

NCERT SOLUTIONS

CLASS - 10th



aglasem.com

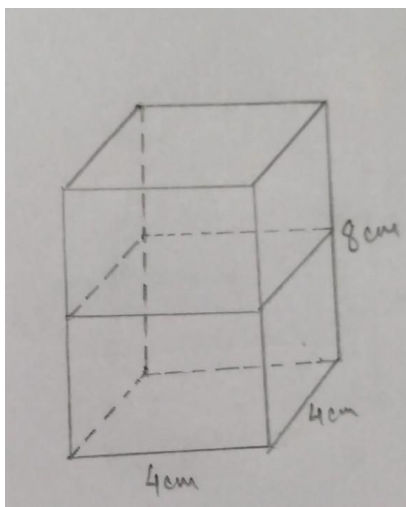
Class : 10th
 Subject : Mathematics
 Chapter : 13
 Chapter name : पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

Exercise 13.1

(जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।)

Q1 दो घनों जिनमें से प्रत्येक का आयतन 64cm^3 है कि संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Answer.



घन का आयतन $= 64\text{cm}^3$

भुजा³ $= 64$

भुजा $= \sqrt[3]{64} = 4\text{cm}$

दो घनों को मिलाकर बने घनाभ की भुजाएँ 4cm, 4cm और 8cm होंगी।

$\Rightarrow l=4\text{cm}, b=4\text{cm}, h=8\text{cm}$

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(4 \times 4 + 4 \times 8 + 4 \times 8)$

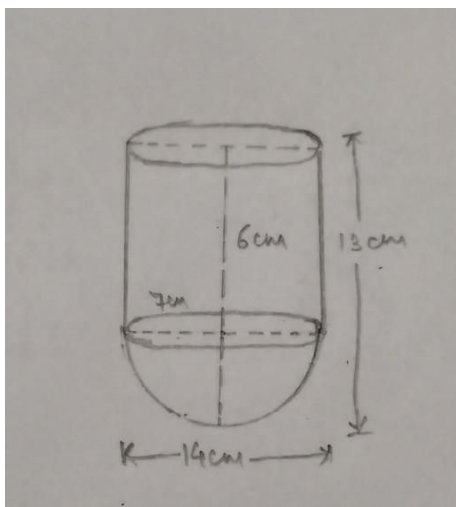
$= 2 \times 80$

$= 160\text{cm}^2$

Page: 268, Block Name : प्रश्नावली 13.1

Q2 कोई बर्तन एक खोखले अर्धगोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्धगोले का व्यास 14cm है और इस बर्तन (पात्र) की कुल ऊँचाई 13cm है। इस बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Answer.



अर्धगोले का व्यास = 14cm

अर्धगोले की त्रिज्या = बेलन की त्रिज्या

$$= \frac{14}{2}$$

$$= 7\text{cm}$$

बर्तन की कुल ऊँचाई = 13cm

बेलन की ऊँचाई = 13 - 7 = 6cm

बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh + 2\pi r^2$

$$= 2\pi r(h + r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(6 + 7)$$

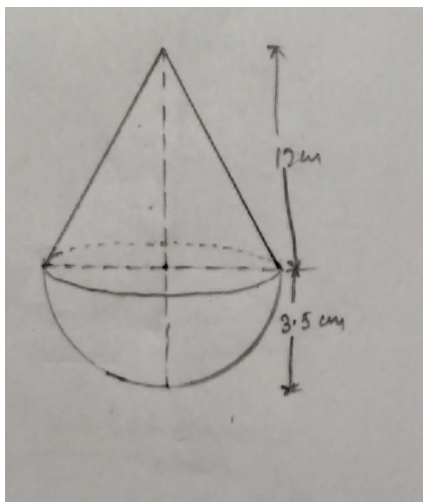
$$= 44 \times 13$$

$$= 572\text{cm}^2$$

Page: 268 , Block Name : प्रश्नावली 13.1

Q3 एक खिलौना त्रिज्या 3.5cm वाले एक शंकु के आकार का है , जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर अध्यारोपित है । इस खिलौने की संपूर्ण ऊँचाई 15.5cm है । इस खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Answer.



शंकु की त्रिज्या = 3.5cm = अर्धगोले की त्रिज्या

खिलौने की संपूर्ण ऊँचाई = 15.5cm

शंकु की ऊँचाई = 15.5 - 3.5 = 12cm

शंकु की तिर्यक ऊँचाई = $\sqrt{h^2 + r^2}$

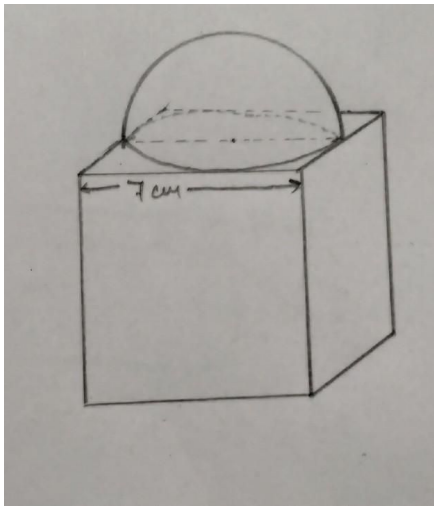
$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{12^2 + 3.5^2} \\
 &= \sqrt{144 + 12.25} \\
 &= \sqrt{156.25} \\
 &= 12.5 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= \pi r l + 2\pi r^2 \\
 &= \pi r(l + 2r) \\
 &= \frac{22}{7} \times 3.5[12.5 + (2 \times 3.5)] \\
 &= 11 \times (12.5 + 7) \\
 &= 11 \times 19.5 \\
 &= 214.5 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Page: 268 , Block Name : प्रश्नावली 13.1

Q4 भुजा 7cm वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर एक अर्धगोला रखा हुआ है। अर्धगोले का अधिकतम व्यास क्या हो सकता है? इस प्रकार बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Answer.



अर्धगोले का व्यास = घनाकार ब्लॉक की भुजा = 7cm

$$\text{अर्धगोले की त्रिज्या} = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ cm}$$

ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = घनाकार ब्लॉक का पृष्ठीय क्षेत्रफल + अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल - अर्धगोले के आधार का क्षेत्रफल

$$= 6a^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2$$

$$= 6a^2 + \pi r^2$$

$$= (6 \times 7 \times 7) + \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$$

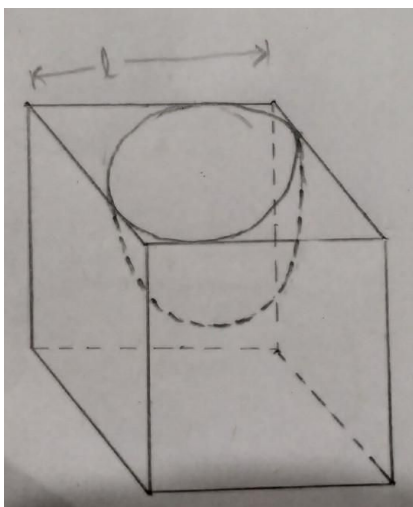
$$= 294 + 38.5$$

$$= 332.5 \text{ cm}^2$$

Page: 268 , Block Name : प्रश्नावली 13.1

Q5 एक घनाकार ब्लॉक के एक फलक को अंदर की ओर से काट कर एक अर्धगोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्धगोले का व्यास घन के एक किनारे के बराबर है। शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Answer.



