SET – 1

Series : HMJ/4

कोड नं.
Code No. **65/4/1**

रोल नं.
Roll No. | | | | | | | | |

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

	नोट		NOTE
(I)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **15** हैं ।	(I)	Please check that this question paper contains **15** printed pages.
(II)	प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।	(II)	Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **36** प्रश्न हैं ।	(III)	Please check that this question paper contains **36** questions.
(IV)	**कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**	(IV)	**Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.**
(V)	इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका में कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।	(V)	15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका पालन कीजिए :

(i) *प्रश्न-पत्र **चार** खंडों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ ।*

*इस प्रश्न-पत्र में कुल **36** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) ***खंड–क** में प्रश्न संख्या **1** से **20** तक **20** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **एक** अंक का है ।*

(iii) ***खंड–ख** में प्रश्न संख्या **21** से **26** तक **6** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **दो** अंकों का है ।*

(iv) ***खंड–ग** में प्रश्न संख्या **27** से **32** तक **6** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **चार** अंकों का है ।*

(v) ***खंड–घ** में प्रश्न संख्या **33** से **36** तक **4** प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न **छः** अंकों का है ।*

(vi) *प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में **केवल एक ही विकल्प का उत्तर** लिखिए ।*

(vii) *इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खंड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।*

(viii) *कैलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।*

खंड – क

प्रश्न संख्या **1** से **10** तक सभी बहुविकल्पी प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए । प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है ।

1. $\sin^{-1}\left(\cos\frac{3\pi}{5}\right)$ का मान है :

(a) $\frac{\pi}{10}$ (b) $\frac{3\pi}{5}$ (c) $\frac{-\pi}{10}$ (d) $\frac{-3\pi}{5}$

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper comprises **four** sections – A, B, C and D.*

*This question paper carries **36** questions. **All** questions are compulsory.*

(ii) ***Section A** – Question no. **1** to **20** comprises of **20** questions of **one** mark each.*

(iii) ***Section B** – Question no. **21** to **26** comprises of **6** questions of **two** marks each.*

(iv) ***Section C** – Question no. **27** to **32** comprises of **6** questions of **four** marks each.*

(v) ***Section D** – Question no. **33** to **36** comprises of **4** questions of **six** marks each.*

(vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.*

(vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*

(viii) *Use of calculators is not permitted.*

Section – A

Question numbers **1** to **10** are multiple choice questions of **1** mark each. Select the correct option :

1. The value of $\sin^{-1}\left(\cos\frac{3\pi}{5}\right)$ is

(a) $\frac{\pi}{10}$ (b) $\frac{3\pi}{5}$ (c) $\frac{-\pi}{10}$ (d) $\frac{-3\pi}{5}$

2. यदि $A = [2 \;\; -3 \;\; 4]$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, $X = [1 \;\; 2 \;\; 3]$ तथा $Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ हो, तो AB + XY बराबर है :

(a) [28] (b) [24] (c) 28 (d) 24

3. यदि $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ x & x & x \\ 4 & 9 & 1 \end{vmatrix} + 3 = 0$ है, तो x का मान होगा :

(a) 3 (b) 0 (c) –1 (d) 1

4. $\int_0^{\pi/8} \tan^2 (2x)$ बराबर है :

(a) $\frac{4-\pi}{8}$ (b) $\frac{4+\pi}{8}$ (c) $\frac{4-\pi}{4}$ (d) $\frac{4-\pi}{2}$

5. यदि $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} |\vec{a}| \; |\vec{b}|$ है, तो $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण है :

(a) 0° (b) 30° (c) 60° (d) 90°

6. दो रेखाएँ $x = ay + b$, $z = cy + d$ तथा $x = a'y + b'$, $z = c'y + d'$ परस्पर लम्बवत् हैं, यदि

(a) $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = 1$ (b) $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = -1$ (c) $aa' + cc' = 1$ (d) $aa' + cc' = -1$

7. दो समतल $x - 2y + 4z = 10$ तथा $18x + 17y + kz = 50$ लम्बवत् हैं, यदि k का मान है :

(a) –4 (b) 4 (c) 2 (d) –2

8. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या में, यदि उद्देश्य फलन $z = ax + by$ का अधिकतम मान सुसंगत क्षेत्र के दो कोनीय बिन्दुओं पर समान है, तो फलन का अधिकतम मान, जिन बिन्दुओं पर समान होगा उनकी संख्या होगी :

(a) 0 (b) 2 (c) सीमित (d) असीमित

2. If $A = [2\ \ -3\ \ 4]$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, $X = [1\ \ 2\ \ 3]$ and $Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$, then AB + XY equals

