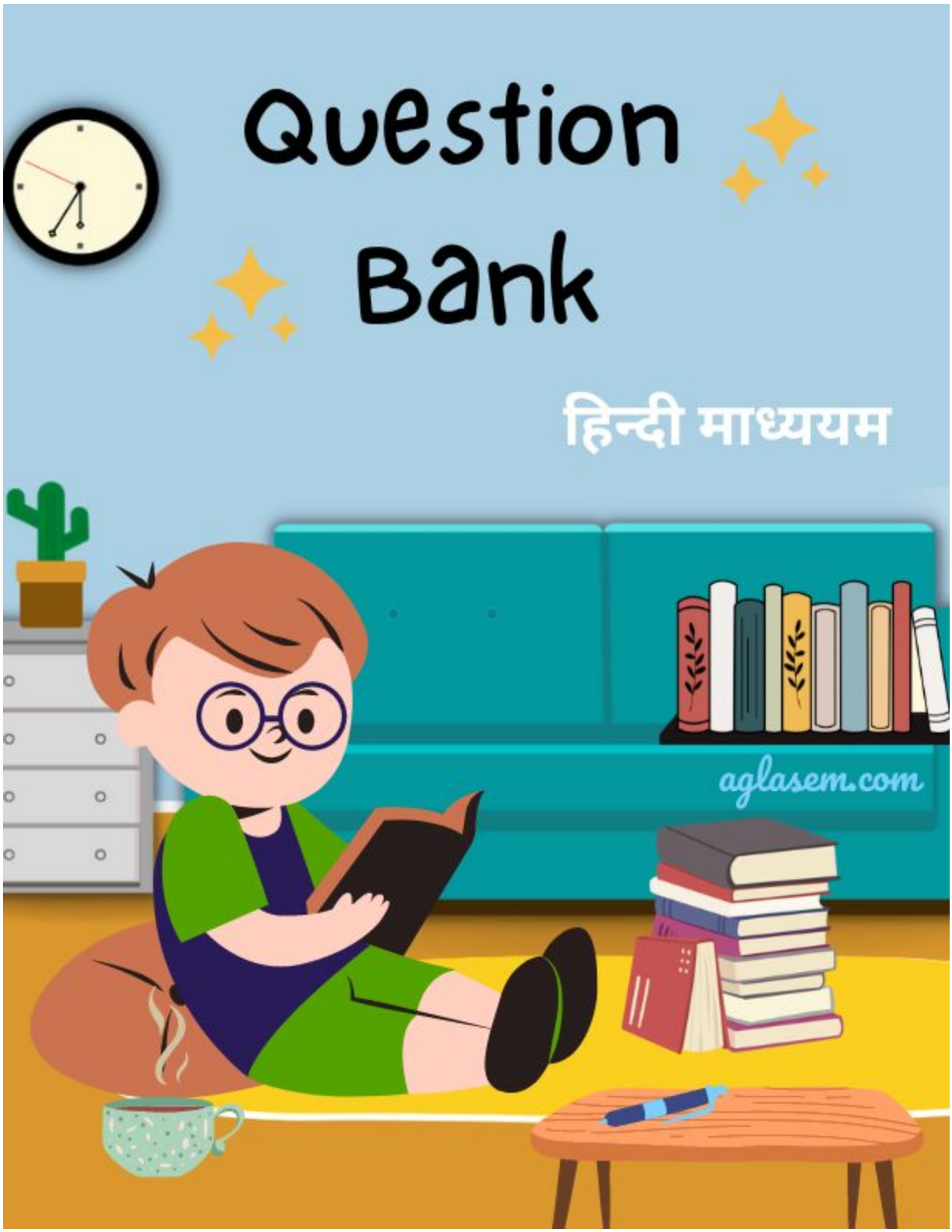
Class 10 Maths Question Bank



अध्याय1: वास्तविक संख्याएँ

स्मरणीय बिंदु

- अंकगणित की आधारभूत प्रमेय : "प्रत्येक भाज्य संख्या को अभाज्य संख्याओं के एक गुणनफल के रूप में व्यक्त (गुणनखंडित) किया जा सकता है तथा यह गुणनखंडन अभाज्य गुणनखंडों के आने वाले क्रम के बिना अद्वितीय होता है।"
- यदि a और b दो धनात्मक पूर्णांक हैं तो $HCF(a,b) \times LCM(a,b) = a \times b.$
- $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ इत्यादि अपरिमेय संख्याएँ हैं।
- यदि p कोई अभाज्य संख्या है और p , a^2 को विभाजित करता है तो p , a को भी विभाजित करेगा, जहाँ a एक धनात्मक पूर्णांक है।

प्र.1. सही विकल्प चुनिये:

1. 96 और 404 का HCF होगा :

   (a) 120 (b) 4 (c) 10 (d) 3

2. 12 और 15 का HCF होगा :

   (a) 3 (b) 4 (c) 10 (d) 5

3. दो संख्याओं का गुणनफल = 32 तथा उनका LCM = 8 है तो उनका HCF होगा:

   (a) 4 (b) 8 (c) 32 (d) 256

4. 4 और 7 का महत्तम समापवर्तक (HCF) होगा :

   (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

5. संख्याओं 5, 15, 20 के लिए LCM और HCF का अनुपात होगा:

   (a) 9:1 (b) 4:3 (c) 11:1 (d) 12:1

6. निम्नलिखित में से कौनसी अपरिमेय संख्या है :

   (a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{3}$ (c) $\sqrt{5}$ (d) उपरोक्त सभी

7. 12 , 15 और 21 का LCM होगा :

   (a) 180 (b) 315 (c) 420 (d) 252

8. यदि दो संख्याओं का गुणनफल 135 तथा उनका HCF 3 हो तो उनका LCM होगा :

   (a) 45 (b) 315 (c) 420 (d) 135

9. 17 , 23 और 28 का HCF होगा :

   (a) 1 (b) 29 (c) 23 (d) 17

10. 11 और 13 का HCF होगा :

    (a) 11 (b) 13 (c) 143 (d) 1

11. 8 , 9 और 25 का LCM होगा :

    (a) 72 (b) 225 (c) 1800 (d) 2000

12. $5 - \sqrt{2}$ कौनसी संख्या है :

    (a) परिमेय (b) अपरिमेय (c) परिमेय और अपरिमेय दोनों (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

13. 15 और 20 का LCM होगा :

    (a) 60 (b) 300 (c) 30 (d) 90

docs.aglasem.com

aglasem.com

प्र.2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये:

1. संख्याओं 8 , 9 और 25 के HCF का मान ..... होगा |
2. $\sqrt{2}$ एक ..... संख्या है |
3. 135 और 225 का HCF .....है |
4. $3\sqrt{2}$ एक ..... संख्या है |

प्र.3. सत्य / असत्य लिखिए:

1. एक प्राकृत संख्या का अभाज्य गुणनखंडन, उसके गुणनखंडों के क्रम को छोड़ते हुए अद्वितीय होता है |
2. प्रत्येक अपरिमेय संख्या एक वास्तविक संख्या होती है |
3. प्रत्येक वास्तविक संख्या एक अपरिमेय संख्या होती है |
4. 15 और 21 का LCM 105 है |
5. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ एक परिमेय संख्या है |
6. दो संख्याओं का गुणनफल उनके HCF और LCM के गुणनफल के बराबर होता है |
7. 26 और 91 का HCF 13 होगा |

प्र.4. सही जोड़ी मिलाइए:

स्तम्भ – अ	स्तम्भ - ब
1. 306 और 657 का HCF	(i). अपरिमेय
2. $\sqrt{2}$ संख्या है :	(ii). 27
3. 9 और 27 का LCM है	(iii). 9

प्र.5. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए:

1. 94 और 404 का HCF लिखिए |
2. संख्या 156 के अभाज्य गुणनखण्ड लिखिए |
3. दो प्राकृत संख्याओं के लिए HCF और LCM में क्या संबंध होता है ?
4. 6, 12 और 30 का LCM कितना होगा ?
5. क्या $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है?
6. संख्याओं 8 ,9 और 25 का HCF कितना होगा?
7. संख्या 5005 के अभाज्य गुणनखंड लिखिए |

प्र.6 संख्याओं 135 और 225 का HCF ज्ञात कीजिए |

प्र.7 संख्या 140 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए |

प्र.8 संख्या 156 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए |

प्र.9 संख्या 3825 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए |

प्र.10 संख्या 7429 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए |

प्र.11 संख्याओं 9 और 25 का अभाज्य गुणनखंडन विधि से HCF ज्ञात कीजिए |

प्र. 12 संख्याओं 5 और 15 का LCM ज्ञात कीजिए |

प्र. 13 संख्याओं 92 और 510 का HCF ज्ञात कीजिए |

प्र.14 संख्याओं 867 और 255 का HCF ज्ञात कीजिए |

प्र.15 संख्याओं 4052 और 12576 का HCF ज्ञात कीजिए |

प्र.16 संख्याओं 4^n पर विचार कीजिए जहाँ n एक प्राकृत संख्या है | जाँच कीजिए कि क्या n का कोई मान है,

docs.aglasem.com

aglasem.com

जिसके लिए 4^n अंक शून्य (0) पर समाप्त होता है |

प्र. 17 सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है |

प्र. 18 सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है |

प्र. 19 सिद्ध कीजिए कि $7\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है |

प्र. 20 संख्या 4 , 16 और 20 HCF ज्ञात कीजिए |

प्र.21 HCF (306, 657) = 9 दिया है | LCM (306 , 657) ज्ञात कीजिए |

प्र.22 13 और 39 का HCF और LCM ज्ञात कीजिए |

प्र.23 संख्याओं 6 और 20 का अभाज्य गुणनखंडन विधि से HCF और LCM ज्ञात कीजिए |

प्र.24 संख्याओं 6 , 72 और 120 का अभाज्य गुणनखंडन विधि से HCF और LCM ज्ञात कीजिए |

प्र.25 अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा पूर्णांकों 12 ,15 और 21 के HCF और LCM ज्ञात कीजिए |

प्र.26 व्याख्या कीजिए कि $7\times11\times13+13$ और $7\times6\times5\times4\times3\times2\times1+5$ भाज्य संख्याएँ क्यों हैं?

प्र. 27 दर्शाइए कि $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है ?

प्र. 28 अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा 96 और 404 का HCF ज्ञात कीजिए और फिर इनका LCM ज्ञात कीजिए|

प्र.29 संख्याओं 26 और 91 के HCF और LCM ज्ञात कीजिए तथा जाँच कीजिए कि
दो संख्याओं का गुणनफल = HCF X LCM.

प्र.30 संख्याओं 510 और 92 के HCF और LCM ज्ञात कीजिए तथा जाँच कीजिए कि
दो संख्याओं का गुणनफल = HCF X LCM.

प्र.31 संख्याओं 17 , 23 और 29 का अभाज्य गुणनखंडन विधि से HCF और LCM ज्ञात कीजिए |

उत्तरमाला

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (b) 4 2. (a) 3 3. (a) 4 4. (a) 1
5. (d) 12:1. 6. (d) उपरोक्त सभी 7. (c) 420 8. (a) 45 9. (a) 1
10. (d) 1 11. (c) 1800 12. (b) अपरिमेय 13. (a) 60

उ.2 1. 1 2. अपरिमेय 3. 45 4. अपरिमेय

उ.3 1. सत्य 2. सत्य 3. असत्य 4. सत्य 5. असत्य 6. सत्य 7. सत्य

उ. 4 1.↔ (iii), 2.↔ (i), 3.↔ (ii)

उ.5 1. 2 2. $2^2\times3\times13$ 3. $HCF(a,b)\times LCM(a,b)=a\times b$ 4. 60 5. हाँ
6. 1 7. $5\times7\times11\times13$

.....

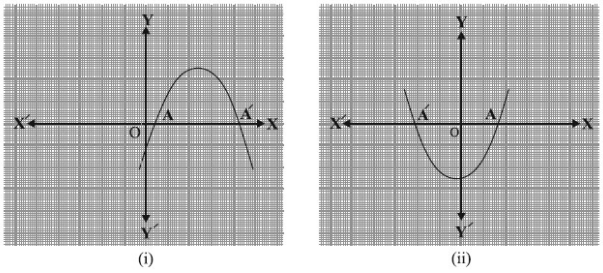
docs.aglasem.com
aglasem.com

स्मरणीय बिंदु :

- यदि x एक चर है , n एक प्राकृत संख्या है और $a_0, a_1, a_2, a_3, ...a_n$ वास्तविक संख्याएँ हैं तो $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$, $(a_n \neq 0)$ चर x में एक बहुपद कहलाता है |
- बहुपद $p(x)$ में x की उच्चतम घात, **बहुपद की घात (degree)** कहलाती है | उदाहरण के लिए $2x^2 - 3x + 4$ चर x में घात 2 का बहुपद है |
- घात 1 के बहुपद को **रैखिक बहुपद (linear polynomial)** कहते हैं |
- घात 2 के बहुपद को **द्विघात बहुपद (quadratic polynomial)** कहते हैं |
- घात 3 के बहुपद को **त्रिघात बहुपद (cubic polynomial)** कहते हैं |
- यदि $p(x) = ax + b$ का शून्यक k है, तो $p(k) = 0$ से हमें $ak + b = 0$ अर्थात् $k = -\frac{b}{a}$ प्राप्त होता है |
- एक वास्तविक संख्या k बहुपद $p(x)$ का शून्यक है, यदि $p(k) = 0$ है |
- रैखिक बहुपद $ax + b, a \neq 0$ का केवल एक शून्यक है, जो उस बिंदु का x-निर्देशांक है, जहाँ $y = ax + b$ का ग्राफ x-अक्ष को प्रतिच्छेद करता है |
- $y = ax^2 + bx + c$ के ग्राफ के आकार का प्रेक्षण करने से तीन निम्नलिखित स्थितियाँ संभावित हैं :

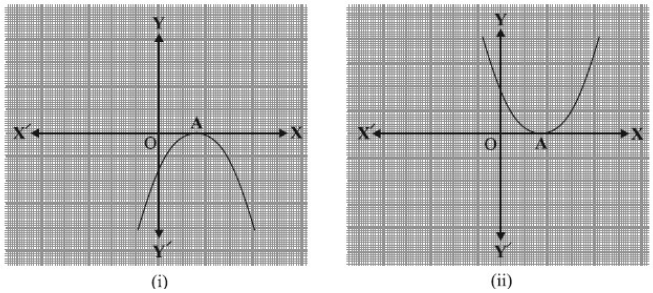
स्थिति (i)

यहाँ ग्राफ x-अक्ष को दो भिन्न बिन्दुओं A और A/ पर काटता है | इस स्थिति में, A और A/ के x-निर्देशांक द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के दो शून्यक हैं |



स्थिति (ii)

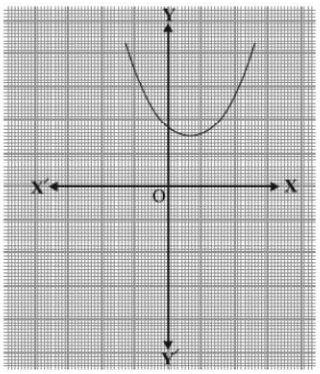
यहाँ ग्राफ x-अक्ष को केवल एक बिंदु पर, अर्थात् दो संपाती बिन्दुओं पर काटता है | इसलिए, स्थिति (i) के दो बिंदु A और A/ यहाँ पर संपाती होकर एक बिंदु A हो जाते हैं | इस स्थिति में, A का x-निर्देशांक द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के का केवल एक शून्यक है|



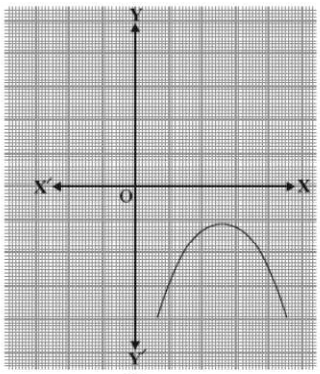
स्थिति (iii)

यहाँ ग्राफ या तो पूर्ण रूप से x-अक्ष के ऊपर या पूर्ण रूप से x-अक्ष के नीचे है | इसलिए, यह x-अक्ष को कहीं पर नहीं काटता है | अतः, इस स्थिति में द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ का कोई शून्यक नहीं है|

docs.aglasem.com
aglasem.com



(i)



(ii)

- घात n के दिए गए बहुपद $p(x)$ के लिए, $y = p(x)$ का ग्राफ x-अक्ष को अधिक से अधिक n बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करता है | अतः घात n के किसी बहुपद के अधिक से अधिक n शून्यक हो सकते हैं |
- बहुपद के अधिकतम उतने शून्यक हो सकते हैं, जितनी बहुपद की घात है |
- यदि α रैखिक बहुपद $p(x) = ax + b$ का शून्यक है, तो $\alpha = -\frac{b}{a}$ होगा |
- यदि α और β द्विघात बहुपद $p(x) = ax^2 + bx + c$ के शून्यक हैं, तो $x - \alpha$ और $x - \beta$, $p(x)$ के गुणनखंड होंगे |
- एक द्विघात बहुपद $p(x) = ax^2 + bx + c$ के अधिक से अधिक दो शून्यक हो सकते हैं |
- एक द्विघात बहुपद $p(x) = ax^2 + bx + c$ के शून्यक α और β हों तो

  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

  और

  $\alpha.\beta = \frac{c}{a}$.
- $x^2 - 2x$ के शून्यक 0 और 2 हैं |
- $x^2 - 3$ के शून्यक $\pm\sqrt{3}$ हैं |
- दो बहुपदों का योग भी एक बहुपद होता है |
- $x^2 + 3\sqrt{x} + 3$ बहुपद नहीं है |
- $x^2 + \frac{1}{x} + 1$ बहुपद नहीं है |
- $x^2 + 3x + 5$ एक घात 2 का बहुपद है |

प्र.1. सही विकल्प चुनिये:

1. यदि द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यक α और β हों, तो $\alpha.\beta$ का मान होगा:

   (a) $\frac{c}{a}$ (b) $\frac{a}{c}$ (c) $-\frac{c}{a}$ (d) $-\frac{a}{c}$

2. यदि द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यक α और β हों, तो $\alpha + \beta$ का मान होगा:

   (a) $\frac{b}{a}$ (b) $\frac{b}{c}$ (c) $\frac{-b}{a}$ (d) $-\frac{a}{c}$

3. रेखीय बहुपद $ax + b$ का शून्यक होगा:

docs.aglasem.com
aglasem.com

(a) $\frac{a}{b}$ (b) $\frac{b}{a}$ (c) $\frac{-b}{a}$ (d) ab

4. बहुपद x^2-3 के शून्यक होंगे:

(a) $\pm\sqrt{3}$ (b) ± 3 (c) 3 (d) 9

5. बहुपद $x^2+7x+10$ के शून्यक होंगे:

(a) $2,5$ (b) $-2,-5$ (c) $-2,5$ (d) $2,-5$

6. बहुपद $(x+1)(x^2-x-x^4+1)$ के लिए घात होगी:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

7. यदि द्विघात बहुपद के शून्यक – 3 तथा 4 हों तो द्विघात बहुपद होगा:

(a) x^2-x-12 (b) x^2+x+12

(c) $\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}-6$ (d) $\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}-6$

8. किसी बहुपद के कुल शून्यक, उस बहुपद के आरेख के निम्लिखित पर प्रतिच्छेदन के कुल बिन्दुओं की संख्या के बराबर होते हैं :

(a) x –अक्ष पर (b) y –अक्ष पर

(c) x –अक्ष तथा y –अक्ष दोनों पर (d) इनमें से कोई नहीं

9. बहुपद $6x^2+13x+7$ की घात होगी:

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

10. बहुपद $x^2+10x+24$ के शून्यकों का गुणनफल होगा:

(a) 10 (b) - 10 (c) 24 (d) 34

11. बहुपद x^2-4x+1 के शून्यकों का योग होगा:

(a) 4 (b) 1 (c) 24 (d) 34

12. निम्नलिखित में से कौनसा बहुपद नहीं है:

(a) $\frac{2}{3}x+1$ (b) $2-x^2+\sqrt{3}x$ (c) $\frac{1}{x}-1$ (d) x^3

प्र.2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये:

1. रेखीय बहुपद $ax+b$ का शून्यक ..... है |
2. दो बहुपदों का गुणनफल एक ..... होता है |
3. बहुपद x^2+4x+8 के शून्यकों का योग .....है |
4. बहुपद x^2+4x+8 के शून्यकों का गुणनफल .....है |
5. यदि बहुपद $(k-1)x^2+kx+1$ का एक शून्यक – 3 हो, तब k का मान ..... होगा |
6. घात एक वाले बहुपद ..... बहुपद कहलाते हैं |
7. द्विघात बहुपद में शून्यकों की अधिकतम संख्या ..... होती है |
8. बहुपद $y^3-2y^2-\sqrt{3}y+2$ की घात ..... है |
9. यदि α और β बहुपद $2x^2+5x-10$ के शून्यक हैं तो $\alpha+\beta$ का मान ..... होगा |

प्र.3. सत्य / असत्य लिखिए:

1. बीजीय व्यंजक $x^2-2\sqrt{x}+7$ बहुपद नहीं है |
2. शून्य बहुपद की घात शून्य है |

docs.aglasem.com

aglasem.com

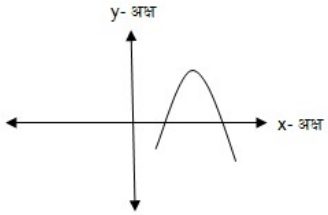
3. शून्य बहुपद की घात अपरिभाषित है |
4. n घात वाले बहुपद के अधिकतम n शून्यक हो सकते हैं |
5. द्विघात बहुपद के अधिक से अधिक दो शून्यक हो सकते हैं |
6. यदि α और β बहुपद ax^2+bx+c के शून्यक हैं तो $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ होता है |
7. त्रिघात बहुपद की अधिकतम घात दो होती है |

प्र.4. सही जोड़ी मिलाइए:

स्तम्भ – अ	स्तम्भ - ब
1. द्विघात बहुपद ax^2+bx+c के शून्यकों का योग	(i). $ax+b$
2. बहुपद x^2+6x+9 के गुणनखंड हैं	(ii). y^3+2y^2+y+5
3. त्रिघात बहुपद है :	(iii). $-\frac{b}{a}$
4. रेखीय बहुपद है :	(iv). $(x+3)(x+3)$
5. द्विघात बहुपद ax^2+bx+c के शून्यकों का गुणनफल	(v). $\frac{c}{a}$

प्र.5. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए:

1. रैखिक बहुपद की घात कितनी होती है?
2. द्विघात बहुपद की घात कितनी होती है?
3. त्रिघात बहुपद की घात कितनी होती है?
4. किसी बहुपद $p(x)$ के लिए, $y=p(x)$ का ग्राफ नीचे आकृति में दिया है | $p(x)$ के शून्यकों की संख्या लिखिए |



प्र.6. बहुपद x^2-3 के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए |

प्र.7. द्विघात बहुपद $x^2+7x+10$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए | |

प्र.8. यदि बहुपद के शून्यकों का योग 0 एवं गुणनफल भी $\sqrt{5}$ है तो बहुपद ज्ञात कीजिए |

प्र.9 बहुपद t^2-15 के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए |

प्र.10. बहुपद $6x^2-3-7x$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए |

प्र.11. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः $\frac{1}{4}, -1$ हैं |

प्र.12. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$ हैं |

docs.aglasem.com
aglasem.com

प्र.13. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः 1 और 1 हैं |

प्र.14. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः -3 और 2 हैं |

प्र.15. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः $-\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{4}$ हैं |

प्र.16. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः 4 और 1 हैं |

प्र.17. त्रिघात बहुपद $3x^3-5x^2-11x-3$ के शून्यक α, β एवं γ हैं , $\alpha+\beta+\gamma$ का मान ज्ञात कीजिए |

प्र.18. $p(x) = x^2 - 2x - 6$ के शून्यक α एवं β हैं तो $\alpha + \beta$ के मान ज्ञात कीजिये।

प्र. 19. $4u^2+8u$ के शून्यक ज्ञात कीजिये।

प्र.20. यदि बहुपद $x^2 - x + 1$ के शून्यक α , β हैं तो $1/\alpha + 1/\beta$ का मान ज्ञात कीजिये।

प्र.21. द्विघात बहुपद x^2-2x-8 के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए |

प्र.22. द्विघात बहुपद $3x^2-x-4$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए |

प्र.23. द्विघात बहुपद $x^2+7x+10$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए |

प्र.24. द्विघात बहुपद $3x^2+4x-4$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए |

प्र.25. द्विघात बहुपद $5t^2+12t+7$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए |

प्र. 26. यदि बहुपद $x^3 - 3x^2 + x + 1$ के शून्यक $a - b , a , a + b$ हों तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।

.....

