कुल प्रश्नों की संख्या : 27]
Total No. of Questions : 27]

[कुल मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 15
[Total No. of Printed Pages : 15

2021311

विषय : गणित
Subject : Maths

समय : 3 घण्टे]
Time : 3 Hours]

[पूर्णांक : 100
[Maximum Marks : 100

निर्देश: (i) सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न क्रमांक 1 में 2 खण्ड हैं। खण्ड–अ में 10 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं तथा खण्ड–ब में 10 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।

(iii) प्रश्न क्रमांक 2 से 13 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 12 है। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।

(iv) प्रश्न क्रमांक 14 से 19 तक अति लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 06 है। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।

(v) प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 04 है। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।

(vi) प्रश्न क्रमांक 24 और 25 लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 02 है। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं।

(vii) प्रश्न क्रमांक 26 और 27 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 02 है। प्रत्येक प्रश्न पर आन्तरिक विकल्प दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

(viii) कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

(ix) इस प्रश्न पत्र में ग्राफ पेपर की आवश्यकता है।

Instructions :

(i) All questions are compulsory.

(ii) Question No.1 is in two parts. Part 'A' has 10 multiple choice and Part 'B' has 10 fill in the blanks type questions. Each question carries 1 mark.

(iii) Question No.2 to 13 are very short anwer type questions. Total number of questions are 12. Each question carries 2 marks.

(iv) Question No. 14 to 19 are very short answer type questions. Total number of questions are 06. Each question carries 3 marks.

(v) Question No. 20 to 23 are short answer type questions. Total number of questions are 04. Each question has an internal choice. Each question carries 4 marks.

(vi) Question No. 24 and 25 are short answer type questions. Total number of questions are 02. Each question has an internal choice. Each question carries 5 marks.

(vii) Question No. 26 and 27 are long answer type questions. Total number of questions are 02. Each question has an internal choice. Each question carries 6 marks.

(viii) Calculator is not allowed.

(ix) Graph paper is required.

(खण्ड-अ)

प्रश्न-1 सही विकल्प चुनकर लिखिए -

(i) n के सभी धन पूर्णांक मानों के लिए $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + n$ का मान होगा :

(अ) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(ब) $\frac{n(n+1)}{2}$

(स) $\frac{n(n-1)}{2}$

(द) $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

(ii) एक पाँसा एक बार उछाला गया है, इसके ऊपरी भाग पर संख्या 2 आने की प्रायिकता होगी :

(अ) $\frac{1}{2}$

(ब) 1

(स) $\frac{2}{5}$

(द) $\frac{1}{6}$

(iii) यदि $A = \{1, 2, 3\}$ और $B = \{3, 4, 5\}$ हो तो AUB का मान होगा :

(अ) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(ब) $\{1, 2, 3\}$

(स) $\{3, 4, 5\}$

(द) $\{3\}$

(iv) यदि फलन $f(x) = 3x + 4$ हो तो $f(-3)$ का मान होगा :

(अ) 5

(ब) 10

(स) -5

(द) 13

(v) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मान होगा :

(अ) $\frac{\pi}{3}$

(ब) $\frac{\pi}{6}$

(स) $\frac{\pi}{2}$

(द) π

(vi) $\int x^4\,dx$ का मान ..... होगा :

(अ) $4x^3$

(ब) x^5

(स) $\frac{x^5}{5} + c$

(द) $x^5 + c$

(vii) बिन्दु (1, 3) और बिन्दु (2, –5) के बीच की दूरी होगी :

(अ) $\sqrt{65}$

(ब) 65

(स) $\sqrt{63}$

(द) 63

(viii) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$ और $\vec{b} = 4\hat{i} + \hat{j}$ हो तो $\vec{a}.\vec{b}$ का मान होगा :

(अ) -5

(ब) 5

(स) 11

(द) -11

(ix) $\lim_{x \to 0} \left(\frac{e^x - 1}{x}\right)$ का मान होता है :

(अ) 0

(ब) 2

(स) -1

(द) 1

(x) समतल का व्यापक समीकरण है :

(अ) $x+y+z+D = 0$

(ब) $Ax+By+Cz+D = 0$

(स) $A+B+C+D = 0$

(द) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c} = 1$

(PART-A)

(A) Choose the correct answer :

(i) For all positive integers of n, the value of $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n$ will be :

(a) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(b) $\frac{n(n+1)}{2}$

(c) $\frac{n(n-1)}{2}$

(d) $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

(ii) A dice is tossed once. There will be probability of having number 2 on its upper part :

(a) $\frac{1}{2}$

(b) 1

(c) $\frac{2}{5}$

(d) $\frac{1}{6}$

(iii) Let set A = {1, 2, 3} and B = (3, 4, 5) then AUB is :

(a) {1, 2, 3, 4, 5}

(b) {1, 2, 3}

(c) {3, 4, 5}

(d) {3}

(iv) If function f(x) = (3x + 4) then f(–3) is :