(a) [28] (b) [24] (c) 28 (d) 24

3. If $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ x & x & x \\ 4 & 9 & 1 \end{vmatrix} + 3 = 0$, then the value of x is

(a) 3 (b) 0 (c) –1 (d) 1

4. $\int_0^{\pi/8} \tan^2 (2x)$ is equal to

(a) $\frac{4-\pi}{8}$ (b) $\frac{4+\pi}{8}$ (c) $\frac{4-\pi}{4}$ (d) $\frac{4-\pi}{2}$

5. If $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} |\vec{a}|\ |\vec{b}|$, then the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is

(a) 0° (b) 30° (c) 60° (d) 90°

6. The two lines $x = ay + b$, $z = cy + d$; and $x = a'y + b'$, $z = c'y + d'$ are perpendicular to each other, if

(a) $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = 1$ (b) $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = -1$ (c) $aa' + cc' = 1$ (d) $aa' + cc' = -1$

7. The two planes $x - 2y + 4z = 10$ and $18x + 17y + kz = 50$ are perpendicular, if k is equal to

(a) –4 (b) 4 (c) 2 (d) –2

8. In an LPP, if the objective function $z = ax + by$ has the same maximum value on two corner points of the feasible region, then the number of points at which z_{max} occurs is

(a) 0 (b) 2 (c) finite (d) infinite

9. समुच्चय { 1,2,3,4,5 } से दो संख्याएँ a तथा b ($a \neq b$) यादृच्छया चुनी जाती हैं । $\frac{a}{b}$ एक पूर्णांक होने की प्रायिकता होगी :

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{5}$

10. एक थैले में 3 सफेद, 4 काली व 2 लाल गेंदें हैं । यदि 2 गेंदें यादृच्छया बिना प्रतिस्थापना के निकाली जाती हैं, तो इन दोनों गेंदों के सफेद होने की प्रायिकता होगी :

(a) $\frac{1}{18}$ (b) $\frac{1}{36}$ (c) $\frac{1}{12}$ (d) $\frac{1}{24}$

प्रश्न **11** से **15** के सभी प्रश्नों में खाली स्थान पर सही शब्द/वाक्य भरिये :

11. यदि $f : R \rightarrow R$, $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ द्वारा प्रदत्त है, तो $f \circ f\ (x) =$ _________

12. यदि $\begin{bmatrix} x+y & 7 \\ 9 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$ है, तो $x \cdot y =$ _________

13. $f(x) = |x| - |x+1|$ द्वारा परिभाषित फलन f के असांत्यता बिन्दुओं की संख्या _________ है ।

14. वक्र $y = x^3 - x$ के बिंदु (2, 6) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता है _______.

अथवा

वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर, इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष, जबकि r = 3 सेमी है, है _________.

15. यदि $\vec{a}$ एक शून्येत्तर सदिश है, तो $(\vec{a}.\hat{i})\ \hat{i} + (\vec{a}.\hat{j})\ \hat{j} + (\vec{a}.\hat{k})\ \hat{k}$ बराबर है _________.

अथवा

सदिश $\hat{i} + \hat{j}$ पर सदिश $\hat{i} - \hat{j}$ का प्रक्षेप है _________.

9. From the set { 1,2,3,4,5 }, two numbers a and b ($a \neq b$) are chosen at random. The probability that $\frac{a}{b}$ is an integer is :

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{5}$

10. A bag contains 3 white, 4 black and 2 red balls. If 2 balls are drawn at random (without replacement), then the probability that both the balls are white is

(a) $\frac{1}{18}$ (b) $\frac{1}{36}$ (c) $\frac{1}{12}$ (d) $\frac{1}{24}$

In Q. Nos. **11** to **15,** fill in the blanks with correct word / sentence :

11. If $f : R \rightarrow R$ be given by $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$, then $f \circ f\,(x) =$ ________

12. If $\begin{bmatrix} x+y & 7 \\ 9 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$, then $x \cdot y =$ ________

13. The number of points of discontinuity of f defined by $f(x) = |x| - |x+1|$ is ____________.

14. The slope of the tangent to the curve $y = x^3 - x$ at the point (2, 6) is _______.

OR

The rate of change of the area of a circle with respect to its radius r, when r = 3 cm, is _________.

15. If $\vec{a}$ is a non-zero vector, then $(\vec{a}.\hat{i})\,\hat{i} + (\vec{a}.\hat{j})\,\hat{j} + (\vec{a}.\hat{k})\,\hat{k}$ equals _________.

OR

The projection of the vector $\hat{i} - \hat{j}$ on the vector $\hat{i} + \hat{j}$ is _________.