उत्तरमाला

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (a) $\frac{c}{a}$ 2. (c) $\frac{-b}{a}$ 3. (c) $\frac{-b}{a}$ 4. (a) $\pm\sqrt{3}$

5. (b) $-2, -5$ 6. (d) 5 7. (a) x^2-x-12 8. (a) x –अक्ष पर

9. (c) 2 10. (c) 24 11. (a) 4 12. (c) $\frac{1}{x}-1$

उ.2. 1. $-\frac{b}{a}$ 2. बहुपद 3. -4 4. 8 5. $\frac{4}{3}$ 6. रैखिक

7. 2 8. 3 9. $-\frac{5}{2}$

उ.3. 1. सत्य 2. असत्य 3. सत्य 4. सत्य 5. सत्य 6. सत्य

7. असत्य

उ. 4 1.↔ (iii), 2.↔ (iv), 3.↔ (ii), 4.↔ (i), 5.↔ (v)

उ.5. 1. एक 2. दो 3. तीन 4. दो

.....

docs.aglasem.com

aglasem.com

CH3: दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

स्मरणीय बिंदु :

- वह समीकरण जिसको $ax+by+c=0$ के रूप में रखा जा सकता है और a, b और c वास्तविक संख्याएँ हैं और a और b दोनों शून्य नहीं हैं, दो चरों x और y में एक रैखिक समीकरण कहलाता है |
- दो चर वाले किसी रैखिक समीकरण का प्रत्येक हल उसको निरुपित करने वाली रेखा पर स्थित एक बिंदु होता है |
- दो चरों वाले रैखिक समीकरण $ax+by+c=0$ का प्रत्येक हल (x, y) इस समीकरण को निरुपित करने वाली रेखा के एक बिंदु के संगत होता है और विलोमतः भी ऐसा होता है |
- दो चरों x और y में रैखिक समीकरण युग्म का व्यापक रूप

  $a_1x+b_1y+c_1=0$

  और $a_2x+b_2y+c_2=0$

  है , जहाँ $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ सभी वास्तविक संख्याएँ हैं और $a_1^2+b_1^2\neq 0$, $a_2^2+b_2^2\neq 0$ है |

  उदाहरण के लिए

  $3x+2y=40$

  $2x+3y=35$

  एक रैखिक समीकरण युग्म है |

- रैखिक समीकरण युग्म

  $a_1x+b_1y+c_1=0$

  और $a_2x+b_2y+c_2=0$

  में

  (i) जब $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ है, तो युग्म का एक अद्वितीय हल होता है | इस स्थिति में रैखिक समीकरणों को निरुपित करने वाली रेखाएँ प्रतिच्छेदी होती हैं अर्थात् समीकरण निकाय संगत होता है |

  (ii) जब $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ है, तो युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं | इस स्थिति में रैखिक' समीकरणों को निरुपित करने वाली' रेखाएँ सम्पाती होती हैं अर्थात् समीकरण निकाय संगत होता है |

  (iii) जब $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ है, तो युग्म का कोई हल नहीं होता है | इस स्थिति में रैखिक समीकरणों को निरुपित करने वाली रेखाएँ समांतर होती हैं अर्थात् समीकरण निकाय असंगत होता है |

प्र.1 सही विकल्प चुनिए|

1. निम्नलिखित में से दो चरों में रैखिक समीकरण है :
   (A) $2x^2+3y=5$ (B) $3x+4y^2=6$ (C) $4x^2+5y^2=6$ (D) $5x+6y=7$
2. यदि $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ तो रैखिक समीकरण युग्म $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ का
   (A) एक अद्वितीय हल होगा | (B) कोई हल नहीं होगा |
   (C) अनन्तः अनेक हल होंगे | (D) इनमें से कोई नहीं |
3. यदि $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ तो रैखिक समीकरण युग्म $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ का

docs.aglasem.com
aglasem.com

(A) एक अद्वितीय हल होगा | (B) कोई हल नहीं होगा |
(C) अनन्तः अनेक हल होंगे | (D) इनमें से कोई नहीं |

4. यदि $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ तो रैखिक समीकरण युग्म $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ का
(A) एक अद्वितीय हल होगा | (B) कोई हल नहीं होगा |
(C) अनन्तः अनेक हल होंगे | (D) इनमें से कोई नहीं |

5. रैखिक समीकरण युग्म $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ का एक अद्वितीय हल होने की शर्त है:
(A) $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ (B) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$
(C) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ (D) इनमें से कोई नहीं |

6. रैखिक समीकरण युग्म $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ का कोई हल नहीं होने की शर्त है:
(A) $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ (B) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$
(C) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ (D) इनमें से कोई नहीं |

7. रैखिक समीकरण युग्म $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ के अनंत अनेक हल होने की शर्त है:
(A) $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ (B) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$
(C) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ (D) इनमें से कोई नहीं |

प्र.2 रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए |

1. समीकरण $2x+3y=5$ में यदि $x=1$ तो $y=$..... होगा |
2. वह समीकरण जिसको $ax+by+c=0$ के रूप में रखा जा सकता है , जहाँ a,b और c वास्तविक संख्याएँ हैं और a और b दोनों शून्य नहीं हैं, दो चरों x और y में एक ..... समीकरण कहलाता है|
3. समीकरण $2x+y=k$ में यदि $x=2$, $y=1$ हो तो k का मान..... होगा |

प्र.3 सत्य / असत्य लिखिए |

1. दो चरों में एक रैखिक समीकरण के अनेक हल होते हैं |
2. रैखिक समीकरण का प्रत्येक हल उसको निरुपित करने वाली रेखा पर स्थित एक बिंदु होता है |
3. समीकरण निकाय $2x-3y=7$ एवं $4x-6y=14$ द्वारा निरुपित रेखाएँ प्रतिच्छेदी होगीं|

प्र.4. सही जोड़ी मिलाइए:

स्तम्भ – अ	स्तम्भ - ब
1. $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ का एक अद्वितीय हल	(i) $ax+by+c=0$

docs.aglasem.com
aglasem.com

2. दो चरों में रैखिक समीकरण का व्यापक रूप

3. $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$

4. $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ में

$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$

5. $x+2y+3=0$ में यदि $x=0$

(ii). $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$

(iii). $a_1x+b_1y+c_1=0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2=0$ का कोई हल नहीं

(iv). $y=-\frac{3}{2}$

(v). निकाय द्वारा निरुपित रेखाएँ संपाती

प्र.5 एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए |

1. दो चरों में रैखिक समीकरण का मानक रूप लिखिए |
2. रैखिक समीकरण $y=mx+3$ में यदि $x=-2, y=5$ हो तो m का क्या मान होगा ?
3. यदि दो संतरों और पांच सेबों का मूल्य Rs. 70 है, तो इस स्थिति को रैखिक समीकरण के रूप में प्रदर्शित कीजिए |

प्र6. तीन बल्लों तथा छ: गेंदों की कीमत 3900 /- रूपए है तथा एक बल्ले एवं तीन गेंदों की कीमत 1300 /- है। बीजगणितीय समीकरणों का निर्माण कीजिये।

प्र7. दो किलो सेब और एक किलो अंगूर का मूल्य 160 /- रूपए है। चार किलो सेब और दो किलो अंगूर का मूल्य 320 /- रूपए है। बीजगणितीय समीकरणों का निर्माण कीजिये।

प्र 8. अनुपातों a1/a2 = b1/b2 = c1/c2 की तुलना कर ज्ञात कीजिये कि 5x-4y+8=0 तथा 4x-6y=9 द्वारा निरूपित रेखाएं प्रतिच्छेदी , समान्तर या सम्पाती हैं।

प्र 9. अनुपातों a1/a2 = b1/b2 = c1/c2 कि तुलना कर ज्ञात कीजिये कि 2x-3y=8 तथा 4x-6y=9 समीकरणों के युग्म संगत है या असंगत।

प्र.10 दो चरो वाले रैखिक समीकरण युग्म का एक उदाहरण लिखिए जिसके द्वारा निरुपित रेखाएँ समान्तर रेखाएं हों।

प्र 11. प्रतिस्थापन विधि से हल करें -

$$s-t=3$$
$$\frac{s}{3}-\frac{t}{2}=6$$

प्र 12. प्रतिस्थापन विधि से हल करें –

$$\sqrt{2}x+\sqrt{3}y=0$$
$$\sqrt{3}x-\sqrt{8}y=0$$

प्र13. विलोपन विधि से हल कीजिये -

3x+y=10 , 2x-2y=2

प्र14. विलोपन विधि से हल कीजिये -

$$\frac{x}{2}+\frac{2y}{3}=-1$$

docs.aglasem.com

aglasem.com

$$x - \frac{y}{3} = 3$$

प्र. 15. विलोपन विधि से हल करें -

x-3y-7=0 , 3x-3y-15=0

प्र. 16. हल करें - 3x-5y-4=0 , 9x=2y+7

प्र.17 समीकरण युग्म

$x + 3y = 6$

$2x - 3y = 12$

को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए |

प्र.18 समीकरण युग्म

$x - 2y = 0$

$3x + 4y = 20$

को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए |

प्र.19 रैखिक समीकरण युग्म

$7x - 15y = 2$

$x + 2y = 3$

को विलोपन विधि से हल कीजिए |

प्र.20 रैखिक समीकरण युग्म

$3x + 5y - 8 = 0$

$9x = 2y + 7$

को विलोपन विधि से हल कीजिए |

प्र.21 समीकरण युग्म $x + y = 14$, $x - y = 4$ को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए |

प्र.22 निम्न रैखिक समीकरण युग्म को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए :

$3x + 4y = 10$

$2x - 2y = 2$

प्र.23 दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 9:7 है और उनके खर्चों का अनुपात 4 :3 है | यदि प्रत्येक व्यक्ति महीने में ₹ 2000 बचा लेता है, तो उनकी मासिक आय ज्ञात कीजिए |

प्र.24 'k' के किस मान के लिए निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे?

$kx + 3y - (k - 3) = 0$

$12x + ky - k = 0$

प्र.25 $2x + 3y = 11$ और $2x - 4y = -24$ को हल कीजिए और इससे m का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $y = mx + 3$ |

प्र.26 दो संपूरक कोणों में बड़ा कोण छोटे कोण से 18 डिग्री अधिक है | उन्हें ज्ञात कीजिए |

प्र.27 एक क्रिकेट टीम के कोच ने 7 बल्ले तथा 6 गेंदें ₹3800 में खरीदीं | बाद में उसने 3 बल्ले तथा 5 गेंदें ₹1750 में खरीदीं | प्रत्येक बल्ले और प्रत्येक गेंद का मूल्य ज्ञात कीजिए |

प्र.28 दो अंकों की एक संख्या एवं उसके अंकों को उलटने पर बनी संख्या का योग 66 है | यदि संख्या के अंकों का अंतर 6 हो, तो संख्या ज्ञात कीजिए | ऐसी संख्याएँ कितनी हैं |

प्र.29 p के किन मानों के लिए निम्न समीकरणों के युग्म का एक अद्वितीय हल है:

$4x + py + 8 = 0$

docs.aglasem.com

aglasem.com

और $2x + 2y + 2 = 0$

प्र.30 k के किन मानों के लिए निम्न समीकरणों के युग्म का कोई हल नहीं है:

$3x + y = 1$

और $(2k-1)x + (k-1)y = 2k + 1$

प्र.31 5 पेंसिल तथा 7 कलमों का कुल मूल्य Rs. 50 है, जबकि 7 पेंसिल तथा 5 कलमों का कुल मूल्य Rs. 46 है | एक पेंसिल का मूल्य तथा एक कलम का मूल्य ज्ञात कीजिए |

प्र.32 5 संतरों और 3 सेबों का मूल्य Rs. 35 है तथा 2 संतरों और 4 सेबों का मूल्य Rs. 28 है | एक संतरे का मूल्य तथा एक सेब का मूल्य ज्ञात कीजिए |

प्र.33. पांच वर्ष पूर्व नूरी कि आयु सोनू कि आयु कि तीन गुनी थी। दस वर्ष पश्चात , नूरी कि आयु सोनू कि आयु कि दो गुनी हो जाएगी। नूरी और सोनू की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिये।

प्र.34 दो संख्याओं का अंतर 26 है और एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है | उन्हें ज्ञात कीजिए |

प्र.35. एक भिन्न 1/3 हो जाती है जब उसके अंश से एक घटाया जाये और वह 1/4 हो जाती है जब हर में 8 जोड़ दिया जाता है। वह भिन्न ज्ञात करें।

प्र. 36. दो अंकों की संख्या के अंकों का योग 9 है। इस संख्या का नौ गुना , संख्या के अंकों को पलटने से बनी संख्या का दो गुना है। वह संख्या ज्ञात कीजिये।

प्र.37 एक नाव दस घंटे में धरा के प्रतिकूल 30 किमी तथा धारा के अनुकूल 44 किमी जाती है। 13 घंटे में वह 40 किमी धारा के प्रतिकूल एवं 55 किमी धारा के अनुकूल जाती है। धारा की चाल एवं नाव की स्थिर पानी में चाल ज्ञात कीजिये।

प्र.38 ऋतु धारा के अनुकूल 2 घंटे में 20 किमी तैर सकती है और धारा के प्रतिकूल 2 घंटे में 4 किमी तैर सकती है। उसकी स्थिर जल में तैरने की चाल तथा धारा की चाल ज्ञात कीजिये।

प्र.39. हल करें : $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 2$

$\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{13}{6}$

प्र.40 हल करें : $\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2$

$\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1$

प्र. 41 हल करें – 6x + 3y = 6xy , 2x + 4y = 5xy

प्र. 42 विलोपन विधि से हल करें -

$\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1, \quad x - \frac{y}{3} = 3$

प्र. 43 प्रतिस्थापन विधि से हल करें -

0.2x + 0.3y = 1.3

0.4x + 0.5y = 2.3

प्र.44 हल करें :

$\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2$

docs.aglasem.com

aglasem.com

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=\frac{13}{6}$$

प्र.45 रोमिला एक स्टेशनरी की दुकान में गई और 9 रु में 2 पेंसिल तथा 3 रबड़ खरीदी | उसकी सहेली सोनाली ने रोमिला के पास नई तरह की पेंसिल और रबड़ देखी और उसने भी 18 रु में उसी तरह की 4 पेंसिल और 6 रबड़ खरीदी | इस स्थिति को बीजगणितीय तथा ग्राफीय (ज्यामितीय) रूपों में व्यक्त कीजिए |

प्र.46 दो रेल की पटरियाँ, समीकरणों $x+2y-4=0$ और $2x+4y-12=0$ द्वारा निरुपित की गई हैं | इस स्थिति को ज्यामितीय रूप से व्यक्त कीजिए |

प्र. 47 आफ़ताब अपनी पुत्री से कहता है , ' सात वर्ष पूर्व मैं तुमसे सात गुनी आयु का था | अब से 3 वर्ष बाद मैं तुमसे केवल तीन गुनी आयु का रह जाऊंगा |' इस स्थिति को बीजगणितीय एवं ग्राफीय रूपों में व्यक्त कीजिए |

.....

उत्तरमाला

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (D) $5x+6y=7$ 2. (A) एक अद्वितीय हल होगा |

3. (B) कोई हल नहीं होगा | 4. (C) अनन्तः अनेक हल होंगे |

5. (A) $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ 6. (B) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$

7. (C) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$

उ.2. 1. 1 2. रैखिक 3. 5

उ.3. 1. सत्य 2. सत्य 2. असत्य

उ. 4 1.↔ (ii), 2.↔ (i), 3.↔ (iii), 4.↔ (v), 5.↔ (iv)

उ.5. 1. $ax+by+c=0$ 2. -1

3. यदि एक संतरे का मूल्य Rs. x और एक सेब का मूल्य Rs. y है, तो $2x+5y=70$

.....

अध्याय 4: द्विघात समीकरण

स्मरणीय बिंदु

- चर x में एक द्विघात समीकरण $ax^2+bx+c=0$ के रूप में होती है, जहाँ a,b,c वास्तविक संख्याएँ हैं तथा $a\neq 0$ है |
  उदाहरण के लिए, $3x^2+x-30=0$ एक द्विघात समीकरण है |
- "कोई भी समीकरण $p(x)=0$, जहाँ $p(x)$, घात 2 का एक बहुपद है, एक द्विघात समीकरण कहलाती है |" यदि समीकरण $p(x)=0$, जहाँ $p(x)$, घात 2 का एक बहुपद है, में $p(x)$ के पद घातों के घटते क्रम में लिखे जायें तो समीकरण का मानक रूप (Standard Form) प्राप्त होता है| अर्थात् $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$, द्विघात समीकरण का मानक रूप (Standard Form) है |
- हम जानते हैं कि यदि वास्तविक संख्या α बहुपद $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$ का एक शून्यक कहलाती है, यदि $a\alpha^2+b\alpha+c=0$ हो | इसी प्रकार से वास्तविक संख्या α समीकरण $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$ का एक मूल कहलाती है, यदि $a\alpha^2+b\alpha+c=0$ हो |
- एक द्विघात बहुपद के अधिक से अधिक दो शून्यक हो सकते हैं | अतः किसी द्विघात समीकरण के भी अधिक से अधिक दो मूल हो सकते हैं |

docs.aglasem.com

aglasem.com

- द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यक एवं द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल एक ही होते हैं।
- यदि हम $ax^2 + bx + c, a \neq 0$ के दो रैखिक गुणकों में गुणनखंड कर सकें तो द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल प्रत्येक गुणनखण्ड को शून्य के बराबर करके प्राप्त कर सकते हैं।
- द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ होते हैं | यहाँ $b^2 - 4ac$ यह निश्चित करता है कि समीकरण के मूल वास्तविक हैं या नहीं | $b^2 - 4ac$ को समीकरण का विविक्तकर (Disciminant) कहते हैं तथा इसे D से निरुपित करते हैं | अर्थात् $D = b^2 - 4ac$.
- द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के
  - (i) दो भिन्न वास्तविक मूल होते हैं , यदि $D = b^2 - 4ac > 0$ हो |
  - (ii) दो बराबर वास्तविक मूल होते हैं , यदि $D = b^2 - 4ac = 0$ हो |
  - (iii) कोई वास्तविक मूल नहीं होता है, यदि $D = b^2 - 4ac < 0$ हो |

प्र.1 सही विकल्प चुनिए|

1. यदि द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल समान हों तो समीकरण के विविक्तकर का मान होगा:
   (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
2. समीकरण $x^2 + x - 1 = 0$ के मूलों की प्रकृति होगी :
   (A) वास्तविक और समान (B) वास्तविक और भिन्न
   (C) कोई वास्तविक मूल नहीं (D) इनमें से कोई नहीं
3. किसी द्विघात समीकरण में चर कि अधिकतम घात होती है:
   (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
4. द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का विविक्तकर होगा:
   (A) $D = b^2 - 4ac$ (B) $D = 4ac - b^2$ (C) $D = b^3 - 4ac$ (D) $D = 4ac - b^3$
5. निम्नलिखित में से किस द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक होंगे :
   (A) $x^2 + 9x + 4 = 0$ (B) $x^2 - 4x + 5 = 0$
   (C) $x^2 + x + 2 = 0$ (D) $x^2 + 5x + 8 = 0$
6. द्विघात समीकरण $2x^2 - 7x + 6 = 0$ के मूल होंगे :
   (A) $\frac{3}{2}, 2$ (B) $-\frac{3}{2}, -2$ (C) $-\frac{3}{2}, 2$ (D) $\frac{3}{2}, -2$
7. निम्न में कौन एक वर्ग समीकरण नहीं हैं ?
   (A) $(x-2)^2 = x^2 + 3$ (B) $(x+1)^3 = x^3 + 4x + 5$
   (C) $(x-2)^2 = x + 3$ (D) $x(2x-1) = 5x(x+1)$
8. यदि $\frac{1}{3}$ वर्ग समीकरण $x^2 + kx - \frac{5}{3} = 0$ का एक मूल है, तो k का मान होगा:
   (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{14}{3}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{8}{9}$
9. k के किस मान के लिये वर्ग समीकरण $x^2 + 2kx + k = 0$ के दोंनों मूल बराबर होंगे:
   (A) 4 और 0 (B) 1 और 4 (C) 0 और 1 (D) 0 और 4
10. द्विघात समीकरण $3\sqrt{2}\,x^2 + 10x + 3\sqrt{2} = 0$ के विविक्तिकर का मान होगा:
    (A) 28 (B) 16 (C) 64 (D) 100

docs.aglasem.com
aglasem.com

11. द्विघात समीकरण $2x^2 - 6x + 3 = 0$ के मूल होंगे:

(A) वास्तविक (B) काल्पनिक

(C) वास्तविक और काल्पनिक दोनों (D) इनमें से कोई नहीं

12. द्विघात समीकरण में मूलों की अधिकतम संख्या होती हैं।

(A) 0 (B) 2 (C) 1 (D) 3

13. समीकरण $(x-1)^2 = 0$ के हल है:

(A) -1, -1 (B) 0, 0 (C) 1,1 (D) -1,1

14. वर्ग समीकरण $x^2 - 7x - 60 = 0$ के मूलो की प्रकृति है:

(A)वास्तविक (B)समान (C)काल्पनिक (D)इनमें से कोई नहीं

15. $x^2 + 5x = 0$ के मूल है:

(A) 0,-5 (B) 0, 5 (C) 5,-5 (D) -5,-5

16. जब वर्ग समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल समान हो तब:

(A) $b^2 - 4ac > 0$ (B) $b^2 - 4ac < 0$

(C) $b^2 > 0$ (D) b^2 = 4ac

प्र.2 रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए |

1. एक समीकरण $P(x) = 0$, जहाँ $P(x)$ घात 2 का बहुपद हो, ... समीकरण कहलाती है |
2. किसी द्विघात समीकरण के अधिकतम ..... मूल होते हैं |
3. समीकरण $(x-3)(x+4) = 0$ के मूल ..... हैं |
4. यदि किसी द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक और समान हों तो उस समीकरण के विविक्तकर का मान ..... होगा |
5. द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के विविक्तकर का सूत्र है D = ...
6. द्विघात समीकरण से मूल ज्ञात करने का सूत्र प्राचीन भारतीय गणितज्ञ ..... ने दिया था।
7. द्विघात समीकरण का विविक्तिकर ऋणात्मक हो,तो मूल .....होंगे।
8. वर्ग समीकरण $(x-1)(x+1) = 0$ के मूल .....होगें |
9. यदि $P(x)$ एक द्विघात बहुपद है, तो $P(x)$ =0 को.....कहते है।
10. द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल ज्ञात करने हेतु सूत्र है: x =.....
11. यदि $b^2 - 4ac = 0$ हो,तो द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के दोनो मूल ..... होते है।
12. द्विघात समीकरण $x^2 + x - 1$ =0 के मूलों की प्रकृति .....होगी |

प्र.3 सही जोड़ी बनाइए |

स्तम्भ – A	स्तम्भ – B
(i) यदि किसी द्विघात समीकरण का विविक्तकर $D \geq 0$	(अ) $b^2 - 4ac = 0$
(ii) यदि $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल समान हों तब	(ब) तो मूल वास्तविक तथा भिन्न
(iii) द्विघात समीकरण $x^2 - 1 = 0$ के मूल	(स) $1, -1$
(iv) द्विघात समीकरण $x(x-3) = 0$ के मूल	(द) $3, 3$
(v) द्विघात समीकरण $(x-3)^2 = 0$ के मूल	(ई) $0, 3$

प्र.4 एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए |

1. समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ में मान $b^2 - 4ac$ क्या कहलाता है?

docs.aglasem.com

aglasem.com

2. यदि किसी द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक एवं समान हों तो उस समीकरण के विविक्तकर का मान कितना होगा?
3. यदि किसी द्विघात समीकरण के विविक्तकर का मान ऋणात्मक हो तो उस समीकरण के मूलों की प्रकृति कैसी होगी?
4. यदि किसी द्विघात समीकरण के विविक्तकर का मान धनात्मक हो तो उस समीकरण के मूलों की प्रकृति कैसी होगी?
5. द्विघात समीकरण का मानक रूप लिखिए?
6. द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का विविक्तिकर ज्ञात करने का सूत्र लिखिए?
7. यदि किसी वर्ग समीकरण का विविक्तिकर धनात्मक पूर्ण संख्या हो तो उसके मूल कैसे होगे?
8. वर्ग समीकरण $x^2 + 4x + 2 = 0$ के मूलो का योगफल क्या होगा?
9. वर्ग समीकरण $2x^2 + 4x + 6 = 0$ के मूलो का गुणनफल क्या होगा?
10. समीकरण जिसमें चर की अधिकतम घात दो हो तो क्या कहलाता है?
11. क्या $2x^2 + 3\sqrt{x} + 1 = 0$ एक द्विघात समीकरण है?
12. द्विघात समीकरण $2x^2 - 7x + 6 = 0$ के मूल क्या होंगे?
13. वर्ग समीकरण $x^2 + cx + b = 0$ के मूलो का योग कितना होगा?

प्र.5 सत्य / असत्य लिखिए |

1. एक द्विघात समीकरण के एक से अधिक मूल हो सकते हैं |
2. समीकरण $x(x-1) = 0$ के मूल 0 और -1 होंगे |
3. समीकरण $x^2 - 4x + 4 = 0$ के मूल समान होंगे |
4. $ax + b = 0$ एक द्विघात समीकरण है |
5. वर्ग समीकरण में चर की अधिकतम घात कुछ भी हो सकती है।
6. $x^2 - 1 = 0$ में x के मान 0 और 1 है।
7. जब वर्ग समीकरण के दोनो मूल समान हो तब विविक्तिकर D = 0 होता है।
8. वर्ग समीकरण $2x^2 + 4x + 6 = 0$ के मूलों का योगफल 2 है।
9. वर्ग समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ की सूत्र विधि गणितज्ञ पाइथागोरस द्वारा की गई है।
10. वर्ग समीकरण के अनेक हल होते है।
11. जब D≥ 0 तो वर्ग समीकरण के मूल वास्तविक होते है।

प्र.6 जाँच कीजिए कि समीकरण $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x-2)^3$ द्विघात समीकरण हैं या नहीं|

प्र.7 जाँच कीजिए कि समीकरण $(2x-1)(x-3) = (x+5)(x-1)$ द्विघात समीकरण हैं या नहीं|

प्र.8 जाँच कीजिए कि समीकरण $(x+2)^3 = 2x(x^2-1)$ द्विघात समीकरण हैं या नहीं|

प्र.9 निम्नलिखित स्थिति को गणितीय रूप में व्यक्त कीजिए:

एक रेलगाड़ी 480 km की दूरी समान चाल से तय करती है| यदि इसकी चाल 8 km/h कम होती तो वह उसी दूरी को तय करने में 3 घंटे अधिक लेती| हमें रेलगाड़ी की चाल ज्ञात करनी है |

प्र.10 निम्नलिखित स्थिति को गणितीय रूप में व्यक्त कीजिए:

दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल 306 है | हमें पूर्णांकों को ज्ञात करना है|

प्र.11 द्विघात समीकरण $2x^2 + kx + 3 = 0$ में k का ऐसा मान ज्ञात कीजिए जिससे समीकरण के दो बराबर मूल हों |

docs.aglasem.com
aglasem.com

प्र.12 द्विघात समीकरण $kx(x-2)+6=0$ में k का ऐसा मान ज्ञात कीजिए जिससे समीकरण के दो बराबर मूल हों |

प्र.13. गुणनखंड विधि से समीकरण $\sqrt{2}x^2+7x+5\sqrt{2}=0$ को हल कीजिए |

प्र.14. गुणनखंड विधि से समीकरण $2x^2-x+\frac{1}{8}=0$ को हल कीजिए |

प्र.15. द्विघात समीकरण $2x^2-7x+3=0$ के मूल ज्ञात कीजिए |

प्र.16 निम्न समी. के मूल ज्ञात कीजिए ?

$$y+\frac{1}{y}=3$$

प्र.17 दो संख्याएं ज्ञात कीजिए जिनका योग 17 तथा गुणनफल 72 हो |

प्र.18 दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 365 है |

प्र.19 दो ऐसे क्रमागत सम पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 244 हो

प्र.20 समीकरण $3x^2-2x+\frac{1}{3}=0$ का विविक्तिकर ज्ञात कीजिए ? और साथ ही मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए, यदि वे वास्तविक हैं तो उन्हे ज्ञात कीजिए ?

प्र.21 'k' का ऐसा मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए वर्ग समीकरण kx(x-2)+6=0 के दोनो मूल समान हों ?

प्र.22 सूत्र विधि से वर्ग समीकरण $2x^2 - 7x + 3 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए ?

प्र.23 वर्ग समीकरण $x^2 + 5x + 6 = 0$ के मूल सूत्र विधि से ज्ञात कीजिए।

प्र.24 निम्न वर्ग समीकरण को हल कीजिए: $\frac{1}{x}-\frac{1}{x-2}=3, x\neq 0$

प्र.25 एक रेलगाड़ी एक समान चाल से 360 किमी की दूरी तय करती है। यदि यह चाल 5 किमी/घंटा से अधिक होती है तो वह उसी यात्रा में 1 घण्टा कम समय लेती है। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए ?

प्र.26 यदि द्विघात समीकरण $2x^2+x-4=0$ के मूलों का अस्तित्व हो तो इन्हें पूर्ण वर्ग विधि द्वारा ज्ञात कीजिए ?

प्र.27 एक समकोण त्रिभुज की ऊंचाई उसके आधार से 7 सेमी कम है। यदि कर्ण 13 सेमी का हो तो अन्य दो भुजाएं ज्ञात कीजिए ?

प्र.28 पूर्ण वर्ग विधि से द्विघात समीकरण $2x^2 + x - 6 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए ?

प्र.29 पूर्ण वर्ग विधि से द्विघात समीकरण $4x^2+3x+5=0$ के मूल ज्ञात कीजिए ?

प्र.30 द्विघात समी. के मूल ज्ञात कीजिए ?

$$x-\frac{1}{x}=3, x\neq 0$$

प्र. 31. 3 वर्ष पूर्व राजेश की आयु (वर्षों में) का व्युत्क्रम और अब से 5 वर्ष पश्चात आयु के व्युत्क्रम का योग $\frac{1}{3}$ है। उसकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए ?