(a) 5

(b) 10

(c) –5

(d) 13

(v) The value of $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ is :

(a) $\frac{\pi}{3}$

(b) $\frac{\pi}{6}$

(c) $\frac{\pi}{2}$

(d) π

(vi) The value of $\int x^4\,dx$ is :

(a) $4x^3$

(b) x^5

(c) $\frac{x^5}{5} + c$

(d) $x^5 + c$

(vii) The distance of two points (1, 3) and (2, –5) is :

(a) $\sqrt{65}$

(b) 65

(c) $\sqrt{63}$

(d) 63

(viii) If $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$ and $\vec{b} = 4\hat{i} + \hat{j}$ then $\vec{a}.\vec{b}$ is :

(a) –5

(b) 5

(c) 11

(d) –11

(ix) The value of $\lim_{x \to 0} \left(\frac{e^x - 1}{x}\right)$ is :

(a) 0

(b) 2

(c) –1

(d) 1

(x) Generalised equation of plane is :

(a) $x+y+z+D = 0$

(b) $Ax+By+Cz+D = 0$

(c) $A+B+C+D = 0$

(d) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c} = 1$

(खण्ड-ब)

(ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए -

(i) i^{37} का मान ..... होगा।

(ii) यदि $\tan^{-1} \frac{1}{5} = \theta$ हो तो $\cot \theta$ का मान ..... होगा।

(iii) गुणोत्तर श्रेणी 2, 4, 6, 8, ... का 12वाँ पद ..... होगा।

(iv) $(x + a)^n$ के प्रसार का व्यापक पद ..... होगा।

(v) बिन्दुओं (2, 3, 4) तथा (1, −2, 3) से गुजरने वाली सरल रेखा का समीकरण ..... होगा।

(vi) मानक विचलन गुणांक का सूत्र ..... होता है।

(vii) $\int_1^2 x^3 \, dx$ का मान ..... होगा।

(viii) एक वृत्त जिसका केन्द्र (3, 0) तथा त्रिज्या 7 है, इस वृत्त का समीकरण ..... होगा।

(ix) यदि $f(x) = \sqrt{1-x}$ और $g(x) = \log x$ तो $fog =$ ..... होगा।

(x) $\frac{\pi}{3}$ रेडियन का अंश में मान ..... होगा।

(PART-B)

(B) Fill in the blanks -

(i) Value of i^{37} will be .....

(ii) If $\tan^{-1} \frac{1}{5} = \theta$, then value of $\cot \theta$ will be .....

(iii) 12th term of G.P. 2, 4, 6, 8, --------- will be .....

(iv) Generalised term of expansion of $(x+a)^n$ is .....

(v) Equation of straight line passing through the points (2, 3, 4) and (1, -2, 3) is .....

(vi) Formula of standard deviation coefficient is .....

(vii) Value of $\int_1^2 x^3\,dx$ is .....

(viii) A circle with centre (3, 0) and radius 7, the equation of this circle will be .....

(ix) If $f(x) = \sqrt{1-x}$ and $g(x) = \log x$ then fog will be .....

(x) The value in degrees of $\frac{\pi}{3}$ radian will be .....

प्रश्न–2 सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (1, 4), (3, –2) और (–3, 16) समरेख हैं।

Prove that the points (1, 4), (3, –2) and (–3, 16) are collinear.

प्रश्न–3 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ हो तो A.B का मान ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ then find the value of A.B

प्रश्न–4 संभावित हल किसे कहते हैं?

What is a possible solution ?

प्रश्न–5 सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan^{-1} 2 - \tan^{-1} 1 = \tan^{-1} \frac{1}{3}$$

Prove that :

$$\tan^{-1} 2 - \tan^{-1} 1 = \tan^{-1} \frac{1}{3}$$

प्रश्न–6 सिद्ध कीजिए कि सदिश $\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $4\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ परस्पर लम्बवत् हैं।

Prove that vector $\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ and $4\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ are mutually perpendicular.

प्रश्न–7 $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{vmatrix}$ को हल कीजिए।

Solve :- $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{vmatrix}$

प्रश्न-8 वृत्त $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ का केन्द्र एवं त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find center and radius of circle $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$.

प्रश्न-9 आव्यूह $A = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ का सहखण्डज ज्ञात कीजिए।

Find the Adjoint of matrix $A = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

प्रश्न-10 यदि $1 + \omega + \omega^2 = 0$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $(1 - \omega + \omega^2)^3 = -8$.

If $1 + \omega + \omega^2 = 0$ then prove that $(1 - \omega + \omega^2)^3 = -8$.

प्रश्न-11 INDIA शब्द के अक्षरों को लेकर कितने भिन्न-भिन्न शब्द बन सकते हैं?

How many different words can be formed using the letters of the word INDIA?

प्रश्न-12 फलन $f(x) = 3x^2 + 1$ के लिए परिसर ज्ञात कीजिए।

जब प्रान्त = $\{-3, 2, 4, 0\}$.