माना घनाकार ब्लॉक की भुजा = a

अर्धगोले का अधिकतम व्यास = घनाकार ब्लॉक की भुजा = a

अर्धगोले की त्रिज्या, $(r) = \frac{a}{2}$

ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = घनाकार ब्लॉक का पृष्ठीय क्षेत्रफल + अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल - अर्धगोले के आधार का क्षेत्रफल

$$= 6a^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2$$

$$= 6a^2 + \pi r^2$$

$$= 6a^2 + \pi \frac{a^2}{4}$$

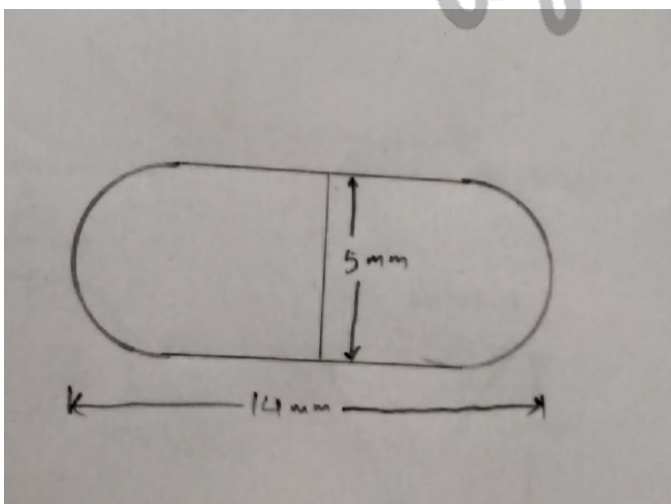
$$= 6a^2 + \frac{\pi a^2}{4}$$

$$= \left(6 + \frac{\pi}{4}\right)a^2 \text{ वर्ग इकाई}$$

Page: 268 , Block Name : प्रश्नावली 13.1

Q6 दवा का एक कैप्सूल (capsule) एक बेलन के आकार है जिसके दोनों सिरों पर एक-एक अर्धगोला लगा हुआ है। पूरे कैप्सूल की लंबाई 14mm है और उसका व्यास 5mm है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Answer.



बेलन का व्यास = 5mm

$$\text{बेलन की त्रिज्या} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ mm}$$

बेलनाकार भाग की लंबाई = $14 - (2.5 + 2.5) = 9 \text{ mm}$

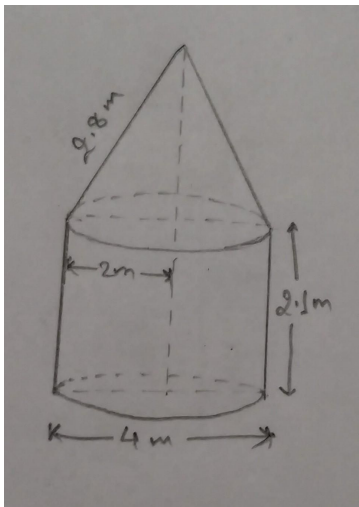
$$\text{अर्धगोले की त्रिज्या} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}
 \text{कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2 \\
 &= 2\pi r(h + 2r) \\
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.5(9 + 2 \times 2.5) \\
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.5 \times 14 \\
 &= 220\text{mm}^2
 \end{aligned}$$

Page: 268 , Block Name : प्रश्नावली 13.1

Q7 कोई तंबू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु अध्यारोपित है। यदि बेलानाकार भाग की ऊँचाई और व्यास क्रमशः 2.1m और 4m है तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 2.8m है तो इस तंबू को बनाने में प्रयुक्त कैनवस (canvas) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। साथ ही Rs.500 प्रति m^2 की दर से इसमें प्रयुक्त कैनवस की लागत ज्ञात कीजिए। (ध्यान दीजिए कि तंबू के आधार को कैनवस से नहीं ढका जाता है।)

Answer.



बेलानाकार भाग की ऊँचाई = 2.1m

बेलानाकार भाग का व्यास = 4m

बेलानाकार भाग की त्रिज्या = 2m

शंकवाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई (l) = 2.8m

कैनवस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi rl + 2\pi rh$

$$= \pi r(l + 2h)$$

$$= \frac{22}{7} \times 2(2.8 + 2 \times 2.1)$$

$$= \frac{22}{7} \times 2 \times 7$$

$$= 44\text{m}^2$$

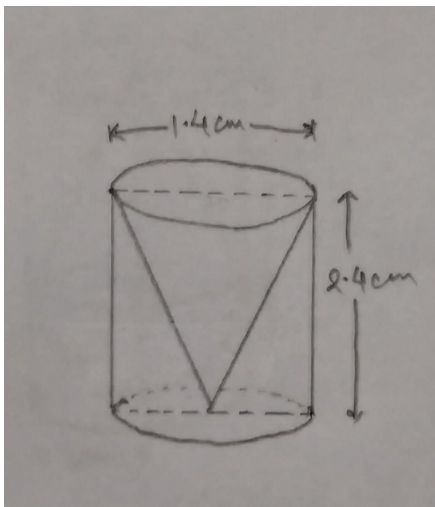
1m^2 कैनवस की लागत = Rs. 500

44m^2 कैनवस की लागत = Rs. $(500 \times 44 = \text{Rs. } 22000)$

Page: 268 , Block Name : प्रश्नावली 13.1

Q8 ऊँचाई 2.4cm और व्यास 1.4cm वाले एक ठोस बेलन में से इसी ऊँचाई और इसी व्यास वाला एक शंकवाकार खोल काट लिया जाता है। शेष बचे ठोस का निकटतम वर्ग सेंटीमीटर तक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Answer.



बेलन का व्यास= शंकु का व्यास=1.4m

बेलन की त्रिज्या= शंकु की त्रिज्या= $\frac{1.4}{2} = 0.7cm$

बेलन की ऊँचाई= शंकु की ऊँचाई=2.4cm

शंकु की तिर्यक ऊँचाई= $\sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{0.7^2 + 2.4^2}$
 $= \sqrt{0.49 + 5.76} = \sqrt{6.25} = 2.5cm$

शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल= बेलानाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल+ शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल+ बेलन के आधार का क्षेत्रफल

$= 2\pi rh + \pi rl + \pi r^2$

$= \pi r(2h + l + r)$

$= \frac{22}{7} \times 0.7(2 \times 2.4 + 2.5 + 0.7)$

$= 2.2(4.8 + 3.2)$

$= 2.2 \times 8$

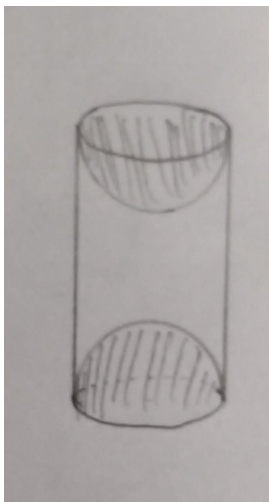
$= 17.60cm^2$

$\approx 18cm^2$

Page: 269 , Block Name : प्रश्नावली 13.1

Q9 लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्धगोला खोदकर निकालते हुए , एक वस्तु बनाई गई है । यदि बेलन की ऊँचाई 10cm है और आधार की त्रिज्या 3.5cm है तो इस वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Answer.



बेलन की त्रिज्या=3.5cm

बेलन की ऊँचाई =10cm

अर्धगोले की त्रिज्या = 3.5cm
वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$
 $= 2\pi r(h + 2r)$
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5(10 + 2 \times 3.5)$
 $= 22 \times 17$
 $= 374 \text{cm}^2$

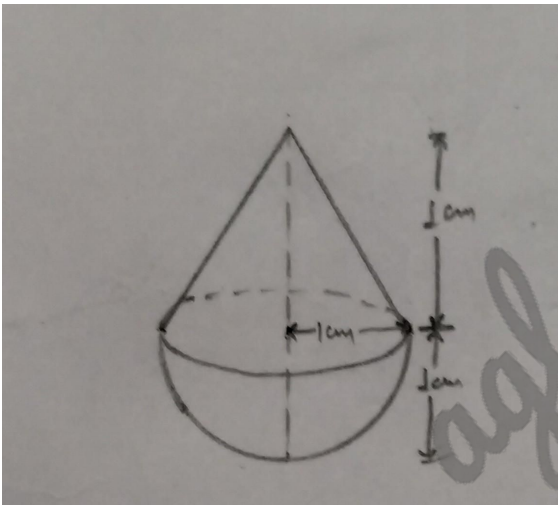
Page: 269 , Block Name : प्रश्नावली 13.1

Exercise 13.2

(जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।)

Q1 एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1cm है तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए।

Answer.