प्र.32. एक कुटीर उद्योग एक दिन में कुछ बर्तनों का निर्माण करता है | एक विशेष दिन यह देखा गया कि प्रत्येक नग की निर्माण लागत (रुपयों में) उस दिन के निर्माण किए बर्तनों की संख्या के दुगुने से 3 अधिक थी | यदि उस दिन की कुल निर्माण लागत ₹ 90 थी, तो निर्मित बर्तनों की संख्या और प्रत्येक नग की लागत ज्ञात कीजिए |

प्र33. एक आयताकार खेत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से 60 मी अधिक लंबा है | यदि बड़ी भुजा छोटी भुजा से 30 मी अधिक हो, तो खेत की भुजाएँ ज्ञात कीजिए |

docs.aglasem.com

aglasem.com

प्र.34. दो संख्याओं के वर्गों का अंतर 180 है | छोटी संख्या का वर्ग बड़ी संख्या का आठ गुना है | दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए |

प्र.35. दो पानी के नल एक – साथ एक हौज को $9\frac{3}{8}$ घंटों में भर सकते हैं | बड़े व्यास वाला नल हौज को भरने में, कम व्यास वाले नल से 10 घंटे कम समय लेता है | प्रत्येक द्वारा अलग से हौज को भरने के समय ज्ञात कीजिए |

प्र.36. दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग 468 m^2 है | यदि उनके परिमापों का अंतर 24 m हो, तो दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए |

प्र. 37 निम्न स्थिति को गणितीय रूप में व्यक्त कीजिए :

जॉन और जीवंती दोनों के पास कुल मिलाकर 45 कंचे हैं' | दोनों पॉंच – पॉंच कंचे खो देते हैं और अब उनके पास कंचों की संख्या का गुणनफल 124 है | हम जानना चाहेंगें की आरम्भ में उनके पास कितने कंचे थे |

प्र. 38 निम्न स्थिति को गणितीय रूप में व्यक्त कीजिए :

एक आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल 528 m^2 है | क्षेत्र की लम्बाई (मीटरों में)चौड़ाई के दुगुने से एक अधिक है | हमें भूखंड की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करनी है |

.....

उत्तरमाला
(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (A) 0 2. (B) वास्तविक और भिन्न 3. (B) 2

4. (A) $D = b^2 - 4ac$ 5. (A) $x^2 + 9x + 4 = 0$ 6. (A) $\frac{3}{2}, 2$

7. (A) $(x-2)^2 = x^2 + 3$ 8. (B) $\frac{14}{3}$ 9. (C) 0 और 1

10. (A) 28 11. (A) वास्तविक 12. (B) 2 13. (C) $1, 1$

14. (A) वास्तविक 15. (A) $0, -5$ 16. (A) $b^2 = 4ac$

उ.2. 1. द्विघात 2. दो 3. $3, -4$ 4. शून्य

5. $b^2 - 4ac$ 6. श्री धराचार्य 7. वास्तविक नहीं 8. 1, -1

9. वर्ग 10. $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 11. वास्तविक एवं समान

12.वास्तविक एवं भिन्न

उ. 3 1.↔ (ब), 2.↔ (अ), 3.↔ (स), 4.↔ (ई), 5.↔ (द)

उ.4. 1. विविक्तकर 2. शून्य 3. मूल वास्तविक नहीं होंगे

4. मूल वास्तविक और भिन्न होंगे 5. $ax^2 + bx + c = 0$ 6. $D = b^2 - 4ac$

7. वास्तविक एवं भिन्न 8. -4 9. 3

10. वर्ग समीकरण 11. नहीं 12. $2, \frac{3}{2}$ 13. $-c$

उ.5. 1. असत्य 2. असत्य 3. सत्य 4. असत्य 5. असत्य 6. असत्य 7. सत्य

8. असत्य 9. असत्य 10. असत्य 11. सत्य

.....

docs.aglasem.com

aglasem.com

अध्याय 5: समांतर श्रेणी

स्मरणीय बिंदु

- एक समांतर श्रेढ़ी (Arithmetic Progression) संख्याओं की एक ऐसी सूची है जिसमें प्रत्येक पद (पहले पद के अतिरिक्त) अपने पद में एक निश्चित संख्या जोड़ने पर प्राप्त होता है| यह निश्चित संख्या सार्व अंतर कहलाती है |
- किसी समांतर श्रेढ़ी (A.P.) में सार्व अंतर धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकता है |
- व्यापक समांतर श्रेढ़ी (A.P.): $a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots$, जहाँ a पहला पद और d सार्व अंतर है |
- ऐसी समांतर श्रेढ़ी जिसमें पदों की संख्या सीमित होती है परिमित समांतर श्रेढ़ी कहलाती है|
- ऐसी समांतर श्रेढ़ी जिसमें पदों की संख्या असीमित होती है अपरिमित समांतर श्रेढ़ी कहलाती है|
- समांतर श्रेढ़ी (A.P.): $a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots$, का
  व्यापक पद $a_n = a+(n-1)d$ है |
- समांतर श्रेढ़ी (A.P.): $a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots$, में पदों की संख्या यदि n है तो
  श्रेढ़ी का अंतिम पद $l = a+(n-1)d$ है |
- समांतर श्रेढ़ी (A.P.): $a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots$, के प्रथम n पदों का योग
  $S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ है |
- समांतर श्रेढ़ी (A.P.): $a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots$, में पदों की संख्या यदि n है तो
  श्रेढ़ी के n पदों का योग $S_n = \frac{n}{2}[a+l]$ है |

प्र.1 सही विकल्प चुनिए |

1. A.P. : $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \ldots$ के लिए प्रथम पद एवं सार्व- अंतर क्रमशः हैं:

   (A) $\frac{3}{2}, -1$ (B) $-\frac{3}{2}, 1$ (C) $-\frac{3}{2}, -1$ (D) $\frac{3}{2}, 1$

2. A.P. : $10, 7, 4, , \ldots$ का 30 वां पद है:

   (A) 97 (B) 77 (C) -77 (D) -87

3. A.P. : $-3, -\frac{1}{2}, 2, , \ldots$ का 11 वां पद है:

   (A) 28 (B) 22 (C) -38 (D) $-48\frac{1}{2}$

4. $3, 6, 9, \ldots$ का कौनसा पद 27 है:

   (A) पाँचवाँ (B) आठवाँ (C) नवाँ (D) छटवाँ

5. $-5, \frac{-5}{2}, 0, \frac{5}{2}, \ldots\ldots$ का 11 वाँ पद है:

   (A) - 20 (B) 20 (C) - 30 (D) 30

6. समांतर श्रेणी 6,4,2,..... का सार्व-अंतर है -

   (A) 2 (B) 6 (C) -2 (D) 4

7. समांतर श्रेणी 2,5,8,..... का 5वां पद है:

   (A) 11 (B) 14 (C) 2 (D) 3

docs.aglasem.com
aglasem.com

8. किसी श्रेणी का प्रथम पद 7 तथा सार्व-अंतर -2 हो तो प्रथम चार पद होंगे -

(A) 7,5,3,1 (B) -7,-4,-1,2 (C)7,9,11,13 (D) 7,6,5,4

9. समान्तर श्रेणी में a = 28, d = -4, n = 7 तब a_7 है :

(A) 4 (B) 5 (C) 3 (D) 7

10. श्रेणी 3,1,-1,-3 का प्रथम पद एवं सार्व-अंतर है

(A) 1 और 3 (B) -1 और 3 (C) 3 और -2 (D) 2 और 3

11. 3 के गुणज प्रथम पांच पदों का योगफल है:

(A) 45 (B) 55 (C) 65 (D) 75

12. समांतर श्रेणी 5,8,11,14,..... का 10 वां पद :

(A) 28 (B) 17 (C) 32 (D) 42

13. समांतर श्रेणी का सार्व-अंतर ज्ञात कीजिए जबकि $a_{18} - a_{14} = 32$ हो:

(A). 8 (B). - 8 (C). - 4 (D). 4

प्र.2 रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए |

1. समांतर श्रेणी $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \ldots$ में सार्वअंतर d ..... है |
2. यदि किसी समांतर श्रेणी का n वाँ पद $3 + 2n$ हो तब श्रेणी का प्रथम पद ..... होगा |
3. समांतर श्रेणी का प्रथम पद a तथा सार्व-अंतर d हो तो उसका दसवां पद .....होगा ।
4. यदि a , b , c समांतर श्रेणी में है, तब b को a और c का ..... कहते हैं।
5. n पदों वाली समांतर श्रेणी का प्रथम पद a तथा अंतिम पद l हो, तो श्रेणी का योगफल..... होता है।
6. समांतर श्रेणी के कोई दो लगातार पदों का अन्तर ..... कहलाता है।
7. 9 और 7 का समांतर माध्य ..... होता है।
8. समांतर श्रेणी $\frac{3}{\sqrt{5}}, \frac{4}{\sqrt{5}}\sqrt{5}$ ... ... का सार्व-अंतर ..... है |
9. श्रेणी 2, 5, 8,11,..... का 8 वां पद..... है।
10. समांतर श्रेणी $2\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0$ का अगला पद ..... है।
11. समांतर श्रेणी में a = 3 तथा l = 15 हो तो 5 पदों का योग ..... होगा।
12. समांतर श्रेणी में a = -18 , n = 10 तथा $a_n = 0$ हो तो सार्व-अंतर d = ... होगा।

प्र.3 सही जोड़ी बनाइए |

स्तम्भ – A	स्तम्भ – B
(i) व्यापक समांतर श्रेढ़ी (A.P.)	(a) अपरिमित समांतर श्रेढ़ी
(ii) ऐसी समांतर श्रेढ़ी जिसमें पदों की संख्या सीमित हो	(b) $a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots$
(iii) ऐसी समांतर श्रेढ़ी जिसमें पदों की संख्या असीमित हो	(c) परिमित समांतर श्रेढ़ी
(iv) समांतर श्रेणी का n वाँ पद	(d) $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$
(v) समांतर श्रेणी के n पदों का योग	(e) $a_n = a + (n-1)d$

प्र.4 एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए |

1. A.P.: $2, 7, 12, \ldots$ के 10 वें पद का मान लिखिए |
2. A.P.: $4, 6, 8, \ldots, 40$ में पदों की संख्या बताइए |

docs.aglasem.com
aglasem.com

3. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$, ... समांतर श्रेणी है या नहीं?
4. 4, 0, - 4 का अगला पद क्या होगा?
5. -2, 4, 10 का सार्व-अंतर क्या होगा ?
6. यदि किसी श्रेणी के पदों की संख्या सीमित न हो तो उसे क्या कहते हैं ?
7. 5,10,15------- के 8 पदों का योग क्या होगा ?
8. -1, -2, -3 का 6 वां पद लिखिए|

प्र.5 सत्य / असत्य लिखिए |

1. $-2, 2, -2, 2, -2, \ldots$ एक समांतर श्रेढ़ी है |
2. यदि a, b, c A.P. में हैं तब $b = \frac{a+c}{2}$ है|
3. श्रेढ़ी $8, 6, 4, \ldots$ का 6वाँ पद -2 है |
4. 1, 2, 4, 8,---------- समांतर श्रेणी है|
5. 3 और 5 का समांतर माध्य 4 है|
6. समांतर श्रेणी के n पदों का योगफल a_n=a+(n-1)d होता है|
7. यदि $\frac{6}{5}, a, 4$, d,... समांतर श्रेणी है, तो a का मान $\frac{13}{5}$ होगा|
8. -5,-1,3,7,---------- का सार्व-अंतर 6 होगा|
9. $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \ldots$ ..समांतर श्रेणी है|
10. समांतर श्रेणी के पदों का योगफल $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d,$ है|

प्र.6 समांतर श्रेणी $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}, \ldots \ldots$ का प्रथम पद एवं सार्व-अंतर ज्ञात कीजिए|

प्र.7 समांतर श्रेणी का प्रथम पद $a = -2$ और सार्व-अंतर $d = 2$ हो तो अगले चार पद लिखिए|

प्र.8 समांतर श्रेणी 10,7,4,--------- का 10 वां पद ज्ञात कीजिए|

प्र.9 5 के प्रथम 10 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए|

प्र.10 श्रेणी -3,$-\frac{1}{2}, 2$ का 6वां पद ज्ञात कीजिए|

प्र.11 ऐसे प्रथम 10 धनात्मक पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए जो 5 से विभाज्य हो|

प्र.12 समांतर श्रेणी 2,7,12,------- के 10 पदों तक योग ज्ञात कीजिए|

प्र.13 यदि 8, A, 6 समांतर श्रेणी में है तो A का मान ज्ञात कीजिए|

प्र.14 किसी समांतर श्रेणी का 17 वां पद उसके 10 वे पद से 7 अधिक है| इसका सार्व-अंतर ज्ञात कीजिए|

प्र.15 समांतर श्रेणी का प्रथम पद एवं सार्व-अंतर ज्ञात कीजिए जिसका तीसरा पद 5 और 7 वां पद 9 है |

प्र. 16 समांतर श्रेणी 7,13,19,-------- 205 में कितने पद हैं?

प्र. 17 यदि $a_n = 3 + 4n$ हो तो प्रथम दो पद ज्ञात कीजिए|

प्र.18 तीन अंकों वाली कितनी संख्याएँ 7 से विभाज्य है|

प्र.19 दो अंकों वाली कितनी संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं|

प्र.20 समांतर श्रेणी 21,18,15,------- का कौनसा पद -81 है?

प्र.21 क्या संख्याओं की सूची $5, 11, 17, 23 \ldots$ का कोई पद 301 है? क्यों?

प्र.22 यदि किसी समांतर श्रेणी के तीसरे और नौवें पद क्रमशः 4 और - 8 है, तो इसका कौनसा पद शून्य होगा?

docs.aglasem.com
aglasem.com

प्र.23 10 और 250 के बीच में 4 के कितने गुणज हैं?

प्र.24 उस A.P.का 31 वाँ पद ज्ञात कीजिए, जिसका 11 वाँ पद 38 है और 16 वाँ पद 73 है |

प्र.25. वह A.P. निर्धारित कीजिए जिसका तीसरा पद 5 और 7 वाँ पद 9 है |

प्र. 26 श्रेणी 3, 8, 13,18 का कौनसा पद 78 होगा?

प्र.27. क्या A.P.: $11, 8, 5, 2...$ का एक पद -150 है? क्यों?

प्र.28 किसी समांतर श्रेणी के प्रथम और अंतिम पद क्रमशः 17 और 350 हैं | यदि सार्व-अंतर 9 है, तो इसमें कितने पद हैं और इनका योग क्या है?

प्र.29 दो समांतर श्रेणियों का सार्व-अंतर समान हैं यदि इनके 100 वे पदों का अंतर 100 है, तो इनके 1000 वे पदों का अंतर क्या होगा?

प्र.30 समांतर श्रेणी 24, 21, 18,------ के कितने पद लिए जाए ताकि उनका योग 78 हो ?

प्र.31 636 योग प्राप्त करने के लिए समांतर-श्रेणी 9,17, 25,.... के कितने पद लेने चाहिए ?

प्र.32 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए|

प्र.33 फूलों की एक क्यारी की पहली पंक्ति में 23 गुलाब के पौधे हैं, दूसरी पंक्ति में 21 गुलाब के पौधे हैं, तीसरी पंक्ति में 19 गुलाब के पौधे हैं, इत्यादि| उसकी अंतिम पंक्ति में 5 गुलाब के पौधे हैं| इस क्यारी में कुल कितनी पंक्तियाँ हैं?

प्र.34 वह $A.P.$ ज्ञात कीजिए जिसका तीसरा पद 16 है और 7 वाँ पद 5 वें पद से 12 अधिक है |

प्र.35 समांतर श्रेणी(A.P.) 10, 7, 4,....., - 62 का अंतिम पद से 11वां पद ज्ञात कीजिए|

प्र.36 समांतर श्रेणी 3,15, 27, 39,..... का कौनसा पद उसके 54वे पद से 132 अधिक होगा|

प्र.37 n के किस मान के लिए दोनों समांतर श्रेणियों 63, 65, 67,..... और 3,10,17,..... के n वें पद बराबर होंगे |

प्र.38 समांतर श्रेणी (A.P) 3, 8, 13,....,253 में अंतिम पद से 20 वां पद ज्ञात कीजिए|

प्र.39 यदि किसी समांतर श्रेणी के प्रथम 14 पदों का योग 1050 है तथा इसका प्रथम पद 10 है तो 20वां पद ज्ञात कीजिए|

प्र.40 प्रथम 100 धन पूर्णांक संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए|

प्र.41 संख्याओं की उस सूची के प्रथम 24 पदों का योग ज्ञात कीजिए,जिसका n वां पद $a_n = 3 + 2n$ से दिया जाता है|

प्र.42 एक समांतर श्रेणी में $a_n = 4, d = 2$ और $s_n = -14$ दिया है n और a का मान ज्ञात कीजिए|

प्र.43 a , b एवं c के मान ज्ञात कीजिए जिसमें कि a , 7 , b, 23 और c एक A.P. में हों |

.....

उत्तरमाला
(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1.	1. (A) $\frac{3}{2}, -1$	2. (C) -77	3. (B) 22	4. (C) नवाँ
	5. (B) 20	6. (C) - 2	7. (B) 14	8. (A) 7, 5, 3, 1
	9. (A) 4	10. (C) 3 और - 2	11. (A) 45	12. (C) 32

docs.aglasem.com
aglasem.com

13. (A) 8

उ.2. 1. -1 2. 5 3. a + 9 d 4. समांतर माध्य

5. $\frac{n}{2}(a+l)$ 6. सार्व-अंतर 7. 8 8. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

9. 23 10. $-\sqrt{2}$ 11. 45 12. 2

उ. 3 (i).↔ (b), (ii).↔ (c), (iii).↔ (a), (iv).↔ (e), (v).↔ (d)

उ.4. 1. 47 2. 19 3. है | 4. - 8 5. 6 6. अपरिमित श्रेणी

7. 180 8. – 6

उ.5. 1. असत्य 2. सत्य 3 . सत्य 4. असत्य 5. सत्य 6. असत्य

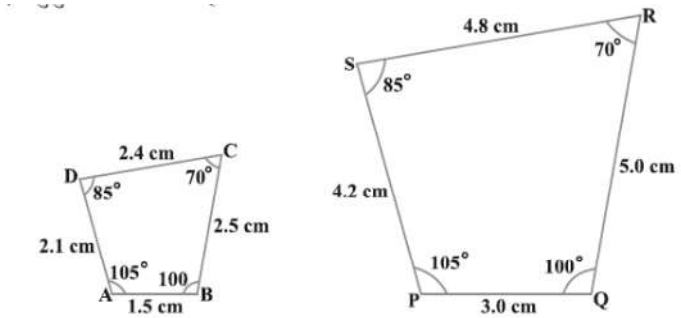
7. सत्य 8. असत्य 9. सत्य 10. सत्य

.....

अध्याय 6: त्रिभुज

स्मरणीय बिंदु

- वे सभी आकृतियाँ जिनके आकार (Shapes) समान होते हैं परन्तु इनके माप (Sizes) समान होने आवश्यक नहीं हैं, समरूप आकृतियाँ कहलाती हैं। सभी वृत समरूप होते हैं।
- दो बहुभुज (Polygons) समरूप कहलाते हैं यदि उनके संगत कोण बराबर हों और उनकी संगत भुजाएं समानुपातिक हों।



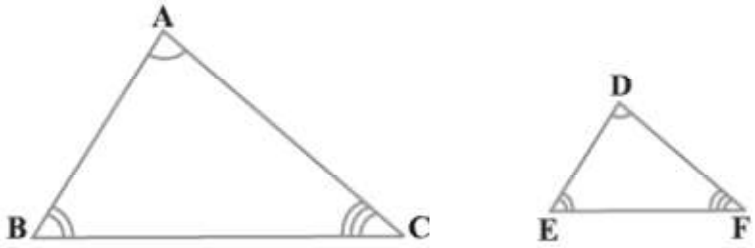
चतुर्भुज ABCD और चतुर्भुज PQRS में

$\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R, \angle D = \angle S$ तथा $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CD}{RS} = \frac{DA}{SP}$

अत: चतुर्भुज ABCD ~ चतुर्भुज PQRS

- सभी वृत समरूप होते हैं |
- सभी वर्ग समरूप होते हैं |
- सभी समबाहु त्रिभुज समरूप होते हैं |
- दो त्रिभुज समरूप होते हैं यदि उनके संगत कोण बराबर हों और उनकी संगत भुजाएं समानुपातिक हों।

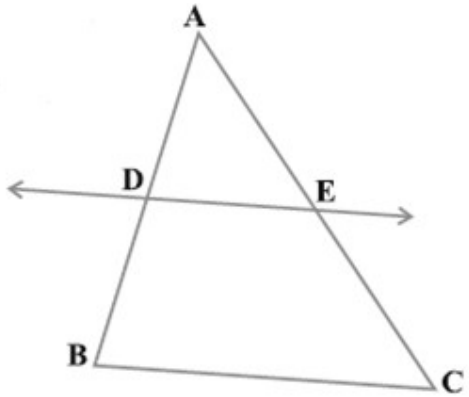
docs.aglasem.com
aglasem.com



ΔABC और ΔDEF में यदि $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$ तथा $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

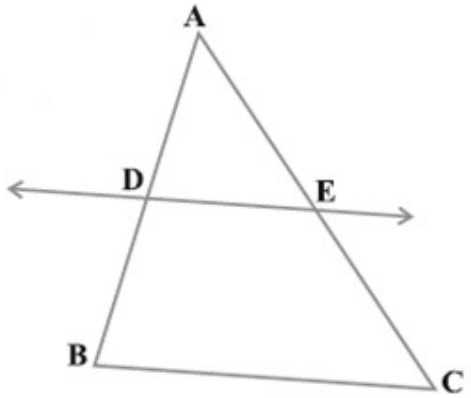
तो $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

- दो समानकोणिक त्रिभुजों में उनकी संगत भुजाओं का अनुपात सदैव समान रहता है |
- **आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय (Basic Proportionality Theorem) (थेल्स प्रमेय (Thales Theorem)) :** यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर अन्य दो भुजाओं को भिन्न- भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएं एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।



ΔABC *में यदि* DE // *BC* तो $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

- **आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय का विलोम (Converse Basic Proportionality Theorem):** यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करे, तो वह तीसरी भुजा के समान्तर होती है।



ΔABC *में यदि* $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ तो DE // *BC.*

- **त्रिभुजों की समरूपता के लिए कसोटियां (Criteria for Similarity of Triangles)**

docs.aglasem.com
aglasem.com

1. **AAA (कोण –कोण –कोण) कसोटी**: यदि दो त्रिभुजों में, संगत कोण बराबर हों, तो उनकी संगत भुजाएं एक ही अनुपात में (समानुपाती) होती हैं और इसीलिए ये त्रिभुज समरूप होते हैं।
2. **AA (कोण –कोण) कसोटी**: यदि एक त्रिभुज के दो कोण एक अन्य त्रिभुज के क्रमशः दो कोणों के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।
3. **SSS (भुजा –भुजा –भुजा) कसोटी**: यदि दो त्रिभुजों में, एक त्रिभुज की भुजाएं दूसरे त्रिभुज की भुजाओं के समानुपाती हों तो इनके संगत कोण बराबर होते हैं , और इसीलिए ये त्रिभुज समरूप होते हैं।
4. **SAS (भुजा – कोण – भुजा):** यदि एक त्रिभुज का एक कोण दुसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो तथा इन कोणों को अंतर्गत करने वाली भुजाएं समानुपाती हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

- दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है।
- दो समरूप त्रिभुजों की भुजाएँ 4:9 के अनुपात में हैं | इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात 16:81 होगा |
- यदि किसी समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर लंब डाला जाए तो इस लंब के दोनों ओर बने त्रिभुज संपूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं तथा परस्पर भी समरूप होते हैं।
- **पाइथागोरस प्रमेय:** एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।
- पाइथागोरस प्रमेय को पहले एक प्राचीन भारतीय गणितज्ञ बौधायन (लगभग 800 ई. पू.) ने निम्नलिखित रूप में दिया था:

  एक आयत का विकर्ण स्वयं से उतना ही क्षेत्रफल निर्मित करता है, जितना उसकी दोनों भुजाओं से मिलकर बनता है।

  इसका अर्थ है: किसी आयत के विकर्ण से बने वर्ग का क्षेत्रफल इसकी दोनों आसन्न भुजाओं पर बने वर्गों के योग के बराबर होता है।

  इस कारण पाइथागोरस प्रमेय को कभी-कभी बौधायन प्रमेय भी कहा जाता है।
- **पाइथागोरस प्रमेय का विलोम (Converse of Pythagoras Theorem):** यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

प्र.1 सही विकल्प चुनिए|

1. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर अन्य दो भुजाओं को भिन्न- भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएं एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं। इस कथन को निम्नलिखित नाम से जाना जाता है:

   (A) आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय (B) पाइथागोरस प्रमेय

   (C) RHS प्रमेय (D) इनमें से कोई नहीं

2. ΔABCमें, $AB = 6\sqrt{3}\ cm$, $AC = 12\ cm$ और $BC = 6\,cm$ है | तब $\angle B$ का मान होगा:

   (A) 120^0 (B) 60^0 (C) 90^0 (D) 45^0

3. किसी ΔABCमें $DE \| AB$ तथा $CD = 3\ cm, EC = 4\,cm, BE = 6\ cm$ तब DA होगा:

   (A) 7.5 cm (B) 3 cm (C) 4.5 cm (D) 6 cm

4. यदि एक त्रिभुज में किसी एक भुजा का वर्ग, अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण होगा :

docs.aglasem.com

aglasem.com

(A) 90^0 (B) 60^0 (C) 180^0 (D) 45^0

5. किसी त्रिभुज ΔABC में $DE \| BC$ है | $AD = x$, $DB = (x-2)$, $AE = (x+2)$ तथा $EC = (x-1)$ तब x का मान होगा:

(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

6. दो समरूप त्रिभुजों के भुजाओं का अनुपात 4 : 9 है तो त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा।

(A) 2 : 3 (B) 4 : 9 (C) 81 : 16 (D) 16 : 81

7. पायथागोरस प्रमेय भारत में निम्न गणितज्ञ द्वारा दिया गया था

(A) आर्यभट्ट (B) श्री धराचार्य (C) ब्रह्मगुप्त (D) बौधायन

8. सभी वर्ग होते हैं:

(A) समान (B) समरूप (C) सर्वांगसम (D) उपर्युक्त सभी

9. एक आदमी पूर्व की ओर 12 मी चलता है फिर वह उत्तर की ओर 9 मीटर चलता है। अब वह प्रारंभिक बिंदु से कितनी दूर होगा

(A) 12 मी (B) 9 मी (C) 15 मी (D) 25 मी

10. निम्न में से कौन-सा समकोण त्रिभुज है यदि भुजाओं की लम्बाई निम्न है:

(A) 2, 3, 4 (B)6, 8, 10 (C) 8, 5, 11 (D) 8, 15, 19

11. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल क्रमश: $\mathbf{9cm^2}$ और$\mathbf{16cm^2}$ हैं ,तो उनकी भुजाओं का अनुपात है:

(A) 3 : 4 (B) 4 : 7 (C) 2 : 3 (D) 4 : 5

12. ΔABC एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है, जहाँ $AB = 4\sqrt{2}\ cm$ और $\angle B = 90^0$ है, तो उनके कर्ण की लम्बाई

(A) **12 cm** (B) **8 cm** (C) $\mathbf{8\sqrt{2}}$ **cm** (D) $\mathbf{12\sqrt{2}}$ **cm**

13. किसी समबाहु त्रिभुज में यदि तो $AD \perp BC$ तो

(A) $\mathbf{2AB^2 = 3AD^2}$ (B) $\mathbf{4AB^2 = 3AD^2}$ (C) $\mathbf{3AB^2 = 4AD^2}$ (D) $\mathbf{3AB^2 = 2AD^2}$

14. समरूपता के लिये आवश्यक प्रतिबंध है:

(A) कोण-कोण-कोण समरूपता (B) कोण-कोण समरूपता
(C) कोण-भुजा-कोण समरूपता (D) उपर्युक्त सभी

15. भुजाओं **8 cm**, **15 cm**, **17 cm**, से निर्मित त्रिभुज होगा:

(A) समद्विबाहु त्रिभुज (B) समकोण त्रिभुज
(C) समद्विबाहु समकोण (D) समबाहु त्रिभुज

प्र.2 रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए |

1. सभी वृत ..... होते हैं | (सर्वांगसम, समरूप)
2. सभी वर्ग ..... होते हैं | (सर्वांगसम, समरूप)
3. सभी..... त्रिभुज समरूप होते हैं | (समद्विबाहुहु, समबाहु)
4. दो समान कोणिक त्रिभुजों में उनकी संगत भुजाओं का अनुपात सदैव..... होता है | (समान, असमान)
5. यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करे, तो कि वह तीसरी भुजा के..... होती है I (समांतर , असमांतर)
6. समरूप त्रिभुज की संगत भुजाऐं ---------- होती हैं।
7. समरूप त्रिभुज के संगत कोण ---------- होते है।
8. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात किन्हीं दो भुजाओं के------ के अनुपात के बराबर

docs.aglasem.com
aglasem.com

होता है।

9. यदि दो त्रिभुजों की संगत भुजायें समानुपातिक हो, तो त्रिभुज ------- होंगे।
10. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों में 16 : 9 का अनुपात है। तो उनकी संगत भुजाओं में ------ का अनुपात होता है।
11. दो समरूप त्रिभुजों की भुजाओं का अनुपात 9 : 11 है। तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात -------- होगा।

प्र.3 सही जोड़ी मिलाइए |

	स्तम्भ- अ		स्तम्भ- ब
I.	त्रिभुज समरूप होते है	(a)	थेल्स प्रमेय
II.	आधारभूत आनुपातिक प्रमेय	(b)	समरूप
III.	सभी वर्ग होते है	(c)	कर्ण^2 = आधार^2 + लंब^2
IV.	पाईथागोरस प्रमेय	(d)	समबाहु
V.	त्रिभुजों की माध्यिकायें	(e)	आनुपातिक
VI.	समरूप त्रिभुजों की संगत भुजायें	(f)	संगामी

प्र.4 एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए |

1. क्या सभी समद्विबाहु त्रिभुज समरूप होते हैं ?
2. क्या सभी वर्ग समरूप होते हैं |
3. थेल्स प्रमेय का कथन लिखो।
4. पाईथागोरस प्रमेय का कथन क्या है?
5. क्या भुजाओं **6cm**, **8 cm** एवं **10 cm** से निर्मित त्रिभुज समकोण त्रिभुज होगा?
6. एक आदमी **10 m** पूर्व की ओर और उसके पश्चात् **24 m** उत्तर की ओर जाता है तो उसकी प्रारंभिक बिंदु से दूरी क्या होगी?
7. यदि कोई दो समरूप त्रिभुजो की माध्यिकाओं का अनुपात 4 : 5 है तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात होगा।
8. समकोण त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा को कहते है?

