नाम..... अनुक्रमांक.....

अर्द्ध-वार्षिक परीक्षा, 2022-23

B

गणित

कक्षा–11

समय : 3 घण्टा 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

निर्देश–(i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

(ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल आठ प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

(iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

(v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

(vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

(बहुविकल्पीय प्रश्न)

1. सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए–(प्रत्येक प्रश्न 1 अंक)

(क) माना A तथा B दो समुच्चय है, तो $A \cap (A \cup B)$ बराबर होगा–

(i) A (ii) B (iii) ϕ (iv) $A \cap B$.

(ख) यदि ${}^{n}C_{12} = {}^{n}C_{8}$ हो, तो n का मान है–

(i) 20 (ii) 12

(iii) 6 (iv) 30.

(ग) एक लीप वर्ष में 53 रविवार या 53 सोमवार होने की प्रायिकता होगी–

(i) $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{2}{7}$

(iii) $\frac{3}{7}$ (iv) इनमें से कोई नहीं।

(घ) माना $n(A) = m$ और $n(B) = n$, तो A से B में परिभाषित किये जा सकने वाले अरिक्त सम्बन्धों की ही कुल संख्या है–

(i) m^n (ii) $n^m - 1$

(iii) $mn - 1$ (iv) $2^{mn} - 1$.

(ङ) $\cos 120°$ का मान होगा–

(i) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ii) $\frac{1}{2}$

(iii) $\frac{-1}{2}$ (iv) इनमें से कोई नहीं।

2. **सभी** खण्ड हल कीजिए– (प्रत्येक प्रश्न 1 अंक)

(क) $\frac{5 + \sqrt{2}\, i}{1 - \sqrt{2}\, i}$ को $a + ib$ के रूप में लिखिए।

(ख) $\sin 105° \sin 75° = \frac{\sqrt{3} + 2}{4}$ को सिद्ध कीजिए।

(ग) रेखा $3x + 2y - 12 = 0$ को अन्त:खण्ड रूप में बदलिए तथा इसके द्वारा अक्षों पर काटे गये अन्त:खण्ड ज्ञात कीजिए।

(घ) $\sin\theta + \sin(90 + \theta) + \sin(180 + \theta) + \sin(270 + \theta) = 0$ को सिद्ध करो।

(ङ) यदि $A = \{a, b, c, d\}$ और $B = \{d, c, b, a\}$ तो बताइए कि $A = B$ है अथवा नहीं।

3. **सभी** खण्ड हल कीजिए– (प्रत्येक प्रश्न 2 अंक)

(क) यदि $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ तो $A = \{a, b, c\}$ के पूरक समुच्चय की गणना कीजिए।

(ख) x तथा y के वास्तविक मान की गणना कीजिए।

$4x + i(3x - y) = 3 + i(-6)$

(ग) श्रेणी 4, 9, 14, ... का कौन-सा पद 104 है?

(घ) बिन्दुओं (3, –2) और (–1, 4) से गुजरने वाली रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

4. सभी खण्ड हल कीजिए– (प्रत्येक प्रश्न 2 अंक)

(क) सिद्ध कीजिए–

$$\frac{\sin (A - B)}{\sin A - \sin B} + \frac{\sin (B - C)}{\sin B \sin C} + \frac{\sin (C - A)}{\sin C . \sin A} = 0$$

(ख) यदि ${}^{2n}C_3 : {}^{n}C_2 = 12 : 1$ हो, तब n का मान क्या होगा?

(ग) यदि $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4\}$ तथा $C = \{4, 5, 6\}$ हो तो $A \times (B \cap C)$ ज्ञात कीजिए।

(घ) हल कीजिए–

$$\frac{5 - 2x}{3} \leq \frac{x}{6} - 5$$

5. कोई पाँच खण्ड हल कीजिए– (प्रत्येक प्रश्न 5 अंक)

(क) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ का प्रान्त व परिसर ज्ञात कीजिए।

(ख) सिद्ध कीजिए कि ${}^{n-1}P_r + r x^{n-1} P_{r-1} = {}^{n}P_r$

(ग) $(\cos A - \cos B)^2 + (\sin A - \sin B)^2 = 4 \sin^2 \left(\frac{A - B}{2}\right)$ को सिद्ध कीजिए।

(घ) $Z = -\sqrt{3} + i$ का मापांक व कोणांक ज्ञात कीजिए।

(ङ) समीकरण $\sqrt{2} x^2 + x + \sqrt{2} = 0$ को हल कीजिए।

(च) यदि $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{x}{8}$ हो तो x का मान क्या होगा।

6. कोई पाँच खण्ड हल कीजिए– (प्रत्येक प्रश्न 5 अंक)

(क) $\tan \frac{\pi}{8}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ख) बिन्दुओं (3, 4) व (– 1, 2) को मिलाने वाले रेखाखण्ड के लम्बार्द्धक का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(ग) $\cos 10°, \cos 30°, \cos 50°, \cos 70°$ का मान ज्ञात कीजिए।

(घ) शब्द 'ARTICLE' के अक्षरों से कुल कितने शब्द बनाये जा सकते हैं जबकि तीन स्वर A, E तथा I विषम स्थानों पर रहे।

(ङ) 400 व्यक्तियों के समूह में 250 हिन्दी तथा 200 अंग्रेजी बोल सकते हैं तो बतायें कितने व्यक्ति ऐसे हैं जो हिन्दी तथा अंग्रेजी दोनों बोल सकते हैं।

(च) यदि दो वृत्तों के चापों की लम्बाई समाह हो और वे अपने केन्द्र पर क्रमशः 65° तथा 110° का कोण बनाते हैं, तो उनकी त्रिज्याओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

7. कोई एक खण्ड हल कीजिए— (प्रत्येक प्रश्न 8 अंक)

(क) $\cos^2 x + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$ को सिद्ध कीजिए।

(ख) सिद्ध कीजिए कि—

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = -\sqrt{2}\sin x$$

8. कोई एक खण्ड हल कीजिए— (प्रत्येक प्रश्न 8 अंक)

(क) किसी समूह में 4 लड़कियाँ और 7 लड़के हैं। इनमें से 5 सदस्यों की एक टीम का चयन कितने प्रकार से किया जा सकता है, यदि टीम में—

(i) एक भी लड़की नहीं है?

(ii) कम-से-कम एक लड़का तथा एक लड़की है।

(ख) यदि p तथा q क्रमशः मूलबिन्दु से रेखाओं $x\cos\theta + y\sin\theta = k\cos 2\theta$ तथा $x\sec\theta - y\,\text{cosec}\,\theta = k$ पर डाले गए लम्बों की लम्बाइयाँ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि—

$p^2 + 4q^2 = k^2$

9. कोई एक खण्ड हल कीजिए— (प्रत्येक प्रश्न 8 अंक)

(क) यदि $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{2, 4, 6, 8\}$ और $B = \{2, 3, 5, 7\}$ तो सत्यापित कीजिए—

(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

(ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$.

(ख) मान लीजिए कि $A = \{1, 2\}$ और $B = \{3, 4\}$ तो—

(i) $A \times B$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) $A \times B$ के कितने उपसमुच्चय होंगे? उनकी सूची बनाइए।

●●