $\sqrt{2}$

6. $\sin^2\theta - \sin^2(90 - \theta) = ?$

A) 0 B) 1 C) 2 D) $\sqrt{2}$

7. $\frac{1+ \cot^2 A}{1+ \tan^2 A} = ?$

A) $\tan^2\theta$ B) $\sec^2\theta$ C) $\text{cosec}^2\theta$ D) $\cot^2\theta$

8. $\sin\theta = \frac{1}{2}$ तर $\theta = ?$

A) 30^0 B) 45^0 C) 60^0 D) 90^0

9. tan (90-θ) = ?

A) sin θ B) cos θ C) cot θ D) tan θ

10. cos 45^0 = ?

A) sin 45^0 B) sec 45^0 C) cot 45^0 D) tan 45^0

11. जर $\sin\theta = \frac{3}{5}$ तर cos θ = ?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{4}$

12. खालील पैकी चुकीचे सूत्र कोणते ?

A) $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

B) $1 + \sec^2\theta = \tan^2\theta$

C) $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

D) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

13. जर $\angle A = 30^0$ तर tan 2A = ?

A) 1 B) 0 C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\sqrt{3}$

प्रश्न १ ब) खालील उपप्रश्न सोडवा (१ गुणांचे प्रश्न)

1. $\frac{1-\tan^2 45^0}{1+\tan^2 45^0}$ = ?

2. जर $\tan\theta = \frac{13}{12}$ तर cot θ = ?

3. cosec θ . $\sqrt{1-\cos^2\theta}$ = 1 हे सिद्ध करा.

4. जर tan θ = 1 तर sin θ . cos θ = ?

5. जर 2 sin θ = 3 cos θ तर tan θ = ?

6. जर cot (90 – A) = 1 तर ∠ A = ?

7. जर $1-\cos^2\theta = \frac{1}{4}$ तर θ = ?

8. $\frac{\cos(90-A)}{\sin A} = \frac{\sin(90-A)}{\cos A}$ हे सिद्ध करा.

9. tan θ X ☐ = sin θ तर ☐ = ?

10. (sec θ + tan θ) . (sec θ - tan θ) = ?

11. $\frac{\sin 75^0}{\cos 15^0}$ = ?

प्रश्न २ अ) खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी योग्य ती कृती पूर्ण करा. (२ गुणांचे कृतियुक्त प्रश्न)

1. $\cos^2\theta\,.\,(1+\tan^2\theta) = 1$ हे सिद्ध करण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर ⇨डावी बाजू = ☐

= $\cos^2\theta$ X ☐ .... ($1+\tan^2\theta$ = ☐)

= (cos θ X ☐)^2

= 1^2

= 1

= उजवी बाजू

2. $\frac{5}{\sin^2\theta} - 5\cot^2\theta$ ची किंमत काढण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर $\Rightarrow \frac{5}{\sin^2\theta} - 5\cot^2\theta$

$= \square\left(\frac{1}{\sin^2\theta} - \cot^2\theta\right)$

$= 5\,(\square - \cot^2\theta)$ ..... $(\frac{1}{\sin^2\theta} = \square)$

$= 5\,(1)$

$= \square$

3. जर $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{3}$ तर $\sec\theta - \tan\theta$ ची किंमत काढण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर $\Rightarrow$ $\square = 1 + \tan^2\theta$ ..... (त्रि. नित्य समीकरण)

$\square - \tan^2\theta = 1$

$(\sec\theta + \tan\theta) \cdot (\sec\theta - \tan\theta) = \square$

$\sqrt{3} \cdot (\sec\theta - \tan\theta) = 1$

$(\sec\theta - \tan\theta) = \square$

4. जर $\tan\theta = \frac{9}{40}$ तर $\sec\theta$ ची किंमत काढण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर $\Rightarrow$ $\sec^2\theta = 1 + \square$ ..... (त्रि. नित्य समीकरण)

$\sec^2\theta = 1 + \square^2$

$\sec^2\theta = 1 + \square$

$\sec\theta = \square$

प्रश्न २ ब) खालील उपप्रश्न सोडवा (२ गुणांचे प्रश्न)

1. जर $\cos\theta = \frac{24}{24}$ तर $\sin\theta = ?$

2. $\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} + \cos\theta = \sec\theta$ हे सिद्ध करा.

3. $\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ हे सिद्ध करा.

4. जर $\cos(45^0 + x) = \sin 30^0$ तर $x = ?$

5. जर $\tan\theta + \cot\theta = 2$ तर $\tan^2\theta + \cot^2\theta = ?$

6. $\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = \sec^2\theta \text{ X } \operatorname{cosec}^2\theta$ हे सिद्ध करा.

