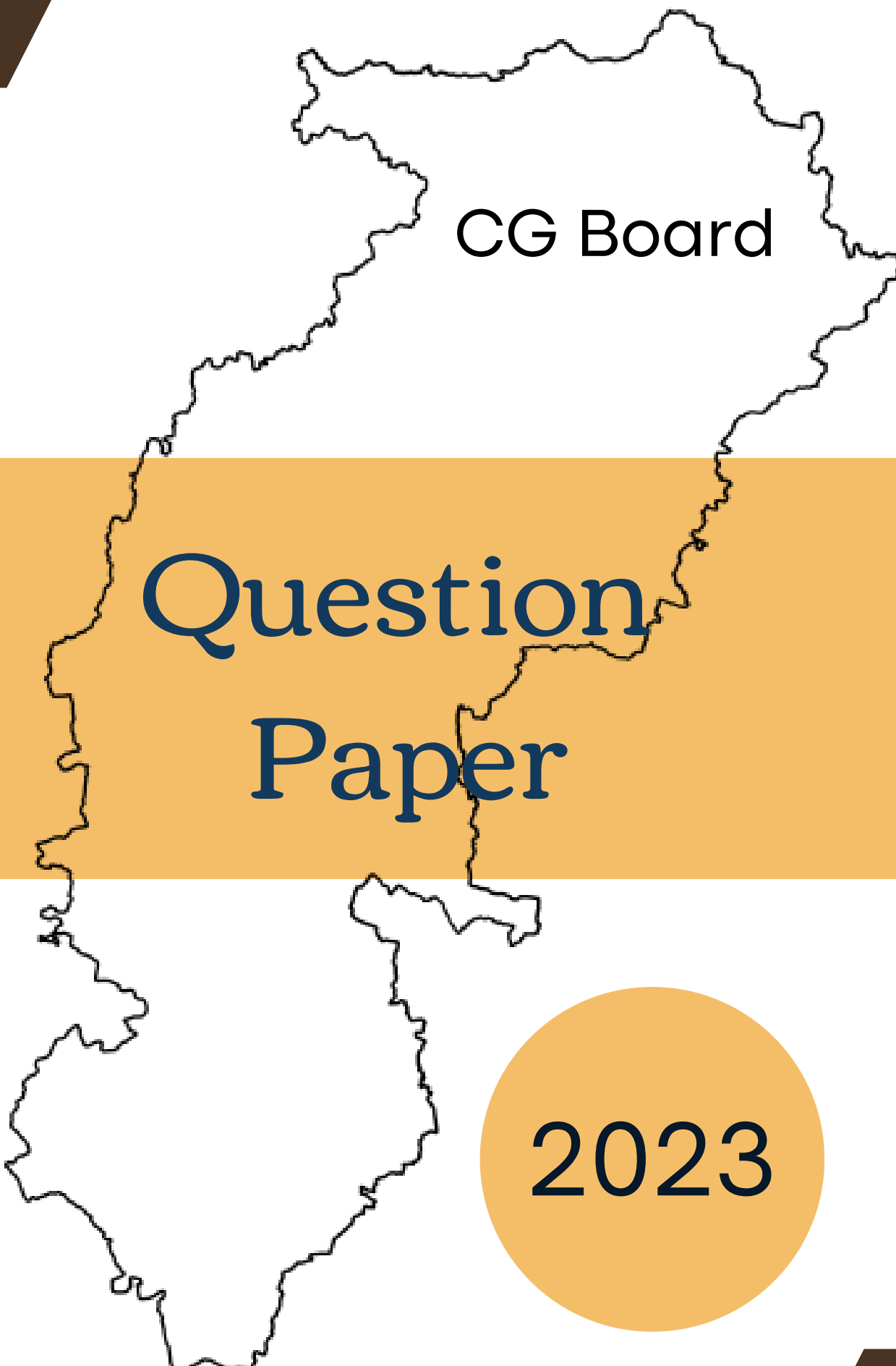


A black outline map of India is centered on the page. The text 'CG Board' is located in the upper right portion of the map. The text 'Question Paper' is centered over a horizontal orange band that passes through the middle of the map. The year '2023' is inside an orange circle in the lower right portion of the map.

CG Board

Question Paper

2023

aglasem.com

C-232204/804-A

विषय : गणित
Subject : Mathematics

समय : 3 घंटे]
Time : 3 Hours]

[पूर्णांक : 100
[Maximum Marks : 100

सामान्य निर्देश :

- (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (2) प्रश्न पत्र में कुल 29 प्रश्न हैं।
- (3) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instructions :

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) Total number of questions in this question paper is 29.
- (iii) Use of calculator is not permitted.

