Question Booklet No. ⟶ 403753

Please copy this number on your OMR answer sheet against the heading Question Booklet No. and then Darken the Circles using HB Pencil

JEM–2007

(Do not open this QUESTION BOOKLET until you are asked to do so)

Subject: MATHEMATICS

Maximum Marks: 100 **Duration of the Test: 2 hours**

(Use Ball point Pen to fill in this cover page of the Question Booklet)

Name of the Candidate: ..... Enrolment No. .....

OMR Answer Sheet No. ..... Index No. .....

Full signature of the Candidate: .....

Signature of Invigilator: .....

IMPORTANT INSTRUCTIONS

Candidates should read the following instructions carefully and fill in all the required particulars before answering the questions:

(1) The Question Booklet with 40 pages has paper seal pasted on it. Candidates should open the Question Booklet only when they are asked to do so by the Invigilator.

(2) The Candidates must check that the Question Booklet has 100 questions with multiple choice answers immediately after breaking the seal.

(3) Each Question Booklet has a **Question Booklet Number** printed on it at the Right Top Corner in RED INK of this page, which every candidate must carefully fill in the appropriate place on the Answer Sheet. **Also fill in the Index No. and Enrolment No. as given in the Admit Card, on the OMR Answer Sheet and Question Booklet.**

(4) Candidate must write his/her name, Enrolment No. and then sign on the front page of the Question Booklet at the appropriate place marked for this purpose.

(5) Answers will have to be given on the OMR Answer Sheet supplied for this purpose. Question numbers progress from 1 to 100 with options shown as (A), (B), (C) and (D) each carrying one mark.

(6) **Answer Sheets will be processed by electronic means. Hence, invalidation of Answer Sheet resulting due to folding or putting stray marks on it or any damage to the Answer Sheet as well as incomplete/incorrect filling of the Answer Sheet, will be the sole responsibility of the Candidate.**

(7) **Use only HB Pencil to mark your answers.**

(8) While answering, choose only the Correct/Best option from the four choices given in the question and mark the same in the corresponding circle in the Answer Sheet only. **Answers without any response shall be awarded zero mark. Wrong response or more than one response shall be treated as incorrect answer. For every incorrect answer one-third $\left(\frac{1}{3}\right)$ mark of that Question will be deducted.**

(9) Darken with HB Pencil completely **only one option** which you think correct as shown in the figure below:

CORRECT METHOD ● ○ ○ ○ WRONG METHOD ◐ ⊙ ⊗ ⊘

(10) If you wish to **change an answer, erase completely the already darkened option and then make a fresh mark.**

(11) Mark the answers only in the space provided. Please do not make any stray marks on the Answer Sheet.

(12) Rough work may be done on the space provided in the Question Booklet.

(13) **Please hand over the Question Booklet and the OMR Answer Sheet to the Invigilator before leaving the Examination Hall.**

(14) If both OMR **Answer Sheet** and **Question Booklet** are not submitted together by a candidate before leaving the Examination Hall, his/her candidature will be cancelled and disciplinary action will be initiated against the Candidate.

MATHEMATICS

1. If α is a complex number such that $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, then the value of α^{61} is
   (A) 1
   (B) -1
   (C) α
   (D) $-\alpha$

2. 12 balls are kept in 3 different pots. The probability that the first pot contains 3 balls in
   (A) $\frac{2^3}{3^{12}}$
   (B) $\frac{{}^{12}C_3 \cdot 2^{12}}{3^{12}}$
   (C) $\frac{{}^{12}C_3 \cdot 2^9}{3^{12}}$
   (D) $\frac{1}{4}$

3. The system of equations
   $$ax + y + z = 0$$
   $$-x + ay + z = 0$$
   $$-x - y + az = 0$$
   has a non-zero solution if the real value a is
   (A) 1
   (B) -1
   (C) 3
   (D) 0

4. The positive integer which exactly divides the number $(3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1})$ for all $n \in N$ is
   (A) 17
   (B) 19
   (C) 21
   (D) 23

5. If two events A and B are such that $P(A^c) = 0{\cdot}3$, $P(B) = 0{\cdot}4$ and $P(A \cap B^c) = 0{\cdot}5$, then $P(B \mid A \cup B^c)$ is
   (A) 0·9
   (B) 0·25
   (C) 0·5
   (D) 0·8

6. Amplitude of $\frac{1-i}{1+i}$ is
   (A) $-\frac{\pi}{2}$
   (B) $\frac{\pi}{2}$
   (C) $\frac{\pi}{4}$
   (D) $\frac{\pi}{6}$

Space for rough work

7. The domain of definition of the function $f(x) = \sin^{-1}(|x - 1| - 2)$ is
   (A) $[-2, 0] \cup [2, 4]$
   (B) $[-2, 0] \cup [1, 3]$
   (C) $[-2, 0] \cup (2, 4)$
   (D) $(2, 0) \cup (2, 4)$

8. Sum of the last 24 coefficient, in the expansion of $(1 + x)^{47}$, when expanded in ascending powers of x is
   (A) 2^{46}
   (B) 2^{23}
   (C) 2^{24}
   (D) 2^{47}

9. Let α, β be the roots of $x^2 + (1 - 3\lambda)\, x - \lambda = 0$. The value of λ for which $\alpha^2 + \beta^2$ is minimum is
   (A) $\frac{1}{9}$
   (B) $\frac{2}{9}$
   (C) $\frac{1}{3}$
   (D) 0

10. The line $y = \sqrt{3}x$ bisects the angle between the lines $ax^2 + 2axy + y^2 = 0$ if is equal to
   (A) $2 - \sqrt{3}$
   (B) $2 + \sqrt{3}$
   (C) $2\sqrt{3} + 3$
   (D) $2\sqrt{3} - 3$

11. The eccentricity of an ellipse, the length of whose minor axis is equal to the distance between the foci, is
   (A) $\frac{1}{2}$
   (B) $\frac{1}{3}$
   (C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
   (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

12. The equation of a tangent to the hyperbola $x^2 - y^2 = 2$ parallel to the line $2x - 2y + 5 = 0$ is
   (A) $y = 2x + 1$
   (B) $y = 2x - 1$
   (C) $x = y$
   (D) $2x = y$

Space for rough work

13. Let $f(x) = x|x|$. The set of points where $f(x)$ is twice differentiable is
(A) $\forall x \in R$
(B) $\forall x \in R - \{0\}$
(C) $\forall x \in R - \{0, 1\}$
(D) $\forall x \in R - \{1\}$

14. If $f(x + y) = f(x) + f(y)$ for all real x and y and if $f(x)$ is continuous at $x = \sqrt{3}$, then
(A) $f(x)$ is not continuous at $x = -\sqrt{3}$
(B) $f(x)$ is everywhere continuous except at $x = -\sqrt{3}$
(C) $f(x)$ is not continuous at $x = 0$
(D) $f(x)$ is continuous for all real x

15. If the straight line $y = 4x - 5$ touches the curve $y^2 = px^3 + q$ at (2. 3) then
(A) $p = 2,\ q = 7$
(B) $p = 2,\ q = -7$
(C) $p = -2,\ q = 7$
(D) $p = -2,\ q = -7$

16. If A and B are square matrices of the same order, then $AB = 0$ implies
(A) both A and B are non-singular
(B) A is non-singular and B is singular
(C) A is singular and B is non-singular
(D) either $A = 0$ or $B = 0$ or both A and B are singular matrices

17. If the sum of the roots of the equation $2x^2 + 4x + C = 0$ be equal to the sum of their squares then
(A) $C = 2$
(B) $C = -6$
(C) $C = 4$
(D) $C = 6$

18. If in an arithmetic progression, the sum of n terms is equal to the sum of r terms then the sum of $(n + r)$ terms is
(A) $n + r$
(B) -1
(C) 1
(D) 0

