

HALF YEARLY EXAM

QUESTION PAPER

ORIGINAL EXAM PAPERS



aglasem.com

HALF YEARLY EXAM – DECEMBER-2022

11 - STD

MATHS

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 90

Part - I

Note : i) All questions are compulsory

20 × 1 = 20

ii) Choose the most appropriate answer from the given four alternatives and write the option code and the corresponding answer

1. The number of relations on a set containing 3 elements is
a) 9 b) 81 c) 512 d) 1024
2. The number of constant functions from a set containing m elements to a set containing n elements is
a) mn b) m c) n d) $m+n$
3. The number of solutions of $x^2 + |x - 1| = 1$ is
a) 1 b) 0 c) 2 d) 3
4. If $\log_a 243 = 5$, then the value of a is
a) 1 b) 3 c) 2 d) 0
5. Which of the following is not true?
a) $\sin \theta = -\frac{3}{4}$ b) $\cos \theta = -1$ c) $\tan \theta = 25$ d) $\sec \theta = \frac{1}{4}$
6. Number of sides of a polygon having 44 diagonals is ...
a) 4 b) 4! c) 11 d) 22
7. The HM of two positive numbers whose AM and GM are 16, 8 respectively is
a) 10 b) 6 c) 5 d) 4
8. The value of $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \dots$ is
a) $\frac{e + e^{-1}}{2}$ b) $\frac{e^2 + e^{-1}}{2}$ c) $\frac{e + e^{-1}}{e}$ d) $\frac{e^2 - 1}{2e}$
9. Which of the following equation is the locus of $(at^2, 2at)$
a) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ b) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ c) $x^2 + y^2 = a^2$ d) $y^2 = 4ax$
10. The area of the triangle formed by the lines $x^2 - 4y^2 = 0$ and $x = a$ is
a) $2a^2$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2} a^2$ c) $\frac{1}{2} a^2$ d) $\frac{2}{\sqrt{3}} a^2$
11. If A is a square matrix, then which of the following is not symmetric?
a) $A + A^T$ b) AA^T c) $A^T A$ d) $A - A^T$

12. The value of the determinant of $A = \begin{bmatrix} 0 & a & -b \\ -a & 0 & c \\ b & -c & 0 \end{bmatrix}$ is
 a) $-2abc$ b) abc c) 0 d) $a^2 + b^2 + c^2$
13. If $|\vec{a} + \vec{b}| = 60$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 40$ and $|\vec{b}| = 46$, then $|\vec{a}|$ is
 a) 42 b) 12 c) 22 d) 32
14. Find the value λ for the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ are perpendicular
 a) $\frac{5}{2}$ b) $-\frac{5}{2}$ c) $\frac{2}{5}$ d) -2
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} =$
 a) $\log ab$ b) $\log\left(\frac{a}{b}\right)$ c) $\log\left(\frac{b}{a}\right)$ d) $\frac{a}{b}$
16. The derivative of $f(x) = x|x|$ at $x = -3$ is
 a) 6 b) -6 c) does not exist d) 0
17. Evaluate the integrals: x^{-1}
 a) $\log x$ b) 0 c) 1 d) $\frac{1}{x}$
18. $\int \tan^{-1} \left[\sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}} \right] dx =$
 a) $x^2 + c$ b) $2x^2 + c$ c) $\frac{x^2}{2} + c$ d) $-\frac{x^2}{2} + c$
19. A number is selected from the set $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$. The probability that the selected number is divisible by 3 or 4 is
 a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{3}$
20. If two events A and B are independent such that $P(A) = 0.35$ and $P(A \cup B) = 0.6$, then $P(B)$ is
 a) $\frac{5}{13}$ b) $\frac{1}{13}$ c) $\frac{4}{13}$ d) $\frac{7}{13}$

Part - II

Note : i) Answer any **Seven** questions

$$7 \times 2 = 14$$

ii) Question number 30 is compulsory

21. If $n(A) = 10$ and $n(A \cap B) = 3$, find $n((A \cap B) \cap A)$.
22. Solve : $|2x - 3| = |x - 5|$
23. Find the value of $\sin 150^\circ$
24. Using binomial theorem, Find the value of 9^4
25. Find the equation of a straight line cutting an intercept of 5 from the negative direction of the y -axis and is inclined at an angle 150° to the x -axis.