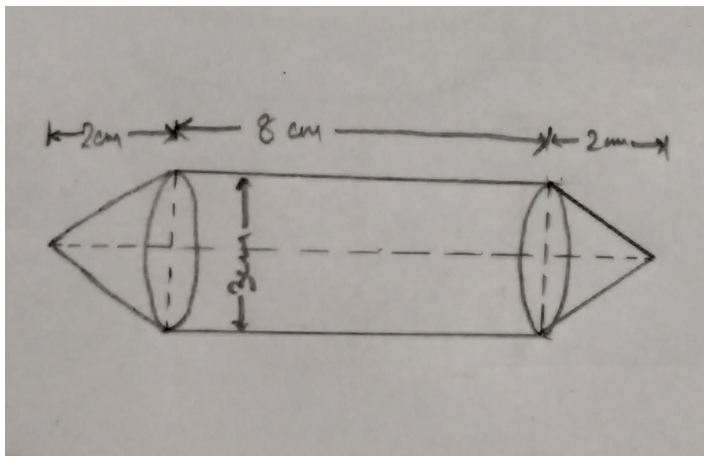
अर्धगोले की त्रिज्या = 1cm
शंकु की ऊँचाई = 1cm
ठोस का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$
 $= \frac{1}{3}\pi r^2(h + 2r)$
 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2(1 + 2 \times 1)$
 $= \frac{\pi}{3} \times 3$
 $= \pi \text{cm}^3$

Page: 271 , Block Name : प्रश्नावली 13.2

Q2 एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3cm है और इसकी लंबाई 12cm

है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए। (यह मान लीजिए कि मॉडल की आंतरिक और बाहरी विमाएँ लगभग बराबर हैं।)

Answer.



शंकु की ऊँचाई, $h_1 = 2\text{cm}$

शंकु की त्रिज्या = बेलन की त्रिज्या = $\frac{3}{2} = 1.5\text{cm}$

बेलन की ऊँचाई $h_2 = 12 - 2 \times h_1$

$$= 12 - (2 \times 2)$$

$$= 12 - 4$$

$$h_2 = 8\text{cm}$$

$$\text{हवा का आयतन} = 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h_1 + \pi r^2 h_2$$

$$= \pi r^2 \left(\frac{2h_1}{3} + h_2 \right)$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \left(\frac{2 \times 2}{3} + 8 \right)$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \left(\frac{4}{3} + 8 \right)$$

$$= \frac{22}{7} \times 2.25 \times \frac{28}{3}$$

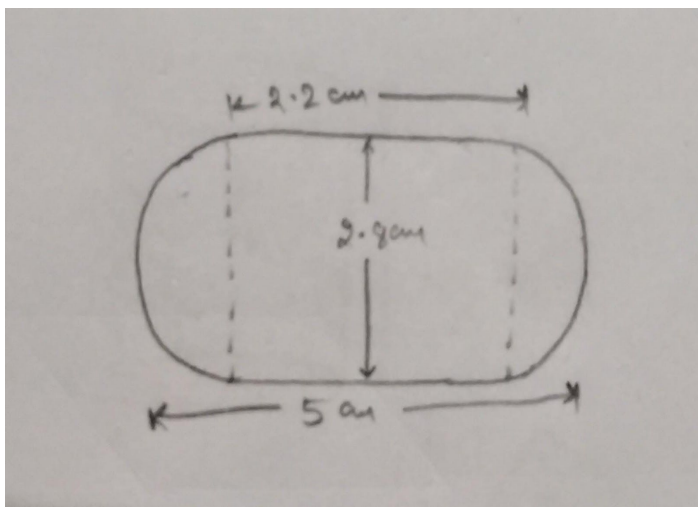
$$= 22 \times 0.75 \times 4$$

$$= 66\text{cm}^3$$

Page: 271 , Block Name : प्रश्नावली 13.2

Q3 एक गुलाबजामुन में उसके आयतन की लगभग 30% चीनी की चाशनी होती है। 45 गुलाबजामुनों में लगभग कितनी चाशनी होगी, यदि प्रत्येक गुलाबजामुन एक बेलन के आकार का है, जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार हैं तथा उसकी लंबाई 5cm और 2.8cm व्यास है।

Answer.



$$\text{अर्धगोलीय भाग की त्रिज्या} = \text{बेलानाकार भाग की त्रिज्या} = \frac{2.2}{2} = 1.1 \text{ cm}$$

$$\text{अर्धगोलीय भाग की ऊँचाई} = \text{बेलानाकार भाग की ऊँचाई} = 1.1 \text{ cm}$$

$$\text{बेलानाकार भाग की ऊँचाई, } h = 5 - (2 \times 1.1 = 5 - 2.2 = 2.8 \text{ cm})$$

$$\text{एक गुलाबजामुन का आयतन} = \pi r^2 h + 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \pi r^2 \left(h + \frac{4}{3} r \right)$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.1 \times 1.1 (2.8 + \frac{4}{3} \times 1.1)$$

$$= 25.05 \text{ cm}^3$$

$$45 \text{ गुलाबजामुनों का आयतन} = 25.05 \times 45 = 1127.25 \text{ cm}^3$$

$$\text{चीनी की चाशनी का आयतन} = 1127.25 \text{ का } 30\%$$

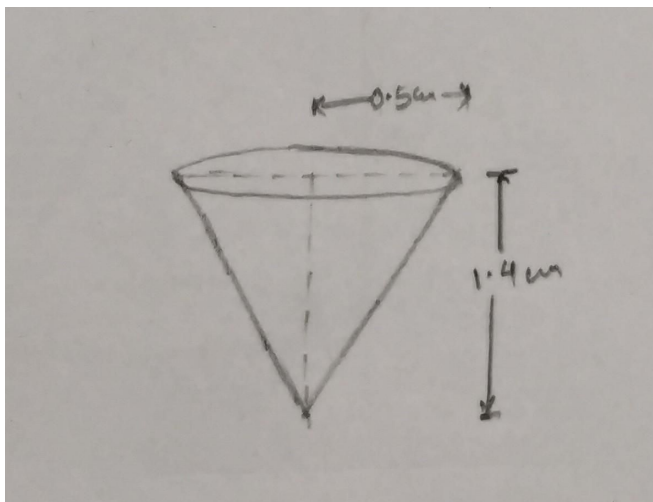
$$= 1127.25 \times \frac{30}{100}$$

$$= 338.17 \text{ cm}^3$$

Page: 272 , Block Name : प्रश्नावली 13.2

Q4 एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं। घनाभ की विमाएँ $15 \text{ cm} \times 10 \times 3.5 \text{ cm}$ हैं। प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 cm है और गहराई 1.4 cm है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए।

Answer.



गड्ढे की गहराई

$$h=1.4\text{cm}$$

गड़ढे की त्रिज्या

$$r=0.5\text{cm}$$

पूरे कलमदान की लकड़ी का आयतन= घनाभ का आयतन-4× गड़ढे का आयतन

$$=lbh - 4 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$=15 \times 10 \times 3.5 - 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1.4$$

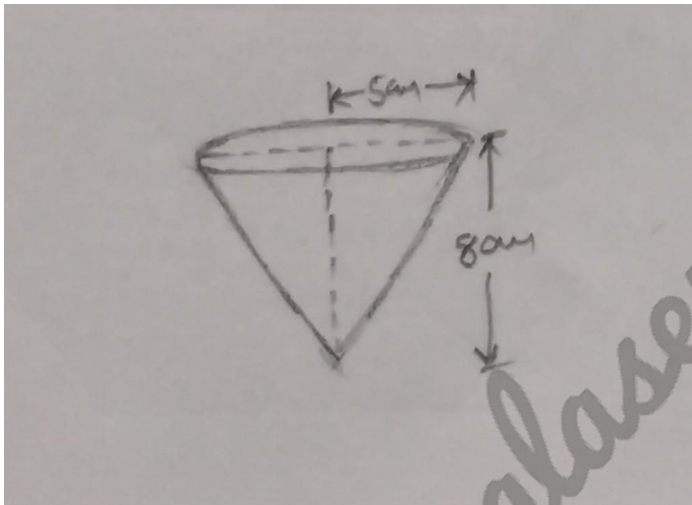
$$=525-1.47$$

$$=523.53\text{cm}^3$$

Page: 272 , Block Name : प्रश्नावली 13.2

Q5 एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार है। इसकी ऊँचाई है और इसकी ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती है, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसों की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

Answer.