प्र.5 सत्य / असत्य लिखिए |

1. दो त्रिभुजों में संगत कोण बराबर हों, तो उनकी संगत भुजाएं एक ही अनुपात में (समानुपाती) होती हैं और इसीलिए ये त्रिभुज समरूप होते हैं |
2. यदि एक त्रिभुज के दो कोण एक अन्य त्रिभुज के क्रमशः दो कोणों के बराबर हों, तो त्रिभुज समरूप होते हैं |
3. एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के अंतर के बराबर होता है |
4. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है |
5. यदि दो त्रिभुज समकोणिक हो तो त्रिभुज समरूप होंगे।
6. यदि त्रिभुजों की संगत भुजायें आनुपातिक हो तो वे त्रिभुज समरूप नहीं होते।
7. समकोण त्रिभुज में कर्ण सबसे बड़ी भुजा होती है।
8. समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग त्रिभुज की किसी एक भुजा के वर्ग के बराबर होता है।
9. दो त्रिभुजों में संगत भुजायें एक ही अनुपात में हो, तो उनके संगत कोण बराबर होते हैं।

docs.aglasem.com
aglasem.com

10. त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × आधार × ऊँचाई होती है।

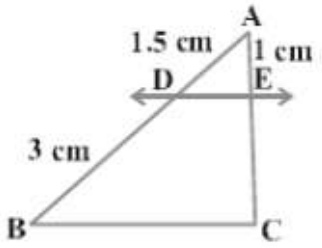
11. दो समरूप आकृतियों अनिवार्यत: सर्वांगसम होते है।

12. दो सर्वांगसम त्रिभुज की आकृतिया सदैव समरूप होती है।

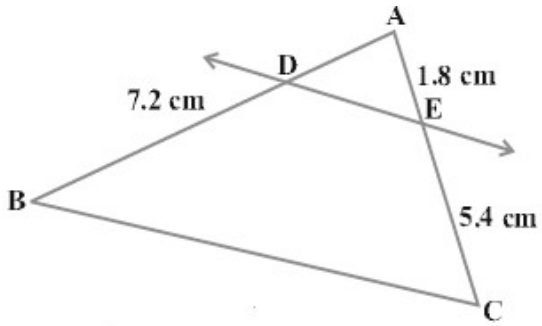
13. दो समरूप त्रिभुजों के कोण आनुपातिक होते है।

14. दो समरूप त्रिभुजों के परिमाप आपस में बराबर होते है।

प्र.6 आकृति में $DE \| BC$ है | EC ज्ञात कीजिए |



प्र.7 आकृति में $DE \| BC$ है | AD ज्ञात कीजिए |



प्र.8 लंबाई 6 मी. वाले एक ऊर्ध्वाधर स्तंभ की भूमि पर छाया की लंबाई 4 मी है, जबकि उसी समय एक मीनार की छाया की लंबाई 28 मी है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिये।

प्र.9. मान लीजिये $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ है और उनके क्षेत्रफल क्रमश: 64 सेमी^{2} और 121 सेमी^{2} है। यदि हो $EF = 15.4\ cm$ हो तो BC ज्ञात कीजिये।

प्र.10. एक सीढ़ी किसी दीवार पर इस प्रकार टिकी हुई है कि इसका निचला सिरा दीवार से $2.5\ m$ की दूरी पर है तथा इसका ऊपरी सिरा भूमि से 6 मी की ऊँचाई पर बनी एक खिड़की तक पहुंचता है। सीढ़ी की लंबाई ज्ञात कीजिये।

प्र.11. दो खंबे जिनकी ऊँचाई 6 मी और 11 मी हैं तथा ये समतल भूमि पर खड़े है। यदि इनके पाद बिन्दुओं के बीच की दूरी 12 मी है तो इनके ऊपरी सिरों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिये।

प्र.12. 10 मी लंबी एक सीढ़ी एक दीवार पर टिकाने पर भूमि से 8 मी की ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की तक पहुंचती है। दीवार के आधार से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी ज्ञात कीजिये।

प्र.13. एक समबाहु त्रिभुज ABC की भुजा 2a है। उसके प्रत्येक शीर्षलंब की लंबाई ज्ञात कीजिये।

प्र.14. त्रिभुज ΔABC में, D और E क्रमश: भुजा AB और AC के बिंदु इस प्रकार $DE \| BC$ है।
यदि $AD = 4, AE = 8\ cm,\ DB = x - 4$ और $EC = 3x - 19$ तो x का मान ज्ञात कीजिये।

प्र.15. 18 मी ऊँचे एक ऊर्ध्वाधर खंबे के ऊपरी सिरे से एक तार का एक सिरा जुड़ा हुआ है तथा तार का दूसरा सिरा एक खूंटे से जुड़ा हुआ है। खंभे के आधार से खूंटे को कितनी दूरी पर गाड़ा जाये कि तार तना रहे जबकि तार की लंबाई 24 मी है।

प्र.16. दो समरूप त्रिभुजों की परिमाप क्रमश: 25 सेमी और 15 सेमी है। यदि पहले त्रिभुज एक भुजा 9 सेमी है तो दूसरे त्रिभुज की संगत भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिये।

प्र.17. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल क्रमश: 144 सेमी^{2} एवं 81 सेमी^{2} है। बड़े त्रिभुज की बड़ी भुजा की लम्बाई 36 सेमी है। तो छोटे त्रिभुज की बड़ी भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिये।

docs.aglasem.com
aglasem.com

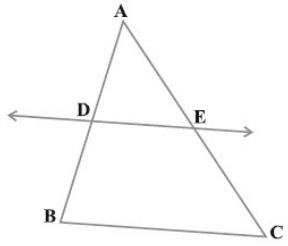
प्र.18. दो समरूप त्रिभुज ΔABC और ΔDEF में यदि $\angle A = 47°, \angle E = 83°$ तो $\angle C$ का मान ज्ञात कीजिये।

प्र.19. यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ तथा $AB = 9.1\ cm$ एवं $DE = 6.5\ cm$ यदि ΔDEF का परिमाप 25 cm तो ΔABC का परिमाप क्या है ?

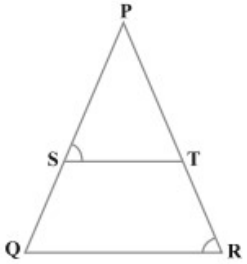
प्र.20. दो समरूप त्रिभुजों ΔABC एवं ΔDEF में यदि $BC = 3\ cm, EF = 4CM$ और ΔABC का क्षेत्रफल 54 cm^2 है तो ΔDEF का क्षेत्रफल क्या होगा?

प्र.21. ΔABC में $DE \parallel BC$ एवं $\frac{AD}{BD} = \frac{3}{5}$,यदि $AC = 5.6$ तो AE का माप ज्ञात कीजिये।

प्र.22. यदि कोई रेखा एक त्रिभुज ΔABC की भुजाओं AB और AC को क्रमशः D और E पर प्रतिच्छेद करें तथा भुजा BC के समांतर हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ होगा?

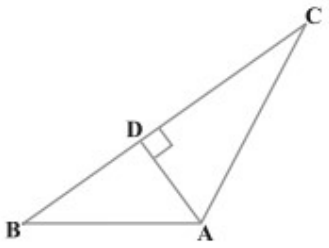


प्र.23 आकृति में $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ है तथा $\angle PST = \angle PRQ$ है | सिद्ध कीजिए कि ΔPQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है|



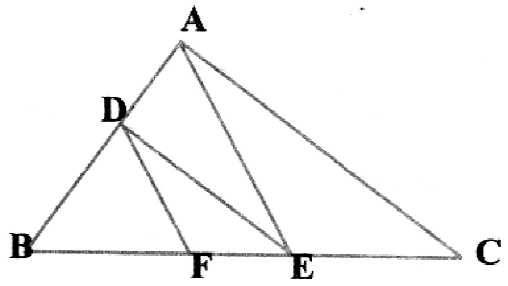
प्र.24 ABCD एक समलंब चतुर्भुज है जिसमें $AB \| DC$ है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं | दर्शाइए कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है|

प्र.25 आकृति में $AD \perp BC$ है | सिद्ध कीजिए कि $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$ है |



प्र.26. आकृति में $DE \parallel AC$ और $DF \parallel AE$ है। सिद्ध कीजिये कि $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ है |

docs.aglasem.com
aglasem.com



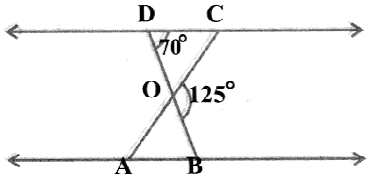
प्र.27. एक चतुर्भुज $ABCD$ के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{BO}=\frac{CO}{DO}$ है। दर्शाइए कि $ABCD$ एक समलंब चतुर्भुज है |

प्र.28. एक समलंब $\boldsymbol{ABCD}$ जिसमें $\boldsymbol{AB \parallel DC}$ है के विकर्ण परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं| यदि $\boldsymbol{AB = 2CD}$ हो तो त्रिभुजों $\boldsymbol{AOB}$ और $\boldsymbol{COD}$ के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिये।

प्र.29. $\Delta\boldsymbol{ABC}$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसका कोण $\boldsymbol{C}$ समकोण है सिद्ध कीजिये कि $\boldsymbol{AB^2 = 2AC^2}$ है।

प्र.30. एक त्रिभुज $\boldsymbol{ABC}$ की भुजा $\boldsymbol{BC}$ पर एक बिंदु $\boldsymbol{D}$ इस प्रकार स्थित है कि $\angle ADC = \angle BAC$ है| दर्शाइये कि $\boldsymbol{CA^2 = CB.CD}$ है |

प्र.31. आकृति में यदि $\Delta\boldsymbol{ODC} \sim \Delta\boldsymbol{OBA}$, $\angle BOC = 125°$ एवं $\angle ODC = 70°$ तो $\angle DOC$, $\angle DCO$ और$\angle OAB$ के मान ज्ञात करो



प्र.32. 90 सेमी की लंबाई वाली एक लड़की बल्ब लगे एक खंभे के आधार से $\boldsymbol{1.2m/s}$ की चाल से चल रही है। यदि बल्ब भूमि से $\boldsymbol{3.6\ cm}$ की ऊँचाई पर है तो 4 सेकण्ड बाद उस लड़की की छाया की लंबाई ज्ञात कीजिये।

प्र.33. एक हवाई जहाज एक हवाई अड्डे से उत्तर की ओर 1000 $\boldsymbol{km\ /\ hr}$ की चाल से उड़ता है। इसी समय एक अन्य हवाई जहाज उसी हवाई अड्डे से पश्चिम की ओर 1200 की $\boldsymbol{km\ /\ hr}$ की चाल से उड़ता है। $\boldsymbol{1\frac{1}{2}}$ घंटे बाद दोनों हवाई जहाजों के बीच की दूरी कितनी होगी।

प्र.34. आधारभूत समानुपातिकता (थेल्स प्रमेय) का कथन लिखो एवं सिद्ध करो।

प्र.35. $\boldsymbol{AD}$ और $\boldsymbol{PM}$ त्रिभुजों $\boldsymbol{ABC}$ और $\boldsymbol{PQR}$ की क्रमश: माध्यिकायें है जबकि $\Delta\boldsymbol{ABC} \sim \Delta\ \boldsymbol{PQR}$ है। सिद्ध कीजिये कि $\frac{\boldsymbol{AB}}{\boldsymbol{PQ}} = \frac{\boldsymbol{AD}}{\boldsymbol{PM}}$ है।

प्र.36. यदि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल बराबर हो तो सिद्ध कीजिये कि वे त्रिभुज सर्वांगसम होते है।

प्र.37. सिद्ध कीजिये दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है।

प्र.38. सिद्ध कीजिये एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

प्र.39. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

प्र.40. किसी समबाहु त्रिभुज में, सिद्ध कीजिए कि उसकी एक भुजा के वर्ग का तिगुना उसके एक शीर्ष लंब के वर्ग के चार गुने के बराबर होता है।

प्र.41. $\boldsymbol{PQR}$ एक समकोण त्रिभुज है। जिसका कोण $\boldsymbol{P}$ समकोण है। तथा $\boldsymbol{QR}$ पर बिन्दु $\boldsymbol{M}$ इस प्रकार स्थित है कि $\boldsymbol{PM \perp QR}$ है। दर्शाइए कि $\boldsymbol{PM^2 = QM\ .MR}$ है।

.....

docs.aglasem.com
aglasem.com

उत्तरमाला
(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (A) आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय 2. (C) 90^0 3 . (C) 4.5 cm

4. (A) 90^0 5. (B) 4 6. (D) 16 : 81 7. (D) बौधायन 8. (B) समरूप

9. (C) 15 मी 10. (B) 6 , 8 ,10 11. (A) 3 : 4 12. (B) 8 cm

13. (C) $3AB^2 = 4AD^2$ 14. (D) उपर्युक्त सभी 15. (B) समकोण त्रिभुज

उ.2. 1. समरूप 2. समरूप 3 . समबाहु 4. समान 5. समांतर 6. समानुपातिक

7. बराबर 8. वर्गों 9. समरूप 10. 4 : 3 11. 81 : 121

उ. 3 (I).↔ (d), (II).↔ (a), (III).↔ (b), (IV).↔ (c), (V).↔ (f) (VI).↔ (e)

उ.4. 1. नहीं 2. हाँ

3. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर अन्य दो भुजाओं को भिन्न- भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएं एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।

4. एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

5. हाँ 6. 26 m 7. 16 : 25 8. कर्ण

उ.5. 1. सत्य 2. सत्य 3 . असत्य 4. सत्य 5. सत्य 6. असत्य

7. सत्य 8. असत्य 9. सत्य 10. सत्य 11. असत्य 12. सत्य

13. असत्य 14. असत्य

.....

अध्याय 7: निर्देशांक ज्यामिति

स्मरणीय बिंदु

1. किसी बिन्दु की y – अक्ष से दूरी उस बिन्दु का x – निर्देशांक या भुज कहलाती है। किसी बिन्दु की x – अक्ष से दूरी उस बिन्दु का y – निर्देशांक या कोटि कहलाती है।
2. दो बिन्दु $P(x_1, , y_1)$ तथा $Q(x_2, y_2)$ के बीच दूरी: $PQ = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$.
3. दो बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को बिंदु $P(x, y)$, $m_1 : m_2$ के अनुपात में विभाजित करता है तो $P(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} , \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}\right)$.
4. यदि रेखाखण्ड AB के सिरों के निर्देशांक $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ हैं तो AB के मध्य-बिंदु के निर्देशांक होंगे : $(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.
5. यदि किसी त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक (x_1, y_1), (x_2, y_2) तथा (x_3, y_3) हैं तो उसके केन्द्रक के निर्देशांक $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} , \frac{y_1 + y_2 + y_2}{3}\right)$ होंगे।

प्र1. सही विकल्प चुनिये:

1. मूल बिन्दु के निर्देशांक हैं :

(a) (x, y) (b) $(x, 0)$ (c) $(0, y)$ (d) $(0, 0)$

2. x – अक्ष पर स्थित मूल बिन्दु से 4 इकाई की दूरी पर स्थित एक बिन्दु के निर्देशांक होंगे :

(a) $(0, 4)$ (b) $(4, 0)$ (c) $(0, -4)$ (d) $(0, 0)$

3. बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ के बीच की दूरी होगी:

(a) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ (b) $AB = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(c) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$ (d) $AB = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$

4. बिन्दु $(8, 6)$ और $(0, 0)$ के बीच की दूरी होगी:

docs.aglasem.com
aglasem.com

(a) $4\sqrt{2}$ (b) 10 (c) $\sqrt{10}$ (d) $\sqrt{14}$

5. बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाली रेखा के मध्य-बिन्दु के निर्देशांक होंगे:

(a). $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ (b). $\left(\frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

(c). $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}\right)$ (d). $\left(\frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}\right)$

6. बिन्दुओं $A(1, 2)$ और $B(3, 4)$ को मिलाने वाली रेखा के मध्य-बिन्दु के निर्देशांक होंगे:

(a) $(2, 3)$ (b) $(3, 2)$ (c) $(0, 0)$ (d) $(4, 4)$

7 . यदि किसी बिन्दु P के निर्देशांक (x, y) है तो **x** को क्या कहते है**?**

(a) P का भुज (b) P की कोटि

(c) y के निर्देशांक (d) इनमें से कोई नहीं

8. बिन्दु A $(2, 3)$ की Y – अक्ष से दूरी है:

(a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) 5

9. बिन्दुओं A $(0, 6)$ और B $(0, 2)$ के बीच की दूरी है:

(a) 6 (b) 8 (c) 4 (d) 2

10. बिन्दु $(-4, -7)$ किस चतुर्थांश में स्थित है?

(a) प्रथम (b) द्वितीय (c) तृतीय (d) चतुर्थ

11. बिन्दुओं $(0, 7)$ और $(-7, 0)$ के बीच की दूरी है।

(a) 7 (b) $7\sqrt{2}$ (c) $2\sqrt{7}$ (d) 14

12. बिन्दु P $(2, 3)$ की x – अक्ष से दूरी है:

(a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) 5

13. y –अक्ष पर प्रत्येक बिन्दु का x **–** निर्देशांक होता है :

(a) 2 (b) 0 (c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं

प्र.2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये:

1. एक वृत के व्यास के सिरों के निर्देशांक $(-3, 4)$ और $(3, -4)$ हैं | तब उसके केंद्र के निर्देशांक ..... होंगे |
2. बिन्दु $(4, 5)$..... चतुर्थांश में स्थित है |
3. यदि एक बिन्दु का y – निर्देशांक 0 है। तब वह ..... अक्ष पर स्थित होगा।
4. x -अक्ष और y – अक्ष का प्रतिच्छेद बिन्दु .....कहलाता है।
5. बिन्दु $(-2, 3)$ में कोटि ..... है।
6. बिन्दु (-4 **,** 5) में भुज ..... है।
7. किसी त्रिभुज के शीर्ष $(4, 3)$, $(2, -3)$ तथा $(-3, 6)$ है। उसके केन्द्रक के निर्देशांक .....होंगे।
8. यदि एक बिंदु का x निर्देशांक 0 है। तब वह..... अक्ष पर स्थित होगा।
9. बिन्दु $(-5, -4)$, ... चतुर्थांश में है।

प्र.3 सही जोड़ी बनाइये।

स्तम्भ - अ	स्तम्भ - ब
I. x – अक्ष पर बिन्दु के निर्देशांक	(a) चतुर्थ
II. y – अक्ष पर बिन्दु के निर्देशांक	(b) $(0, 0)$

docs.aglasem.com

aglasem.com

III. बिन्दु $(3, -4)$ वाला चतुर्थांश है (c) $\sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

IV. मूलबिन्दु के निर्देशांक (d) $(x, 0)$

V. बिन्दु (x_1, y_1) की मूल बिन्दु से दूरी (e) $(0, y)$

प्र.4. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए:

1. बिन्दु $A(3, 4)$ की मूलबिंदु से दूरी क्या होगी?
2. बिन्दु $A(-1, 2)$ और $B(3, -4)$ को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु के निर्देशांक क्या होंगे?
3. बिन्दुओं $(-3, 4)$ और $(2, 3)$ के बीच की दूरी क्या होगी?
4. बिन्दु A $(-3, -4)$ की मूलबिन्दु से दूरी क्या होगी?
5. बिन्दु A $(1, 2)$ और B $(3, 4)$ को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु के निर्देशांक क्या होंगे?
6. किसी त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक $(4, 3)$, $(2, -3)$ तथा $(-3, 5)$ है, उसके केन्द्रक निर्देशांक क्या होंगे?
7. मूलबिन्दु से बिन्दु (x, y) की दूरी लिखो।
8. यदि त्रिभुज के शीर्ष निर्देशांक (x_1, y_1), (x_2, y_2) तथा (x_3, y_3) हैं तो उसके केन्द्रक के निर्देशांक क्या होंगे?
9. मूल बिन्दु के निर्देशांक क्या है?

प्र.5. सत्य / असत्य लिखिए:

1. किसी बिन्दु का भुज शून्य है और कोटि 3 है तब वह $x-$अक्ष पर स्थित होगा |
2. $y-$ अक्ष पर मूलबिंदु से 10 इकाई दूरी पर स्थित बिन्दु के निर्देशांक $(10, 0)$ होंगे |
3. बिन्दु $P(x, y)$ की मूलबिंदु से दूरी $\sqrt{x^2 + y^2}$ होती है |
4. $y-$ अक्ष पर स्थित बिन्दु के निर्देशांक $(0, y)$ रूप के होते हैं |
5. बिन्दु (1, 5) प्रथम चतुर्थांश में स्थित होगा।
6. यदि किसी बिन्दु P के निर्देशांक (2, 5) हो तो 5 को P का भुज कहते है।
7. मूल बिन्दु से बिन्दु (x , y) की $\sqrt{x^2 + y^2}$ दूरी है।
8. किसी बिन्दु का भुज शून्य है, तब वह $x-$ अक्ष पर स्थित होगा।
9. किसी बिन्दु की कोटि शून्य है, तब वह $y-$ अक्ष में स्थित होगा।
10. मूलबिन्दु के निर्देशांक (0, 0) है।
11. बिन्दु (-8 , 6) द्वितीय निर्देशांक में स्थित होगा।
12. किसी बिन्दु की कोटि शून्य है तब वह $x-$अक्ष पर स्थित होगा।
13. किसी बिन्दु की भुज शून्य है, तब $y-$वह अक्ष पर स्थित होगा।

प्र 6 . बिन्दुओं (0 , 0) और (36 , 5) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिये।

प्र 7. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिये जो बिन्दुओं (-1, 7) और (4, -3) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 2 : 3 के अनुपात में विभाजित करता है।

प्र 8. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिये जो बिन्दुओं (2, 5) और (-5, -2) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 3 : 4 अनुपात में विभाजित करता है।

प्र 9. त्रिभुज का केन्द्रक ज्ञात कीजिये जिसके शीर्ष (1, 4), (-1, -1), (3, -2) है।

प्र10. वृत्त के केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिये यदि उसके व्यास के सिरे के निर्देशांक (-3, 4) एवं (- 5, 6) है।

प्र 11. किसी रेखाखण्ड के मध्यबिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए यदि उसके सिरे के निर्देशांक (-9 , 8) एवं (5 , -7)

docs.aglasem.com

aglasem.com

है।

प्र.12. बिन्दुओं $(2, 3)$ और $(4, 1)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

प्र.13. बिन्दुओं $(-5, 7)$ और $(-1, 3)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

प्र.14. बिन्दुओं (a, b) और $(-a, -b)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

प्र. 15. x और y में एक संबंध ज्ञात कीजिए, ताकि बिंदु (x, y) बिन्दुओं $(7, 1)$ और $(3, 5)$ से समदूरस्थ हो।

प्र. 16. x और y में एक संबंध ज्ञात कीजिए, ताकि बिंदु (x, y) बिन्दुओं $(3, 6)$ और $(-3, 4)$ से समदूरस्थ हो।

प्र 17. क्या बिन्दु (3, 2), (-2, -3) और (2, 3) एक त्रिभुज के शीर्ष हैं? यदि हाँ, तो बताइये कि किस प्रकार का त्रिभुज बनता है।

प्र 18. जांच कीजिये कि क्या बिन्दु (5, -2), (6, 4) और (7, -2) एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।

प्र. 19. यदि बिंदु $A(6, 1)$, $B(8, 2)$, $C(9, 4)$ और $D(p, 3)$ एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष इसी क्रम में हों तो p का मान ज्ञात कीजिए।

प्र20. वह अनुपात ज्ञात कीजिये जिसमें बिन्दुओं **A** (1, -5) और **B**(-4, 5) को मिलाने वाला रेखाखण्ड x- अक्ष से विभाजित होता है।

प्र 21. बिन्दु **A** के निर्देशांक ज्ञात कीजिये जहाँ **AB** एक वृत्त का व्यास है। जिसका केन्द्र (2, -3) है तथा **B** के निर्देशांक (1, 4) हैं।

प्र 22. **y** का वह मान ज्ञात कीजिये जिसके लिये बिन्दु **P** (2, - 3) और **Q** (10, - **y**) के बीच की दूरी 10 मात्रक है।

प्र 23. यदि बिन्दु **C** (1, -2) रेखाखण्ड **A** (2, 5) तथा **B** को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 3 : 4 में विभाजित करता है, तो **B** के निर्देशांक ज्ञात करो।

प्र 24. बिन्दुओं **A** (2, -2) और **B** (-7 , 4) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिये।

प्र25. बिन्दुओं **A** (-2 , 2) तथा **B** (2 , 8) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड **AB** को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिये।

प्र 26. यदि बिन्दु **A** (-2 , -1), **B** (1, 0), **C** (x , 3) तथा **D** (1 , **y**) समांतर चतुर्भुज के निर्देशांक तो x और **y** के मान ज्ञात कीजिये।

प्र 27. **y** - अक्ष के किसी बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करो जो बिन्दु **A** (6, 5) तथा **B** (-4 , 3) से समदूरस्थ हो।

प्र 28. यदि **Q** (0, 1) बिन्दुओं **P** (5, -2) और **R** (x , 6) से समदूरस्थ है तो x के मान ज्ञात कीजिये। दूरियाँ **QR** और **PR** भी ज्ञात कीजिये।

प्र 29. यदि बिन्दु (1, 2), (4, **y**), (x , 6) और (3, 5) इसी क्रम में लेने पर, एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हो तो x और y ज्ञात कीजिये।

प्र 30. दर्शाइए कि बिंदु (1, 7), (4, 2), (-1, - 1) और (- 4, 4) एक वर्ग के शीर्ष हैं।

.....