19. If $f(x) = x(x - 1)(x - 2)$, $0 \le x \le 4$, then the point ξ which satisfies Mean Value Theorem satisfies
(A) $0 < \xi < 1$
(B) $\xi > 3$
(C) $0 < \xi < \frac{1}{2}$
(D) $1 < \xi < 3$

Space for rough work

20. If $\log_a x = y$, then the value of $\log_{a^{-1}} x$ is
(A) $1 - y$
(B) $1 + y$
(C) y
(D) $-y$

21. The sides of the rectangle of the greatest area that can be inscribed in the ellipse $x^2 + 2y^2 = 8$ are given by
(A) $4, 2\sqrt{2}$
(B) $2, 4\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{2}, 4$
(D) $2\sqrt{2}, 4$

22. The polar co-ordinates of the point $(-\sqrt{3}, 1)$ are
(A) $\left(2, \frac{5\pi}{6}\right)$
(B) $\left(2, \frac{3\pi}{6}\right)$
(C) $\left(2, \frac{-5\pi}{6}\right)$
(D) $\left(2, \frac{-3\pi}{6}\right)$

23. If two sides of a triangle are $2\sqrt{3} - 2$ and $2\sqrt{3} + 2$ and their included angle is 60°, then the other angles are
(A) 75°, 45°
(B) 105°, 15°
(C) 60°, 60°
(D) 90°, 30°

24. The solution of the equation $\frac{dy}{dx} = xy + y$ subject to the conditions, $y = 1$, at $x = 1$, is
(A) $\left(e^{x + x^2/2}\right) e^{3/2}$
(B) $\left(e^{x^2/2 + x}\right) e^{1/2}$
(C) $\left(e^{x^2/2 + x^3}\right) e^{1/2}$
(D) $\left(e^{2x + x^2/2}\right) e^{2/3}$

25. An integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx}(x \log x) + 2y = \log x$ is
(A) $(\log x)^2$
(B) x^2
(C) $\log x$
(D) $\frac{1}{\log x}$

Space for rough work

Space for rough work

26. Which one of the following is incorrect for any two events A and B?
(A) $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$
(B) $P(A \cap B) \leq P(A)$
(C) $P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cap B)$
(D) $P(A) \leq P(A \cup B)$

27. The sum of the infinite series $1 + \frac{1}{\lfloor 2} + \frac{1 \cdot 3}{\lfloor 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{\lfloor 6} + \ldots\ldots$ is
(A) $\sqrt{e}$
(B) $\frac{3}{2}e$
(C) $e^2 - e$
(D) $2e + 1$

28. Two mappings $f : R \to R$ and $g : R \to R$ are defined in the following ways:
$f(x) = \begin{cases} 0 \text{ when } x \text{ is rational} \\ 1 \text{ when } x \text{ is irrational} \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} -1 \text{ when } x \text{ is rational} \\ 0 \text{ when } x \text{ is irrational} \end{cases}$;
then the value of $(gof)(e) + (fog)(\pi)$ is
(A) -1
(B) 1
(C) 0
(D) 2

29. If the arithmetic mean of the roots of $x^2 - 2ax + b = 0$ is A and the geometric mean of the roots of $x^2 - 2bx + a^2 = 0$ is G, then
(A) $A = G$
(B) $A > G$
(C) $G > A$
(D) $AG = a^2 + b^2$

30. Let $y = a(1 - \cos\theta)$, $x = a(\theta - \sin\theta)$. Then y regarded as a function of x is maximum when θ equals
(A) $\frac{\pi}{2}$
(B) $-\frac{\pi}{2}$
(C) π
(D) $\frac{\pi}{3}$

31. Let $I = \int_{-2}^{+2} \{x - [x]\}\, dx$ when $[x]$ represents the greatest integer not greater than x. Then the value of I is
(A) 4
(B) 2
(C) 3
(D) 1

32. A particle moves along the x-axis according to the law $x = t^4 + 2t^3 - 12t^2 + 2t$. The speed

(A) increases in (0, 1)

(B) is maximum at $t = 1$

(C) is minimum at $t = 1$

(D) remains constant for $t > 2$

33. The value of $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}}\,dx$ is

(A) $\tan^{-1}e^x$

(B) $\tan^{-1}e^{2x}$

(C) $\log(e^x + e^{-x})$

(D) $e^x - e^{-x}$

34. If $f'(2) = 1$, then $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h^2) - f(2-h^2)}{2h^2}$ is equal to

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) $\frac{1}{2}$

35. Two fair dice are thrown. The probability that the sum of the numbers on the upper face is 5, is

(A) $\frac{2}{9}$

(B) $\frac{1}{18}$

(C) $\frac{1}{9}$

(D) $\frac{4}{9}$

36. The sum of all the coefficients in the expansion of $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ is 1024. The value of n is

(A) 12

(B) 8

(C) 14

(D) 10

37. The domain of definition of the function $f(x) = \sin^{-1}(|x - 1| - 2)$ is

(A) $[-2, 0] \cup [1, 3]$

(B) $[-2, 0] \cup [1, 4]$

(C) $[-2, 0] \cup [2, 4]$

(D) $[-2, 0] \cup [1, 2]$

Space for rough work

Space for rough work

38. The area surrounded by the curve $|x| + |y| = 1$ is
(A) 2
(B) 4
(C) 6
(D) 8

39. The number of tangents that can be drawn from the point (6, 2) on the hyperbola $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ is
(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 4

40. The value of the integral $\int_1^e (\log x)^2 \, dx$ is
(A) e
(B) 2e
(C) e – 1
(D) e – 2

41. The value of $\sum_{r=1}^{15} (i^r - i^{r+1})$ is, where $i = \sqrt{-1}$
(A) i – 1
(B) 3i + 3
(C) 5i – 5
(D) i + 1

42. If (m, n) represent respectively the order and degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \log\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$ then (m, n) = ...
(A) (2, 2)
(B) (2, 1)
(C) (1, 2)
(D) (2, undefined)

43. The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{x+y}$ is
(A) $x^2 - y^2 + 2xy + C = 0$
(B) $x^2 + y^2 - xy + C = 0$
(C) $x^2 - y^2 + xy + C = 0$
(D) $x^2 - y^2 - 2xy + C = 0$
C is integration constant.

44. The general solution of the equation $ydx + (x + \cos y)\,dy = 0$ is
(A) $xy + \sin y = c$
(B) $xy - \sin y = c$
(C) $x + y \cos y = c$
(D) $xy + \cos y = c$

Space for rough work

45. The letters of the word 'TRIANGLE' are arranged in a row in all possible ways. How many of them begin with A and end with N?

(A) 120

(B) 720

(C) 1680

(D) 60

46. If in an infinite G.P. series, the first term is 'a' and the sum is 3, then 'a' must satisfy

(A) $a < -1$

(B) $a > 9$

(C) $0 < a < 6$

(D) $-6 < a < 0$

47. If n is an integer greater than 1, then the value of

$a - {}^nc_1 (a-1) + {}^nc_2 (a-2) + \ldots\ldots + (-1)^n (a-n)$ is

(A) a^n

(B) $(-a)^n$

(C) 0

(D) 1

48. $y = f(x) = x^2 - x + 10$ is

(A) an increasing function in $\left[\frac{1}{3}, \alpha\right]$

(B) an increasing function in $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$

(C) an increasing function in $\left[\frac{2}{3}, \alpha\right]$

(D) a decreasing function in $\left[\frac{1}{3}, \alpha\right]$

49. If $f(x) = \mu x - \sin x$ is strictly increasing then

(A) $\mu > -1$

(B) $\mu < 1$

(C) $\mu > 1$

(D) $\mu < -1$

50. If A and B are two square matrices of the same order such that $AB = B, BA = A$ and if a matrix A is called idempotent if $A^2 = A$, then