7. $\cot^2\theta \text{ X } \sec^2\theta = \cot^2\theta + 1$ हे सिद्ध करा.

8. जर $3\sin\theta = 4\cos\theta$ तर $\sec\theta = ?$

9. जर $\sin 3A = \cos 6A$ तर $\angle A = ?$

10. $\sec^2\theta - \cos^2\theta = \tan^2\theta + \sin^2\theta$ हे सिद्ध करा.

11. $\frac{\tan A}{\cot A} = \frac{\sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A}$ हे सिद्ध करा.

12. $\frac{\sin\theta + \tan\theta}{\cos\theta} = \tan\theta\,(1 + \sec\theta)$ हे सिद्ध करा.

13. $\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} + \sin\theta = \operatorname{cosec}\theta$ हे सिद्ध करा.

14. $\frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$ हे सिद्ध करा.

प्रश्न ३ अ) खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी योग्य ती कृती पूर्ण करा. (३ गुणांचे कृतियुक्त प्रश्न)

1. $\sin^4 A - \cos^4 A = 1 - 2\cos^2 A$ हे सिद्ध करण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर ⇨डावी बाजू = $\square$

$= (\sin^2 A + \cos^2 A)$ ($\square$)

$= 1$ ($\square$) ..... ($\sin^2 A + \square = 1$)

= $\square$ $- \cos^2 A$ ..... ($\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$)

= $\square$

= उजवी बाजू

2. $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \text{ X } \sin^2\theta$ हे सिद्ध करण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर ⇨डावी बाजू = $\square$

= $\square$ $\left(1 - \frac{\sin^2\theta}{\tan^2\theta}\right)$

$= \tan^2\theta \left(1 - \frac{\square}{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}\right)$

$= \tan^2\theta \left(1 - \frac{\sin^2\theta}{1} \text{ X } \frac{\cos^2\theta}{\square}\right)$

$= \tan^2\theta \left(1 - \square\right)$

$= \tan^2\theta \text{ X } \square$ ..... ($1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta$)

= उजवी बाजू

3. जर $\tan\theta = \frac{7}{24}$ तर $\cos\theta$ ची किंमत काढण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर ⇨ $\sec^2\theta$ = 1+ ☐ ..... (त्रि. नित्य समीकरण)

$\sec^2\theta$ = 1+ ☐^{2}

$\sec^2\theta$ = 1+ $\frac{\square}{576}$

$\sec^2\theta$ = $\frac{\square}{576}$

$\sec\theta$ = ☐

$\cos\theta$ = ☐ .....($\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$)

4. $\cot\theta + \tan\theta = \text{cosec}\,\theta \times \sec\theta$ हे सिद्ध करण्यासाठी खालिल कृती पूर्ण करा.

उत्तर ⇨डावी बाजू = ☐

= $\frac{\square}{\sin\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

= $\frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\square}$

= $\frac{1}{\sin\theta \,.\, \cos\theta}$ .....($\cos^2\theta + \sin^2\theta =$ ☐)

= $\frac{1}{\sin\theta} \times \frac{1}{\square}$

= ☐

= उजवी बाजू

प्रश्न ३ ब) खालील उपप्रश्न सोडवा (३ गुणांचे प्रश्न)

1. जर $\sec\theta = \frac{41}{40}$ तर $\sin\theta$, $\cot\theta$, $\text{cosec}\,\theta$ च्या किंमती काढा.

2. जर $5\sec\theta - 12\,\text{cosec}\,\theta = 0$ तर $\sin\theta$, $\sec\theta$ च्या किंमती काढा.

3. $\frac{\tan(90-\theta) + \cot(90-\theta)}{\text{cosec } \theta} = \sec A$ हे सिद्ध करा.

4. $\cot^2\theta - \tan^2\theta = \text{cosec}^2\theta - \sec^2\theta$ हे सिद्ध करा.

5. $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} = (\sec\theta + \tan\theta)^2$ हे सिद्ध करा.

6. $\frac{\sin\theta}{\sec\theta+1} + \frac{\sin\theta}{\sec\theta-1} = 2\cot\theta$ हे सिद्ध करा.

7. $\frac{\sec A}{\tan A + \cot A} = \sin A$ हे सिद्ध करा.

8. $\frac{\sin\theta + \text{cosec}\,\theta}{\sin\theta} = 2 + \cot^2\theta$ हे सिद्ध करा.