उत्तरमाला

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (d) $(0, 0)$ 2. (b) $(4, 0)$

3. (a) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 4. (b) 10

docs.aglasem.com

aglasem.com

5. (a). $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ 6. (a) $(2, 3)$

7. (a) P का भुज 8. (a)2 9. (c) 4 10. (c)तृतीय

11. (b) $7\sqrt{2}$ 12. (b)3 13. (b)0

उ.2. 1. $(0, 0)$ 2. प्रथम 3. x 4. मूलबिंदु

5. 3 6. -4 7. $(1, 2)$ 8. y 9. तृतीय

उ. 3 (I).↔ (d), (II).↔ (e), (III).↔ (a), (IV).↔ (b), (V).↔ (c)

उ.4. 1. 5 2. $(1, -1)$ 3. $\sqrt{26}$ 4. 5 5. $(2, 3)$

6. $\left(1, \frac{5}{3}\right)$ 7. $\sqrt{x^2+y^2}$

8. $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ 9. $(0, 0)$

उ.5. 1. असत्य 2. असत्य 3. सत्य 4. सत्य 5. सत्य 6. असत्य

7. सत्य 8. असत्य 9. असत्य 10. सत्य 11. सत्य 12. सत्य

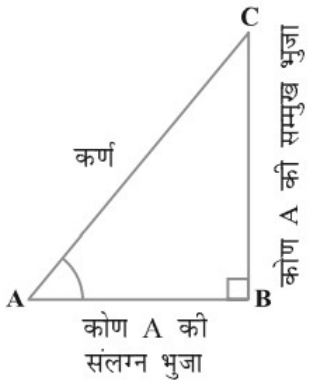
13. सत्य

.....

अध्याय 8: त्रिकोणमिति का परिचय

स्मरणीय बिंदु

- त्रिकोणमितीय अनुपात: **समकोण त्रिभुज** ABC में



$$\sin A = \frac{\text{कोण A की सम्मुख भुजा}}{\text{कर्ण}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos A = \frac{\text{कोण A की संलग्न भुजा}}{\text{कर्ण}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan A = \frac{\text{कोण A की सम्मुख भुजा}}{\text{कोण A की संलग्न भुजा}} = \frac{BC}{AB}$$

docs.aglasem.com
aglasem.com

$$\cos ecA = \frac{1}{\sin A} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{कोण A की सम्मुख भुजा}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{कोण A की संलग्न भुजा}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\text{कोण A की संलग्न भुजा}}{\text{कोण A की सम्मुख भुजा}} = \frac{AB}{BC}$$

- $\sin\theta.\cos ec\theta = 1 \Rightarrow \frac{1}{\sin\theta} = \cos ec\theta \Rightarrow \frac{1}{\cos ec\theta} = \sin\theta$

  $\cos\theta.\sec\theta = 1 \Rightarrow \frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta \Rightarrow \frac{1}{\sec\theta} = \cos\theta$

  $\tan\theta.\cot\theta = 1 \Rightarrow \frac{1}{\tan\theta} = \cot\theta \Rightarrow \frac{1}{\cot\theta} = \tan\theta$

- **कुछ विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात**

$\theta \Rightarrow$ $t.r.$ $\Downarrow$	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\cos ec\theta$	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞
$\cot\theta$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

- **पूरक कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात**

  $\sin(90^0 - \theta) = \cos\theta$

  $\cos(90^0 - \theta) = \sin\theta$

  $\tan(90^0 - \theta) = \cot\theta$

  $\cos ec(90^0 - \theta) = \sec\theta$

  $\sec(90^0 - \theta) = \cos ec\theta$

docs.aglasem.com

aglasem.com

$\cot(90^0 - \theta) = \tan\theta$

- **त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ**

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow 1 - \sin^2\theta = \cos^2\theta \Rightarrow 1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta$

$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \Rightarrow \sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta \Rightarrow \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta \Rightarrow \operatorname{cosec}^2\theta - 1 = \cot^2\theta \Rightarrow \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

प्र.1. सही विकल्प चुनिए:

(1) sin2A = 2sinA तब सत्य होगा जबकि A बराबर है:

(अ) 0^0 (ब) 30^0 (स) 45^0 (द) 60^0

(2) $1 + \tan^2\theta$ का मान है:

(अ) $\cot^2\theta$ (ब) $\sec^2\theta$ (स) $\cot\theta$ (द) $\sec\theta$

(3) $\frac{1-tan^2 45°}{1+tan^2 45°} =$

(अ) $\tan 90^0$ (ब) 1 (स) $\sin 45^0$ (द) 0

(4) यदि $\operatorname{Cosec}\theta = \sqrt{10}$ हो तो $\cos\theta$ =

(अ) $\sqrt{10}$ (ब) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (स) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (द) 1

(5) $\tan 30^0 . \sin 30^0 . \cot 60^0 . \operatorname{cosec} 30^0$ =

(अ) 1/2 (ब) 1/3 (स) 1/4 (द) 1

(6) $\frac{sin6\ °}{cos27} =$

(अ) $\sqrt{2}$ (ब) 2 (स) 3 (द) 1

(7) $\frac{1+tan^2 A}{1+cot^2 A} =$

(अ) 1 (ब) $\cot^2 A$ (स) tanA (द) $\tan^2 A$

(8) $9\sec^2 A - 9\tan^2 A$ =

(अ) 1 (ब) 8 (स) 9 (द) 0

(9) cosec (90 - A) का मान है:

(अ) sinA (ब) secA (स) cosecA (द) cotA

(10) यदि $\theta = 60^0$ तो $\sin\theta + \cos\theta$ का मान होगा|

(अ) 2 (ब) 1 (स) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (द) 0

(11) $\cos^2 17 - \sin^2 73$ का मान होगा:

(अ) 1 (ब) 1/3 (स) 0 (द) -1

(12) $\frac{2\tan 30^0}{1+\tan^2 30^0} =$

(अ) $\sin 60^0$ (ब) $\cos 60^0$ (स) $\tan 60^0$ (द) $\sin 30^0$

(13) $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} =$

(अ) $\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$ (ब) $\frac{1-\cos\theta}{\cos\theta}$ (स) $\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$ (द) $\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$

(14) $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}$ का मान होगा:

docs.aglasem.com

aglasem.com

(अ) cotθ - cosecθ (ब) cosecθ + cotθ (स) 1 (द) cosecθ - cotθ

(15) $(1+\tan\theta+\sec\theta)(1+\cot\theta-\cos ec\theta)$ बराबर है :

(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) – 1

(16) $\frac{1+\tan^2 A}{1+\cot^2 A}$ बराबर है :

(अ) $\sec^2 A$ (ब) -1 (स) $\cot^2 A$ (द) $\tan^2 A$

(17) $(\sec A+\tan A)(1-\sin A)$ बराबर है :

(अ) $\sec A$ (ब) $\sin A$ (स) $\cos ecA$ (द) $\cos A$

प्र. 2 रिक्त स्थानों की पूर्ति करो |

(i) $\sqrt{1-cos^2\theta}$ का मान ..... होगा|

(ii) $\frac{cot59^\circ}{tan31^\circ}$ का मान ..... होगा|

(iii) sec (90 - θ) का मान ..... होगा|

(iv) $\sqrt{sec^2\theta-1}$ का मान ..... होगा|

(v) cosec 45^0 का मान ..... होगा|

(vi) $\frac{sin18^\circ}{cos72^\circ}$ का मान ..... होगा|

(vii) $\tan^2\theta - \sec^2\theta$ का मान ..... होगा|

(viii) $\tan^2 60$ का मान ..... होगा|

(ix) cosec (90 - θ) sin (90 - θ) का मान ..... होगा|

(x) $tan\theta = \frac{3}{4}$ हो तो sinθ मान ..... होगा|

प्र.3. सही जोड़ी मिलाइए:

1.

स्तम्भ – अ	**स्तम्भ - ब**
1. $\sin\theta$	**(i).** $\sqrt{3}$
2. $\sec\theta.\cos\theta$	**(ii).** लंब / कर्ण
3. $\tan 30^0$	**(iii).** 1
4. $\cot\theta$	**(iv).** $\frac{1}{\sqrt{3}}$
5. $\sec(90-\theta)$	**(v).** $\sqrt{\cos ec^2\theta-1}$
	(vi). $\cos ec\theta$

2.

स्तम्भ – अ	**स्तम्भ - ब**
1. $\cos ec60^0$	**(i).** 1
2. $\tan(90-\theta)$	**(ii).** ∞
3. $\sin 48^0 \sec 42^0 + \cos 48^0 \cos ec42^0$	**(iii).** $\frac{2}{\sqrt{3}}$
4. $\sin^2\theta+\cos^2\theta$	**(iv).** $\cot\theta$
5. $\tan 90^0$	**(v).** 2

3.

स्तम्भ – अ	**स्तम्भ - ब**
1. $\sec^2 3\theta - \tan^2 3\theta$	**(i).** $\cot^2\theta$

docs.aglasem.com

aglasem.com

2. $2\tan\theta.\cot\theta$ (ii). $\sec\theta$

3. $1+\tan^2\theta$ (iii). 1

4. $\cos ec^2\theta - 1$ (iv). 2

5. $\cos ec(90-\theta)$ (v). $\sec^2\theta$

4.

	स्तम्भ – अ	स्तम्भ - ब
1.	$1+\cot^2\theta$	(i). $\cos ec\theta$
2.	$\sec\theta$	(ii). 0
3.	$\sin^2\theta+\cos^2\theta$	(iii). $\sqrt{3}$
4.	$\tan 60^0$	(iv). 1
5.	$\sec(90-\theta)$	(v). $\cos ec^2\theta$
		(vi). $\frac{1}{\cos\theta}$
		(vii). $\frac{1}{\sqrt{3}}$

5.

	स्तम्भ – अ	स्तम्भ - ब
1.	$1+\tan^2\theta$	(i). $\cos ec^2\theta$
2.	$\tan(90-\theta)$	(ii). $\sec^2\theta$
3.	$\sqrt{1-\cos^2\theta}$	(iii). $\frac{1}{\sqrt{2}}$
4.	$1+\cot^2\theta$	(iv). $\cot\theta$
5.	$\sin 45^0$	(v). $\sin\theta$

6.

	स्तम्भ – अ	स्तम्भ - ब
1.	$\sin 60^0$	(i). $\sec^2\theta$
2.	$1+\tan^2\theta$	(ii). $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3.	$\frac{1}{\sec\theta}$	(iii). $\cot^2\theta$
4.	$\cos^2\theta+\sin^2\theta$	(iv). $\cos\theta$
5.	$\cos ec^2\theta - 1$	(v). 1

7.

	स्तम्भ – अ	स्तम्भ - ब
(i)	$1 - \cos^2A$	(अ) $\sec^2A$
(ii)	$\sin(90 - A)$	(ब) $\sin^2A$
(iii)	$1 - \sin^2A$	(स) $\cos A$

docs.aglasem.com

aglasem.com

(iv)	$1 + \tan^2 A$	**(द)** cotA
(v)	tan (90 - A)	**(ई)** 1
(vi)	$\sec^2 A - \tan^2 A$	**(फ)** $\cos^2 A$

8.

	स्तम्भ – अ	**स्तम्भ - ब**
(i)	$\sin 30^0$	**(अ)** 0
(ii)	$\tan 45^0$	**(ब)** $\sqrt{3}/2$
(iii)	$\sec 45^0$	**(स)** $1/\sqrt{3}$
(iv)	$\cos 90^0$	**(द)** 1/2
(v)	$\sin 60^0$	**(ई)** $\sqrt{2}$
(vi)	$\tan 30^0$	**(फ)** 1

प्र.04 एक शब्द / वाक्य में उत्तर लिखिए |

(i) $1 + \tan^2\theta$ का मान लिखिए |

(ii) $1 + \cot^2\theta$ का मान लिखिए |

(iii) $\cos (90 - \theta)$ का मान लिखिए |

(iv) $\tan 30^0$ का मान लिखिए |

(v) $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ का मान लिखिए |

(vi) $\frac{tan65^\circ}{cot25}$ का मान बताइए |

(vii) $\cos 85^0 + \cos 75^0$ को 0^0 और 45^0 के बीच के त्रिकोणमितीय अनुपातों के पदों में व्यक्त कीजिए |

(viii) $\sin 25^0.\cos 65^0 + \cos 25^0.\sin 65^0$ का मान क्या होगा?

प्र.05 सत्य/ असत्य लिखिए |

(i) θ के सभी मानों के लिए $\sin\theta = \cos\theta$ होता है|

(ii) tan A का मान सदैव 1 से कम होता है|

(iii) tanA , tan और A का गुणनफल होता है |

(iv) sin(A + B) = sin A + sin B

(v) A = 0^0 पर cotA परिभाषित नहीं है |

प्र.06 यदि 15 cot A = 8 हो तो sinA का मान क्या होगा?

प्र.07 यदि $\sin\theta = \cos\theta$ तो θ का मान क्या होगा?

प्र.08 $\text{cosec}(90 - \theta) \sin(90 - \theta)$ किसके बराबर है?

प्र.09 यदि tanA = 3/4 हो तो sinθ का मान क्या होगा ?

प्र.10 यदि $\theta = 30^0$ तो $2\cos 2\theta$ का मान क्या होगा?

प्र.11 $\frac{\sin 61^0}{\cos 29^0}$ का मान क्या होगा?

प्र.12 $\tan 15^0 . \tan 20^0 . \tan 70^0 . \tan 75^0$ का मान क्या होगा?

docs.aglasem.com

aglasem.com

प्र.13 यदि $5\cot\theta = 3$ तब $5\sin\theta - 3\cos\theta$ का मान क्या होगा?

प्र.14 यदि $\sqrt{2}\cos\theta = 1$ हो तो θ का मान क्या होगा?

प्र.15 $\sin^2 45^0 + \cos^2 45^0$ का मान क्या होगा?

प्र.16 यदि $\text{cosec}\,\theta = 5/3$ हो तो $\cot\theta$ का मान क्या होगा?

प्र.17 $\sin^2 18^0 + \sin^2 72^0$ का मान क्या होगा?

प्र.18 यदि $\sqrt{3}\tan\theta = 1$ तो 0 से 90^0 के बीच θ का मान क्या होगा?

प्र.19 दिखाइए कि $\cos 38^0 \cos 52^0 - \sin 38^0 \sin 52^0 = 0$.

प्र..20 यदि A, B और C त्रिभुज ABC के अंतःकोण हों तो $\sin\frac{(B+C)}{2} = \cos\frac{A}{2}$.

प्र.21 यदि $\sin 3A = \cos(A - 26^0)$ हो जहाँ 3A एक न्यूनकोण है तो A का मान ज्ञात कीजिए |

प्र.22 सिद्ध कीजिए $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$.

प्र.23 यदि $3\cos A = 4$ तो जाँच कीजिए कि $\frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A} = \cos^2 A - \sin^2 A$ है या नहीं |

प्र.24 $\tan(A+B) = \sqrt{3}$ और $\tan(A - B) = 1/\sqrt{3}$, $0^0 < A+B \leq 90^0$, $A > B$ तो A और B का मान ज्ञात कीजिए |

प्र.25. मान निकालिए: $\sin 60^0 \cos 30^0 + \sin 30^0 \cos 60^0$.

प्र.26. मान निकालिए: $2\tan^2 45^0 + \cos^2 30^0 - \sin^2 60^0$.

प्र.27. दिखाइए कि: $\tan 48^0 \tan 23^0 \tan 42^0 \tan 67^0 = 1$.

प्र.28. यदि $\tan 2A = \cot(A - 18^0)$, जहाँ $2A$ एक न्यूनकोण है, तो A का मान ज्ञात कीजिए |

प्र.29. यदि $\sec 4A = \text{cosec}(A - 20^0)$, जहाँ $4A$ एक न्यूनकोण है, तो A का मान ज्ञात कीजिए|

प्र.30. मान निकालिए: $\dfrac{\sin^2 63^0 + \sin^2 27^0}{\cos^2 17^0 + \cos^2 73^0}$.

प्र.31. मान निकालिए: $\sin 25^0 \cos 65^0 + \cos 25^0 \sin 65^0$.

प्र.32. यदि $\tan A = \dfrac{4}{3}$, हो तो A के अन्य त्रिकोणमितीय अनुपात ज्ञात कीजिए|

प्र.33. यदि $\sec\theta = \dfrac{13}{12}$, हो तो $\sin A$ का मान ज्ञात कीजिए |

प्र.34. यदि $\sin A = \dfrac{3}{4}$, तो $\cos A$ और $\tan A$ का मान परिकलित कीजिए |

प्र.35 यदि $15\cot A = 8$ हो तो $\sin A$ और $\sec A$ का मान परिकलित कीजिए |

प्र.36. यदि ΔABC में जिसका कोण B समकोण है, $AB = 24cm$ और $BC = 7\ cm$ है, तो $\sin A$ और $\sin C$ के मान ज्ञात कीजिए |

प्र.37. $\dfrac{\tan 65^0}{\cot 25^0}$ का मान परिकलित कीजिए |

प्र.38. $\cos 48^0 - \sin 42^0$ का मान परिकलित कीजिए |

प्र.39 यदि $\tan A = \cot B$, तो सिद्ध कीजिए कि $A + B = 90^0$.

प्र.40 $\cot 85^0 + \cos 75^0$ को 0^0 और 45^0 के बीच के कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपातों के पदों में व्यक्त कीजिए |

प्र.41 $\sin 67^0 + \cos 75^0$ को 0^0 और 45^0 के बीच के कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपातों के पदों में व्यक्त

docs.aglasem.com

aglasem.com

कीजिए |

प्र.42 सिद्ध कीजिए :

$$\frac{cotA - cosA}{cotA + cosA} = \frac{cosecA - 1}{cosecA + 1}$$

प्र.43 सिद्ध कीजिए $secA(1 - sinA)(secA + tanA) = 1$

प्र.44 सिद्ध कीजिए $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A.$

प्र.45 सिद्ध कीजिए $(cosec\theta - cot\theta)^2 = \frac{1-cos\,\theta}{1+co\ \ \theta}.$

प्र.46 सिद्ध कीजिए $\frac{sin\theta - 2si\ ^3\theta}{2cos^3\theta - cos\,\theta} = tan\theta$

प्र.47 सर्वसमिका $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{sin\theta - cos\theta + 1}{sin\theta + cos\theta - 1} = \frac{1}{sec\theta - tan\theta}$$

प्र.48 त्रिकोणमितीय सर्वसमिका $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ को सिद्ध कीजिए |

प्र.49 $cot\theta = \frac{7}{8}$ तो $\frac{(1 + \sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$ का मान ज्ञात कीजिए |

प्र.50 ΔPQR में जिसका कोण Q समकोण है, PR + QR = 25 cm. और PQ= 5 cm. है| sinP, cosP और tanP के मान ज्ञात कीजिए |

प्र.51 सिद्ध कीजिए: $(\sin A+\operatorname{cosec} A)^2+(\cos A+\sec A)^2 = 7 + \tan^2 A + \cot^2 A.$

प्र.52. सिद्ध कीजिए: $\frac{1+\sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1-\cos A}.$

प्र.53 यदि $\angle B$ और $\angle Q$ ऐसे न्यूनकोण हों जिससे कि $\sin B = \sin Q$, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle B = \angle Q$.

प्र.54 एक समकोण त्रिभुज ABC में, जिसका कोण B समकोण है, यदि $\tan A = 1$ तो सत्यापित कीजिए क $2\sin A\cos A = 1.$

प्र.55 $\frac{\cos 45^0}{\sec 30^0 + \operatorname{cosec} 30^0}$ का मान ज्ञात कीजिए |

.....

उत्तरमाला
(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (अ) 0^0 2. (ब) $\sec^2\theta$ 3. (द) 0 4. (ब) $\frac{3}{\sqrt{10}}$

5. (ब). $\frac{1}{3}$ 6. (द) 1 7. (द) $\tan^2 A$ 8. (स) 9

9. (ब) sec A 10. (स) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ 11. (स) 0 12. (अ) $\sin 60^0$

13. (स) $\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$ 14. (ब) $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ 15. (स)2 16. (द) $\tan^2 A$

17. (द) $\cos A$

उ.2. 1. $\sin\theta$ 2. 1 3. $\operatorname{cosec}\theta$ 4. $\tan\theta$ 5. $\sqrt{2}$

6. 1 7. -1 8. 3 9. 1 10. $\frac{3}{5}$

उ. 3 1. (1).↔ (ii), (2).↔ (iii), (3).↔ (iv), (4).↔ (v), (5).↔ (vi)

2. (1).↔ (iii), (2).↔ (iv), (3).↔ (v), (4).↔ (i), (5).↔ (ii)

docs.aglasem.com
aglasem.com

3. (1).↔ (iii), (2).↔ (iv), (3).↔ (v), (4).↔ (i), (5).↔ (ii)
4. (1).↔ (v), (2).↔ (vi), (3).↔ (iv), (4).↔ (iii), (5).↔ (i)
5. (1).↔ (ii), (2).↔ (iv), (3).↔ (v), (4).↔ (i), (5).↔ (iii)
6. (1).↔ (ii), (2).↔ (i), (3).↔ (iv), (4).↔ (v), (5).↔ (iii)
7. (i).↔ (ब), (ii).↔ (स), (iii).↔ (फ), (iv).↔ (अ), (v).↔ (द) , (vi).↔ (ई)
8. (i).↔ (द), (ii).↔ (फ), (iii).↔ (ई), (iv).↔ (अ), (v).↔ (ब) , (vi).↔ (स)

उ.4. (i). $\sec^2\theta$ (ii). $\cos ec^2\theta$ (iii). $\sin\theta$ (iv). $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (v). 1

(vi). 1 (vii). $\sin 5^0 + \sin 15^0$ (viii). 1

उ.5. (i). असत्य (ii). असत्य (iii). असत्य (iv). असत्य (v). सत्य

.....

अध्याय 9: त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

स्मरणीय बिंदु:

(1)दृष्टि रेखा प्रेक्षक की आँख से प्रेक्षक द्वारा देखी गई वस्तु के बिंदु को मिलाने वाली रेखा होती है|

(2) देखी गई वस्तु का उन्नयन कोण दृष्टि रेखा और क्षैतिज रेखा से बना कोण होता है जबकि यह क्षैतिज स्तर से ऊपर होता है अर्थात् वह स्थिति जबकि वस्तु को देखने के लिए हमें अपने सिर को ऊपर उठाना होता है|

(3) देखी गई वस्तु का अवनमन कोण दृष्टि रेखा और क्षैतिज रेखा से बना कोण होता है जबकि क्षैतिज रेखा क्षैतिज स्तर से नीचे होती है अर्थात् वह स्थिति जबकि वस्तु को देखने के लिए हमें अपने सिर को झुकाना पड़ता है |

प्र.1 सही विकल्प चुनिए:

i) यदि सूर्य का उन्नयन कोण 60^0 है, तब 30 मीटर लंबी छाया बनाने वाले मीनार की ऊँचाई है:

(अ) $30\sqrt{3}$ मी. (ब) 15 मी. (स) $\frac{30}{\sqrt{3}}$ मी. (द) $15\sqrt{2}$ मी.

ii) यदि मीनार के पाद से 50 मी. दूर स्थित बिंदु पर मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60^0 है, तो मीनार की ऊँचाई है:

(अ) $\frac{50}{\sqrt{3}}$ मी. (ब) $50\sqrt{3}$ मी. (स) $25\sqrt{3}$ मी. (द) $\frac{100}{\sqrt{3}}$ मी.

iii) दो स्तम्भ 20 मी. और 14 मी. ऊँचे हैं, के शिखरों को एक तार से जोड़ दिया गया है यदि तार क्षैतिज के साथ 30^0 का कोण बनाता है तो तार की लम्बाई है:

(अ) 6 मी. (ब) 8 मी. (स) 10 मी. (द) 12 मी.

iv) भूमि के एक बिंदु से जो मीनार के पाद बिंदु से 30 मी. की दूरी पर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है मीनार की ऊँचाई होगी:

(अ) $20\sqrt{3}$ मी. (ब) $10\sqrt{3}$ मी. (स) $30\sqrt{3}$ मी. (द) $40\sqrt{3}$ मी.

v) सूर्य का उन्नयन कोण, जब किसी सीधे खड़े स्तम्भ की छाया और उसकी ऊँचाई बराबर हो, होगा:

(अ) 30^0 (ब) 45^0 (स) 60^0 (द) 0^0

vi) एक 6 मीटर ऊँचे वृक्ष की छाया 4 मीटर लंबी है, उसी समय एक खंबे की छाया 50 मीटर लंबी हैं, खंबे की ऊँचाई है:

(अ) 40 मी. (ब) 25 मी. (स) 15 मी. (द) 75 मी.

vii) यदि एक सीधे खंबे की छाया की लम्बाई, खंबे की ऊँचाई की $\sqrt{3}$ गुना है, तो सूर्य का उन्नयन कोण है:

(अ) 45^0 (ब) 75^0 (स) 60^0 (द) 30^0

docs.aglasem.com
aglasem.com

viii) एक मीनार से 100 मीटर दूर स्थित बिंदु पर मीनार का उन्नयन कोण 60^0 है तो मीनार की ऊँचाई है:

(अ) $100\sqrt{3}$ मी. (ब) $50\sqrt{3}$ मी. (स) $\frac{100}{\sqrt{3}}$ मी. (द) $\frac{50}{\sqrt{3}}$ मी.