26. Determine the value of $x + y$ if $\begin{bmatrix} 2x + y & 4x \\ 5x - 7 & 4x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 7y - 13 \\ y & x + 6 \end{bmatrix}$.

27. If $\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, a$ are the direction cosines of some vector, then find a .

28. Differentiate : $y = e^{\sin x}$

29. Integrate with respect to x : $\sqrt{x}$

30. Given that $P(A)=0.52$, $P(B)=0.43$ and $P(A \cap B)=0.24$, find $P(A \cap \bar{B})$.

Part – III

Note : i) Answer any **Seven** questions

$$7 \times 3 = 21$$

ii) Question number **40** is compulsory

31. In the set Z of integers, define mRn if $m-n$ is divisible by 7. Prove that R is an equivalence relation.

32. Rationalize the denominator of $\frac{\sqrt{5}}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$.

33. If the roots of the equation $(q-r)x^2 + (r-p)x + p-q = 0$ are equal, then show that p, q , and r are in AP.

34. If $((n+2)P_4) = 42 \times nP_2$, prove that $n = 5$.

35. Find the distance i) between two parallel lines $3x + 4y = 12$ and $6x + 8y + 1 = 0$.

36. Show that $\begin{vmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} b^2 + c^2 & ab & ac \\ ab & c^2 + a^2 & bc \\ ac & bc & a^2 + b^2 \end{vmatrix}$.

37. If $\vec{a} = -3\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}$ and $\vec{b} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, verify

i) $\vec{a}$ and $\vec{a} \times \vec{b}$ are perpendicular to each other.

38. Prove that $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1}$.

39. Integrate with respect to x : $\int \frac{x+1}{3x^2+6x+2} dx$

40. An integer is chosen at random from the first ten positive integers. Find the Probability that it is i) an even number ii) multiple of three.

Part – IV

Note : i) Answer all the questions

$$7 \times 5 = 35$$

41. a) If $f: R \rightarrow R$ is defined by $f(x) = 2x - 3$ prove that f is a bijection and find its inverse. (OR)

b) Evaluate the integrals : $\int \frac{3x+5}{x^2+4x+7} dx$

42. a) Resolve into partial fractions : $\frac{x+1}{x^2(x-1)}$. (OR)

- b) A construction company employs 2 executive engineers. Engineer-1 does the work for 60% of jobs of the company. Engineer-2 does the work for 40% of jobs of the company. It is known from the past experience that the probability of an error when engineer-1 does the work is 0.03, whereas the probability of an error in the work of engineer-2 is 0.04. Suppose a serious error occurs in the work, which engineer would you guess did the work?

43. a) Express the following matrices as the sum of a symmetric matrix and a

skew-symmetric matrix : $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$

(OR)

- b) If $A + B + C = \frac{\pi}{2}$, prove that

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cos B \cos C.$$

44. a) Using Factor theorem, Show that $\begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix} = (x-a)^2 (x+2a).$

(OR)

- b) If $y = e^{\tan^{-1} x}$, show that $(1+x^2)y'' + (2x-1)y' = 0$.

45. a) Prove that the points whose position vectors $2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$, $4\hat{i} + \hat{j} + 9\hat{k}$, and $10\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k}$ form a right angled triangle.

(OR)

- b) Prove that $\sqrt[3]{x^3+7} - \sqrt[3]{x^3+4}$ is approximately equal to $\frac{1}{x^2}$ when x is large.

46. a) The medians of a triangle are concurrent.

(OR)

- b) Find the value of k , if the following equation represents a pair of straight lines.