बर्तन की ऊँचाई = 8cm

बर्तन की त्रिज्या $r_1 = 5\text{cm}$

सीसों की गोली की त्रिज्या, $r_2 = 0.5\text{cm}$

माना गोलियों की संख्या = m

∴ बर्तन से निकले पानी आयतन = m × सीसों की गोली का आयतन

$$\frac{1}{4} \times \text{शंकु का आयतन} = m \times \text{सीसों की गोली का आयतन}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\pi r_1^2 h = m \times \frac{4}{3}\pi r_2^3$$

$$r_1^2 h = m \times 16r_2^3$$

$$5^2 \times 8 = m \times 16(0.5^3)$$

$$m = \frac{200}{16 \times (0.5^3)}$$

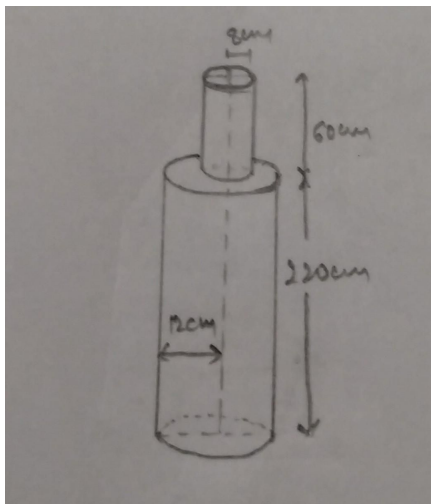
$$m=100$$

Page: 272 , Block Name : प्रश्नावली 13.2

Q6 ऊँचाई 220cm और आधार व्यास 24cm वाले एक बेलन, जिस पर ऊँचाई 60cm और त्रिज्या 8cm वाला एक अन्य बेलन आरोपित है, से लोहे का एक स्तंभ का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, जबकि दिया है 1cm^3 लोहे का द्रव्यमान लगभग 8g होता है।

$$\pi = 3.14 \text{ लीजिए।}$$

Answer.



बड़ा बेलन-

$$\text{त्रिज्या} = 12\text{cm}, \text{ उँचाई} = 220\text{cm}$$

छोटा बेलन-

$$\text{त्रिज्या} = 8\text{cm}, \text{ उँचाई} = 60\text{cm}$$

निर्मित स्तम्भ का आयतन = (बड़ा बेलन + छोटा बेलन) का आयतन

$$= (\pi r^2 h)_{\text{बड़ा बेलन}} + (\pi r^2 h)_{\text{छोटा बेलन}}$$

$$= 3.14 \times 144 \times 220 + 3.14 \times 64 \times 60$$

$$= 111532.8\text{cm}^3$$

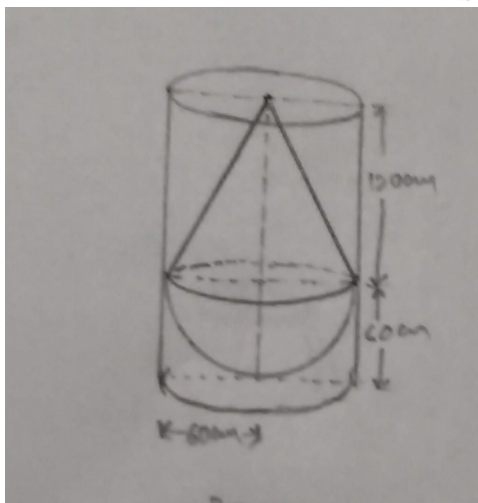
$$1\text{cm}^3 \text{ लोहे का वजन} = 8\text{g}$$

$$111532.8\text{cm}^3 \text{ लोहे का वजन} = 111532.8 \times 8\text{g} = 892.262\text{kg}$$

Page: 272 , Block Name : प्रश्नावली 13.2

Q7 एक ठोस में, उँचाई 120cm और त्रिज्या 60cm वाला एक शंकु सम्मिलित है, जो 60cm त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर आरोपित है। इस ठोस को पानी से भरे हुए एक लंब वृत्तीय बेलन में इस प्रकार सीधा डाल दिया जाता है यह बेलन की तली को स्पर्श करे। यदि बेलन की त्रिज्या 60cm है और उँचाई 180cm है तो बेलन में शेष बचे पानी का आयतन ज्ञात कीजिए।

Answer.



$$\text{अर्धगोले की त्रिज्या} = \text{शंकु की त्रिज्या} = \text{बेलन की त्रिज्या} = 60\text{cm}$$

$$\text{बेलन की उँचाई}, h_1 = 180\text{cm} (120 + 60)$$

$$\text{शंकु की उँचाई}, h_2 = 120\text{cm}$$

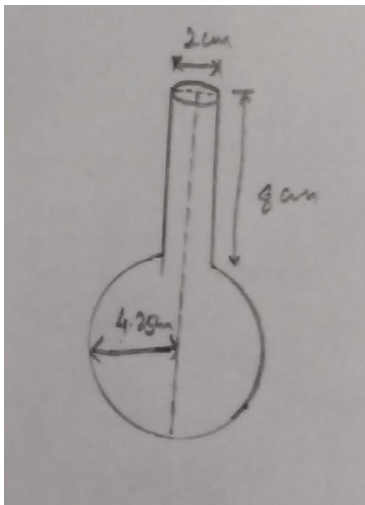
$$\text{बेलन में शेष बचे पानी का आयतन} = \text{बेलन का आयतन} - \text{अर्धगोले का आयतन} - \text{शंकु का आयतन}$$

$$\begin{aligned}
&= \pi r^2 h_1 - \frac{2}{3} \pi r^3 - \frac{1}{3} \pi r^2 h_2 \\
&= \pi r^2 \left[h_1 - \frac{2}{3} r - \frac{h_2}{3} \right] \\
&= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \left[180 - \frac{2}{3} \times 60 - \frac{120}{3} \right] \\
&= \frac{22}{7} \times 3600 [180 - 40 - 40] \\
&= \frac{22}{7} \times 3600 \times 100 \\
&= 1131428.57 \text{ cm}^3 \\
&\approx 1.13 \text{ m}^3
\end{aligned}$$

Page: 272 , Block Name : प्रश्नावली 13.2

Q8 एक गोलाकार काँच के बर्तन की बेलन के आकार की गर्दन है जिसकी लंबाई 8cm है और व्यास 2cm है जबकि गोलाकार भाग का व्यास 8.5cm है। इसमें भरे जा सकने वाली पानी की मात्रा माप कर , एक बच्चे ने यह ज्ञात किया की इस बर्तन का आयतन 345 cm^3 है। जाँच कीजिए कि उस बच्चे का उत्तर सही है या नहीं , यह मानते हुए कि उपरोक्त मापन आंतरिक मापन है और $\pi = 3.14$ ।

Answer.