(A) A is idempotent but not B

(B) B is idempotent but not A

(C) neither A nor B is idempotent

(D) both A and B are idempotent

Space for rough work

51. If x and a are real, then the value of a for which the expression $x^2 - \frac{3a}{2}x + 1 - a^2$ is positive, is

(A) $a > -\frac{4}{25}$

(B) $a < \frac{4}{25}$

(C) $|a| > \frac{4}{5}$

(D) $|a| < \frac{4}{5}$

52. The differential equation of the family of parabolas whose vertex is at (1, 2) and axis is parallel to x-axis is

(A) $2\frac{dy}{dx}(x-1) = y-2$

(B) $x\frac{dy}{dx} = y-2$

(C) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 3xy = 0$

(D) $\frac{dy}{dx}(x-1) = y-2$

53. The solution of $\frac{dy}{dx} = xy + 2y$ subject to the condition $y = 1$ at $x = 1$ is

(A) $y = [e^{2x + x^2/2}]\, e^{-2}$

(B) $y = [e^{2x + x^2/2}]\, e^{-3/2}$

(C) $y = [e^{2x + x^2/2}]\, e^{-2/3}$

(D) $y = [e^{2x + x^2/2}]\, e^{-5/2}$

54. The sum of the first 26 odd positive integers is

(A) 26^2

(B) 26^3

(C) 26^4

(D) 26^5

55. If Z_1 and Z_2 are two non-zero complex numbers such that $|Z_1 + Z_2| = |Z_1| + |Z_2|$, then $\arg Z_1 - \arg Z_2$ is

(A) 0

(B) $-\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) 1

56. The solution of $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} = 0$ is

(A) $y = A + Be^{4x}$

(B) $y = A \cos 2x + B \sin 2x$

(C) $y = (A + Bx)e^{4x}$

(D) $y = Ae^{2x} + Be^{-2x}$

57. If the coefficients of 2nd, 3rd and 4th terms of $(1 + x)^{2n}$ are in A.P., then n equals

(A) $\frac{7}{2}$

(B) $\frac{11}{2}$

(C) $\frac{5}{2}$

(D) 3

58. A particle is projected vertically upwards with a velocity of 4900 cm/sec. The distance traversed in the last second by the particle during its ascent ($g = 980$ cm/sec^2) is

(A) 490 cm

(B) 940 cm

(C) 980 cm

(D) 400 cm

59. The value of $\sin(-300°)$ is

(A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) $\sqrt{3}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

60. The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + 1$ is

(A) $e^{x-y} = x + c$

(B) $e^{y-x} = x + c$

(C) $e^{x-y} = y + c$

(D) $e^{y-x} = y + c$

61. The area of the region bounded by the curves $y = x^3$ and $y = 2x^2$ is

(A) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{3}{4}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{1}{2}$

Space for rough work

Space for rough work

62. If $f(x) = |x| + |1 - x|$, $-2 \le x \le 3$, then the set of points of discontinuity of $f(x)$ is
(A) { 0, 1 }
(B) { 1 }
(C) { 0, 1, 2, 3 }
(D) { -1, 0, 1, 2, 3 }

63. Two cars start moving from the junction point of two perpendicular roads with velocity 30 km/h and 40 km/h. The rate at which thay are separating is
(A) 35 km/h
(B) 30 km/h
(C) 10 km/h
(D) 5 km/h

64. The value of $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{1}{4}$
(D) 0

65. If $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ then A^{-1} is
(A) $-\frac{1}{9}A$
(B) $\frac{1}{9}A$
(C) $\frac{1}{19}A$
(D) $-\frac{1}{19}A$

66. The value of x, for which $\log_3(5 \cdot 3^{x-1} + 1)$, $\log_9(3^{1-x} + 1)$ and 1 are in A.P. is
(A) $\log_3 \frac{5}{3}$
(B) $\log_3 \frac{3}{5}$
(C) $\log_3 \frac{3}{2}$
(D) $\log_3 \frac{2}{5}$

67. A point moves in such a manner that the sum of the squares of the distances from it to the points (a, 0) and (-a, 0) is $2b^2$. The locus of the point is
(A) $x^2 + y^2 = b^2 + a^2$
(B) $x^2 + y^2 = b^2 - a^2$
(C) $x^2 - y^2 = b^2 - a^2$
(D) $x^2 - y^2 = b^2 + a^2$

68. If the roots of the equation $x^2 + \alpha^2 = 8x + 6\alpha$ are real, then which one is correct?
(A) $-2 \le \alpha \le 8$
(B) $2 \le \alpha \le 8$
(C) $-2 < \alpha \le 8$
(D) $-2 \le \alpha < 8$

69. If two circles $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy = 0$ and $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y = 0$ touch each other then
(A) $ff' = gg'$
(B) $fg' = f'g$
(C) $f^2 + f'^2 = g^2 + g'^2$
(D) $f^2 + g^2 = f'^2 + g'^2$

70. The point on the curve $y^2 = x$, the tangent at which makes an angle 45° with the x-axis, is
(A) (0, 0)
(B) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$
(D) (2, 4)

71. $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x/2}$ is equal to
(A) e
(B) e^{-1}
(C) e^2
(D) $e^{1/2}$

72. ${}^{2n}P_n$ is equal to
(A) $(n + 1)! \times ({}^{2n}C_n)$
(B) $n! \times ({}^{2n}C_n)$
(C) $n! \times ({}^{2n+1}C_n)$
(D) $n! \times ({}^{2n+1}C_{n+1})$

73. If $x = \sin^{-1}(t)$, $y = \log(1 - t^2)$, $0 \le t < 1$, the value of $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $t = \frac{1}{3}$ is
(A) $\frac{9}{4}$
(B) $-\frac{9}{4}$
(C) $\frac{9}{8}$
(D) $-\frac{9}{8}$

Space for rough work

Space for rough work

74. Three integers form an increasing G.P. If the third number is decreased by 16, we get an A.P. If then the second number is decreased by 2, we again get a G.P. The smallest number of the original G.P. is

(A) 3

(B) 1

(C) 5

(D) 7

75. The probability that 3 students can solve a mathematics problem independently is $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ and $\frac{1}{5}$ respectively. The chance that the problem is solved is

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$

(D) $\frac{4}{5}$

76. The sum of first n terms of a series is $3^n.a + b$ when a, b are constants. Then the terms of the series are in

(A) A.P.

(B) G.P.

(C) A.P. from the second term onwards

(D) G.P. from the second term onwards

77. A and B are subsets of the universal set $\cup$ such that $n(\cup) = 800$, $n(A) = 300$, $n(B) = 400$ and $n(A \cap B) = 100$. The number of elements in the set $A^c \cap b^c$ is equal to

(A) 100

(B) 200

(C) 300

(D) 400

78. If $x^2 + y^2 = 1$, the minimum and maximum values of $x + y$ are

(A) $-\sqrt{2}, \sqrt{2}$

(B) $-1, 1$

(C) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

(D) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, 2$

79. Let $f(x) = a^x (a > 0)$ be written as $f(x) = g(x) + h(x)$, where $g(x)$ is an even function and $h(x)$ is an odd function. Then the value of $g(x + y) + g(x - y)$ is

(A) $2g(x)g(y)$

(B) $2g(x + y)g(x - y)$

(C) $2g(x)$

(D) $g(x)h(x)$

80. $A = \begin{bmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$ then $A^TA =$

(A) I

(B) $-I$

(C) A

(D) $-A$

(where I is 2×2 identity matrix)

81. The maximum value of $\left(\frac{1}{x}\right)^x$ is

(A) e^e

(B) e^{-e}

(C) $-e^e$

(D) $e^{1/2}$

82. The value of the integral $\int_{-\pi/7}^{\pi/7} x^3 \sin^2 x \, dx$ is

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) 1

(D) -1

83. The sum of the series $1 + \frac{1}{3 \cdot 9} + \frac{1}{5 \cdot 81} + \frac{1}{7 \cdot 729} + \ldots\ldots$ to ∞ is