Further find whether these lines are parallel or intersecting,

$$12x^2 + 7xy - 12y^2 - x + 7y + k = 0$$

47. a) By the principle of Mathematical induction, prove that for all integers $n \geq 1$,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

(OR)

- b) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-2} \right)^x$.

kanchipuram Dt

அரையாண்டு பொதுத் தேர்வு - 2022

A

பதினொன்றாம் வகுப்பு

பதிவு எண்:

கணிதம்

நேரம் : 3.00 மணி

பகுதி - அ

மதிப்பெண்கள் : 90

20 x 1 = 20

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

1. $\frac{1}{1-2\sin x}$ என்ற சார்பின் வீச்சகம்

- a) $(-\infty, -1) \cup (1/3, \infty)$ b) $(-1, 1/3)$ c) $[-1, 1/3]$ d) $(-\infty, -1) \cup [1/3, \infty)$

2. m உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்திலிருந்து n உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்திற்கு வரையறுக்கப்படும் மாறிலிச் சார்புகளின் எண்ணிக்கை

- a) mn b) m c) n d) m + n

3. x, y மற்றும் b ஆகியவை மெய்யெண்கள் மற்றும் $x < y$, $b > 0$ எனில்

- a) $xb < yb$ b) $xb > yb$ c) $xb \leq yb$ d) $\frac{x}{b} \geq \frac{y}{b}$

4. $x^2 + 6x + 8 = 0$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையை நிறைவு செய்யும் பூச்சியம் எது?

- a) -2 b) 2 c) 4 d) -3

5. $4\sin^2 x + 3\cos^2 x + \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}$ இன் மீப்பெரு மதிப்பு

- a) $4 + \sqrt{2}$ b) $3 + \sqrt{2}$ c) 9 d) 4

6. $\sin \theta = \sin \alpha$ இங்கு $\alpha \in [-\pi/2, \pi/2]$ எனில் θ ன் மதிப்பானது

- a) $n\pi$; $n \in \mathbb{Z}$ b) $(2n+1)\pi/2$; $n \in \mathbb{Z}$ c) $2n\pi \pm \alpha$; $n \in \mathbb{Z}$ d) $11n\pi + (-1)\alpha$; $n \in \mathbb{Z}$

7. ஒரு சதுரங்க அட்டையில் உள்ள செவ்வகங்களின் எண்ணிக்கை

- a) 81 b) 9^9 c) 1296 d) 6561

8. அடுத்தடுத்த r மிகை முழு எண்களின் பெருக்கற்பலன் எதனால் வகுபடும்?

- a) r! b) $(r-1)!$ c) $(r+1)!$ d) r^r

9. e^{-2x} என்ற தொடரில் x^5 -ன் கெழு a) $2/3$ b) $3/2$ c) $-4/15$ d) $4/15$

10. $3x - y = -5$ என்ற கோட்டுடன் 45° கோணம் ஏற்படுத்தும் கோட்டின் சாய்வுகள்

- a) 1, -1 b) $1/2, -2$ c) $1, 1/2$ d) $2, -1/2$

11. $A = \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ -1 & \lambda \end{bmatrix}$ எனில் λ -ன் எம்மதிப்புகளுக்கு $A^2 = 0$?

- a) 0 b) ± 1 c) -1 d) 1

12. $A + I = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $(A + I)(A - I)$ ன் மதிப்பு

- a) $\begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 8 & -9 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -8 & 9 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -8 & -9 \end{bmatrix}$

13. $\lambda \hat{i} + 2\lambda \hat{j} + 2\lambda \hat{k}$ என்பது ஓரலகு வெக்டர் எனில் λ ன் மதிப்பு