गोलाकार भाग की त्रिज्या , $r_1 = 4.25 \text{ cm}$

बेलनाकार भाग की त्रिज्या , $r_2 = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm}$

बेलनाकार भाग की ऊँचाई , $h = 8 \text{ cm}$

बर्तन का आयतन $= \pi r_2^2 h + \frac{4}{3} \pi r_1^3$

$= \pi (r_2^2 h + \frac{4}{3} r_1^3)$

$= 3.14 (1^2 \times 8 + \frac{4}{3} \times (4.25)^3)$

बर्तन का आयतन $= 346.51 \text{ cm}^3$

बच्चे का उत्तर सही नहीं है।

Page: 272 , Block Name : प्रश्नावली 13.2

Exercise 13.3

(जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।)

Q1 त्रिज्या 4.2cm वाले धातु के एक गोले को पिघलाकर त्रिज्या 6cm वाले एक बेलन के रूप में ढाला जाता है। बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

Answer. गोले की त्रिज्या, $r_1 = 4.2\text{cm}$

बेलन की त्रिज्या, $r_2 = 6\text{cm}$

माना बेलन की ऊँचाई = $h\text{ cm}$

दिया है, गोले का आयतन = बेलन का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi r_1^3 = \pi r_2^2 h$$

$$\frac{4}{3} \times (4.2)^3 = (6)^2 \times h$$

$$h = \frac{4 \times 4.2 \times 4.2}{3 \times 36}$$

$$h = 2.74\text{cm}$$

Page: 276 , Block Name : प्रश्नावली 13.3

Q2 क्रमशः 6cm, 8cm और 10cm त्रिज्याओं वाले धातु के तीन ठोस गोलों को पिघलाकर एक बड़ा ठोस गोला बनाया जाता है। इस गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Answer. माना बड़े गोले की त्रिज्या = $R\text{ cm}$

$$\text{अब प्रश्नानुसार, } \frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4}{3}\pi r_2^3 + \frac{4}{3}\pi r_3^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$R^3 = r_1^3 + r_2^3 + r_3^3$$

$$R^3 = (6)^3 + (8)^3 + (10)^3$$

$$R = \sqrt[3]{216 + 512 + 1000}$$

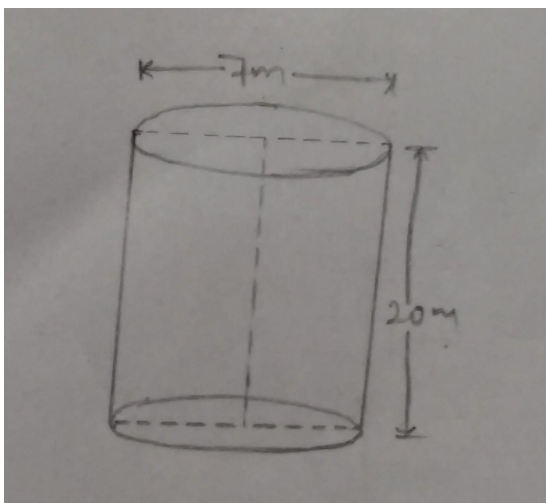
$$R = \sqrt[3]{1728}$$

$$R = 12\text{cm}$$

Page: 276 , Block Name : प्रश्नावली 13.3

Q3 व्यास 7m वाला 20m गहरा एक कुआँ खोदा जाता है और खोदने से निकली हुई मिट्टी को समान रूप से फैलाकर $22\text{m} \times 14\text{m}$ वाला एक चबूतरा बनाया गया है। इस चबूतरे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

Answer.



$$\text{कुएँ की त्रिज्या} = \frac{7}{2} = 3.5m$$

$$\text{कुएँ की गहराई} = 20m$$

$$\text{माना चबूतरे की ऊँचाई} = H$$

$$\text{चबूतरे की चौड़ाई} = 14m$$

$$\text{चबूतरे की लंबाई} = 22m$$

$$\text{कुएँ से निकली मिट्टी का आयतन} = \text{चबूतरे की मिट्टी का आयतन}$$

$$\pi r^2 h = L \times B \times H$$

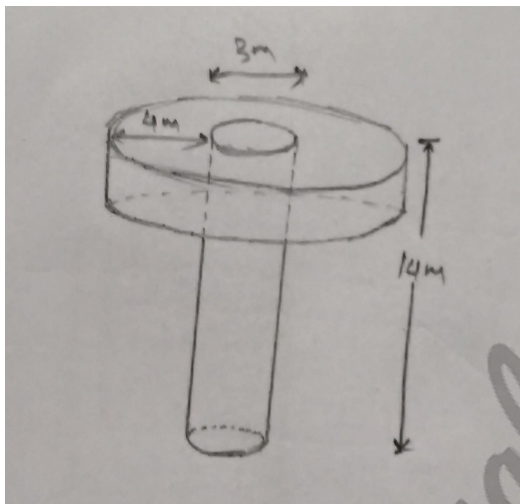
$$\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 20 = 22 \times 14 \times H$$

$$H = \frac{770}{22 \times 14} = 2.5m$$

Page: 276 , Block Name : प्रश्नावली 13.3

Q4 व्यास 3m का एक कुआँ 14m की गहराई तक खोदा जाता है। इससे निकली हुई मिट्टी से कुएँ के चारों ओर 4m चौड़ी एक वृत्ताकार वलय (ring) बनाते हुए, समान रूप से फैलाकर एक प्रकार का बाँध बनाया जाता है। इस बाँध की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

Answer.



$$\text{कुएँ की त्रिज्या}, r = \frac{3}{2}m = 1.5m$$

$$\text{कुएँ की गहराई}, h = 14m$$

$$\text{बाँध की चौड़ाई} = 4m$$

$$\text{बाँध की आंतरिक त्रिज्या}, = \frac{3}{2}m = 1.5m$$

$$\text{और बाह्य त्रिज्या} = 1.5 + 4 = 5.5m$$

$$\text{माना बाँध की ऊँचाई} = Hm$$

$$\text{कुएँ से निकली मिट्टी का आयतन} = \text{बाँध की मिट्टी का आयतन}$$

$$\pi r_1^2 h = \pi(r_2^2 - r_1^2)H$$

$$(1.5)^2 \times 14 = ((5.5)^2 - (1.5)^2) \times H$$

$$H = \frac{2.25 \times 14}{28}$$

$$H = 1.225m$$

Page: 276 , Block Name : प्रश्नावली 13.3

Q5 व्यास 12cm और ऊँचाई 15cm वाले एक लंब वृत्तीय बेलन के आकार का बर्तन आइसक्रीम से पूरा भरा हुआ है। इस

आइसक्रीम को ऊँचाई 12cm और व्यास 6cm वाले शंकुओं में भरा जाना है , जिनका ऊपरी सिरा अर्धगोलाकार होगा । उन शंकुओं की संख्या ज्ञात कीजिए जो इस आइसक्रीम से भरे जा सकते हैं ।

Answer. बेलन की त्रिज्या , $r_1 = \frac{12}{2} = 6cm$

बेलन की ऊँचाई , $h_1 = 15cm$

शंकु की त्रिज्या , $r_2 = \frac{6}{2} = 3cm$

शंकु की ऊँचाई , $h_2 = 12cm$

माना शंकुओं की संख्या = m

∴ बेलन का आयतन = $n \times$ आइसक्रीम का आयतन

$$\pi r_1^2 h_1 = m \left[\frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2 + \frac{2}{3} \pi r_2^3 \right]$$

$$6^2 \times 15 = m \left[\frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times 12 + \frac{2}{3} \times 27 \right]$$

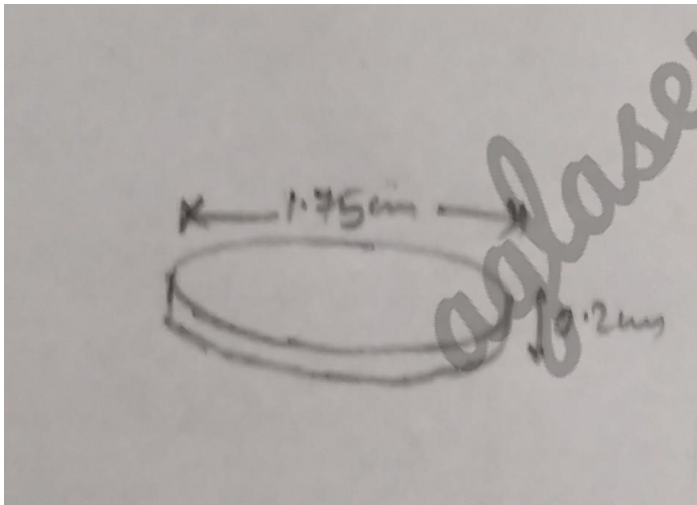
$$m = \frac{36 \times 15}{54}$$

$$m = 10$$

Page: 276 , Block Name : प्रश्नावली 13.3

Q6 विमाओं $5.5cm \times 10cm \times 3.5cm$ वाला एक घनाभ बनाने के लिए , 1.75cm व्यास और 2mm मोटाई वाले कितने चाँदी के सिक्कों को पिघलाना पड़ेगा?