9. $\frac{\cot A}{1-\cot A} + \frac{\tan A}{1-\tan A} = -1$ हे सिद्ध करा.

10. $\sqrt{\frac{1+\cos A}{1-\cos A}} = \text{cosec } A + \cot A$ हे सिद्ध करा.

11. $\sin^4 A - \cos^4 A = 1 - 2\cos^2 A$ हे सिद्ध करा.

12. $\sec^2\theta - \cos^2\theta = \tan^2\theta + \sin^2\theta$ हे सिद्ध करा.

13. $\text{cosec}\,\theta - \cot\theta = \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$ हे सिद्ध करा.

14. Δ ABC मध्ये $\cos C = \frac{12}{13}$ असून BC = 24 तर AC = ?

15. $\frac{1+\sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1-\cos A}$ हे सिद्ध करा.

16. जर $\sin A = \frac{3}{5}$ तर $4\tan A + 3\tan A = 6\cos A$ दाखवा.

17. $\frac{1+\sin B}{\cos B} + \frac{\cos B}{1+\sin B} = 2\sec B$ हे सिद्ध करा.

प्रश्न ४) खालील उपप्रश्न सोडवा (४ गुणांचे आव्हानात्मक प्रश्न)

1. $\sin^2 A \cdot \tan A + \cos^2 A \cdot \cot A + 2 \sin A \cdot \cos A = \tan A + \cot A$ हे सिद्ध करा.

2. $\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A = \frac{2\sin^2 A - 1}{\sin^2 A \cdot \cos^2 A}$ हे सिद्ध करा.

3. $\frac{\cot A + \operatorname{cosec} A - 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1} = \frac{1 + \cos A}{\sin A}$ हे सिद्ध करा.

4. $\sin\theta\,(1 - \tan\theta) - \cos\theta\,(1 - \cot\theta) = \operatorname{cosec}\theta - \sec\theta$ हे सिद्ध करा.

5. जर $\cos A = \frac{2\sqrt{m}}{m+1}$ असेल तर सिद्ध करा $\operatorname{cosec} A = \frac{m+1}{m-1}$.

6. जर $\sec A = x + \frac{1}{4x}$ $\sec A + \tan A = 2x$ किंव्हा $\frac{1}{2x}$ हे दाखवा.

7. Δ ABC मध्ये $\sqrt{2}\,AC = BC$, $\sin A = 1$, $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$ तर $\angle A = ?$ $\angle B = ?$ $\angle C = ?$

8. $\sin^8 A + \cos^8 A = 1 - 3\sin^2 A \cdot \cos^2 A$ हे सिद्ध करा.

9. $\sin^8 A + \cos^8 A = 1 - 3\sin^2 A \cdot \cos^2 A$ हे सिद्ध करा.

10. $2(\sin^6 A + \cos^6 A) - 3(\sin^4 A + \cos^4 A) + 1 = 0$ हे सिद्ध करा.

11. $\frac{\cot A}{1 - \tan A} + \frac{\tan A}{1 - \cot A} = 1 + \tan A + \cot A = \sec A \cdot \operatorname{cosec} A + 1$ हे सिद्ध करा.

प्रश्न ५) खालील उपप्रश्न सोडवा (३ गुणांचे सृजनात्मक प्रश्न)

1. जर $3 \sin A + 5 \cos A = 5$ असेल तर सिद्ध करा $5 \sin A - 3 \cos A = \pm 3$.

2. जर $\cos A + \cos^2 A = 1$ तर $\sin^2 A + \sin^4 A = ?$

3. जर $\text{cosec } A - \sin A = p$ आणि $\sec A - \cos A = q$ तर सिद्ध करा

$(p^2 q)^{\frac{2}{3}} + (pq^2)^{\frac{2}{3}} = 1$

4. $\tan 7^0 \cdot \tan 23^0 \cdot \tan 60^0 \cdot \tan 67^0 \cdot \tan 83^0 = \sqrt{3}$ हे दाखवा.

5. जर $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{3}$ तर $\tan \theta + \cot \theta = 1$ हे दाखवा.

6. जर $\tan \theta - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$ तर $\sin^2 \theta = \frac{1}{2}$ हे दाखवा.

7. $(1 - \cos^2 A) \cdot \sec^2 B + \tan^2 B (1 - \sin^2 A) = \sin^2 A + \tan^2 B$ सिद्ध करा

8. $(\sin A + \cos A)(\text{cosec } A - \sec A) = \text{cosec } A \cdot \sec A - 2 \tan A$ हे सिद्ध करा