प्रश्न **16** से **20** तक सभी लघु उत्तरीय प्रश्न हैं ।

16. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ है, तो adj A ज्ञात कीजिए ।

17. ज्ञात कीजिए $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} \, dx$

18. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{2\pi} |\sin x| \, dx$

19. यदि $\int_0^{a} \frac{dx}{1 + 4x^2} = \frac{\pi}{8}$ है, तो 'a' का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + x}$

20. दर्शाइए कि फलन $y = ax + 2a^2$, अवकल समीकरण $2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$ का एक हल है ।

खंड – ख

प्रश्न संख्या **21** से **26** तक प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है ।

21. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ में $R = \{ (x, y) : y, x$ से भाज्य है $\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R (i) सममित है (ii) संक्रामक है ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4}\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{4}\sin^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

Q. **16** to **20** are very short answer questions.

16. Find adj A, if $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

17. Find $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} \, dx$

18. Evaluate $\int_0^{2\pi} |\sin x| \, dx$

19. If $\int_0^a \frac{dx}{1 + 4x^2} = \frac{\pi}{8}$, then find the value of a.

OR

Find $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + x}$

20. Show that the function $y = ax + 2a^2$ is a solution of the differential equation $2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$.

Section – B

Q. Nos. **21** to **26** carry **2** marks each.

21. Check if the relation R on the set A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 } defined as R = { (x, y) : y is divisible by x } is (i) symmetric (ii) transitive

OR

Prove that :

$$\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4}\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{4}\sin^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

22. $\theta = \frac{\pi}{3}$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $x = \cos\theta - \cos 2\theta$, $y = \sin\theta - \sin 2\theta$.

23. दर्शाइए कि फलन f जो $f(x) = (x - 1)\, e^x + 1$, द्वारा परिभाषित है : सभी $x > 0$ के लिए वर्धमान फलन है ।

24. यदि $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ तथा $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 12$ है, तो $|\vec{a}|$ तथा $|\vec{b}|$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

सदिश $\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए ।

25. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजए जो y-अक्ष पर 3 अंतःखंड काटता है और xz – समतल के समान्तर है ।

26. यदि $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ तथा $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ हो, तो $[P(B/A) + P(A/B)]$ ज्ञात कीजिए ।

खंड – ग

प्रश्न संख्या **27** से **32** तक प्रत्येक प्रश्न **4** अंक का है ।

27. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय Z में $R = \{(x, y) : (x - y)$ भाज्य है 5 से $\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R, एक तुल्यता संबंध है ।

28. यदि $y = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2}\right)$ है, तो दर्शाइए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$

अथवा

अन्तराल $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ पर परिभाषित फलन $f(x) = e^x \cos x$ के लिए रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए ।

22. Find the value of $\frac{dy}{dx}$ at $\theta = \frac{\pi}{3}$, if $x = \cos\theta - \cos 2\theta$, $y = \sin\theta - \sin 2\theta$.

23. Show that the function f defined by $f(x) = (x - 1)\, e^x + 1$ is an increasing function for all $x > 0$.

24. Find $|\vec{a}|$ and $|\vec{b}|$, if $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ and $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 12$.

OR

Find the unit vector perpendicular to each of the vectors $\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$.

25. Find the equation of the plane with intercept 3 on the y-axis and parallel to xz – plane.

26. Find [P(B/A) + P(A/B)], if $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ and $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$.

Section – C

Q. Nos. **27** to **32** carry **4** marks each.

27. Prove that the relation R on Z, defined by R {(x, y) : (x – y) is divisible by 5} is an equivalence relation.

28. If $y = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2}\right)$, then show that $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$

OR

Verify the Rolle's Theorem for the function $f(x) = e^x \cos x$ in $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

29. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx.$

30. निम्न अवकल समीकरण के लिए प्रदत्त प्रतिबंध को संतुष्ट करने वाला विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए :

$$(x + 1) \frac{dy}{dx} = 2e^{-y} + 1; \; y = 0 \text{ यदि } x = 0$$

31. एक निर्माणकर्ता के कारखाने में तीन मशीनें I, II तथा III लगी हैं । मशीनें I और II अधिकतम 12 घंटे तक चलाए जाने की क्षमता रखती है । जबकि मशीन III को प्रतिदिन कम से कम 5 घंटे चलना चाहिए । निर्माणकर्ता केवल दो प्रकार के सामान M और N का उत्पादन करता है, जिनमें प्रत्येक के उत्पादन में तीनों मशीनों की आवश्यकता होती है । M और N के प्रत्येक उत्पाद के एक नग उत्पादन में तीनों मशीनों के संगत लगे समय (घंटों में) निम्नलिखित सारणी में दिए हैं :

उत्पाद	**मशीन पर लगा समय (घंटो में)**		
	I	II	III
M	1	2	1
N	2	1	1.25

वह उत्पाद M पर ₹ 600 प्रति नग और उत्पाद N पर ₹ 400 प्रति नग की दर से लाभ कमाता है । मानते हुए कि उसके सभी उत्पाद बिक जाते हैं, जिनका उत्पादन किया गया है, ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक उत्पाद के कितने नगों का उत्पादन किया जाए, जिससे लाभ का अधिकतमीकरण हो ? अधिकतम लाभ क्या होगा ?