Answer.



माना चाँदी के सिक्कों की संख्या = m

सिक्कों की त्रिज्या , $r = \frac{1.75}{2} = 0.875cm$

सिक्कों की ऊँचाई , $h_1 = 2mm = 0.2cm$

घनाभ की लंबाई , $l = 5.5cm$

घनाभ की चौड़ाई , $b = 10cm$

घनाभ की ऊँचाई , $h = 3.5cm$

प्रश्नानुसार ,

$n \times$ चाँदी के सिक्के का आयतन = घनाभ का आयतन

$$m \times \pi r^2 h_1 = l \times b \times h$$

$$m \times \frac{22}{7} \times (0.875)^2 \times 0.2 = 5.5 \times 10 \times 3.5$$

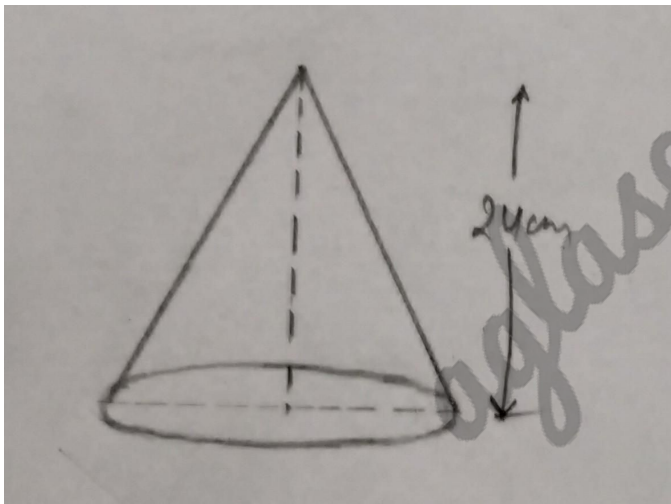
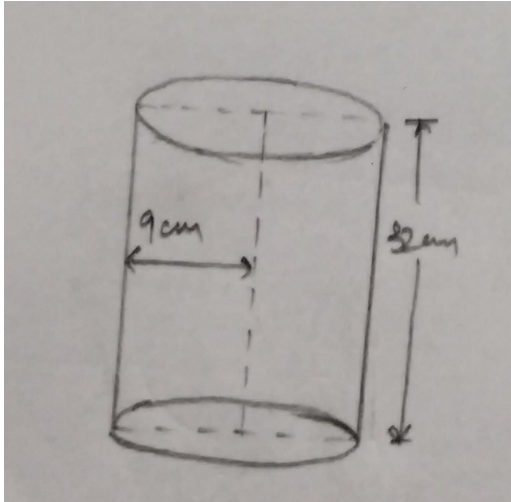
$$m = \frac{5.5 \times 10 \times 3.5 \times 7}{22 \times (0.875)^2 \times 0.2}$$

$$m=400$$

Page: 276 , Block Name : प्रश्नावली 13.3

Q7 32cm ऊँची और आधार त्रिज्या 18cm वाली एक बेलनाकार बाल्टी रेत से भरी हुई है। इस बाल्टी को भूमि पर खाली किया जाता है और इस रेत की एक शंक्वाकार ढेरी बनाई जाती है। यदि शंक्वाकार ढेरी की ऊँचाई 24cm है, तो इस ढेरी की त्रिज्या और तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

Answer.



बाल्टी की त्रिज्या, $r_1 = \frac{18}{2} = 9cm$

बाल्टी की ऊँचाई, $h_1 = 32cm$

शंकु की ऊँचाई, $h_2 = 24cm$

माना शंकु की त्रिज्या $= r_2cm$

बेलनाकार बाल्टी का आयतन = शंक्वाकार ढेर का आयतन

$$\pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2$$

$$9^2 \times 32 = \frac{1}{3} \times r_2^2 \times 24$$

$$r_2^2 = \frac{3 \times 18^2 \times 32}{24}$$

$$r_2^2 = 36^2$$

$$r_2 = \sqrt{36^2} = 36cm$$

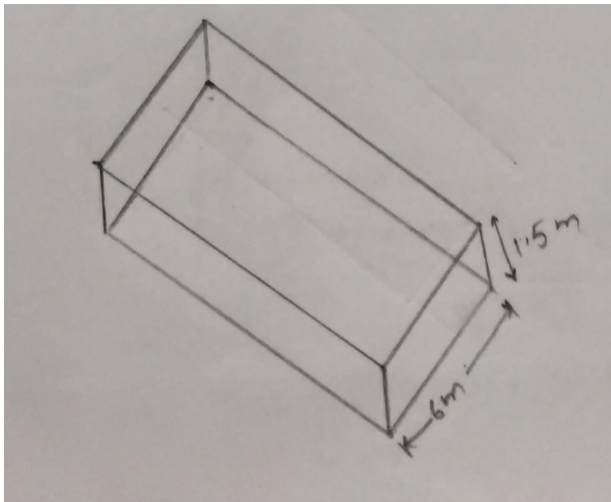
$$\text{ढेर की तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{r_2^2 + h^2} = \sqrt{36^2 + 24^2}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{1296 + 576} \\
 &= \sqrt{1872} \\
 &= 12\sqrt{13}\text{cm}
 \end{aligned}$$

Page: 276 , Block Name : प्रश्नावली 13.3

Q8 6m चौड़ी और 1.5m गहरी एक नहर में पानी 10km/h की चाल से बह रहा है। 30 मिनट में, यह नहर कितने क्षेत्रफल की सिंचाई के लिए 8cm गहरे पानी की आवश्यकता होती है।

Answer.



नहर की गहराई=1.5m

नहर की चौड़ाई=6m

$$\text{पानी गति} = 10\text{km/h} = \frac{1000}{60}\text{m/min}$$

$$\begin{aligned}
 \text{1 मिनट में बहे पानी का आयतन} &= 6 \times 1.5 \times \frac{1000}{60} \\
 &= 1500\text{m}^3
 \end{aligned}$$

$$\text{30 मिनट में बहे पानी का आयतन} = 30 \times 1500 = 45000\text{m}^3$$

माना सिंचित क्षेत्रफल=A

अब, 30 मिनट में बहे पानी का आयतन= खेत में 8cm गहरे पानी का आयतन

$$45000 = \frac{A \times B}{100}$$

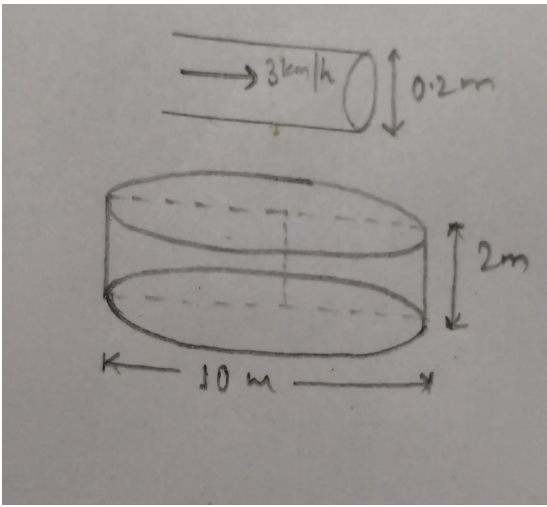
$$A = \frac{45000 \times 100}{8}$$

$$A = 562500\text{m}^2$$

Page: 276 , Block Name : प्रश्नावली 13.3

Q9 एक किसान अपने खेत में बनी 10m व्यास वाली और 2m गहरी एक बेलनाकार टंकी को आंतरिक व्यास 20cm वाले एक पाइप द्वारा एक नहर को जोड़ा जाता है। यदि पाइप में पानी 3km/h की चाल से बह रहा है, तो कितने समय बाद टंकी भर जाएगी?