(A) $\frac{2}{3} \log_e \frac{3}{2}$

(B) $\frac{2}{3} \log_{10} \frac{3}{2}$

(C) $\frac{3}{2} \log_e 2$

(D) $\frac{3}{2} \log_e 3$

84. The area of the figure bounded by $y^2 = 12x$, $x = 0$ and $y = 6$ is

(A) 12

(B) 16

(C) 3

(D) 6

Space for rough work

85. If m and n denote respectively the order and degree of a differential equation, then for the equation $\left[a + \left(\frac{dy}{dx}\right)^n\right]^{\frac{7}{5}} = b\,\frac{d^2y}{dx^2}$, the value of (m, n) will be

(A) (1, 7)

(B) (1, 6)

(C) (2, 5)

(D) (2, 6)

86. A particle is moving along the x-axis in such a way that it has displacement $s = 3t^3 - 2t^2$ at time t. The interval of time for which the particle remains in the negative x-axis is given by

(A) $0 < t < \frac{2}{3}$

(B) $0 < t < \frac{3}{2}$

(C) $\frac{1}{2} < t < 1$

(D) $0 < t < 1$

87. The identity mapping $I_S : S \to S$ is defined as $I_S(x) = x$ for $x \in S$. Suppose $f : A \to B$ is a bijection, then which one of the following is true?

(A) $f^{-1} 0 f \neq I_A$ but $f 0 f^{-1} = I_B$

(B) $f^{-1} 0 f = I_A$ and $f 0 f^{-1} = I_B$

(C) $f^{-1} 0 f = I_A$ but $f 0 f^{-1} \neq I_B$

(D) $f^{-1} 0 f \neq I_A$ and $f 0 f^{-1} \neq I_B$

88. If $z = x + iy$ and $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{4}$, then the locus of (x, y) is

(A) an ellipse

(B) a straight line

(C) a circle with centre (0, 1)

(D) a circle with centre (1, 0)

89. $y = ae^{3x} + be^{-4x}$ is satisfied by the differential equation

(A) $\frac{d^2y}{dx^2} = 8y$

(B) $\frac{d^2y}{dx^2} = 16y$

(C) $\frac{d^2y}{dx^2} = y$

(D) $\frac{d^2y}{dx^2} = 4y$

Space for rough work

90. A particle is moving in a straight line such that its velocity at time t is proportional to t^5. Then its acceleration is proportional to

(A) t^4

(B) t^5

(C) $\frac{1}{t^5}$

(D) t

91. For an integrable function $f(x)$ in $[-3, 3]$, which of the following is correct?

$\int_{-3}^{3} f(x)dx = 0$ when $f(x)$ is

(A) an odd function

(B) an even function

(C) only a trigonometric function

(D) any function

92. The area bounded by the parabola $y^2 = 2x + 1$ and the line $x - y = 1$ is

(A) $\frac{16}{3}$

(B) $\frac{8}{3}$

(C) $\frac{24}{5}$

(D) $\frac{18}{4}$

93. If the circles $x^2 + y^2 - 4rx - 2ry + 4r^2 = 0$ and $x^2 + y^2 = 25$ touch each other, then r satisfies

(A) $4r^2 + 10r \pm 25 = 0$

(B) $5r^2 + 10r \pm 16 = 0$

(C) $4r^2 \pm 10r + 25 = 0$

(D) $4r^2 \pm 10r - 25 = 0$

94. The minimum value of $6 \cos \alpha + 8 \sin \alpha + 11$ is

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) $\frac{1}{2}$

95. If α, β be the roots of the equation $x^2 + x + 1 = 0$, the value of $\alpha^4 \beta^4 - \alpha^{-1} \beta^{-1}$ is

(A) -1

(B) 1

(C) 0

(D) 2

Space for rough work

Space for rough work

96. If $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ and $kA = \begin{bmatrix} 0 & 4a \\ 3b & 60 \end{bmatrix}$, then the values of k, a and b are respectively

(A) 12, 9, 16
(B) 9, 12, 16
(C) 12, 9, 15
(D) 16, 9, 12

97. Let $f(x) = \frac{ax}{x+1}$, $x \neq -1$, then the value of 'a' for which $f[f(x)] = x$ is

(A) $\sqrt{2}$
(B) $-\sqrt{2}$
(C) 1
(D) -1

98. If $x \in [0, 6]$, the probability that the expression $x^2 - 7x + 10 \geq 0$ is

(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{1}{4}$
(D) $\frac{1}{5}$

99. Let $f(x + y) = f(x) + f(y)$ $\forall$ x, y $\in$ IR, $f(6) = 5$ and $f'(0) = 1$. Then the value of $f'(6)$ is

(A) 25
(B) 30
(C) 1
(D) 36

100. If the ratio of the sides of a triangle is 4 : 5 : 7, then the triangle must be

(A) right-angled
(B) acute-angled
(C) obtuse-angled
(D) right-angled and isosceles

[BENGALI VERSION]

গণিত

Space for rough work

1. α এরূপ একটি জটিল রাশি যাতে $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$ হয় তবে α^{61} রাশিটির মান হল
   (A) 1
   (B) –1
   (C) α
   (D) $-\alpha$

2. 12টি বল 3টি ভিন্ন পাত্রে রাখা আছে। প্রথম পাত্রে 3টি বল থাকার সম্ভাবনা হবে
   (A) $\frac{2^9}{3^{12}}$
   (B) $\frac{{}^{12}c_3 \cdot 2^{12}}{3^{12}}$
   (C) $\frac{{}^{12}c_3 \cdot 2^9}{3^{12}}$
   (D) $\frac{1}{4}$

3. $ax + y + z = 0$
   $-x + ay + z = 0$
   $-x - y + az = 0$
   সমীকরণগুলির বীজ (0, 0, 0,) ছাড়া থাকবে, যদি a-এর বাস্তব মান হয়
   (A) 1
   (B) –1
   (C) 3
   (D) 0

4. $n \in N$-এর সকল মানের জন্য $(3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1})$ সংখ্যাটি যে ধনাত্মক অখণ্ড পূর্ণসংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হয় তা হল
   (A) 17
   (B) 19
   (C) 21
   (D) 23

5. A ও B এমন দুটি ঘটনা (events) যেখানে $P(A^c) = 0{\cdot}3$, $P(B) = 0{\cdot}4$ এবং $P(A \cap B^c) = 0{\cdot}5$, তা হলে $P(B \mid A \cup B^c)$ হবে
   (A) 0·9
   (B) 0·25
   (C) 0·5
   (D) 0·8

6. $\frac{1-i}{1+i}$ -এর কোণাঙ্ক (amplitude) হবে
   (A) $-\frac{\pi}{2}$
   (B) $\frac{\pi}{2}$
   (C) $\frac{\pi}{4}$
   (D) $\frac{\pi}{6}$

7. $f(x) = \sin^{-1}(|x^2 - 1| - 2)$ অপেক্ষকটির সংজ্ঞার অঞ্চল হল

(A) $[-2, 0] \cup [2, 4]$

(B) $[-2, 0] \cup [1, 3]$

(C) $[-2, 0] \cup (2, 4)$

(D) $(2, 0) \cup (2, 4)$

8. যদি $(1+x)^{47}$-কে x-এর ক্রমবর্ধমান ঘাত অনুযায়ী বিস্তার করা হয়, তবে শেষ 24টি পদের সহগগুলির যোগফল হবে