32. एक सिक्का समसर्वय संतुलित नहीं है जिसमें चित प्रकट होने की संभावना पट प्रकट होने की संभावना की तीन गुनी है । यदि सिक्का दो बार उछाला जाता है तो पटों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । अतः पटों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए ।

अथवा

माना 100 पुरूषों में 5 तथा 1000 महिलाओं में 25 अच्छे वक्ता हैं । यह मानते हुए कि पुरूषों की संख्या महिलाओं की संख्या के बराबर है, एक अच्छे वक्ता के चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

29. Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$.

30. For the differential equation given below, find a particular solution satisfying the given condition

$$(x + 1) \frac{dy}{dx} = 2e^{-y} + 1 \; ; \; y = 0 \text{ when } x = 0.$$

31. A manufacturer has three machines I, II and III installed in his factory. Machine I and II are capable of being operated for atmost 12 hours whereas machine III must be operated for atleast 5 hours a day. He produces only two items M and N each requiring the use of all the three machines.

The number of hours required for producing 1 unit of M and N on three machines are given in the following table :

Items	**Number of hours required on machines**		
	I	II	III
M	1	2	1
N	2	1	1.25

He makes a profit of ₹ 600 and ₹ 400 on one unit of items M and N respectively. How many units of each item should he produce so as to maximize his profit assuming that he can sell all the items that he produced. What will be the maximum profit ?

32. A coin is biased so that the head is three times as likely to occur as tail. If the coin is tossed twice, find the probability distribution of number of tails. Hence find the mean of the number of tails.

OR

Suppose that 5 men out of 100 and 25 women out of 1000 are good orators. Assuming that there are equal number of men and women, find the probability of choosing a good orator.

खंड – घ

प्रश्न संख्या **33** से **36** तक प्रत्येक प्रश्न **6** अंक का है ।

33. सारणिकों के गुणधर्मों के प्रयोग द्वारा सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} a-b & b+c & a \\ b-c & c+a & b \\ c-a & a+b & c \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3\,abc.$$

अथवा

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ है, तो दर्शाइए कि $A^3 - 4A^2 - 3A + 11\,I = O$ अतः A^{-1} ज्ञात कीजिए ।

34. वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन $f(x) = (x-1)^3\,(x-2)^2$ (क) निरंतर वर्धमान है (ख) निरंतर ह्रासमान हैं ।

अथवा

36 सेमी परिमाप की उस आयत की विमाएँ ज्ञात कीजिए, जिसको एक भुजा के गिर्द घुमाने से अधिकतम आयतन प्राप्त होता है । इस अधिकतम आयतन को भी ज्ञात कीजिए ।

35. प्रथम चतुर्थांश के उस क्षेत्र का क्षेत्रफल, समाकलन विधि से, ज्ञात कीजिए, जो x – अक्ष, रेखा $y = x$ तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 32$ से घिरा है ।

36. दर्शाइए कि रेखाएं $\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$ तथा $\vec{r} = \vec{b} + \mu\vec{a}$ समतलीय हैं । यह भी दिखाइए कि इन रेखाओं को अंतर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण $\vec{r}\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) = 0$ है ।

Section – D

Q. Nos. **33** to **36** carry **6** marks each.

33. Using properties of determinates prove that :

$$\begin{vmatrix} a-b & b+c & a \\ b-c & c+a & b \\ c-a & a+b & c \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3\,abc.$$

OR

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, then show that $A^3 - 4A^2 - 3A + 11\,I = O$. Hence find A^{-1}.

34. Find the intervals on which the function $f(x) = (x-1)^3\,(x-2)^2$ is (a) strictly increasing (b) strictly decreasing.

OR

Find the dimensions of the rectangle of perimeter 36 cm which will sweep out a volume as large as possible, when revolved about one of its side. Also, find the maximum volume.

35. Find the area of the region lying in the first quadrant and enclosed by the x – axis, the line $y = x$ and the circle $x^2 + y^2 = 32$.

36. Show that the lines $\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$ and $\vec{r} = \vec{b} + \mu\vec{a}$ are coplanar and the plane containing them is given by $\vec{r} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$.