Answer.



$$\text{पाइप की त्रिज्या, } r_1 = \frac{20}{200} = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{पाइप के काट का क्षेत्रफल} = \pi r_1^2 = \pi (0.1)^2 = 0.01\pi \text{ m}^2$$

$$\text{पानी की गति} = 3 \text{ km/h} = \frac{3000}{60} = 50 \text{ m/min}$$

$$\text{पाइप द्वारा 1 मिनट में बहे पानी का आयतन} = 50 \times 0.01\pi = 0.5\pi \text{ m}^3$$

$$\text{पाइप द्वारा } t \text{ मिनट में बहे पानी का आयतन} = 50 \times 0.01\pi = t \times 0.5\pi \text{ m}^3$$

$$\text{बेलनाकार टंकी की त्रिज्या, } r_2 = 5 \text{ m}$$

$$\text{टंकी की ऊँचाई, } h_2 = 2 \text{ m}$$

$$\text{माना टंकी को भरने में लगा समय} = t \text{ मिनट}$$

$$\text{अतः } t \text{ मिनट में बहे पानी का आयतन} = \text{टंकी का आयतन}$$

$$t \times 0.5\pi = \pi r_2^2 h_2$$

$$t \times 0.5 = 5^2 \times 2$$

$$t = \frac{50}{0.5}$$

$$t = 100 \text{ मिनट}$$

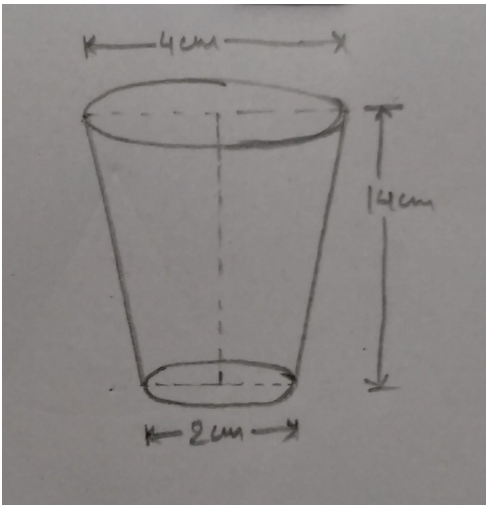
Page: 276 , Block Name : प्रश्नावली 13.3

Exercise 13.4

(जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।)

Q1 पानी पिने वाला एक गिलास 14cm ऊँचाई वाले एक शंकु के छिन्नक के आकार का है। दोनों वृत्ताकार सिरों के व्यास 4cm और 2cm हैं। इस गिलास का धारिता ज्ञात कीजिए।

Answer.



ऊपरी भाग की त्रिज्या, $r_1 = \frac{4}{2} = 2\text{cm}$

निम्न भाग की त्रिज्या, $r_2 = \frac{2}{2} = 1\text{cm}$

छिन्नक की ऊँचाई, $h=14\text{cm}$

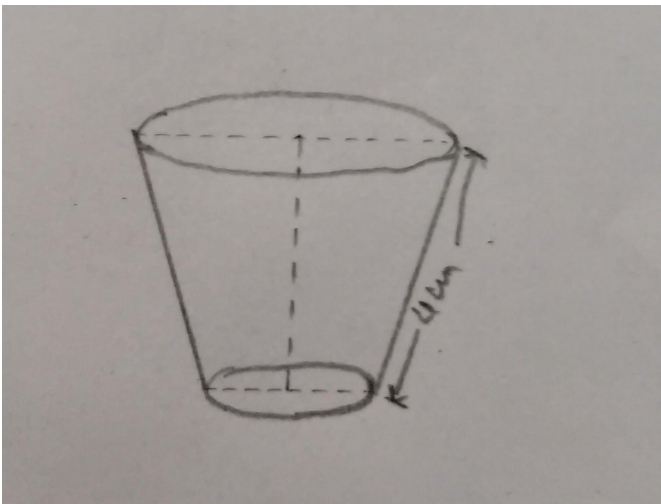
गिलास का धारिता = छिन्नक का आयतन

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 (2^2 + 1^2 + 2 \times 1) \\
 &= \frac{44}{3} \times 7 \\
 &= \frac{308}{3} \\
 &= 102\frac{2}{3} \text{cm}^3
 \end{aligned}$$

Page: 282 , Block Name : प्रश्नावली 13.4

Q2 एक शंकु के छिन्नक की तिर्यक ऊँचाई 4cm है तथा इसके वृत्तीय सिरों के परिमाप (परिधियाँ) 18cm और 6cm है। इस छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Answer.



ऊपरी भाग का परिमाप = 18cm

$$2\pi r_1 = 18$$

$$r_1 = \frac{9}{\pi}$$

निम्न भाग का परिमाप = 6cm

$$2\pi r_2 = 6$$

$$r_2 = \frac{3}{\pi}$$

छिन्नक की तिर्यक ऊँचाई = 4cm

छिन्नक का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi(r_1 + r_2)l$

$$= \pi\left(\frac{9}{\pi} + \frac{3}{\pi}\right) \times 4$$

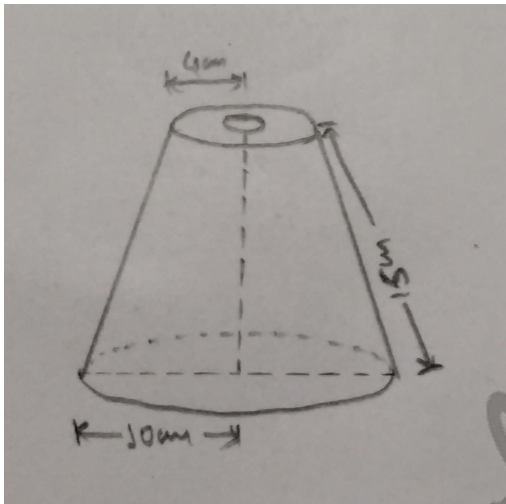
$$= \pi \times \frac{12}{\pi} \times 4$$

$$= 48\text{cm}^2$$

Page: 282 , Block Name : प्रश्नावली 13.4

Q3 एक तुर्की टोपी शंकु के एक छिन्नक के आकार की है। यदि इसके खुले सिरे की त्रिज्या 10cm है, ऊपरी सिरे की त्रिज्या है और टोपी की तिर्यक ऊँचाई 15cm है, तो इसके बनाने में पर्युक्त पदार्थ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Answer.