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{9}$

d) $\frac{1}{2}$

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^x - b^x}{x} =$

a) $\log ab$

b) $\log \frac{a}{b}$

c) $\log \left(\frac{b}{a} \right)$

d) $\frac{a}{b}$

15. $y = mx + c$ மற்றும் $f(0) = f'(0) = 1$ எனில் $f(2)$ என்பது

a) 1

b) 2

c) 3

d) -3

16. $\log_a x$ இன் வகைக்கெழுவானது

a) $\frac{1}{x}$

b) $\log_a e$

c) $\frac{1}{a}$

d) $\frac{\log_a e}{x}$

17. $\int \sin x dx =$

a) $\cos x + c$

b) $\sin x + c$

c) $-\cos x + c$

d) $\sec x + c$

18. $\int 2^{3x+5} dx =$

a) $\frac{3(2^{3x+5})}{\log 2} + c$

b) $\frac{2^{3x+5}}{2 \log(3x+5)}$

c) $\frac{2^{3x+5}}{2 \log 3} + c$

d) $\frac{2^{3x+5}}{3 \log 2} + c$

19. A மற்றும் B என்ற சார்பிலா நிகழ்ச்சிகளுக்கு $P(A) = 0.35$ மற்றும் $P(A \cup B) = 0.6$ எனில் $P(B)$ ஆனது

a) $\frac{5}{13}$

b) $\frac{1}{13}$

c) $\frac{4}{13}$

d) $\frac{7}{13}$

20. பத்து நாணயங்களை சுண்டும்பொழுது குறைந்தது 8 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்வு

a) $\frac{7}{64}$

b) $\frac{7}{32}$

c) $\frac{7}{16}$

d) $\frac{7}{128}$

பகுதி - ஆ

II. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 30 கட்டாய வினா)

7 x 2 = 14

21. $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cup B) = 10$ எனில் $n(P(A \Delta B))$ யைக் காண்க.

22. a, b என்பன $x^2 - px + q = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில், $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ யைக் காண்க.

23. $\tan \theta = \sqrt{3}$ ன் பொது தீர்வைக் காண்க.

24. $(n+1)! = 20(n-1)!$ எனில் 'n' ன் மதிப்பைக் காண்க.

25. ஒரு தொடரின் n-ஆம் உறுப்பு $a_n = \frac{2n-1}{2n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$ எனில் 5-ம் மற்றும் 10-ம் உறுப்பு காண்க.

26. $\begin{bmatrix} 0 & p & 3 \\ 2 & q^2 & -1 \\ r & 1 & 0 \end{bmatrix}$ என்பது எதிர் சமச்சீர் அணி எனில் p, q மற்றும் r ன் மதிப்பைக் காண்க.

27. $3\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ என்ற வெக்டரின் திசைக்கொசைன் மற்றும் திசை விகிதங்களைக் காண்க.

28. மதிப்பு காண்க : $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 3)^{10}$

29. $y = e^x + \sin x + 2$ யை 'x'யைப் பொறுத்து வகையிடுக.

30. 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு உருவப்படுகிறது. அச்சீட்டு ஒரு Ace அல்லது King கிடைப்பதற்கு நிகழ்தகவைக் காண்க.

பகுதி - இ

III. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 40 கட்டாய வினா)

$7 \times 3 = 21$

31. $y = |x|$ என்ற வளைவரை மூலம் (i) $y = |x - 1|$ (ii) $y = |x + 1|$ யை வரைக.

32. பகுதி பின்னங்களாக பிரிக்கவும் : $\frac{x}{(x-1)^3}$

33. $\sin x = \frac{15}{17}$, $\cos y = \frac{12}{13}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $0 < y < \frac{\pi}{2}$ எனில் $\sin(x+y)$ ன் மதிப்பு காண்க.

34. ${}^{15}C_{2r-1} = {}^{15}C_{2r+4}$ எனில் 'r' ன் மதிப்பு காண்க.

35. $(a \sec \theta, b \tan \theta)$ என்ற நகரும் புள்ளியின் நியம பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு θ என்பது துணையலகு ஆகும்.

36. அணிக்கோவையை விரிவுபடுத்தாமல் $\begin{vmatrix} s & a^2 & b^2 + c^2 \\ s & b^2 & c^2 + a^2 \\ s & c^2 & a^2 + b^2 \end{vmatrix} = 0$ என நிறுவுக.

37. $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ மற்றும் $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ என்பன ஒரு இணைகரத்தின் அடுத்துள்ள பக்கங்கள் எனில் அதன் பரப்பு காண்க.