(A) 2^{46}

(B) 2^{23}

(C) 2^{24}

(D) 2^{47}

9. $x^2 + (1 - 3\lambda)\, x - \lambda = 0$ সমীকরণটির দুটি বীজ α ও β হলে, λ-এর যে মানের জন্য $\alpha^2 + \beta^2$-এর মান নিম্নতম হবে, সেটি হল

(A) $\frac{1}{9}$

(B) $\frac{2}{9}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) 0

10. $y = \sqrt{3}x$ সরলরেখাটি $ax^2 + 2axy + y^2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্ভূত কোণটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করবে যদি a-র মান হয়

(A) $2 - \sqrt{3}$

(B) $2 + \sqrt{3}$

(C) $2\sqrt{3} + 3$

(D) $2\sqrt{3} - 3$

11. যে উপবৃত্তের উপাক্ষের দৈর্ঘ্য নাভিদ্বয়ের দূরত্বের সমান তার উৎকেন্দ্রতা হল

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

12. $x^2 - y^2 = 2$ পরাবৃত্তের যে স্পর্শকটি $2x - 2y + 5 = 0$ রেখাটির সমান্তরাল তার সমীকরণ হল

(A) $y = 2x + 1$

(B) $y = 2x - 1$

(C) $x = y$

(D) $2x = y$

Space for rough work

13. ধরা যাক $f(x) = x|x|$. যে যে বিন্দুতে $f(x)$ দুবার অবকলনযোগ্য, তার সেটটি হল
(A) $\forall x \in R$
(B) $\forall x \in R - \{0\}$
(C) $\forall x \in R - \{0, 1\}$
(D) $\forall x \in R - \{1\}$

14. যদি $f(x + y) = f(x) + f(y)$ হয় সমস্ত বাস্তব x ও y-এর জন্য এবং যদি $f(x)$ $x = \sqrt{3}$-এ সন্ততঃ হয় তা হলে
(A) $f(x)$, $x = -\sqrt{3}$ বিন্দুতে সন্ততঃ নয়
(B) $f(x)$, $x = -\sqrt{3}$ ছাড়া সমস্ত বাস্তব বিন্দুতে সন্ততঃ
(C) $f(x)$, $x = 0$ বিন্দুতে সন্ততঃ নয়
(D) $f(x)$ সমস্ত বাস্তব বিন্দুতে সন্ততঃ

15. যদি কোন সরলরেখা $y = 4x - 5$, $y^2 = px^3 + q$ বক্ররেখাকে (2, 3) বিন্দুতে স্পর্শ করে তবে
(A) $p = 2$, $q = 7$
(B) $p = 2$, $q = -7$
(C) $p = -2$, $q = 7$
(D) $p = -2$, $q = -7$

16. A এবং B একই ক্রমের বর্গ ম্যাট্রিক্সের জন্য $AB = 0$ হলে
(A) A ও B উভয়ে অবিশিষ্ট
(B) A অবিশিষ্ট এবং B বিশিষ্ট
(C) A বিশিষ্ট এবং B অবিশিষ্ট
(D) হয় $A = 0$ অথবা $B = 0$ না হলে A ও B উভয়ই বিশিষ্ট

17. যদি $2x^2 + 4x + C = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণটির বীজদ্বয়ের সমষ্টি তাদের বর্গের সমষ্টির সমান হয়, তবে
(A) $C = 2$
(B) $C = -6$
(C) $C = 4$
(D) $C = 6$

18. কোনো সমান্তর প্রগতির n সংখ্যক পদের যোগফল যদি r সংখ্যক পদের যোগফলের সমান হয়, তা হলে ঐ প্রগতির $(n + r)$ সংখ্যক পদের যোগফল হবে
(A) $n + r$
(B) -1
(C) 1
(D) 0

Space for rough work

19. যদি $f(x) = x(x-1)(x-2)$, $0 \le x \le 4$ হয়, তবে যে বিন্দু ξ, গড় মানের উপপাদ্য (Mean Value Theorem) সিদ্ধ করে তার পাল্লা হবে
(A) $0 < \xi < 1$
(B) $\xi > 3$
(C) $0 < \xi < \frac{1}{2}$
(D) $1 < \xi < 3$

20. $\log_a x = y$ হলে, $\log_{a-1} x$-এর মান হল
(A) $1 - y$
(B) $1 + y$
(C) y
(D) $-y$

21. বৃহত্তম ক্ষেত্রবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্র যেটি $x^2 + 2y^2 = 8$ উপবৃত্তটিতে প্রবিষ্ট করানো যায় তার বাহুদ্বয়ের মান হল
(A) $4, 2\sqrt{2}$
(B) $2, 4\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{2}, 4$
(D) $2\sqrt{2}, 4$

22. $(-\sqrt{3}, 1)$ বিন্দুর মেরু স্থানাঙ্ক হল
(A) $\left(2, \frac{5\pi}{6}\right)$
(B) $\left(2, \frac{3\pi}{6}\right)$
(C) $\left(2, \frac{-5\pi}{6}\right)$
(D) $\left(2, \frac{-3\pi}{6}\right)$

23. কোনও ত্রিভুজের দুটি বাহু $2\sqrt{3} - 2$ এবং $2\sqrt{3} + 2$ হলে এবং তাদের সন্নিহিত কোণের মান $60°$ হলে অন্য কোণগুলির মান হবে যথাক্রমে
(A) $75°, 45°$
(B) $105°, 15°$
(C) $60°, 60°$
(D) $90°, 30°$

24. $y = 1$ at $x = 1$, সর্ত সাপেক্ষে, $\frac{dy}{dx} = xy + y$ সমীকরণটির সমাধান হল
(A) $\left(e^{x+x^2/2}\right) e^{3/2}$
(B) $\left(e^{x/2+x^2}\right) e^{1/2}$
(C) $\left(e^{x/2+x^3}\right) e^{1/2}$
(D) $\left(e^{2x+x^2/2}\right) e^{2/3}$

Space for rough work

25. $\frac{dy}{dx} + (x \log x) + 2y = \log x$ অবকল সমীকরণটির একটি সমাকল গুণক (integrating factor) হল

(A) $(\log x)^2$

(B) x^2

(C) $\log x$

(D) $\frac{1}{\log x}$

26. নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলির কোন্‌টি অসত্য যে কোনো দুটি ঘটনা (event) A এবং B-এর জন্য?

(A) $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

(B) $P(A \cap B) \leq P(A)$

(C) $P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cap B)$

(D) $P(A) \leq P(A \cup B)$

27. $1 + \frac{1}{\lfloor 2} + \frac{1 \cdot 3}{\lfloor 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{\lfloor 6} + \ldots\ldots$ এই অসীম শ্রেণীটির যোগফলের মান হল

(A) $\sqrt{e}$

(B) $\frac{3}{2}e$

(C) $e^2 - e$

(D) $2e + 1$

28. দুটি চিত্রণ $f : R \to R$ এবং $g : R \to R$ নিম্নলিখিত প্রকারে সংজ্ঞাত :

$f(x) = \begin{cases} 0 \text{ যখন } x \text{ মূলদ} \\ 1 \text{ যখন } x \text{ অমূলদ} \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} -1 \text{ যখন } x \text{ মূলদ} \\ 0 \text{ যখন } x \text{ অমূলদ} \end{cases}$;

এক্ষেত্রে $(gof)(e) + (fog)(\pi)$-এর মান হবে

(A) -1

(B) 1

(C) 0

(D) 2

29. যদি $x^2 - 2ax + b = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের সমান্তরীয় মধ্যক A ও $x^2 - 2bx + a^2 = 0$ সমীকরণের গুণোত্তরীয় মধ্যক G হয় তবে

(A) $A = G$

(B) $A > G$

(C) $G > A$

(D) $AG = a^2 + b^2$

30. ধরা যাক $y = a(1 - \cos\theta)$, $x = a(\theta - \sin\theta)$. y কে x-এর অপেক্ষকরূপে গণ্য করলে, y চরম মান (maximum value) গ্রহণ করবে যখন θ-এর মান