निर्देश :

(अ) प्रश्न क्रमांक 1 से 4 तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।

Instruction :

- (A) Question Nos. 1 to 4 are very short answer type questions. Each question carry 1 mark.

C-232204/804-A

P.T.O.

(2)

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Very Short Answer Type Questions)

प्रश्न-1. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

है तो $A + B$ का मान ज्ञात कीजिए।

1

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

then find $A + B$.

प्रश्न-2. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$

परस्पर लम्ब हैं तो λ का मान ज्ञात कीजिए।

1

If $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$

are mutually perpendicular, then find the value of λ .

प्रश्न-3. अवकल समीकरण :

1

$$2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$$

की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिए।

Find order and degree of differential equation :

$$2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$$

(3)

प्रश्न-4. मान ज्ञात कीजिए :

1

$$\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$$

Evaluate :

$$\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$$

निर्देश :

(ब) प्रश्न क्रमांक 5 से 12 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।

Instruction :

(B) Question Nos. 5 to 12 are short answer type questions. Each question carries

2 marks.

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Short Answer Type Questions)

प्रश्न-5. $\begin{vmatrix} x^2 - x + 1 & x - 1 \\ x + 1 & x + 1 \end{vmatrix}$

का मान ज्ञात कीजिए।

2

Find the value of :

$$\begin{vmatrix} x^2 - x + 1 & x - 1 \\ x + 1 & x + 1 \end{vmatrix}$$

प्रश्न-6. $\cos (\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x)$

का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of :

$$\cos (\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x)$$

प्रश्न-7. दर्शाइए कि फलन :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3 & \text{यदि } x \neq 0 \\ 1 & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$ पर संतत नहीं है।

Show that the function :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3 & \text{if } x \neq 0 \\ 1 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

is not continuous at $x = 0$.

प्रश्न-8. यदि $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ और A तथा B स्वतंत्र घटनाएं हैं,

तो $P(A \cap B)$ का मान ज्ञात कीजिए।

If A and B are independent event and $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$,

then find $P(A \cap B)$.

प्रश्न-9. अवकल समीकरण :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} \text{ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।}$$

(5)

Find general solution of the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$$

प्रश्न-10. $f(x) = \cos(\sqrt{x})$ का अवकलज ज्ञात कीजिए।

2

Find the derivative of the function $f(x) = \cos(\sqrt{x})$.

प्रश्न-11. एक रेखा की दिक् कोज्या ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ समान कोण बनाती है। 2

Find the direction cosine of a line which makes equal angles with the co-ordinate axis.

प्रश्न-12. मान ज्ञात कीजिए :

2

$$\int \frac{dx}{1 - \tan x}$$

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{1 - \tan x}$$

निर्देश :

(स) प्रश्न क्रमांक 13 से 23 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रश्न क्रमांक 14, 15 एवं 21 में आंतरिक विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।

Instruction :

(C) Question Nos. 13 to 23 are long answer type questions. Question Nos. 14, 15 and 21 have internal choice. Each question carries 4 marks.

C-232204/804-A

P.T.O.

(6)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

(Long Answer Type Questions)

प्रश्न-13. यदि $y = e^{m \cos^{-1} x}$ तो सिद्ध कीजिये :

4

$$(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - m^2 y = 0$$

If $y = e^{m \cos^{-1} x}$ prove that :

$$(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - m^2 y = 0$$

प्रश्न-14. वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ द्वारा प्रदत्त फलन f

4

(अ) निरंतर वर्द्धमान है

(ब) निरंतर ह्रासमान है

Find the intervals in which the function f given by $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$

is :

(a) Strictly increasing

(b) Strictly decreasing

अथवा OR

एक घन का आयतन 9 सेमी³/सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। यदि इसके कोर की लंबाई 10 सेमी.

है, तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है ?

(7)

The volume of a cube is increasing at the rate of $9 \text{ cm}^3/\text{sec}$. If its core is 10

cm at what rate the surface area is increasing ?

प्रश्न-15. यदि $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}, x \neq \frac{2}{3}$,

तो सिद्ध कीजिये कि सभी $x \neq \frac{2}{3}$ के लिये $f(f(x)) = x$ है। f का प्रतिलोम फलन क्या है ? 4

If $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}, x \neq \frac{2}{3}$,

Prove that for every $x \neq \frac{2}{3}$, $f(f(x)) = x$. Find inverse function of f .