38. $\frac{dy}{dx}$ காண்க. $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

39. $\frac{x^2 - x + 1}{x^3}$ யை x யைப் பொறுத்து தொகையிடு காண்க.

40. A, B ஒன்றையொன்று விலக்கிய நிகழ்ச்சிகள், $P(A) = \frac{3}{8}$ மற்றும் $P(B) = \frac{1}{8}$ எனில் $P(\overline{A} \cup \overline{B})$ காண்க.

பகுதி - ஈ

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

$7 \times 5 = 35$

41. a) Z என்ற கணத்தில், $m-n$ என்பது 12-ன் மடங்காக இருந்தால் தொடர்பு mRn என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், R ஒரு சமானத் தொடர்பு என நிரூபிக்க.

(அல்லது)

b) $\tan^2 \theta = 1 - k^2$ எனில், $\sec \theta + \tan^3 \theta \operatorname{cosec} \theta = (2 - k^2)^{3/2}$ என நிறுவுக. மேலும் இவற்றை நிறைவு செய்யும் k இன் மதிப்பைக் காண்க.

42. a) $\log_8 x + \log_4 x + \log_2 x = 11$ ன் தீர்வு காண்க.

(அல்லது)

b) மதிப்பு காண்க : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{\sqrt{1+x} - 1}$

(4)

43. a) கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n \geq 1$ க்கு

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3} \text{ என நிரூபிக்க.}$$

(அல்லது)

b) தொகைக் காண்க : $\sqrt{x^2 + 2x + 10}$ 44. a) x ஒரு பெரிய எண் எனில், $\sqrt[3]{x^3 + 7} - \sqrt[3]{x^3 + 4}$ ன் மதிப்பு தோராயமாக $\frac{1}{x^2}$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

b) A, B, C ஆகியவை ஒரு முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் மற்றும் D, E, F என்பவை BC, CA, AB ஆகியவற்றின் மையப்புள்ளிகள் எனில் $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{0}$ என நிறுவுக.45. a) $\lambda x^2 - 10xy + 12y^2 + 5x - 16y - 3 = 0$ என்பது ஒரு இரட்டை நேர்கோட்டைக் குறிக்கும் எனில் λ ன் மதிப்பு மற்றும் இரு கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

(அல்லது)

b) காரணித் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $\begin{vmatrix} b+c & a & a^2 \\ c+a & b & b^2 \\ a+b & c & c^2 \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$

என நிறுவுக.

$$46. a) \begin{vmatrix} 2bc - a^2 & c^2 & b^2 \\ c^2 & 2ca - b^2 & a^2 \\ b^2 & a^2 & 2ab - c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}^2 \text{ என நிறுவுக.}$$

(அல்லது)

b) $y = e^{\tan^{-1} x}$ எனில், $(1 + x^2)y'' + (2x + 1)y' = 0$ எனக்காட்டுக.47. a) $5\hat{i} + 6\hat{j} + 7\hat{k}$, $7\hat{i} - 8\hat{j} + 9\hat{k}$, $3\hat{i} + 20\hat{j} + 5\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனக்காட்டுக.

(அல்லது)

b) ஒரு தொழிற்சாலையில் இயந்திரங்கள் I மற்றும் II என இரு வகைகள் உள்ளன. இயந்திரம் I தொழிற்சாலையின் உற்பத்தியில் 40% தயாரிக்கிறது மற்றும் இயந்திரம் II உற்பத்தியில் 60% தயாரிக்கிறது. மேலும் இயந்திரம் I ன் மூலம் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்களில் 4% குறைபாடுள்ளதாகவும், இயந்திரம் II ன் மூலம் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்களில் 5% குறைபாடுள்ளதாகவும் இருக்கின்றன. உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு பொருள் குறைபாடுள்ளதாக இருப்பின், அப்பொருள் இயந்திரம் II-ல் உற்பத்தி செய்ததற்கான நிகழ்தகவு யாது?