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $-\frac{\pi}{2}$

(C) π

(D) $\frac{\pi}{3}$

Space for rough work

Space for rough work

31. ধরা যাক $I = \int_{-2}^{3.2} \{x - [x]\} dx$ যেখানে $[x]$ দ্বারা বৃহত্তম অখণ্ড সংখ্যা যা x অপেক্ষা বড় নয়, সূচিত হয়। তা হলে I-এর মান হবে

(A) 4
(B) 2
(C) 3
(D) 1

32. $x = t^4 + 2t^3 - 12t^2 + 2t$ সূত্র অনুযায়ী একটি কণিকা x-অক্ষ বরাবর ধাবমান। উহার গতি

(A) (0, 1) অন্তরালে বর্ধমান
(B) $t = 1$ বিন্দুতে চরম
(C) $t = 1$ বিন্দুতে অবম
(D) $t > 2$-এর জন্য স্থির

33. $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$-এর মান হল

(A) $\tan^{-1}e^x$
(B) $\tan^{-1}e^{2x}$
(C) $\log(e^x + e^{-x})$
(D) $e^x - e^{-x}$

34. যদি $f'(2) = 1$ হয় তা হলে $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h^2) - f(2-h^2)}{2h^2}$-এর মান

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) $\frac{1}{2}$

35. দুটি সুষম (fair) ছক্কা ছোঁড়া হল। তাদের উপরিতলদ্বয়ের দৃশ্যমান অঙ্কগুলির যোগফল 5 হওয়ার সম্ভাবনা (probability) হল

(A) $\frac{2}{9}$
(B) $\frac{1}{18}$
(C) $\frac{1}{9}$
(D) $\frac{4}{9}$

36. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ বিস্তৃতির সমস্ত সহগগুলির যোগফল 1024 হলে n-এর মান হবে

(A) 12
(B) 8
(C) 14
(D) 10

Space for rough work

37. $f(x) = \sin^{-1}(|x-1|-2)$ অপেক্ষকটির সংজ্ঞার ক্ষেত্র হল

(A) $[-2, 0] \cup [1, 3]$

(B) $[-2, 0] \cup [1, 4]$

(C) $[-2, 0] \cup [2, 4]$

(D) $[-2, 0] \cup [1, 2]$

38. $|x| + |y| = 1$ বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হবে

(A) 2

(B) 4

(C) 6

(D) 8

39. (6, 2) বিন্দু থেকে $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ পরাবৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকগুলির সংখ্যা

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 4

40. $\int_1^e (\log x)^2 \, dx$-এর মান হবে

(A) e

(B) 2e

(C) e – 1

(D) e – 2

41. $i = \sqrt{-1}$ হলে $\sum_{r=1}^{15} (i^r - i^{r+1})$-এর মান

(A) i – 1

(B) 3i + 3

(C) 5i – 5

(D) i + 1

42. যদি (m, n) যথাক্রমে $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \log\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$ অবকল সমীকরণটির মাত্রা (order) এবং ঘাত (degree) সূচিত করে তবে (m, n) = ...

(A) (2, 2)

(B) (2, 1)

(C) (1, 2)

(D) (2, undefined)

Space for rough work

43. $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{x+y}$ এর সমাধান হল

(A) $x^2 - y^2 + 2xy + C = 0$

(B) $x^2 + y^2 - xy + C = 0$

(C) $x^2 - y^2 + xy + C = 0$

(D) $x^2 - y^2 - 2xy + C = 0$

C একটি সমাকল ধ্রুবক।

44. $ydx + (x + \cos y)\,dy = 0$ সমীকরণটির সাধারণ সমাধান

(A) $xy + \sin y = C$

(B) $xy - \sin y = C$

(C) $x + y\cos y = C$

(D) $xy + \cos y = C$

45. 'TRIANGLE' শব্দটির বর্ণগুলি নিয়ে সকল প্রকার সম্ভাব্য শব্দ গঠন করা হল। যে শব্দগুলোর প্রথম বর্ণ A এবং শেষ বর্ণ N তাদের সংখ্যা হবে

(A) 120

(B) 720

(C) 1680

(D) 60

46. একটি অসীম গুণোত্তর শ্রেণীতে প্রথম পদ 'a' এবং শ্রেণীটির মান 3 হলে, 'a' যে পরিসরে থাকবে সেটি হল

(A) $a < -1$

(B) $a > 9$

(C) $0 < a < 6$

(D) $-6 < a < 0$

47. যদি n একটি পূর্ণসংখ্যা হয় এবং $n > 1$, তা হলে

$a - {}^nc_1(a-1) + {}^nc_2(a-2) + \ldots\ldots + (-1)^n(a-n)$ এর মান হবে

(A) a^n

(B) $(-a)^n$

(C) 0

(D) 1

48. $y = f(x) = x^2 - x + 10$ অপেক্ষকটি

(A) $\left[\frac{1}{3}, \alpha\right]$ অন্তরে ক্রমবর্ধমান

(B) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$ অন্তরে ক্রমবর্ধমান

(C) $\left[\frac{2}{3}, \alpha\right]$ অন্তরে ক্রমবর্ধমান

(D) $\left[\frac{1}{3}, \alpha\right]$ অন্তরে ক্রমহ্রাসমান

Space for rough work

49. যদি $f(x) = \mu x - \sin x$ যথার্থ ক্রমবর্ধমান (strictly increasing) হয় তবে

(A) $\mu > -1$

(B) $\mu < 1$

(C) $\mu > 1$

(D) $\mu < -1$

50. A এবং B দুটি একই ক্রমের বর্গ ম্যাট্রিক্স যেন AB = B, BA = A হয়। কোন ম্যাট্রিক্স A যদি $A^2 = A$ সমীকরণটি সিদ্ধ করে তাকে বর্গৈকসম (idempotent) বলা হয়। তা হলে আমরা বলিতে পারি

(A) A ম্যাট্রিক্সটি বর্গৈকসম (idempotent) কিন্তু B নহে

(B) B বর্গৈকসম (idempotent) কিন্তু A নহে

(C) A এবং B কোনটাই বর্গৈকসম (idempotent) নহে

(D) A এবং B উভয়েই বর্গৈকসম (idempotent)

51. যদি x এবং a বাস্তব হয়, তবে a-এর যে মানের জন্য

$x^2 - \frac{3a}{2}x + 1 - a^2$ রাশিটি সর্বদা ধনাত্মক হবে, তা হল

(A) $a > -\frac{4}{25}$

(B) $a < \frac{4}{25}$

(C) $|a| > \frac{4}{5}$

(D) $|a| < \frac{4}{5}$

52. যে সকল অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (1, 2) বিন্দুতে এবং অক্ষ x-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা বরাবর তাদের অন্তরকল সমীকরণ হল

(A) $2\frac{dy}{dx}(x-1) = y-2$

(B) $x\frac{dy}{dx} = y-2$

(C) $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 3xy = 0$

(D) $\frac{dy}{dx}(x-1) = y-2$

53. $y = 1$ যখন $x = 1$—এই শর্তসাপেক্ষে $\frac{dy}{dx} = xy + 2y$ সমীকরণটির সমাধান হবে

(A) $y = [e^{2x + x^2/2}]\, e^{-2}$

(B) $y = [e^{2x + x^2/2}]\, e^{-3/2}$

(C) $y = [e^{2x + x^2/2}]\, e^{-2/3}$

(D) $y = [e^{2x + x^2/2}]\, e^{-5/2}$

54. প্রথম 26টি ধনাত্মক অযুগ্ম পূর্ণসংখ্যার যোগফল হবে

(A) 26^2

(B) 26^3

(C) 26^4

(D) 26^5

55. শূন্য খাপে যদি দুটি জটিল রাশি Z_1 ও Z_2-র জন্য $|Z_1 + Z_2| = |Z_1| + |Z_2|$ হয়, তা হলে $\arg Z_1 - \arg Z_2$ হবে