अथवा OR

तीन फलन $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ तथा $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ पर विचार कीजिए जहाँ :

$$f(x) = 2x,$$

$$g(y) = 3y + 4,$$

$$h(z) = \sin z \quad \forall x, y, z \in \mathbb{N}$$

सिद्ध कीजिए कि

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

(8)

Consider $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ and $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ defined as :

$$f(x) = 2x,$$

$$g(y) = 3y + 4,$$

$$h(z) = \sin z \quad \forall x, y \text{ and } z \in \mathbb{N}$$

Show that

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

प्रश्न-16. पासों के एक जोड़े को तीन बार उछालने पर द्विकों (doublets) की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिये।

4

A pair of dice is thrown three times. Find the probability distribution of getting doublets.

प्रश्न-17. सिद्ध कीजिए कि :

4

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ca & cb & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

Prove that :

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ca & cb & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

प्रश्न-18. अवकल समीकरण

$$(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1+x^2} \text{ को हल कीजिये}$$

जहाँ $y = 0$ तब $x = 1$

4

Solve the differential equation

$$(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{1+x^2}$$

where $y = 0$ and $x = 1$.

प्रश्न-19.

एक व्यक्ति के बारे में ज्ञात है कि वह 4 में से 3 बार सत्य बोलता है। वह एक पासे को उछालता है और बताता है कि इस पर आने वाली संख्या 6 है। इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पासे पर आने वाली संख्या 6 है।

4

A man is known to speak truth 3 out of 4 times. He throws a dice and reports that it is a six. Find the probability it is actually a six.

प्रश्न-20.

मान लीजिए $\vec{a}$, $\vec{b}$ और $\vec{c}$ तीन सदिश इस प्रकार हैं कि $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$ और $|\vec{c}|=5$ तथा

इनमें से प्रत्येक अन्य दो सदिशों के योगफल पर लम्बवत् हैं,

तो $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$ ज्ञात कीजिए।

4

(10)

Let $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ be three vectors such that $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ and $|\vec{c}| = 5$ and each one of them being perpendicular to the sum of the other two.

Find $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$.

प्रश्न-21. सिद्ध कीजिये :

4

$$\tan \sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$$

Prove that :

$$\tan \sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$$

अथवा OR

सिद्ध कीजिये :

$$\tan^{-1} \left(\frac{x+1}{x} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{1}{2x+1} \right) = \frac{\pi}{4}$$

Prove that :

$$\tan^{-1} \left(\frac{x+1}{x} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{1}{2x+1} \right) = \frac{\pi}{4}$$

प्रश्न-22. उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा दी गयी हैं।

4

C-232204/804-A

Find the area of parallelogram whose adjacent sides are

$$\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k} \text{ and}$$

$$\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}.$$

प्रश्न-23.

$$\int \frac{e^x(1+\sin x)}{(1+\cos x)} dx$$

का मान ज्ञात कीजिये।

4

Evaluate :

$$\int \frac{e^x(1+\sin x)}{(1+\cos x)} dx$$

निर्देश :

(द) प्रश्न क्रमांक 24 से 29 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रश्न क्रमांक 26 एवं 27 में आंतरिक विकल्प का प्रावधान है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

Instruction :

(D) Question Nos. 24 to 29 are long answer type questions. Question Nos. 26 and 27 have internal choice. Each question carries 6 marks.

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

(Long Answer Type Questions)

प्रश्न-24. यदि $x^y = e^{x-y}$ हो, तो सिद्ध कीजिये :

6

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1+\log x)^2}$$

If $x^y = e^{x-y}$, prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$$

प्रश्न-25. $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

का मान ज्ञात कीजिये।

6

Evaluate :

$$\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

प्रश्न-26. यदि वक्र $x = y^2$ एवं रेखा $x = 4$ से घिरा हुआ क्षेत्रफल $x = a$ द्वारा दो बराबर भागों में विभाजित होता है, तो a का मान ज्ञात कीजिये।

6

If the area bounded by the curve $x = y^2$ and line $x = 4$ is equally divided into two parts by $x = a$. Find the value of a .

अथवा OR

x अक्ष के ऊपर तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 8x$ एवं परवलय $y^2 = 4x$ में मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area lying above x axis and included between the circle $x^2 + y^2 = 8x$ and inside of the parabola $y^2 = 4x$.

(13)

प्रश्न-27. समतलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ और $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ के प्रतिच्छेदन तथा बिन्दु $(1, 1, 1)$

से जाने वाले समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

6

Find the vector equation of the plane passing through the intersection of the

plane $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ and the point $(1, 1, 1)$.

अथवा OR

रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$

और

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines :

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$$

and

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

(14)

प्रश्न-28. आलेखीय विधि से फलन $z = 3x + 9y$ का न्यूनतम मान निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत

6

ज्ञात कीजिए :

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Solve the following linear programming graphically :

Minimize

$$z = 3x + 9y$$

subject to the following constraints :

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

प्रश्न-29. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ को सममित और विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में प्रदर्शित कीजिये।

6

C-232204/804-A