Find the range of $f(x) = 3x^2 + 1$, when domain = $\{-3, 2, 4, 0\}$.

प्रश्न-13 $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x^4 - 625}{x^3 - 125}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value :

$$\lim_{x \to 5} \frac{x^4 - 625}{x^3 - 125}$$

प्रश्न-14 एक ताश की गड्डी से एक साथ दो पत्ते निकाले जाते हैं। दोनों इक्के हों, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Two cards are drawn simultaneously from the pack of cards. Both are aces, find the probability of this.

प्रश्न–15 उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतल $3x + 4y - 5z = 0$ के समान्तर है एवं बिन्दु (1, 2, 3) से होकर गुजरता है।

Find the equation of the plane which is parallel to the plane $3x + 4y - 5z = 0$ and passes through point (1, 2, 3).

प्रश्न–16 समीकरण हल कीजिए :

$$\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$$

Solve :

$$\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$$

प्रश्न–17 $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ के लिए सत्यापित कीजिए कि $A^2 - 5A + I = 0$, जहाँ I इकाई आव्यूह है।

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ then verify $A^2 - 5A + I = 0$, where I is unit matrix.

प्रश्न–18 कथन किसे कहते हैं? उदाहरण सहित समझाइए।

What is the statement called ? Explain with examples.

प्रश्न–19 सिद्ध कीजिए :

$$\sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$$

Prove that :

$$\sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$$

प्रश्न–20 वृत्त $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$ के केन्द्र तथा त्रिज्या को ज्ञात कीजिए।

Find the centre and radius of the circle $3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$

(अथवा)

(OR)

बिन्दुओं (–1, 5, 2) और (4, 3, –5) से जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the vector equation of straight line which passing from points (–1, 5, 2) and (4, 3, –5).

प्रश्न–21 श्रेणी 4, 7, 10, ... का कौन-सा पद 148 है?

Which term of the series 4, 7, 10, ---------- is 148 ?

(अथवा)

(OR)

दीर्घवृत्त $4x^2 + 9y^2 = 1$ की नाभि तथा उत्केन्द्रता के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Find the coordinate of focii and eccentricity of ellipse $4x^2 + 9y^2 = 1$.

प्रश्न–22 रेखाओं $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{-1}$ और $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

Find the angle between the lines :

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{-1} \quad \text{and} \quad \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$$

(अथवा)

(OR)

बिन्दु (1, 2, 0) से समतल $4x + 3y + 12z + 16 = 0$ पर डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the length of the perpendicular from point (1, 2, 0) to plane

$$4x + 3y + 12z + 16 = 0$$

प्रश्न–23 किसी ΔABC में सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{\cos 2A}{a^2} - \frac{\cos 2B}{b^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}$$

In ΔABC Prove that :

$$\frac{\cos 2A}{a^2} - \frac{\cos 2B}{b^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}$$

(अथवा)

(OR)

किसी समान्तर श्रेणी का 10वाँ पद –15 और 31वाँ पद –57 हो तो श्रेणी का 15वाँ पद ज्ञातँ कीजिए।

If the 10th term of A.P. is –15 and 31st term is –57, find the 15th term of the series.

प्रश्न–24 फलन $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 6$ का उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

Find the maxima or minima of function

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 6$$

(अथवा)

(OR)

किसी दौड़ में A घोड़े के जीतने की प्रायिकता $\frac{1}{7}$ तथा B घोड़े के जीतने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है तो दोनों घोड़ों में से किसी एक की जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

In a race, the probability of winning A horse is $\frac{1}{7}$ and the probability of winning B horse is $\frac{1}{4}$, then find the probability of winning either of the two horse.

प्रश्न–25 दो घनाकार पांसे एक साथ फेंके जाते हैं। पहले पांसे पर सम संख्या अथवा दोनों का योगफल 9 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Two cubic dice are thrown together. Find the probability that an even number on the first dice or sum of both is 9.

(अथवा)

(OR)

वक्र $y = x^3 + 1$ के बिन्दु (1, 2) पर स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the tangent lines at a point (1, 2) of the curve

$$y = x^3 + 1.$$

प्रश्न–26 निम्न आव्यूह का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -3 \\ -3 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

Find the inverse of matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -3 \\ -3 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

(अथवा)

(OR)

6 पुरुषों तथा 4 महिलाओं में से 5 व्यक्तियों की एक कमेटी का गठन करना है। यह कितनी विधियों से किया जा सकता है, यदि कम–से–कम 2 महिलाएँ इसमें सम्मिलित हों?

A committee of 5 persons is to be formed out of 6 men and 4 women. How many methods can this done ? If atleast 2 women are involved in it ?

प्रश्न–27 $\left(x+\frac{1}{2x}\right)^6$ के प्रसार में मध्य पद ज्ञात कीजिए।

Find the middle term of expansion of $\left(x+\frac{1}{2x}\right)^6$

(अथवा)

(OR)

सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)\,(b-c)\,(c-a)$$

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)\,(b-c)\,(c-a)$$

✦✦✦