(A) 0

(B) $-\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) 1

56. $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} = 0$-এর সমাধান

(A) $y = A + Be^{4x}$

(B) $y = A \cos 2x + B \sin 2x$

(C) $y = (A + Bx)e^{4x}$

(D) $y = Ae^{2x} + Be^{-2x}$

57. যদি $(1 + x)^{2n}$-এর বিস্তৃতিতে দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ পদের সহগগুলি সমান্তর প্রগতিতে (A.P.) থাকে, তবে n-এর মান হবে

(A) $\frac{7}{2}$

(B) $\frac{11}{2}$

(C) $\frac{5}{2}$

(D) 3

58. একটি কণাকে 4900 cm/sec. গতিবেগে ঊর্ধ্বে উৎক্ষিপ্ত করা হল। উৎক্ষেপণের শেষ সেকেন্ডে কণাটি যে দূরত্ব অতিক্রম করে ($g = 980$ cm/sec^2) তা হল

(A) 490 cm

(B) 940 cm

(C) 980 cm

(D) 400 cm

59. $\sin(-300°)$-এর মান হল

(A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) $\sqrt{3}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

60. $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + 1$ অবকল সমীকরণের সমাধান

(A) $e^{x-y} = x + c$

(B) $e^{y-x} = x + c$

(C) $e^{x-y} = y + c$

(D) $e^{y-x} = y + c$

Space for rough work

61. $y = x^3$ এবং $y = 2x^2$ বক্ররেখাদ্বয়ের দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হল

(A) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{3}{4}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{1}{2}$

62. যদি $f(x) = |x| + |1 - x|$, $-2 \le x \le 3$ হয় তা হলে $f(x)$ যে যে বিন্দুতে অসন্তত, তার সেটটি হল

(A) $\{0, 1\}$

(B) $\{1\}$

(C) $\{0, 1, 2, 3\}$

(D) $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

63. 30 km/h এবং 40 km/h বেগে দুটি গাড়ি দুটি পরস্পর লম্ব পথে ধাবমান। উহারা যদি রাস্তা দুটির ছেদবিন্দু থেকে একই সময়ে যাত্রা আরম্ভ করে তা হলে তাদের পৃথক হবার হার হল

(A) 35 km/h

(B) 30 km/h

(C) 10 km/h

(D) 5 km/h

64. $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ -এর মান হবে

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{4}$

(D) 0

65. যদি ম্যাট্রিক্স $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ হয় তাহলে A^{-1} হবে

(A) $-\frac{1}{9}A$

(B) $\frac{1}{9}A$

(C) $\frac{1}{19}A$

(D) $-\frac{1}{19}A$

Space for rough work

66. x-এর যে মানের জন্য $\log_3(5 \cdot 3^{x-1} + 1)$, $\log_9(3^{1-x} + 1)$ এবং 1 সমান্তর প্রগতিতে (A.P.) থাকবে, সেটি হল

(A) $\log_3 \frac{5}{3}$

(B) $\log_3 \frac{3}{5}$

(C) $\log_3 \frac{3}{2}$

(D) $\log_3 \frac{2}{5}$

67. একটি চলমান বিন্দু এমনভাবে গতিশীল যে, (a, 0) এবং (–a, 0) বিন্দু দুটি থেকে চলমান বিন্দুর দূরত্বের বর্গের সমষ্টি সর্বদা $2b^2$. P বিন্দুর সঞ্চার পথ হবে

(A) $x^2 + y^2 = b^2 + a^2$

(B) $x^2 + y^2 = b^2 - a^2$

(C) $x^2 - y^2 = b^2 - a^2$

(D) $x^2 - y^2 = b^2 + a^2$

68. যদি $x^2 + \alpha^2 = 8x + 6\alpha$ সমীকরণটির বীজদ্বয় বাস্তব হয়, তবে কোন্‌টি সঠিক?

(A) $-2 \le \alpha \le 8$

(B) $2 \le \alpha \le 8$

(C) $-2 < \alpha \le 8$

(D) $-2 \le \alpha < 8$

69. যদি দুটি বৃত্ত $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y = 0$ একে অন্যকে স্পর্শ করে তা হলে

(A) $ff' = gg'$

(B) $fg' = f'g$

(C) $f^2 + f'^2 = g^2 + g'^2$

(D) $f^2 + g^2 = f'^2 + g'^2$

70. যে বিন্দুতে $y^2 = x$ বক্রাংশের উপর স্পর্শকটি x-অক্ষের সাথে 45° কোণ করে, তার স্থানাঙ্ক হল

(A) (0, 0)

(B) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$

(D) (2, 4)

71. $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x/2}$ এর মান হল

(A) e

(B) e^{-1}

(C) e^2

(D) $e^{1/2}$

Space for rough work

72. ${}^{2n}p_n$ -এর সমান মান হবে
(A) $(n+1)! \times ({}^{2n}c_n)$
(B) $n! \times ({}^{2n}c_n)$
(C) $n! \times ({}^{2n+1}c_n)$
(D) $n! \times ({}^{2n+1}c_{n+1})$

73. যদি $x = \sin^{-1}(t)$, $y = \log(1 - t^2)$, $0 \le t < 1$ হয়, তা হলে $t = \frac{1}{3}$ এর জন্য $\frac{d^2y}{dx^2}$ -এর মান হবে
(A) $\frac{9}{4}$
(B) $-\frac{9}{4}$
(C) $\frac{9}{8}$
(D) $-\frac{9}{8}$

74. তিনটি পূর্ণ সংখ্যা ক্রমবর্ধমান গুণোত্তর প্রগতিতে আছে। তৃতীয় সংখ্যাটি থেকে 16 বিয়োগ করলে উহারা সমান্তর প্রগতি গঠন করে। কিন্তু আবার দ্বিতীয় সংখ্যাটি থেকে 2 বিয়োগ করলে পুনরায় একটি গুণোত্তর প্রগতি পাওয়া যায়। প্রথম গুণোত্তর প্রগতির ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি হল
(A) 3
(B) 1
(C) 5
(D) 7

75. তিনটি ছাত্রের দ্বারা স্বাধীনভাবে একটি গাণিতিক সমস্যা সমাধান করার সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ এবং $\frac{1}{5}$। সমস্যাটির সমাধান হবে, তার সম্ভাবনা হল
(A) $\frac{1}{5}$
(B) $\frac{2}{5}$
(C) $\frac{3}{5}$
(D) $\frac{4}{5}$

76. কোন শ্রেণীর প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল হল $3^n.a + b$ (a, b ধ্রুবক)। তা হলে শ্রেণীর পদগুলি গঠন করবে
(A) সমান্তর প্রগতি
(B) গুণোত্তর প্রগতি
(C) দ্বিতীয় পদ থেকে সমান্তর প্রগতি
(D) দ্বিতীয় পদ থেকে গুণোত্তর প্রগতি

77. A ও B একটি সার্বিক সেট $\cup$-এর উপসেট এবং $n(\cup) = 800$, $n(A) = 300$, $n(B) = 400$, $n(A \cap B) = 100$. $A^c \cap B^c$ সেটটির উপাদান সংখ্যা (number of elements) হল
(A) 100
(B) 200
(C) 300
(D) 400

Space for rough work

78. $x^2 + y^2 = 1$ হলে $x + y$-এর লঘিষ্ঠ ও গরিষ্ঠ (minimum and maximum) মান

(A) $-\sqrt{2}, \sqrt{2}$

(B) $-1, 1$

(C) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

(D) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, 2$

79. ধরা যাক, $f(x) = a^x (a > 0)$ অপেক্ষকটিকে $f(x) = g(x) + h(x)$ রূপে লেখা হল যেখানে $g(x)$ একটি যুগ্ম অপেক্ষক এবং $h(x)$ একটি অযুগ্ম অপেক্ষক। তাহলে $g(x + y) + g(x - y)$-এর মান