प्र.2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए |

i. 3 मीटर ऊँची मीनार के पाद से 3 मीटर दूर स्थित बिंदु पर मीनार की चोटी का उन्नयन कोण ..... होगा|

ii. एक सीधे स्तम्भ की ऊँचाई $7\sqrt{3}$ मी. है तथा इसकी छाया की लम्बाई 21 मी. है, प्रकाश स्रोत का उन्नयन कोण ..... होगा|

iii. एक व्यक्ति एक रस्सी से 10 मी. ऊँचे खंबे पर जाता है, यह रस्सी जमीन से 30^0 का कोण बनाती है, व्यक्ति द्वारा चली गई दूरी ..... होगी|

iv. 30 मीटर लंबी सीढ़ी एक दीवार पर इस प्रकार लगी है कि उसका सिरा 15 मीटर ऊँची दीवार के शिखर पर पहुँचता है, सीढ़ी जमीन के साथ ..... का कोण बनायेगी|

v. यदि सूर्य का उन्नयन कोण 60^0 है, तब 30 मीटर लंबी छाया बनाने वाले मीनार की ऊँचाई ..... होगी|

प्र. 3 एक शब्द या वाक्य में उत्तर दीजिए|

i. 25 मीटर ऊँचे एक पुल से एक नाव का अवनमन कोण 45^0 है | नाव की पुल से क्षैतिज दूरी क्या होगी?

ii. 10 मीटर ऊँचे एक वृक्ष की छाया की लम्बाई ज्ञात कीजिए यदि सूर्य का उन्नयन कोण 30^0 है|

iii. $200\sqrt{3}$ मीटर ऊँचाई वाले वृक्ष के शिखर का उन्नयन कोण, वृक्ष के आधार से 200 मीटर दूर एक बिंदु पर क्या होगा?

iv. यदि 10 मीटर ऊँचे एक वृक्ष की छाया $10\sqrt{3}$ मीटर है तो सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए |

v. हमारी आँख से उस वस्तु को जिसे हम देख रहे हैं, को जोड़ने वाली रेखा क्या कहलाती है ?

प्र. 4 सत्य / असत्य लिखिए |

i. क्षैतिज तल से ऊपर की और देखने पर दृष्टि रेखा क्षैतिज रेखा के साथ अवनमन कोण बनाती है |

ii. किसी समय धूप में खड़े एक व्यक्ति की छाया उसकी ऊँचाई की $\sqrt{3}$ गुनी है, तब सूर्य का उन्नयन कोण 30^0 होगा |

iii. वह रेखा जो हमारी आँख से वस्तु को जिसे हम देख रहे हैं, जोडती है, दृष्टि रेखा कहलाती है|

iv. एक मीनार की छाया की लम्बाई बढ़ने के साथ-साथ सूर्य का उन्नतांश भी बढ़ता जाता है |

v. किसी मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण 30^0 है, यदि मीनार की ऊँचाई को दुगुना कर दिया जाए तो इसके शीर्ष का उन्नयन कोण भी दुगुना हो जायेगा |

vi. एक ऊर्ध्वाधर खंबे की परछाई खंबे की ऊँचाई के बराबर है, तब सूर्य के उन्नयन कोण का मान 30^0 होगा|

vii. एक पेड़ की छाया $20\sqrt{3}$ मीटर है, यदि पेड़ की ऊँचाई 20 मीटर हो तो सूर्य का उन्नयन कोण 30^0 होगा|

प्र. 05 धरती पर एक मीनार ऊर्ध्वाधर खड़ी है | धरती के एक बिंदु से, जो मीनार के पाद बिंदु से 15 मी. दूर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60^0 है ,मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए |

प्र. 06 सर्कस का एक कलाकार एक 20 मी. लंबी ड़ोर पर चढ़ रहा है जो अच्छी तरह से तनी हुई है और भूमि पर सीधे लगे खंबे के शिखर से बंधा हुआ है| यदि भूमि स्तर के साथ ड़ोर द्वारा बनाया गया कोण 30^0 का हो तो खंबे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए |

प्र. 07 भूमि के एक बिंदु से, जो मीनार के पाद बिंदु से 30 मी. की दूरी पर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30^0 है| मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए |

docs.aglasem.com

aglasem.com

प्र. 08 भूमि से 60 मी. की ऊँचाई पर एक पतंग उड़ रही है| पतंग में लगी डोरी को अस्थायी रूप से भूमि के एक बिंदु से बाँध दिया गया है| भूमि के साथ डोरी का झुकाव 60^0 है| यह मानकर कि डोरी में कोई ढील नहीं है| डोरी की लम्बाई ज्ञात कीजिए |

प्र. 09 1.5 मी. लंबा एक प्रेक्षक एक चिमनी से 28.5 मी. की दूरी पर है| उसकी आँख से चिमनी के शिखर का उन्नयन कोण 45^0 हैं चिमनी की ऊँचाई बताइए|

प्र. 10 एक बिजली मिस्त्री को एक 5 मी. ऊँचे खंबे पर आ गई खराबी की मरम्मत करनी है | मरम्मत का काम करने के लिए उसे खंभे के शिखर से 1.3 मी. नीचे एक बिंदु तक पहुँचने के लिए प्रयुक्त सीढ़ी की लम्बाई कितनी होनी चाहिए जिससे कि क्षैतिज से 60^0 के कोण से झुकाने पर वह अपेक्षित स्थिति तक पहुँच जाए? और यह भी बताइए कि खंबे का पाद बिंदु कितनी दूरी पर सीढ़ी के पाद बिंदु से होना चाहिए? (यहाँ आप $\sqrt{3} = 1.73$ लेसकते है)|

प्र. 11 मीनार के आधार से और एक सरल रेखा में 4 मी. और 9 मी. की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण है| सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई 6 मी. है|

प्र. 12 1.5 मी. लंबा एक लड़का 30 मी. ऊँचे एक भवन से कुछ दूरी पर खड़ा है| जब वह ऊँचे भवन की और जाता है, तब उसकी आँख से भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30^0 से 60^0 हो जाता है| बताइए कि वह भवन की और कितनी दूरी तक चलकर गया है|

प्र. 13 भूमि के एक बिंदु P से एक 10 मी. ऊँचे भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30^0 है | भवन के शिखर पर एक ध्वज को लहराया गया है और P से ध्वज के शिखर का उन्नयन कोण 45^0 है | ध्वजदंड की लम्बाई और बिंदु P से भवन की दूरी ज्ञात कीजिए |

प्र. 14 एक नहर के तट पर एक टीवी टॉवर ऊर्ध्वाधरतः खड़ा है| टॉवर के ठीक सामने दूसरे तट के एक अन्य बिंदु से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60^0 है| इसी तट पर इस बिंदु से 20 मी. दूर और इस बिंदु को मीनार के पाद से मिलाने वाली रेखा पर स्थित एक अन्य बिंदु से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 30^0 है| टॉवर की ऊँचाई और नहर की चौड़ाई ज्ञात कीजिए |

प्र. 15 7 मी. ऊँचे भवन के शिखर से एक केवल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60^0 है, और इसके पाद का अवनमन कोण 45^0 है| टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए |

प्र. 16 समुद्र तल से 75 मी. ऊँची लाइट हाउस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण 30^0 और 45^0 है| यदि लाइट हाउस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो तो दो जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए |

प्र. 17 एक मीनार के पाद बिंदु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30^0 है और भवन के पाद बिंदु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60^0 है, यदि मीनार 50 मी. ऊँची हो तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए |

प्र. 18 एक 80 मी. चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने सामने समान लम्बाई वाले दो खंबे लगे हुए है| इन दोनों खंभों के बीच सड़क के एक बिंदु से खंभों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60^0 और 30^0 है| खंभों की ऊँचाई और खंभों से बिंदु की दूरी ज्ञात कीजिए |

प्र. 19 एक नदी के पुल के एक बिंदु से नदी के सम्मुख किनारों के अवनमन कोण क्रमशः 30^0 और 45^0 है| यदि पुल किनारों से 3 मी. की ऊँचाई पर हो तो नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए |

docs.aglasem.com
aglasem.com

प्र. 20 एक बहुमंजिला भवन के शिखर से देखने पर एक 8 मी. ऊँचे भवन के शिखर और तल के अवनमन कोण क्रमशः 30^0 और 45^0 हैं | बहुमंजिला भवन की ऊँचाई और दो भवनों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए |

प्र. 21 भूमि के एक बिंदु से एक 20 मी. ऊँचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45^0 और 60^0 है| मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए |

.....

उत्तरमाला
(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ – 1

(1) अ (2) ब (3) द (4) ब (5) ब (6) द
(7) द (8) अ

उ – 2 i. 45^0 ii. 30^0 iii. 20 मीटर iv. 30^0 v. $30\sqrt{3}$ मीटर

उ – 3

(1) 25 मी. (2) $10\sqrt{3}$ मी. (3) 60^0 (4) 30^0 (5) दृष्टि रेखा

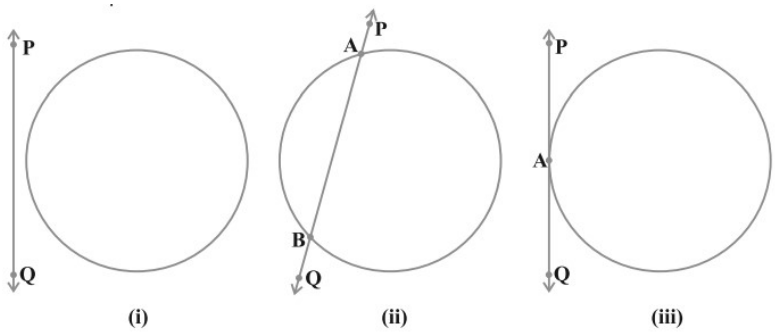
उ – 4

(1) असत्य (2) सत्य (3) सत्य (4) असत्य (5) असत्य (6)असत्य (7) सत्य

.....

अध्याय 10: वृत्त

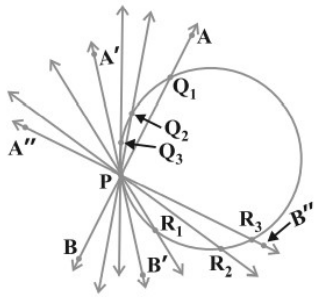
स्मरणीय बिंदु

- 

आकृति (i) में रेखा PQ **और वृत्त के बीच कोई उभयनिष्ठ बिंदु नहीं है**, इस स्थिति **में** रेखा PQ को अप्रतिच्छेदी रेखा कहते हैं | आकृति (ii) में रेखा PQ **और वृत्त के बीच दो उभयनिष्ठ बिंदु** A और B हैं, इस स्थिति में रेखा PQ **को छेदक रेखा कहते हैं** | आकृति (iii) में रेखा PQ **और** वृत्त **के बीच** एक उभयनिष्ठ बिंदु A है, इस स्थिति में रेखा PQ को स्पर्श रेखा कहते हैं |

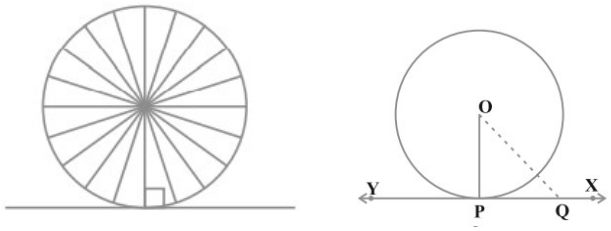
- **किसी वृत्त की स्पर्श रेखा वह रेखा है जो वृत्त को केवल एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती है** |
- **एक वृत्ताकार तार लीजिए तथा वृत्ताकार तार के एक बिंदु** P पर एक सीधा तार AB **इस प्रकार जोड़िए** कि वह बिंदु P **के परितः एक समतल में घूम सके** | इस प्रणाली को एक मेज पर रखिए तथा तार AB को बिंदु P के परितः धीमे – **धीमे घुमाइए जिससे सीधे तार की विभिन्न अवस्थाएँ प्राप्त हो सकें** |

docs.aglasem.com
aglasem.com

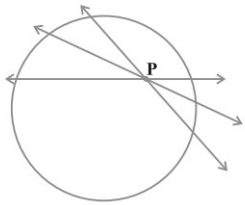


इस प्रकार आप प्रेक्षण कर सकते हैं कि ''वृत्त के एक बिंदु पर एक और केवल एक स्पर्श रेखा होती है''|

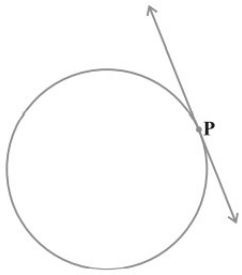
- किसी वृत्त की स्पर्श रेखा छेदक रेखा की एक विशिष्ट दशा है जब संगत जीवा के दोनों सिरे सम्पाती हो जाएँ |
- वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है|



- किसी वृत्त की अनंत स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं |
- वृत्त को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को छेदक रेखा कहते हैं |
- वृत्त तथा उसकी स्पर्श रेखा के उभयनिष्ठ बिंदु को स्पर्श बिंदु कहते हैं |
- वृत्त के अन्दर स्थित किसी बिंदु से जाने वाली वृत्त पर कोई स्पर्श रेखा नहीं है |

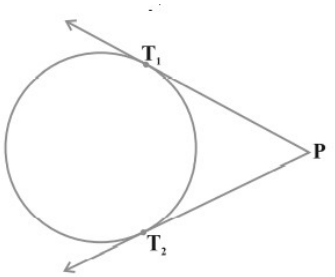


- वृत्त पर स्थित किसी बिंदु से वृत्त पर एक और केवल एक स्पर्श रेखा है |



- वृत्त के बाहर स्थित किसी बिंदु से वृत्त पर दो और केवल दो स्पर्श रेखाएँ हैं |

docs.aglasem.com
aglasem.com



प्र.1. सही विकल्प चुनिये:

1. 5 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत के बिन्दु P पर स्पर्श रेखा PQ केंद्र O से जाने वाली एक रेखा से बिंदु Q पर इस प्रकार मिलती है कि OQ = 12 सेमी| PQ की लंबाई है:

   (a) 12 सेमी (b) 13 सेमी (c) 8.5 सेमी (d) $\sqrt{119}$ सेमी

2. एक बिन्दु Q से एक वृत पर स्पर्श रेखा की लंबाई 24 सेमी तथा Q की केंद्र से दूरी 25 सेमी है | वृत की त्रिज्या है:

   (a)7 सेमी (b) 12 सेमी (c) 15 सेमी (d) 24.5 सेमी

3. यदि एक बिंदु P से O केंद्र वाले किसी वृत पर PA,PB स्पर्श रेखाएँ परस्पर 80^0 के कोण पर झुकी हों, तो $\angle POA$ बराबर है:

   (a) 50^0 (b) 60^0 (c) 70^0 (d) 80^0

4. यदि TP, TQ केंद्र O वाले किसी वृत पर दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार हैं कि $\angle POQ = 110^0$, तो $\angle PTQ$ बराबर है:

   (a) 60^0 (b) 70^0 (c) 80^0 (d) 90^0

5. वृत के बाह्य स्थित किसी बिंदु से वृत पर कितनी स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती हैं ?

   (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) अनंत

6. किसी बाह्य बिंदु से वृत पर खींची गई स्पर्श रेखाएं परस्पर होती हैं :

   (a) लंबवत (b) समानांतर (c) समान (d) प्रतिच्छेदी

7. वृत की छेदक रेखा वृत को कितने बिंदु पर प्रतिच्छेद करती है ?

   (a)1 (b) 2 (c) 4 (d) अनंत

8. वृत के बाह्य बिंदु से वृत पर खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई 12 सेंटीमीटर और केंद्र से दूरी 13 सेंटीमीटर है,तो वृत्त की त्रिज्या है ?

   (a) 4 सेंटीमीटर (b) 5 सेंटीमीटर (c) 6 सेंटीमीटर (d) 7 सेंटीमीटर

9. वृत के किसी बिंदु से होकर जाने वाली स्पर्श रेखा और त्रिज्या के बीच का कोण होता है ?

   (a) 60° (b) 50° (c) 90° (d) 100°

प्र. 2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये:

1. किसी वृत की स्पर्श रेखा उसे ..... बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है |
2. वृत को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को ..... कहते हैं |
3. वृत तथा उसकी स्पर्श रेखा के उभयनिष्ठ बिन्दु को ..... कहते हैं |

docs.aglasem.com
aglasem.com

4. स्पर्श बिन्दु से होकर जाने वाली त्रिज्या स्पर्श रेखा पर ..... होती है |

5. वृत के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को----------बराबर भागों में बाँटता है।

6. वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को---------- करता है।

प्र. 03 सही जोड़ी बनाओ।

स्तंभ-(1)	**स्तंभ-(2)**
(i) वृत के अंतः बिंदु से खींची गई स्पर्श रेखाओं की संख्या	(अ) एक
(ii) वृत के किसी बिंदु से खींची गई स्पर्श रेखाओं की संख्या	(ब) छेदक रेखा
(iii) वृत के बाह्य बिंदु से वृत पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की संख्या	(स) अनंत
(iv) वृत को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को कहते हैं	(द) दो
(v) वृत पर स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती हैं	(ई) शून्य

प्र.4. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए:

1. वृत के दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को क्या कहते हैं?
2. वृत के एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को क्या कहते हैं?

प्र. 5. सत्य / असत्य लिखिए:

1. वृत को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को छेदक रेखा कहते हैं |
2. वृत को एक बिन्दु पर स्पर्श करने वाली रेखा को स्पर्श रेखा कहते हैं |
3. किसी बाह्य बिंदु से वृत पर खींची गई स्पर्श रेखाएं बराबर होती हैं।
4. स्पर्श बिंदु से होकर जाने वाली त्रिज्या स्पर्श रेखा के बराबर होती हैं।
5. छेदक रेखा वृत को केवल एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती है।
6. वृत्त के बाह्य बिंदु से व्रत पर दो स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती हैं।
7. वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है।

प्र. 06 एक बिंदु Q से एक वृत्त पर स्पर्श रेखा की लंबाई 24cm है, Q की केंद्र से दूरी 25 cm है वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो ?

प्र. 07 यदि एक बिंदु P से O केंद्र वाले किसी वृत पर PA , PB स्पर्श रेखाएं परस्पर 80° के कोण पर झुकी हो तो $\angle POA$ का मान कितना होगा ?

प्र. 08 वृत्त के केंद्र से 5 cm दूरी पर स्थित किसी बिंदु से वृत पर खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई 4 cm है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो ?

प्र. 09 सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के व्यास के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएं समांतर होती हैं ?

प्र. 10 सिद्ध करो कि स्पर्श बिंदु से होकर जाने वाली त्रिज्या स्पर्श रेखा पर लंब होती है ?

प्र. 11 दो संकेंद्रीय वृतों की त्रिज्याएँ 5 cm तथा 3 cm है, बड़े वृत की उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए ,जो छोटे वृत को स्पर्श करती हो ?

प्र. 12 सिद्ध करो कि वृत के बाह्य बिंदु से खींची गई स्पर्श रेखाएं बराबर/तुल्य होती हैं ?

प्र. 13 सिद्ध करो कि किसी वृत के परिगत समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज होता है ?

प्र. 14 सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिंदु से किसी वृत पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण स्पर्श रेखाओं को मिलाने वाले रेखाखंड द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण का संपूरक होता है ?

docs.aglasem.com

aglasem.com

प्र. 15 5 सेंटीमीटर त्रिज्या वाले एक वृत्त के किसी बिंदु P पर स्पर्श रेखा PQ केंद्र O से जाने वाली एक रेखा से बिंदु Q पर इस प्रकार मिलती है कि OQ = 12 cm तो PQ की लंबाई ज्ञात करो ?

प्र. 16 केंद्र O वाले वृत्त पर बाह्य बिंदु T से दो स्पर्श रेखाएँ TP तथा TQ खींची गई हैं | सिद्ध कीजिए कि $\angle PTQ = 2\ \angle OPQ$ है |

.....

उत्तरमाला

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (d) $\sqrt{119}$ सेमी 2. (a)7 सेमी 3. (a) 50^0 4. (b) 70^0 5. (b) 2
6. (c) समान 7. (b) 2 8. (b) 5 सेंटीमीटर 9. (c) 90^0

उ.2. 1. एक 2. छेदक रेखा 3. स्पर्श बिंदु 4. लम्ब 5. दो 6. समद्विभाजित

उ.3. (i).↔ (ई), (ii).↔ (अ), (iii).↔ (द), (iv).↔ (ब), (v).↔ (स)

उ.4. 1. छेदक रेखा 2. स्पर्श रेखा

उ.5. 1. सत्य 2. सत्य 3. सत्य 4. असत्य 5. असत्य 6. सत्य
7. सत्य

.....

अध्याय 12: वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

स्मरणीय बिंदु

- एक वृत्त के अनुदिश एक बार चलने में तय की गई उसका परिमाप होता है, जिसे प्रायः परिधि कहा जाता है |
- वृत्त की परिधि = $2\pi r$, जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है |
- वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2 , जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है |
- एक वृत्तीय क्षेत्र का वह भाग जो दो त्रिज्याओं और संगत चाप से घिरा (परिबद्ध) हो, उस वृत्त का एक त्रिज्याखंड कहलाता है |
- वृत्तीय क्षेत्र का वह भाग जो एक जीवा और संगत चाप के बीच में परिबद्ध हो एक वृत्तखंड कहलाता है |
- कोण θ वाले त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$.
- कोण θ वाले त्रिज्यखंड के संगत चाप की लम्बाई = $2\pi r \times \frac{\theta}{360}$.

$= \pi r \times \frac{\theta}{180}$.

प्र.1.सही विकल्प चुनिये:

1. यदि किसी वृत का क्षेत्रफल 154 cm^2 है तो इसकी परिमाप होगी:
   (a) 11 cm (b) 22 cm (c) 44 cm (d) 55 cm
2. यदि एक वृत का परिमाप और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर हैं, तो उस वृत की त्रिज्या है:
   (a) 2 मात्रक (b) π मात्रक (c) 4 मात्रक (d) 7 मात्रक
3. त्रिज्या R वाले वृत के उस त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल जिसका कोण P^0 है, निम्नलिखित है:
   (a) $\frac{p}{180} \times 2\pi R$ (b) $\frac{p}{180} \times \pi R^2$ (c) $\frac{p}{360} \times 2\pi R$ (d) $\frac{p}{720} \times 2\pi R^2$

docs.aglasem.com
aglasem.com

4. त्रिज्या R वाले वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल होगा:

(a) $\frac{1}{2}\times \pi R^2$ (b) $\frac{1}{4}\times \pi R^2$ (c) $4\pi R^2$ (d) $2\pi R^2$

5. 44 मीटर परिधि वाले वृत्त की त्रिज्या होगी:

(a) 7 मीटर (b) 5 मीटर (c) 14 मीटर (d) 44 मीटर

6. त्रिज्या 21 सेमी. वाले वृत्त का एक चाप केंद्र पर $60°$ का कोण आंतरित करता है, चाप की लम्बाई होगी:

(a) 25 सेमी. (b) 22 सेमी. (c) 21 सेमी. (d) 20 सेमी.

7. एक वृत्त की परिधि और व्यास का अनुपात है:

(a) $2\pi : 1$ (b) $\pi : 1$ (c) $1 : 1$ (d) $2 : 1$

8. कोण θ वाले त्रिज्याखंड के चाप की लम्बाई है:

(a) $\frac{\theta}{180°}\times 2\pi R$ (b) $\frac{\theta}{180°}\times 2\pi R^2$ (c) $\frac{\theta}{360°}\times 2\pi R$ (d) $\frac{\theta}{360°}\times 2\pi R^2$

9. एक वृत्त के क्षेत्रफल का वृत्त की परिधि से अनुपात है-

(a) $\pi : 1$ (b) $r : 2$ (c) $\pi r : 2$ (d) $\pi : 2$

10. π एक संख्या है:

(a) परिमेय संख्या (b) अपरिमेय संख्या (c) सम संख्या (d) विषम संख्या

प्र.2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये:

1. त्रिज्या 7 सेमी. वाले वृत्त का क्षेत्रफल ..... होता है |
2. एक महान भारतीय गणितज्ञ ..... ने पाई का सन्निकट मान दिया |
3. वृत्त के अनुदिश एक बार चलने में तय की गई दूरी वृत्त की ..... कहलाती है |
4. त्रिज्या r वाले वृत्त का क्षेत्रफल ..... होता है |
5. वृत्त की त्रिज्या उसके व्यास की ..... होती है |
6. एक वृत्त की त्रिज्या 14 सेमी. है तो उसकी परिधि ..... होगी |
7. यदि वृत का क्षेत्रफल 4π वर्ग सेमी. है, तो उसकी त्रिज्या ..... होगी |

प्र.3 सही जोड़ी बनाइए :

स्तम्भ-1	स्तम्भ-2
1- वृत्त की परिधि	(a) πr^2
2- वृत्त का क्षेत्रफल	(b) $2\pi r$
3- त्रिज्याखंड का क्षेत्रफल	(c) $\frac{1}{2}\pi r^2$
4- त्रिज्याखंड के चाप की लम्बाई	(d) $\frac{\theta}{360°}\pi r^2$
5- अर्धवृत्त का क्षेत्रफल	(e) $\frac{\theta}{360°}2\pi r$

प्र. 4 एक शब्द/ वाक्य में उत्तर दीजिए|

1- एक वृत्ताकार खेत पर Rs. 24 प्रति मीटर की दर से बाढ़ लगाने का ठेका Rs. 5280 है, खेत का परिमाप बताइए?

2- 14 मीटर त्रिज्या वाले एक वृत्ताकार मैदान का क्षेत्रफल बताइए?

3- त्रिज्या y वाले वृत्त के एक त्रिज्याखंड जिसका कोण अंशों में θ है, का क्षेत्रफल क्या होगा?

4- त्रिज्या y वाले वृत्त के एक त्रिज्याखंड जिसका कोण अंशों में θ है, के संगत चाप की लम्बाई का सूत्र लिखिए|

5- वृत के क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए |

docs.aglasem.com

aglasem.com

प्र. 5- सत्य/असत्य लिखिए |

1- वृत्त का क्षेत्रफल $2\pi r$ सेमी. होता है |

2- वृत्त का परिमाप $2\pi r$ सेमी. होता है |

3- यदि दो वृत्तों जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः R_1 और R_2 हैं, के क्षेत्रफलों का योग R त्रिज्या वाले वृत्त के क्षेत्रफल के बराबर है, तब $R^2 = {R_1}^2 + {R_2}^2$.

4- यदि वृत्त की त्रिज्या दुगुना कर देंगे तो उसका क्षेत्रफल चार गुना हो जायेगा |

5- यदि दो वृत्तों जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः R_1 व R_2 हैं, के परिमापों का योग R त्रिज्या वाले वृत्त के परिमाप के बराबर है, तब $R_1 + R_2 > R$.

6- अर्धवृत्त का क्षेत्रफल $\frac{1}{2}\pi r^2$ होता है जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है |

7- वृत की परिधि $= 2\pi r$ होती है, जहाँ r वृत की त्रिज्या है |

8- वृत का क्षेत्रफल $= \pi r^2$ होता है, जहाँ r वृत की त्रिज्या है|

9- वृत के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \pi r^2 \frac{\theta}{360^0}$ होता है, जहाँ r वृत की त्रिज्या तथा θ केंद्र पर अंतरित कोण है|

10-वृत्त की त्रिज्या उसके व्यास से बड़ी होती है|

प्र.06 6cm त्रिज्या वाले एक वृत के एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60^0 है |

प्र.07 एक वृत्त की त्रिज्या 11.2 सेमी. है| इसके परिमाप की गणना कीजिए?

प्र.08. एक वृत के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 22 cm है |

प्र.09 एक घड़ी की सुई जिसकी लम्बाई 14 सेमी. है| इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?

प्र.10. एक पहिये का व्यास 4 मीटर हैं तो 400 चक्करों में वह कितनी दूरी (मीटर) में तय करेगा?

प्र.11. एक वर्ग का क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी. है, इसकी परिमाप ज्ञात कीजिए?

प्र.12. एक घड़ी की मिनट की सुई जिसकी लम्बाई 21 सेमी. है, इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?

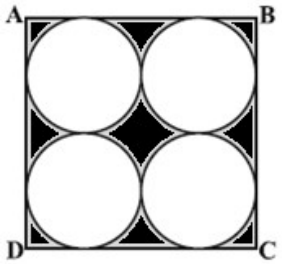
प्र.13. 21 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त का एक चाप केंद्र पर 60° का कोण आंतरित करता है, चाप की लम्बाई ज्ञात करो?

प्र.14 12 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केंद्र पर 120° का कोण आंतरित करती है| संगत वृत्तखंड का क्षेत्रफलज्ञात कीजिए |

प्र.15 10 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केंद्र पर एक समकोण बनाती है| संगत दीर्घ त्रिज्याखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

प्र.16 10 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केंद्र पर एक समकोण बनाती हैं संगत लघु त्रिज्याखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

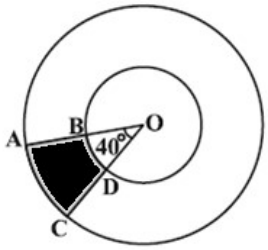
प्र.17. आकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ ABCD भुजा 14 cm का एक वर्ग है |



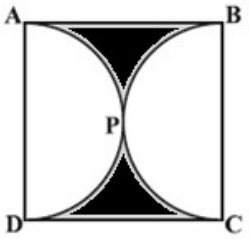
docs.aglasem.com
aglasem.com

प्र.18. किसी कार के प्रत्येक पहिए का व्यास 80 cm है | यदि यह कार 66 km प्रति घंटे की चाल से चल रही है, तो 10 मिनट में प्रत्येक पहिया कितने चक्कर लगाता है?

प्र.19. आकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि केंद्र O वाले दोनों संकेन्द्रीय वृतों की त्रिज्याएँ क्रमशः7cm और 14cm हैं तथा $\angle AOC = 40^0$ है|



प्र.20. आकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि ABCD भुजा 14 cm का एक वर्ग है तथा APD और BPC दो अर्धवृत हैं |



प्र.21. एक वृत्ताकार खेत पर ₹24 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का व्यय ₹5280 है | इस खेत की ₹ 0.50 प्रति वर्ग मीटर की दर से जुताई कराई जानी है | खेत की जुताई कराने का व्यय ज्ञात कीजिए |

($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

प्र.22. दो वृतों की त्रिज्याएँ क्रमशः 19 cm और 9 cm हैं | उस वृत की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि इन दोनों वृतों की परिधियों के योग के बराबर है |

प्र.23. दो वृतों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8 cm और 6 cm हैं | उस वृत की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृतों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है |

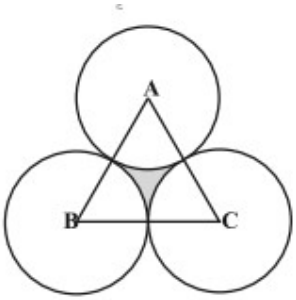
प्र.24. 15 मीटर भुजा वाले एक वर्गाकार घास के मैदान के एक कोने पर लगे खूंटे से एक घोड़े को 5 मीटर लंबी रस्सी से बाँध दिया जाए तो ज्ञात कीजिए:

अ. मैदान के उस भाग का क्षेत्रफल जहाँ घोड़ा घास चर सकता है |

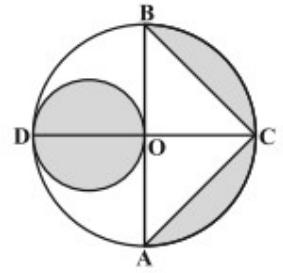
ब. चरे जा सकने वाले क्षेत्रफल में वृद्धि, यदि घोड़े को 5 मीटर लंबी रस्सी के स्थान पर 10 मीटर लंबी रस्सी से बाँध दिया जाए | ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए)

प्र.25. एक समबाहु त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $17320.5\ cm^2$ है , इस त्रिभुज के प्रत्येक शीर्ष को केंद्र मानकर त्रिभुज की भुजा के आधे बराबर की त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचा जाता है, छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए|

docs.aglasem.com
aglasem.com



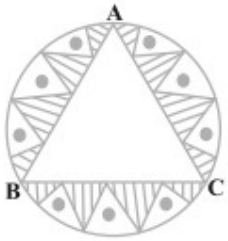
प्र.26. आकृति में AB और CD केंद्र O वाले एक वृत्त के दो परस्पर लम्ब व्यास हैं तथाOD छोटे वृत्त का व्यास है| यदि $OA = 7cm.$ है तो **छायांकित भाग** का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए|



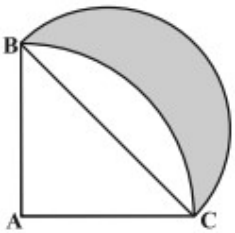
प्र.27. एक छतरी में आठ ताने हैं, जो बराबर दूरियों पर लगे हुए है| छतरी को 45 सेमी. **त्रिज्या** वाला एक सपाट वृत्त मानते हुए, हुए इसकी दो **क्रमागत तानों** के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए|

प्र.28 जहाजों का समुद्र में जलस्तर के नीचे स्थित चट्टानों की चेतावनी देने के लिए, एक लाइट हाउस $80°$ कोण वाले एक त्रिज्याखंड में 16.5 कि.मी. की दूरी तक लाल रंग का प्रकाश फैलता है | समुद्र के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसमें **जहाजों** को चेतावनी दी जा सके | ($\pi = 3.14$ का प्रयोग **कीजिए**) |

प्र.29 एक **वृत्ताकार मेज़ पोश जिसकी त्रिज्या** 32 सेमी. है, में बीच में एक समबाहु त्रिभुज ABC छोड़ते हुए एक डिज़ाइन बना हुआ है, इस डिज़ाइन का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए|

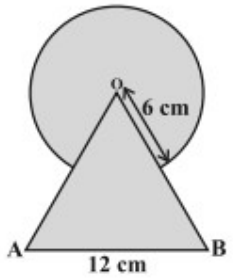


प्र.30 आकृति में ABC त्रिज्या 14 सेमी. वाले वृत्त का चतुर्थांश है तथा BC **को व्यास मानकर एक अर्धवृत्त खींचा** गया है | **छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए** |



प्र.31. आकृति में छायांकित भाग का **क्षेत्रफल** ज्ञात कीजिए , जहाँ 12 सेमी. वाले एक समबाहु **त्रिभुज** OAB के शीर्ष O को केंद्र मानकर 6 सेमी. **त्रिज्या** वाला एक वृत्तीय चाप खींचा गया है |

docs.aglasem.com
aglasem.com



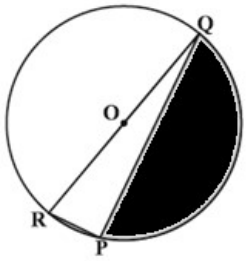
प्र.32. त्रिज्या 21 सेमी. वाले वृत्त का एक चाप केंद्र पर 60^0 का कोण आंतरित करता है| ज्ञात कीजिए-

अ. चाप की लम्बाई

ब. चाप द्वारा बनाये गए **त्रिज्याखंड** का क्षेत्रफल

स. संगत जीवा द्वारा बनाये गए **वृत्तखंड** का क्षेत्रफल |

प्र.33. **आकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए**, यदि PQ = 24 cm, PR = 7 cm तथा O वृत का केंद्र है |



.....

उत्तरमाला

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (c) 44 cm 2. (a) 2 मात्रक 3. (d) $\frac{p}{720}\times 2\pi R^2$

4. (b) $\frac{1}{4}\times \pi R^2$ 5. (a) 7 मीटर 6. (b) 22 सेमी.

7. (b) $\pi:1$ 8. (c) $\frac{\theta}{360}\times 2\pi R$ 9. (b) $r:2$

10. (b) अपरिमेय संख्या

उ.2. 1. 154 सेमी^{2} 2. **आर्यभट्ट** 3. परिधि 4. πr^2

5. आधी 6. 88 सेमी 7. 2 सेमी

उ.3. (1).↔ (b), (2).↔ (a), (3).↔ (d), (4).↔ (e), (5).↔ (c)

उ.4. 1. 220 मीटर 2. 616 **वर्ग मीटर** 3. $\pi y^2\frac{\theta}{360^0}$ 4. $\pi y.\frac{\theta}{180^0}$

5. वृत का क्षेत्रफल $=\pi r^2$ होता है, जहाँ r वृत की त्रिज्या है|

उ.5. 1. असत्य 2. सत्य 3. सत्य 4. सत्य 5. असत्य

6. सत्य 7. सत्य 8. सत्य 9. सत्य 10. असत्य

.....

docs.aglasem.com

aglasem.com

अध्याय 13: पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

स्मरणीय बिंदु :

- घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ = $2[lb+bh+hl]$ होता है, जहाँ l,b,h क्रमशः घनाभ की लम्बाई ,चौड़ाई और ऊँचाई हैं |
- घनाभ का आयतन = lbh होता है, जहाँ l,b,h क्रमशः घनाभ की लम्बाई ,चौड़ाई और ऊँचाई हैं |
- गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ $=4\pi r^2$ होता है, जहाँ r गोले की त्रिज्या है |
- गोले का आयतन $=\frac{4}{3}\pi r^3$ होता है, जहाँ r गोले की त्रिज्या है |
- अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठ $=2\pi r^2$ होता है, जहाँ r अर्द्धगोले की त्रिज्या है |
- अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ $=3\pi r^2$ होता है, जहाँ r अर्द्धगोले की त्रिज्या है |
- अर्द्धगोले का आयतन $=\frac{2}{3}\pi r^3$ होता है, जहाँ r अर्द्धगोले की त्रिज्या है |
- बेलन का वक्र पृष्ठ $=2\pi rh$ होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः बेलन के आधार की त्रिज्या एवं बेलन की ऊँचाई हैं |
- बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ $=2\pi r(r+h)$ होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः बेलन के आधार की त्रिज्या एवं बेलन की ऊँचाई हैं |
- बेलन का आयतन $=\pi r^2h$ होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः बेलन के आधार की त्रिज्या एवं बेलन की ऊँचाई हैं |
- शंकु का वक्र पृष्ठ $=\pi rl$ होता है, जहाँ r एवं l क्रमशः शंकु के आधार की त्रिज्या एवं शंकु की त्रियक ऊँचाई हैं |
- शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ $=\pi r(r+l)$ होता है, जहाँ r एवं l क्रमशः शंकु के आधार की त्रिज्या एवं शंकु की त्रियक ऊँचाई हैं |
- शंकु का आयतन $=\frac{1}{3}\pi r^2h$ होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः शंकु के आधार की त्रिज्या एवं शंकु की ऊँचाई हैं |

प्र.1. सही विकल्प चुनिये:

1. एक कीप (फनल) निम्नलिखित का उदाहरण है:

   (a) एक शंकु और एक बेलन (b) शंकु का छिन्नक और बेलन

   (c) एक अर्धगोला और एक बेलन (d) एक अर्धगोला और एक शंकु

2. यदि पानी से पूरा भरे हुए, त्रिज्या 5 cm और ऊँचाई 6 cm वाले एक बेलनाकार कप में त्रिज्या 2.1 cm का एक कंचा डाला जाये, तो बेलनाकार कप में से कितना पानी बाहर जायेगा :

   (a) $38.8\ cm^3$ (b) $55.4\ cm^3$

   (c) $19.4\ cm^3$ (d) $471.4\ cm^3$

प्र. 2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये:

1. एक किनारे पर बेलनाकार बनाई गई पेंसिल एक शंकु और एक ..... का संयोजन है |
2. यदि r एवं l क्रमशः शंकु के आधार की त्रिज्या एवं शंकु की त्रियक ऊँचाई हैं तो शंकु का वक्र पृष्ठ .....होता है|

docs.aglasem.com

aglasem.com

प्र. 03 सही जोड़ी बनाओ।

स्तंभ-(1)	स्तंभ-(2)
(i) एक कीप (फनल) संयोजन है :	(अ) एक गोले और और एक बेलन का
(ii) एक सुराही संयोजन है:	(ब) एक शंकु के छिन्नक और एक बेलन का
(iii) एक साहुल (भौंरा) संयोजन है	(स) दो शंकु और एक बेलन
(iv) एक गिल्ली संयोजन है	(द) एक अर्द्ध-गोले और एक शंकु का

प्र.4. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए:

1. गिल्ली डंडे के खेल में, गिल्ली का आकार किन-किन ठोसों का संयोजन है ?
2. बैडमिंटन खेलने में प्रयुक्त की जाने वाली शटलकॉक (चिड़िया) किन-किन ठोसों का संयोजन है?
3. घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।
4. घनाभ के आयतन का सूत्र लिखिए।
5. गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।
6. गोले के आयतन का सूत्र लिखिए।
7. अर्द्धगोले के वक्रपृष्ठ का सूत्र लिखिए।
8. अर्द्धगोले के सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।
9. अर्द्धगोले के आयतन का सूत्र लिखिए।
10. बेलन के वक्रपृष्ठ का सूत्र लिखिए।
11. बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।
12. बेलन के आयतन का सूत्र लिखिए।
13. शंकु के वक्रपृष्ठ का सूत्र लिखिए।
14. शंकु के सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।
15. शंकु के आयतन का सूत्र लिखिए।

प्र. 5. सत्य / असत्य लिखिए:

1. एक किनारे पर बेलनाकार बनाई गई पेंसिल एक शंकु और एक बेलन का संयोजन है।
2. एक कीप (फनल) एक शंकु और एक बेलन का संयोजन है।
3. अर्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 3\pi r^2$ होता है, जहाँ r अर्द्धगोले की त्रिज्या है।
4. शंकु का आयतन $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ होता है, जहाँ r आधार की त्रिज्या एवं h शंकु की ऊँचाई है।

प्र.6 दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन $64\ cm^3$ है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

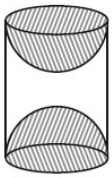
प्र.7. एक खिलौना त्रिज्या 3.5 cm वाले एक शंकु के आकार का है, जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की सम्पूर्ण ऊँचाई 15.5cm है। इस खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्र.8 कोई बर्तन एक खोखले अर्द्धगोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्द्धगोले का व्यास 14 cm है और इस बर्तन(पात्र) की कुल ऊँचाई 13 cm है। इस बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल

docs.aglasem.com
aglasem.com

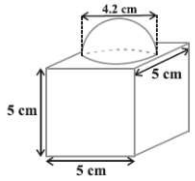
ज्ञात कीजिए |

प्र.9 लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्धगोला खोदकर निकालते हुए, एक वस्तु बनाई गई है, जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है | यदि बेलन की ऊँचाई 10 cm है और आधार की त्रिज्या 3.5 cm है तो तो इस वस्तु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

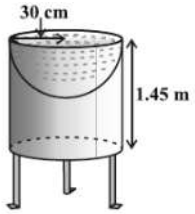


प्र.10. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है | इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए |

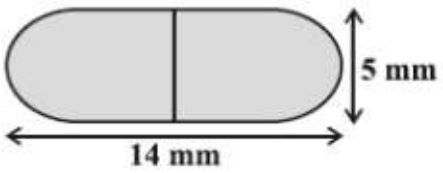
प्र.11. आकृति में दर्शाया गया सजावट के लिए प्रयोग होने वाला ब्लॉक दो ठोसों से मिलकर बना है | इनमें से एक घन है और दूसरा अर्धगोला है | इस ब्लॉक का आधार $5\ cm$ कोर या किनारे वाला एक घन है और उसके ऊपर लगे हुए अर्धगोले का व्यास 4.2 cm है | इस ब्लॉक का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए | ($\pi = \frac{22}{7}$) लीजिए |



प्र.12. मयंक ने अपने बगीचे के लिए एक पक्षी स्नानागार बनाया जिसका आकार एक खोखले बेलन जैसा है जिसके एक सिरे पर अर्धगोलाकार बर्तन बना हुआ है (देखिए आकृति) | बेलन की ऊँचाई 1.45 cm है और उसकी त्रिज्या 30 cm है | इस पक्षी स्नानागार का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |



प्र.13. दवा का एक कैप्सूल एक बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरों पर एक –एक अर्धगोला लगा हुआ है (देखिए आकृति) | पूरे कैप्सूल की लम्बाई 14 mm है और उसका व्यास 5 mm है | इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |



प्र.14. भुजा 7 cm वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर एक अर्धगोला रखा हुआ है| अर्द्धगोले का अधिकतम व्यास क्या हो सकता है? इस प्रकार बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए|

docs.aglasem.com
aglasem.com

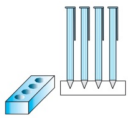
प्र.15. एक घनाकार ब्लॉक के एक फलक को अन्दर की ओर से काट कर एक अर्द्धगोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्द्धगोले का व्यास घन के एक किनारे के बराबर है | शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

प्र.16. ऊँचाई 2.4 cm और व्यास 1.4 cm वाले एक ठोस बेलन में से इसी ऊँचाई और इसी व्यास वाला एक शंक्वाकार खोल काट लिया जाता है | शेष बचे ठोस का निकटतम वर्ग सेंटीमीटर तक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

प्र.17. एक गुलाबजामुन में उसके आयतन की लगभग 30 % चीनी की चाशनी होगी, यदि प्रत्येक गुलाबजामुन एक बेलन के आकार का है, जिसके दोनों सिरे अर्द्धगोलाकार हैं तथा इसकी लम्बाई 5 cm और व्यास 2.8 cm है | (देखिए आकृति)



प्र.18. एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं | घनाभ की विमाएँ 15 cm X 10 cm X 3.5 cm हैं | प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 cm है और गहराई 1.4 cm है | पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए |



प्र.19. ऊँचाई 220 cm और आधार व्यास 24 cm वाले एक बेलन, जिस पर ऊँचाई 60 cm और त्रिज्या 8 cm वाला एक अन्य बेलन आरोपित है, से लोहे का एक स्तम्भ बना है | इस स्तम्भ का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, जबकि दिया है 1 cm^3 लोहे का द्रव्यमान लगभग 8 g होता है | ($\pi = 3.14$ लीजिए)

.....

उत्तरमाला

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (b) शंकु का छिन्नक और बेलन 2. (a) $38.8\ cm^3$

उ.2. 1. बेलन 2. πrl

उ.3. (i).↔ (ब), (ii).↔ (अ), (iii).↔ (द), (iv).↔ (स)

उ.4.

1. दो शंकु और एक बेलन का
2. एक शंकु के छिन्नक और एक अर्द्ध-गोले का
3. घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ = $2[lb+bh+hl]$ होता है, जहाँ l,b,h क्रमशः घनाभ की लम्बाई ,चौड़ाई और ऊँचाई हैं |
4. घनाभ का आयतन = lbh होता है, जहाँ l,b,h क्रमशः घनाभ की लम्बाई ,चौड़ाई और ऊँचाई हैं |
5. गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ $=4\pi r^2$ होता है, जहाँ r गोले की त्रिज्या है |
6. गोले का आयतन $=\frac{4}{3}\pi r^3$ होता है, जहाँ r गोले की त्रिज्या है |
7. अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठ $=2\pi r^2$ होता है, जहाँ r अर्द्धगोले की त्रिज्या है |
8. अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ $=3\pi r^2$ होता है, जहाँ r अर्द्धगोले की त्रिज्या है |

docs.aglasem.com

aglasem.com

9. अर्द्धगोले का आयतन $=\frac{2}{3}\pi r^3$ होता है, जहाँ r अर्द्धगोले की त्रिज्या है |

10. बेलन का वक्र पृष्ठ $=2\pi rh$ होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः बेलन के आधार की त्रिज्या एवं बेलन की ऊँचाई हैं |

11. बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ $=2\pi r(r+h)$ होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः बेलन के आधार की त्रिज्या एवं बेलन की ऊँचाई हैं |

12. बेलन का आयतन $=\pi r^2h$ होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः बेलन के आधार की त्रिज्या एवं बेलन की ऊँचाई हैं |

13. शंकु का वक्र पृष्ठ $=\pi rl$ होता है, जहाँ r एवं l क्रमशः शंकु के आधार की त्रिज्या एवं शंकु की त्रियक ऊँचाई हैं |

14. शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ $=\pi r(r+l)$ होता है, जहाँ r एवं l क्रमशः शंकु के आधार की त्रिज्या एवं शंकु की त्रियक ऊँचाई हैं |

15. शंकु का आयतन $=\frac{1}{3}\pi r^2h$ होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः शंकु के आधार की त्रिज्या एवं शंकु की ऊँचाई हैं |

उ.5. 1. सत्य 2. असत्य 3. सत्य 4. सत्य

.....

अध्याय 14: सांख्यिकी

स्मरणीय बिंदु :-

1. प्रेक्षणों का माध्य या औसत सभी प्रेक्षणों के मानों के योग को कुल संख्या से भाग देकर प्राप्त किया जाता है।
2. वर्ग अन्तराल का मध्यबिंदु या वर्ग चिन्ह उसकी उपरी और निचली सीमाओ का औसत निकाल कर ज्ञात करते है।
3. ऐसा प्रेक्षण जिसकी बारम्बारता अधिकतम होती है, बहुलक कहलाता है।
4. माध्यक, केन्द्रीय प्रवृत्ति का ऐसा मापक है जो आंकड़ो में सबसे बीच का मान देता है।
5. 3 माध्यक = बहुलक + 2 माध्यक
6. प्रत्यक्ष विधि से माध्य ज्ञात करने का सूत्र है : $\bar{x}=\frac{\sum fx}{\sum f}$.
7. कल्पित माध्य विधि से माध्य ज्ञात करने का सूत्र है : $\bar{x}=a+\frac{\sum fd}{\sum f}$, जहाँ $d=x-a$
8. वर्गीकृत आँकड़ों से बहुलक ज्ञात करने का सूत्र है : बहुलक $=l+\left[\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}\right]\times h.$

   जहाँ $l=$ बहुलक वर्ग की निम्न (निचली) सीमा
   $f_1=$ बहुलक वर्ग की बारंबारता
   $f_0=$ बहुलक वर्ग से ठीक पहले की बारंबारता
   $f_2=$ बहुलक वर्ग से ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता
   $h=$ वर्ग माप

docs.aglasem.com
aglasem.com

9. वर्गीकृत आँकड़ों से माध्यक ज्ञात करने का सूत्र है : माध्यक $= l + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right) \times h.$

जहाँ $l =$ माध्यक वर्ग की निम्न (निचली) सीमा

$N =$ प्रेक्षणों की संख्या

$cf =$ माध्यक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की संचयी बारंबारता

$f =$ माध्यक वर्ग की बारंबारता

$h =$ वर्ग माप

प्र.1. सही विकल्प चुनिये:

(i) प्रथम पांच प्राकृत संख्याओं का समान्तर माध्य होता हे ?

(अ) 1 (ब) 2 (स) 3 (द) 4

(ii) ऐसा प्रेक्षण जिसकी बारम्बारता अधिकतम होती है, कहलाता है ?

(अ) माध्य (ब) माध्यिका (स) बहुलक (द) बारम्बारता

(iii) केन्द्रीय प्रवृत्ति का ऐसा मापक है जो आंकड़ो में सबसे बीच का मान देता है?

(अ) माध्य (ब) मध्य बिंदु (स) सीमा (द) माध्यक

(iv) निम्न में से कौन केंद्रीय प्रवत्ति की माप नहीं हे?

(अ) माध्य (ब) माध्यिका (स) बहुलक (द) बारम्बारता

(v) निम्न में से कौन केंद्रीय प्रवत्ति की माप है?

(अ) माध्य (ब) आवृत्ति (स) सीमा (द) परास

(vi) माध्य, माध्यिका, एवं बहुलक के बीच संबंध है ?

(अ) 3 माध्यक = 3 बहुलक + 2 माध्य

(ब) 3 माध्यक = 2 बहुलक + 3 माध्य

(स) 3 माध्यक = बहुलक + 2 माध्य

(द) 3 माध्यक = बहुलक + माध्य

प्र.02 रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये :-

(i) प्रेक्षणों के मानों के योग को कुल संख्या से भाग देकर..... प्राप्त किया जाता है।

(ii) वर्ग अन्तराल की उपरी और निचली सीमाओं का औसत.....कहलाता है ।

(iii) ऐसा प्रेक्षण जिसकी बारम्बारता अधिकतम होती है ..... कहलाता है।

(iv) ..... केन्द्रीय प्रवृत्ति का ऐसा मापक है जो आंकड़ो में सबसे बीच का मान देता है।

(v) 3 माध्यक = बहुलक + 2.....

प्र.3. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए:

1. 1, 2, 3, 4, 5 का समांतर माध्य क्या होगा |

2. 2, 4, 8, 7, 5, 4, 9, 6, 7, 1, 7 का बहुलक क्या होगा|

प्र.4 किसी स्कूल की कक्षा X के 30 विद्यार्थीयों द्वारा गणित के एक पेपर में 100 में से प्राप्त किये गए अंक, निचे एक सरणी में दिए गए हैं। इन विद्यार्थीयों द्वारा प्राप्त अकों का माध्य ज्ञात कीजिये।

प्राप्तांक	10	20	36	40	50	56	60	70	72	80	88	92	95
विद्यार्थियोंकीसंख्या	1	1	3	4	3	2	4	4	1	1	2	3	1

प्र.5 किसी गेंदबाज द्वारा 10 क्रिकेट मैच में लिए गए विकेटों की संख्याएं निम्नलिखित है :

2 6 4 5 0 2 1 3 2 3

docs.aglasem.com

aglasem.com

इन आंकड़ो का बहुलक ज्ञात कीजिये।

प्र.6 विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा एक मोहल्ले के 20 परिवारों प्र किये गए सर्वेक्षण के परिणामस्वरुप विभिन्न परिवारों के सदस्यों की संख्या से सम्बन्धित निम्नलिखित आंकड़े प्राप्त हुए :-

परिवार माप	1 – 3	3 – 5	5 – 7	7 – 9	9 – 11
परिवारों कीसंख्या	7	8	2	2	1

इन आंकड़ो का बहुलक ज्ञात कीजिये।

प्र.7 विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा अपने पर्यावरण संचेतना अभियान के अंतर्गत एक सर्वेक्षण किया गया, जिसमे उन्होंने एक मोहल्ले के 20 घरों में लगे हुए पौधों से सम्बन्धित निम्नलिखित आंकड़े एकत्रित किये। प्रति घर माध्य पौधों की संख्या ज्ञात कीजिये।

पौधों की संख्या	0 – 2	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14
घरों की संख्या	1	2	1	5	6	2	3

माध्य ज्ञात करने के लिए आपने किस विधि का प्रयोग किया और क्यों ?