(A) $2g(x)g(y)$

(B) $2g(x + y)g(x - y)$

(C) $2g(x)$

(D) $g(x)h(x)$

80. যদি $A = \begin{bmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$ হয় তবে $A^TA =$

(A) I

(B) –I

(C) A

(D) –A

(যেখানে I হল দ্বিতীয় ক্রমের একক identity ম্যাট্রিক্স)

81. $\left(\frac{1}{x}\right)^x$ এর চরম মান হল

(A) e^e

(B) e^{-e}

(C) $-e^e$

(D) $e^{\frac{1}{e}}$

82. $\int_{-\pi/7}^{\pi/7} x^3 \sin^2 x \, dx$-এর মান হল

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) 1

(D) –1

83. $1 + \frac{1}{3 \cdot 9} + \frac{1}{5 \cdot 81} + \frac{1}{7 \cdot 729} + \ldots\ldots \infty$ এই শ্রেণীটির যোগফল

(A) $\frac{2}{3} \log_e \frac{3}{2}$

(B) $\frac{2}{3} \log_{10} \frac{3}{2}$

(C) $\frac{3}{2} \log_e 2$

(D) $\frac{3}{2} \log_e 3$

Space for rough work

Space for rough work

84. $y^2 = 12x$, $x = 0$ এবং $y = 6$ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে
(A) 12
(B) 16
(C) 3
(D) 6

85. যদি m এবং n যথাক্রমে একটি অবকল সমীকরণের মাত্রা (order) এবং ঘাত (degree)-কে সূচিত করে, তবে $\left[a+\left(\frac{dy}{dx}\right)^6\right]^{7/5} = b\frac{d^2y}{dx^2}$ সমীকরণটির ক্ষেত্রে (m, n)-এর মান হবে
(A) (1, 7)
(B) (1, 6)
(C) (2, 5)
(D) (2, 6)

86. একটি কণা x-অক্ষ বরাবর এরূপে গতিশীল যে t সেকেন্ড পরে এর সরণ $s = 3t^3 - 2t^2$। কণাটি যতক্ষণ ঋণাত্মক x-অক্ষের উপর থাকে সেই সময়ের বিস্তারটি হল
(A) $0 < t < \frac{2}{3}$
(B) $0 < t < \frac{3}{2}$
(C) $\frac{1}{2} < t < 1$
(D) $0 < t < 1$

87. ধরা যাক একটি অভেদ চিত্রণ $I_Q : S \to S$-কে নিম্নলিখিতভাবে সংজ্ঞা দেওয়া হয় : $I_S(x) = x$ যখন $x \in S$. মনে করি $f : A \to B$ একটি একৈক উপরি-চিত্রণ (bijective mapping); তবে নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলির কোন্‌টি সত্য?
(A) $f^{-1} 0 f \neq I_A$ কিন্তু $f 0 f^{-1} = I_B$
(B) $f^{-1} 0 f = I_A$ এবং $f 0 f^{-1} = I_B$
(C) $f^{-1} 0 f = I_A$ কিন্তু $f 0 f^{-1} \neq I_B$
(D) $f^{-1} 0 f \neq I_A$ এবং $f 0 f^{-1} \neq I_B$

88. যদি $z = x + iy$ এবং $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{4}$ হয়, তা হলে (x, y) বিন্দুর সঞ্চারপথ হবে
(A) উপবৃত্ত
(B) সরলরেখা
(C) বৃত্ত যার কেন্দ্র (0, 1)
(D) বৃত্ত যার কেন্দ্র (1, 0)

89. $y = ae^{4x} + be^{-4x}$ সম্পর্কটি যে অবকল সমীকরণকে সিদ্ধ করে তা হল
(A) $\frac{d^2y}{dx^2} = 8y$
(B) $\frac{d^2y}{dx^2} = 16y$
(C) $\frac{d^2y}{dx^2} = y$
(D) $\frac{d^2y}{dx^2} = 4y$

90. কোন বস্তুকণা একটি সরলরেখাতে এরূপে গতিশীল যে যেকোন মুহূর্তে t-তে ঐ কণাটির গতিবেগ t^3-এর সমানুপাতিক। তা হলে কণাটির ত্বরণ নিচের কোন্ রাশির সাথে সমানুপাতিক হবে?

(A) t^4

(B) t^5

(C) $\frac{1}{t^3}$

(D) t

91. [–3, 3]-তে সমাকলনযোগ্য অপেক্ষক f(x)-এর জন্য কোন্‌টি ঠিক?

$\int_{-3}^{3} f(x)dx = 0$ যখন f(x) হয়

(A) অযুগ্ম অপেক্ষক (odd function)

(B) যুগ্ম অপেক্ষক (even function)

(C) কেবলমাত্র ত্রিকোণোমিতিক অপেক্ষক (trigonometric function)

(D) যে কোন অপেক্ষক

92. $y^2 = 2x + 1$ অধিবৃত্ত ও $x - y = 1$ সরলরেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হল

(A) $\frac{16}{3}$

(B) $\frac{8}{3}$

(C) $\frac{24}{5}$

(D) $\frac{18}{4}$

93. যদি দুটি বৃত্ত $x^2 + y^2 - 4rx - 2ry + 4r^2 = 0$ এবং $x^2 + y^2 = 25$ পরস্পরকে স্পর্শ করে, তবে r যে সমীকরণগুলিকে সিদ্ধ করে, তা হল

(A) $4r^2 + 10r \pm 25 = 0$

(B) $5r^2 + 10r \pm 16 = 0$

(C) $4r^2 \pm 10r + 25 = 0$

(D) $4r^2 \pm 10r - 25 = 0$

94. $6 \cos \alpha + 8 \sin \alpha + 11$-এর ক্ষুদ্রতম মান হল

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) $\frac{1}{2}$

95. $x^2 + x + 1 = 0$ সমীকরণের দুটি বীজ α, β হলে $\alpha^4 \beta^4 - \alpha^{-1} \beta^{-1}$ এর মান হবে

(A) –1

(B) 1

(C) 0

(D) 2

Space for rough work

Space for rough work

96. $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ এবং $kA = \begin{bmatrix} 0 & 4a \\ 3b & 60 \end{bmatrix}$ হলে k, a ও b ধ্রুবকগুলির মান যথাক্রমে হবে

(A) 12, 9, 16
(B) 9, 12, 16
(C) 12, 9, 15
(D) 16, 9, 12

97. মনে করি, $f(x) = \frac{ax}{x+1}$, $x \neq -1$. 'a'-এর যে মানের জন্য $f[f(x)] = x$ হবে তা হল

(A) $\sqrt{2}$
(B) $-\sqrt{2}$
(C) 1
(D) -1

98. যদি $x \in [0, 6]$, তা হলে $x^2 - 7x + 10 \geq 0$ হবার সম্ভাবনা হল

(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{1}{4}$
(D) $\frac{1}{5}$

99. মনে করি $f(x + y) = f(x) + f(y)$ $\forall$ $x, y \in \mathbb{R}$ এবং $f(6) = 5$ এবং $f'(0) = 1$. তাহলে $f'(6)$-এর মান হল

(A) 25
(B) 30
(C) 1
(D) 36

100. কোনও ত্রিভুজের বাহুগুলির অনুপাত 4 : 5 : 7 হলে ত্রিভুজটি অবশ্যই হবে

(A) সমকোণী
(B) সূক্ষ্মকোণী
(C) স্থূলকোণী
(D) সমকোণী সমদ্বিবাহু

Space for rough work

Space for rough work