प्र.8 किसी फेक्ट्री के 50 श्रमिकों की दैनिक मजदूरी के निम्नलिखित बंटन पर विचार कीजिये:

दैनिक मजदूरी (रुपयों में)	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
श्रमिकों की संख्या	12	14	8	6	10

एक उपयुक्त विधि का प्रयोग करते हुए, इस फैक्ट्री के श्रमिकों की माध्य दैनिक मजदूरी ज्ञात कीजिये।

प्र.9. निम्नलिखित सारणी किसी मोहल्ले के 25 परिवारों में भोजन पर हुए दैनिक व्यय को दर्शाती है।

दैनिक व्यय (रुपयों में)	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
परिवारों की संख्या	4	5	12	2	2

एक उपयुक्त विधि का प्रयोग करते हुए, भोजन पर हुआ माध्य व्यय ज्ञात कीजिए।

प्र.10 निम्नलिखित बंटन में एक मोहल्ले के बच्चों के दैनिक जेबखर्च दर्शाता है। माध्य जेबखर्च रु. 18 है। लुप्त बारम्बारता f ज्ञात कीजिये।

दैनिक जेब भत्ता (रुपयों में)	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
बच्चों की संख्या	7	6	9	13	f	5	4

प्र.11 किसी अस्पताल में , एक डॉक्टर द्वारा 30 महिलाओं की जाँच की गई और उनके हृदय स्पंदन की प्रति मिनट संख्या नोट करके दर्शाए अनुसार संक्षिप्त रूप में लिखी गई। एक उपयुक्त विधि चुनते हुए , इन महिलाओं के हृदय स्पंदन की प्रति मिनट माध्य संख्या ज्ञात कीजिये :

हृदय स्पंदन की प्रति मिनट संख्या	65-68	68-71	71-74	74-77	77-80	80-83	83-86
महिलाओं की संख्या	2	4	3	8	7	4	2

docs.aglasem.com
aglasem.com

प्र.12 वायु में सल्फर डाई आक्साइड (SO_2) की सांद्रता को ज्ञात करने के लिए, एक नगर के 30 मोहल्लों से आंकडे एकत्रित किये गए , जिन्हें नीचे प्रस्तुत किया गया है :

(SO_2) की सांद्रता	बारम्बारता
0.00 – 0.04	4
0.04 – 0.08	9
0.08 – 0.12	9
0.12 – 0.16	2
0.16 – 0.20	4
0.20 – 0.24	2

वायु में SO_2 की सांद्रता का माध्य ज्ञात कीजिये ।

प्र.13 निम्नलिखित सारणी 35 नगरों की साक्षरता दर (% में) दर्शाती है । माध्य साक्षरता दर ज्ञात कीजिये :

साक्षरता दर (% में)	45-55	55-65	65-75	75-85	85-95
नगरों की संख्या	3	10	11	8	3

प्र.14 निम्नलिखित आंकड़े , 225 बिजली उपकरण के प्रेक्षित जीवनकाल (घंटो में) की सुचना देते है :

जीवनकाल (घंटो में)	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
बारम्बारता	10	35	52	61	38	29

उपकरणों का बहुलक जीवनकाल ज्ञात कीजिये ।

प्र.15 दिया हुआ बंटन विश्व के कुछ श्रेष्ठत्तम बल्लेबाजों द्वारा एकदिवसीय अन्तराष्ट्रीय क्रिकेट मैचों में बनाये गए रनों को दर्शाता है :

बनाये गए रन	बल्लेबाजों की संख्या
3000 – 4000	4
4000 – 5000	18
5000 – 6000	9
6000 – 7000	7
7000 – 8000	6
8000 – 9000	3
9000 – 10000	1
10000 – 11000	1

इन आंकड़ो का बहुलक ज्ञात कीजिये ।

प्र.16 एक विद्यार्थी ने एक सड़क के किसी स्थान से होकर जाती हुई कारों की संख्याएँ नोट की और उन्हें निचे दी गई सारणी के रूप में व्यक्त किया । सारणी में दिया प्रत्येक प्रेक्षण 3 मिनट के अन्तराल में उस स्थान से होकर जाने वाली कारों की संख्या से सम्बंधित है । ऐसे 100 अंतरालो पर प्रेक्षण लिए गए । इन आंकड़ो का बहुलक ज्ञात कीजिये ।

कारों की संख्या	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80

docs.aglasem.com
aglasem.com

बारम्बारता	7	14	13	12	20	11	15	8

प्र.17 निचे दिया हुआ बंटन एक कक्षा के 30 विद्यार्थियों के भार दर्शा रहा है। विद्यार्थियों का माध्यक भार ज्ञात कीजिये।

भार (कि.ग्रा. में)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75
विद्यार्थियों की संख्या	2	3	8	6	6	3	2

प्र.18 निचे दी हुई सारणी भारत के विभिन्न राज्यों एवं संघीय क्षेत्रों के ग्रामीण क्षेत्रों के प्राथमिक विद्यालयों में, महिला शिक्षकों के प्रतिशत बंटन को दर्शाती है। इस अनुच्छेद में चर्चित तीनों विधियों से महिला शिक्षक का माध्य प्रतिशत ज्ञात कीजिये।

महिला शिक्षक का प्रतिशत	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	75-85
राज्यों/ संघीय क्षेत्रों की संख्या	6	11	7	4	4	2	1

प्र.19 किसी फुटकर बाज़ार में , फल विक्रेता पेटियों में रखे आम बेच रहे थे। इन पेटियों में रखे आम की संख्या भिन्न-भिन्न थीं। पेटियों की संख्या के अनुसार, आमों का बंटन निम्नलिखित था:

आमों की संख्या	50-52	53-55	56-58	59-61	62-64
पेटियों की संख्या	15	110	135	115	25

एक पेटी में रखे आमों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिये। आपने माध्य ज्ञात करने की किस विधि का प्रयोग किया और क्यों ?

प्र.20 निम्नलिखित सारणी किसी अस्पताल में एक विशेष वर्ष में भर्ती हुए रोगियों की आयु को दर्शाती है :

आयु(वर्षों में)	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
रोगियों की संख्या	6	11	21	23	14	5

उपरोक्त आंकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिये। दोनों केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापों की तुलना कीजिये और उनकी व्याख्या कीजिये।

प्र.21 निम्नलिखित आंकड़े किसी गांव के 200 परिवारों के कुल मासिक घरेलु व्यय के बंटन को दर्शाते हे। इन परिवारों का बहुलक मासिक व्यय ज्ञात कीजिये। साथ ही माध्य मासिक व्यय भी ज्ञात कीजिये।

व्यय (रूपये में)	परिवारों की संख्या
1000 – 1500	24
1500 – 2000	40
2000 – 2500	33
2500 – 3000	28
3000 – 3500	30
3500 – 4000	22
4000 – 4500	16
4500 – 5000	7

docs.aglasem.com
aglasem.com

प्र.22 निम्नलिखित बारम्बारता बंटन किसी मोहल्ले के 68 उपभोक्ताओं की बिजली की मासिक खपत दर्शाता है। इन आंकड़ों के माध्यक , माध्य और बहुलक ज्ञात कीजिये और उनकी तुलना कीजिये।

मासिक खपत (इकाइयों में)	उपभोक्ताओं की संख्या
65-85	4
85-105	5
105-125	13
125-145	20
145-165	14
165-185	8
185-205	4

प्र.23 यदि नीचे दिए हुए बंटन का माध्यक 28.5 हो तो x और y के मान ज्ञात कीजिये।

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0-10	5
10-20	x
20-30	20
30-40	15
40-50	y
50-60	5
योग	60

प्र.24 एक जीवन बिमा एजेंट 100 पालिसी धारकों की आयु के बंटन के निम्नलिखित आंकड़े ज्ञात करता है। माध्यक आयु परिकलित कीजिये , यदि पालिसी केवल उन्ही व्यक्तियों को दी जाती हे, जिनकी आयु 18 वर्ष या उससे अधिक हो , परन्तु 60 वर्ष से कम हो।

आयु (वर्षों में)	पालिसी धारकों की संख्या
20 से कम	2
25 से कम	6
30 से कम	24
35 से कम	45
40 से कम	78
45 से कम	89
50 से कम	92
55 से कम	98
60 से कम	100

प्र.25 एक पौधे की 40 पत्तियों की लम्बाईयां निकटतम मिलीमीटरों में मापी जाती है तथा प्राप्त आंकड़ो को निम्नलिखित सारणी के रूप में निरुपित किया जाता है :

लम्बाई (mm में)	पत्तियों की संख्या
118-126	3
127-135	5

docs.aglasem.com
aglasem.com

136-144	9
145-153	12
154-162	5
163-171	4
172-180	2

पत्तियों की माध्यक लम्बाई ज्ञात कीजिये।

प्र.26. किसी स्कूल की कक्षा X की 51 लड़कियों की ऊँचाईयों का एक सर्वेक्षण किया गया और निम्नलिखित आंकड़ें प्राप्त किए गए:

ऊँचाई (cm में)	140 से कम	145 से कम	150 से कम	155 से कम	160 से कम	165 से कम
लड़कियों की संख्या	4	11	29	40	46	51

माध्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए |

प्र.27 एक स्थानीय टेलीफ़ोन निर्देशिका से कुल 100 सरनेम लिए गए और उनमें प्रयुक्त अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों की संख्या का निम्नलिखित बारम्बारता बंटन प्राप्त हुआ :

अक्षरों की संख्या	1-4	4-7	7-10	10-13	13-16	16-29
सरनेम की संख्या	6	30	40	16	4	4

सरनेमों में माध्यक अक्षरों की संख्या ज्ञात करो। सरनेमों में माध्य अक्षरों की संख्या ज्ञात कीजिये। साथ ही, सरनेमों का बहुलक ज्ञात कीजिये।

प्र.28 किसी कक्षा के 35 विद्यार्थियों की मेडिकल जाँच के समय , उनके भार निम्नलिखित रूप में रिकॉर्ड किये गए :

भार (कि.ग्रा. में)	विद्यार्थियों की संख्या
38 से कम	0
40 से कम	3
42 से कम	5
44 से कम	9
46 से कम	14
48 से कम	28
50 से कम	32
52 से कम	35

प्र.29 किसी कक्षा अध्यापिका ने पुरे सत्र के लिए अपनी कक्षा के 40 विद्यार्थीयों की अनुपस्थिति निम्नलिखित रूप में रिकॉर्ड की। एक विद्यार्थी जितने दिन अनुपस्थित रहा उनका माध्य ज्ञात कीजिये :

दिनों की संख्या	0-6	6-10	10-14	14-20	20-28	28-30	30-40
विद्यार्थियों की संख्या	11	10	7	4	4	3	1

.....

उत्तरमाला

docs.aglasem.com

aglasem.com

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

अध्याय 14: सांख्यिकी

उ.1. 1. (स) 3 2. (स) बहुलक 3. (द) माध्यक 4. (द) बारंबारता

5. (अ) माध्य 6. (स) 3 माध्यक = बहुलक +2 माध्य

उ.2. 1. माध्य 2. वर्ग-चिन्ह 3. बहुलक 4. माध्यक 5. माध्य

उ.3. 1. 3 2. 7

.....

अध्याय 15: प्रायिकता

स्मरणीय बिंदु :

1. किसी प्रयोग की वह घटना जिसका केवल एक ही परिणाम हो प्रारंभिक घटना कहलाती है।
2. किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग सदैव 1 होता है।
3. व्यापक रूप में, किसी घटना के लिए सत्य है कि $P(E)+P(\overline{E})=1$.
4. घटना 'E - नहीं' को निरूपित करने वाली घटना $\overline{E}$ को घटना E की पूरक घटना कहते हैं।
5. ऐसी घटना , जिसका घटित होना अंसभव है , की प्रायिकता 0 होती है। ऐसी घटना को एक असंभव घटना कहते है।
6. ऐसी घटना जिसका घटित होना निश्चित है, की प्रायिकता 1 होती है। ऐसी घटना को एक निश्चित या निर्धारित घटना कहते हैं।
7. घटना E की प्रायिकता एक ऐसी संख्या $P(E)$ है कि $0 \le P(E) \le 1$ ।

प्र.1. सही विकल्प चुनिये:

1. वह घटना जिसका घटित होना निश्चित है उसकी प्रायिकता क्या होगी ?

   (a) 0 (b) 1 (c) - 1 (d) कोई नहीं

2. वह घटना जिसका घटित होना असम्भव है उसकी प्रायिकता क्या होगी ?

   (a) 0 (b) 1 (c) - 1 (d) कोई नहीं

3. यदि किसी घटना के घटित होने की प्रायिकता P है तब उस घटना की पूरक घटना के घटित होने की प्रायिकता क्या होगी ?

   (a) P (b) 1 - P (c) P - 1 (d) कोई नही

4. एक पांसे को एक बार टास किया जाता है , तब अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता क्या होगी ?

   (a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) कोई नहीं

5. किसी घटना E के लिए $P(E)+P(\overline{E})=$

   (a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) - 1

6. किसी प्रयोग की सभी प्रांरभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग सदैव क्या होता है ?

   (a) 0 (b) -1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

7. दो सिक्कों को एक साथ टॉस किया जाता है तब ठीक एक हेड आने की प्रायकिता क्या होगी ?

docs.aglasem.com

aglasem.com

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

8. एक पांसे को एक बार फेंका जाता है तब 4 से अधिक अंक आने की प्रायिकता क्या होगी ?

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

9. निम्नलिखित में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती है ?

(a) $\frac{1}{4}$ (b) -1.5 (c) 15% (d) 0.5

10. एक थैले में केवल नींबू की महक वाली मीठी गोलियां है। मालिनी बिना थैले मे झांके उसमें से एक गोली निकालती है । इसकी क्या प्रायिकता है वह निकाली गई गोली संतरे की महक वाली गोली है ?

(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) कोइ नहीं

11. एक थैले में केवल नींबू की महक वाली मीठी गोलियां है। मालिनी बिना थैले मे झांके उसमें से एक गोली निकालती है । इसकी क्या प्रायिकता है वह निकाली गई गोली नीबूं की महक वाली गोली है ?

(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) कोइ नहीं

12. यदि $P(E) = 0.05$ है, तो '$E-$ नहीं' की प्रायिकता क्या होगी?

(a) 0 (b) 1 (c) 0.95 (d) 0.05

13. एक पांसे को एक बार टॉस किया जाता है , तब सम संख्या आने की प्रायिकता क्या होगी ?

(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$

14. एक अच्छी तरह से फेंटी गयी 52 ताश की गड्डी में से 1 पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है उसके काले रंग के बादशाह होने की क्या प्रायिकता होगी ?

(a) 1/13 (b) 1/52 (c) 1/26 (d) 2/39

15. एक अच्छी तरह से फेंटी गयी 52 ताश की गड्डी में से 1 पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है उसके बेगम होने की क्या प्रायिकता होगी ?

(a) 1/13 (b) 1/52 (c) 1/26 (d) 2/39

16. सामान्य वर्ष मे 53 सोमवार होने की क्या प्रायिकता होगी ?

(a) 2/7 (b) 1/7 (c) 7/52 (d) 7/53

17. एक अच्छी तरह से फेंटी गयी 52 ताश की गड्डी में से 1 पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है इस पत्ते के मुख कार्ड (तस्वीर वाला पत्ता) होने की क्या प्रायिकता होगी ?

(a) 3/13 (b) 4/13 (c) 6/13 (d) 9/13

18. यदि $P(A)$ घटना A की प्रायिकता व्यक्त करता है तो

(a) $P(A) > 1$ (b) $P(A) < 1$ (c) $0 \le P(A) \le 1$ (d) $-1 \le P(A) \le 1$

19. 400 अमरूद के एक संग्रह में से एक खराब अमरूद प्राप्त करने की प्रायिकता 0.035 है। इस सग्रंह में खराब अमरूदों की संख्या क्या होगी ?

(a) 7 (b) 14 (c) 21 (d) 28

20. निम्न में से कौन सा मान किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती?

docs.aglasem.com

aglasem.com

(a) $\frac{1}{3}$ (b) 0.1 (c) 3% (d) $\frac{17}{16}$

प्र. 2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये:

1. किसी असंभव घटना की प्रायिकता ..... होती है |
2. किसी निश्चित घटना की प्रायिकता..... होती है |
3. घटना 'E' की प्रायिकता + घटना 'E'नहीं' = ...है |
4. वह घटना जो घटित नहीं हो सकती है। ऐसी घटना ..... कहलाती है।
5. किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं योग.....होता है।
6. किसी प्रयोग की वह घटना जिसका केवल एक ही परिणाम हो .....घटना कहलाती है।
7. $1-P(\overline{E})=$.....

प्र.03 सही जोड़ी बनाइये :-

स्तम्भ - (i)	स्तम्भ - (ii)
(i) प्रायिकता का मान अधिक नहीं हो सकता	(अ) ऋणात्मक
(ii) प्रायिकता का मान कम नहीं हो सकता	(ब) 1 से
(iii) असंभव घटना की प्रायिकता होती है:	(स) 1
(iv)निश्चित घटना की प्रायिकता होती है :	(द) 0
(v) प्रायिकता का मान नहीं हो सकता	(इ) 0 से

प्र.4. एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए:

1. किसी घटना की प्रायिकता और उस घटना के नहीं होने की प्रायिकता का योग कितना होगा?
2. किसी असंभव घटना की प्रायिकता कितनी होगी?
3. किसी निश्चित घटना की प्रायिकता कितनी होगी?

प्र.5. सत्य / असत्य लिखिए:

1. किसी घटना की प्रायिकता 1 से अधिक नहीं हो सकती |
2. किसी घटना की प्रायिकता 1 से अधिक होती है |
3. किसी घटना की प्रायिकता ऋणात्मक नहीं हो सकती है |

प्र.6. एक चित प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जब एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है | साथ ही, एक पट प्राप्त करने की भी प्रायिकता ज्ञात कीजिए|

प्र.7. मान लीजिए हम एक पासे को एक बार फेंकते हैं | (i) 4 से बड़ी संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है? (ii) 4 से छोटी या उसके बराबर संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है ?

प्र.8. एक थैले में केवल नीबू की महक वाली मीठी गोलियां हैं | मालिनी बिना थैले में झाँके उसमें से एक गोली निकालती है | इसकी क्या प्रायिकता है कि वह निकाली गई गोली (i) संतरे की महक वाली है? (ii) नीबू की महक वाली है?

प्र.9. एक डिब्बे में 5 लाल कंचे, 8 सफ़ेद कंचे और 4 हरे कंचे हैं | इस डिब्बे में से एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है | इसकी क्या प्रायिकता है कि यह कंचा (i) लाल है? (ii) सफ़ेद है? (iii) हरा नहीं है?

प्र.10. अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है | इसकी प्रायिकता परिकलित कीजिए कि यह पत्ता (i) एक इक्का होगा | (ii) एक इक्का नहीं होगा |

docs.aglasem.com
aglasem.com

प्र.11. 20 बल्बों के एक समूह में 4 बल्ब खराब हैं | इस समूह में से एक बल्ब यादृच्छया निकाला जाता है | इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब खराब होगा?

प्र.12. दो खिलाड़ी संगीता और रेशमा टेनिस का एक मैच खेलते हैं | यह ज्ञात है कि संगीता द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता 0.62 है | रेशमा के जीतने की क्या प्रायिकता है ?

प्र.13. यदि P(E) = 0.05 है, तो 'E-नहीं' की प्रायिकता क्या है?

प्र.14. यह दिया हुआ है कि 3 विद्यार्थियों के एक समूह में से 2 विद्यार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन न होने की प्रायिकता 0.992 है | इसकी क्या प्रायिकता है कि इन 2 विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो?

प्र.15. एक पासे को एक बार फेंका जाता है | निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए: (i) एक अभाज्य संख्या (ii) 2 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या (iii) एक विषम संख्या |

प्र.16. एक थैले में एक लाल गेंद, एक नीली गेंद और एक पीली गेंद है तथा सभी गेंदें एक ही साइज़ की हैं |कृतिका बिना थैले के अंदर झाँके, इसमें से एक गेंद निकालती है | इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गेंद
(i) पीली होगी (ii) लाल होगी (iii) नीली होगी?

प्र.17. एक बक्से में 3 नीले, 2 सफेद और 4 लाल कंचे हैं | यदि इस बक्से में से एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है तो इसकी क्या प्रायिकता है कि यह कंचा (i) सफेद है? (ii) नीला है? (iii)लाल है?

प्र.18. एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदें हैं | इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है तो इसकी क्या प्रायिकता है कि यह गेंद (i) लाल हो? (ii) लाल नहीं हो?

प्र.19. एक डिब्बे में 100 कमीजें हैं, जिसमें 88 अच्छी हैं तथा 8 में थोड़ी सी खराबी है और 4 में अधिक खराबी है| एक व्यापारी जिम्मी वे ही कमीजे स्वीकार करता है जो अच्छी हैं, जबकि एक अन्य व्यापारी सुजाता उन्हीं कमीजों को अस्वीकार करती है जिनमें खराबी अधिक है | इस डिब्बे में से एक कमीज को यादृच्छया रूप से निकाला जाता है ,इसकी क्या प्रायिकता है कि वह कमीज (i) जिम्मी को स्वीकार हो? (ii) सुजाता को स्वीकार हो ?

प्र.20. सविता और हमीदा दो मित्र हैं | इसकी क्या प्रायिकता है कि दोनों (i) के जन्म-दिन भिन्न-भिन्न हों? (ii) का जन्मदिन एक ही हो? [लीप का वर्ष छोड़ते हुए) |

प्र. 21 किसी स्कूल की कक्षा 10 में 40 विद्यार्थी हैं जिनमें 25 लडकियाँ हैं और 15 लड़के हैं। कक्षा अध्यापिका को एक विद्यार्थी कक्षा-प्रतिनिधि के रूप में चुनना है। वह प्रत्येक विद्यार्थी का नाम एक अलग कार्ड पर लिखती है, जबकि कार्ड एक जैसे हैं। फिर वह इन कार्डों को एक थैले में डालकर अच्छी तरह से मिला देती है। इसके बाद वह थैले मे से एक कार्ड निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि कार्ड पर लिखा हुआ नाम एक:
(i) लड़की का है? (ii) लड़के का होगा?

प्र. 22 गोपी अपने जल-जीव कुण्ड के लिए एक दुकान से मछली खरीदती है। दुकानदार एक टंकी, जिसमें 5 नर मछली और 8 मादा मछली हैं, में से एक मछली यादृच्छया उसे देने के लिए निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाली गई मछली नर मछली है?

प्र. 23 किसी कारण 12 खराब पेन 132 अच्छे पेनों में मिल गए हैं। केवल देखकर यह नहीं बताया जा सकता है कि कोई पेन खराब है या अच्छा है। इस मिश्रण में से, एक पेन यादृच्छया निकाला जाता है। निकाले गए पेन का अच्छा होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

docs.aglasem.com
aglasem.com

प्र. 24 144 बॉल पेनों के एक समूह में 20 बॉल पेन खराब हैं और शेष अच्छे हैं। आप वही पेन खरीदना चाहेंगे जो अच्छा हो , परंतु खराब पेन आप खरीदना नहीं चाहेंगे| दुकानदार इन पेनों में से, यादृच्छया एक पेन निकालकर आपको देता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि -

(i) आप वह पेन खरीदेंगे ? (ii) आप वह पेन नहीं खरीदेंगे ?

प्र. 25 एक स्लेटी पासे और एक नीले पासे को एक साथ फेंका जाता है। सभी संभावित परिणामों को लिखिए। इसकी क्या प्रायिकता है कि दोनो पासों की संख्याओं का योग -

(i) 8 है ? (ii) 13 है ? (iii)12 से छोटी या उसके बराबर है ?

प्र. 26 संयोग के एक खेल में, एक तीर को घुमाया जाता है, जो विश्राम में आने के बाद संख्याओं 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6, 7 और 8 में से किसी एक संख्या को इंगित करता है। यदि से सभी परिणाम समप्रायिक हैं तो इसकी क्या प्रायिकता है कि कि यह तीर इगिंत - (i) 8 को करेगा ? (ii) एक विषम संख्या को करेगा ?

(ii) 2 से बड़ी संख्या को करेगा ? (ii) 9 से छोटी संख्या को करेगा ?

प्र. 27 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञाता कीजिए -

(i) लाल रंग का बादशाह ? (ii) एक फेस कार्ड अर्थात तस्वीर वाला पत्ता ? (iii) लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता? (iv) पान का गुलाम ?

प्र. 28 ताश के 5 पत्तों - ईंट का दहला , गुलाम , बेगम , बादशाह , और इक्का - को पलट करके अच्छी प्रकार फेंटा जाता है। फिर इनमें से यादृच्छया एक पत्ता निकाला जाता है -

(i) इसकी क्या प्रायिकता है कि यह पत्ता एक बेगम है ? (ii) यदि बेगम निकल आती है , तो उसे अलग रख दिया जाता है और एक अन्य पत्ता निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि दूसरा निकाला गया पत्ता (a) एक इक्का है (b) एक बेगम है ?

प्र. 29 (i) 20 बल्बों के एक समूह में 4 बल्ब खराब हैं। इस समूह में से एक बल्ब यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब खराब होगा ?

(ii) मान लीजिए (i) में से निकाला गया बल्ब खराब नहीं है और न हीं दुबारा बल्बों के साथ मिलाया जाता है। अब शेष बल्बों में से एक बल्ब यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब खराब होगा ?

प्र. 30 एक पेटी में 90 डिस्क हैं, जिन पर 1 से 90 तक संख्याएँ अंकित हैं । यदि पेटी में से एक डिस्क यादृच्छया निकाली जाती है तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस डिस्क पर अंकित होगी -

(i) दो अंको की संख्या ? (ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या ? (iii) 5 से विभाज्य एक संख्या ?

प्र. 31 एक खेल में एक रूपए के सिक्के को तीन बार उछाला जाता है और प्रत्येक बार का परिणाम लिख लिया जाता है। तीनों परिणाम समान होने पर, अर्थात तीन चित या तीन पट प्राप्त होने पर, हनीफ खेल में जीत जाएगा अन्यथा हार जाएगा । हनीफ के खेल में हार जाने की प्रायिकता परिकलित कीजिए।

प्र. 32 एक पांसे को दो बार फेंका जाता है । इसकी क्या प्रायिकता है कि -

(i) 5 किसी भी बार में नहीं आएगा ? (ii) 5 कम से कम एक बार आएगा ?

.....

docs.aglasem.com

aglasem.com

उत्तरमाला
(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

उ.1. 1. (b) 1 2. (a) 0 3. (b) $1-P$ 4. (c) $\frac{1}{2}$ 5. (b) 1

6. (d) 1 7. (b) $\frac{1}{2}$ 8. (c) $\frac{1}{3}$ 9. (b) -1.5 10. (a) 0

11. (b) 1 12. (c) 0.95 13. (c) $\frac{1}{2}$ 14. (c) $\frac{1}{26}$ 15. (a) $\frac{1}{13}$

16. (b) $\frac{1}{7}$ 17. (a) $\frac{3}{13}$ 18. (c) $0 \le P(A) \le 1$ 19. (b) 14 20. (d) $\frac{17}{16}$

उ.2. 1. 0 2. 1 3. 1 4. असंभव घटना 5. 1 6. सरल 7. $P(E)$

उ.3. (i).↔ (ब), (ii).↔ (ई), (iii).↔ (द), (iv).↔ (स) (v).↔ (अ)

उ.4. 1. 1 2. 0 3. 1

उ.5. 1. सत्य 2. असत्य 3. सत्य

.....

docs.aglasem.com

aglasem.com