ऊपरी भाग की त्रिज्या, $r_2 = 4\text{cm}$

निम्न भाग की त्रिज्या, $r_1 = 10\text{cm}$

छिन्नक की तिर्यक ऊँचाई, $l = 15\text{cm}$

टोपी बनाने में पर्युक्त पदार्थ का क्षेत्रफल = छिन्नक का पृष्ठीय क्षेत्रफल + ऊपरी भाग का क्षेत्रफल

$$= \pi(r_1 + r_2)l + \pi r_2^2$$

$$= \frac{22}{7}(10 + 4) \times 15 + \frac{22}{7} \times 4 \times 4$$

$$= 660 + \frac{352}{7}$$

$$= \frac{4620 + 352}{7}$$

$$= \frac{4972}{7}$$

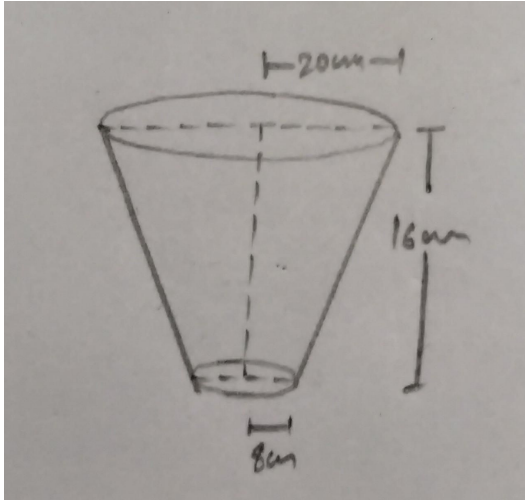
$$= 710\frac{2}{7}\text{cm}^2$$

Page: 282 , Block Name : प्रश्नावली 13.4

Q4 धातु की चादर से बना और ऊपर से खुला एक बर्तन शंकु के एक छिन्नक के आकार का है, जिसकी ऊँचाई 16cm है तथा निचले और ऊपरी सिरों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8cm और 20cm है। Rs.20 प्रति लीटर की दर से, इस बर्तन को पूरा भर सकने वाले दूध

का मूल्य ज्ञात कीजिए। साथ ही, इस बर्तन को बनाने के लिए पर्युक्त धातु की चादर का मूल्य Rs.8 प्रति 100cm^3 की दर से ज्ञात कीजिए। $\pi = 3.14$ लीजिए।

Answer.



ऊपरी भाग की त्रिज्या, $r_1 = 20\text{cm}$

निम्न भाग की त्रिज्या, $r_2 = 8\text{cm}$

बर्तन की ऊँचाई = 16cm

बर्तन की तिर्यक ऊँचाई, $l = \sqrt{r_1^2 - r_2^2} + h^2$

$$= \sqrt{(20 - 8)^2 + 16^2}$$

$$= \sqrt{12^2 + 16^2}$$

$$= \sqrt{400} = 200$$

बर्तन की धारिता = $\frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 16(20^2 + 8^2 + 20 \times 8)$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 16(400 + 64 + 160)$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 16 \times 624$$

$$= 10449.92\text{cm}^3$$

$$\approx 10.45\text{लीटर}$$

1 लीटर दूध का मूल्य = Rs.20

10.45 लीटर दूध का मूल्य = $20 \times 10.45 = \text{Rs.}209$

बर्तन को बनाने के लिए पर्युक्त धातु की चादर का क्षेत्रफल

$$= \pi(r_1 + r_2)l + \pi r_2^2$$

$$= \pi(20 + 8) \times 20 + \pi \times 8^2$$

$$= 560\pi + 64\pi$$

$$= 624\pi\text{cm}^2$$

100cm^2 चादर का मूल्य = Rs.8

$$624\pi\text{cm}^2 \text{ चादर का मूल्य} = \text{Rs.} \frac{8}{100} \times 624\pi$$

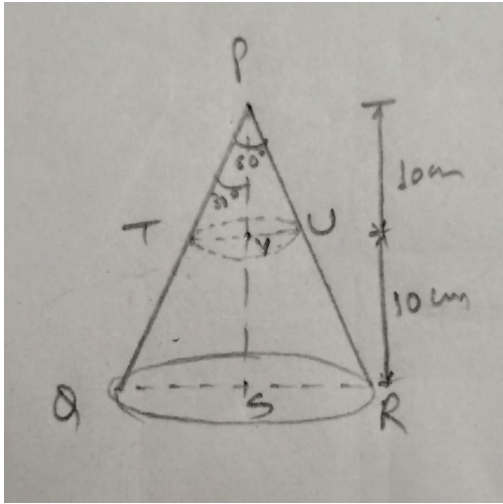
$$= \text{Rs.} \frac{8}{100} \times 624 \times 3.14$$

$$= \text{Rs.}156.75$$

Page: 282 , Block Name : प्रश्नावली 13.4

Q5 20cm ऊँचाई और शीर्ष कोण (vertical angle) 60° वाले एक शंकु को उसकी ऊँचाई के बीचोबीच से होकर जाते हुए एक तल से दो भागों को काटा गया है, जबकि तल शंकु के आधार के समांतर है। यदि इस प्राप्त शंकु के छिन्नक को व्यास $\frac{1}{16} cm$ वाले एक तार के रूप में बदल दिया जाता है तो तार की लंबाई ज्ञात कीजिए।

Answer.



$\triangle PTV$ में,

$$\tan 30^\circ = \frac{TV}{PV}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{TV}{10}$$

$$TV = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$\triangle PQS$ में,

$$\tan 30^\circ = \frac{QS}{PS}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{QS}{20}$$

$$QS = \frac{20}{\sqrt{3}} cm$$

$$\text{ऊपरी भाग की त्रिज्या, } r_1 = \frac{10}{\sqrt{3}} cm$$

$$\text{निम्न भाग की त्रिज्या, } r_2 = \frac{20}{\sqrt{3}} cm$$

$$\text{ऊँचाई, } h = 10 cm$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 10 \left[\frac{10^2}{\sqrt{3}} + \frac{20^2}{\sqrt{3}} + \frac{10}{\sqrt{3}} \times \frac{20}{\sqrt{3}} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 10 \left[\frac{100}{4} + \frac{400}{3} + \frac{200}{3} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 10 \times \frac{700}{3}$$

$$= \frac{22000}{9} cm^3$$

$$\text{तार की त्रिज्या } r = \frac{1}{2} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{32} cm$$

माना तार की लंबाई l cm है।

$$\text{तार का आयतन} = \pi r^2 \times l$$

$$= \pi \times \left(\frac{1}{32}\right)^2 \times l$$

छिन्नक का आयतन = तार का आयतन

$$\frac{22000}{9} = \pi \times \left(\frac{1}{32}\right)^2 \times l$$

$$l = \frac{22000 \times 7 \times 32 \times 32}{9 \times 22}$$

$$l = 796444.44 \text{ cm}$$

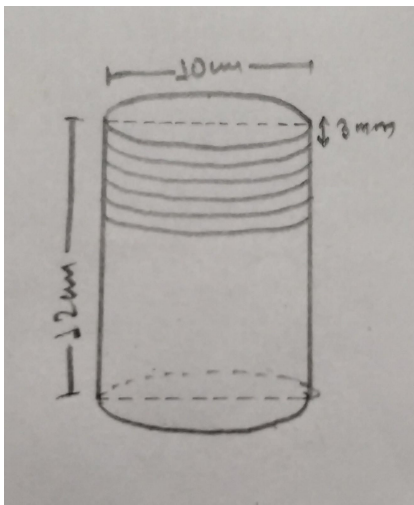
$$l = 7964.44 \text{ m}$$

Page: 282 , Block Name : प्रश्नावली 13.4

Exercise 13.5

Q1 व्यास 3mm वाले ताँबे के एक तार को 12cm लंबे और 10cm व्यास वाले एक बेलन पर इस प्रकार लपेटा जाता है कि वह बेलन के वक्र पृष्ठ को पूर्णतया ढक लेता है। तार की लंबाई और द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, यह मानते हुए की ताँबे का घनत्व $8.88 \text{ g प्रति } \text{cm}^3$ है।

Answer.



$$\text{तार का व्यास} = 3 \text{ mm} = 0.3 \text{ cm}$$

$$\text{बेलन की लंबाई} = 12 \text{ cm}$$

$$\text{बेलन का व्यास} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{कुल लपेटों की संख्या} = \text{बेलन की लंबाई} / \text{तार का व्यास}$$

$$= \frac{12}{0.3}$$

$$= 40$$

$$\text{एक बार लपेटने में तार की लंबाई} = \text{बेलन के आधार की परिधि}$$

$$= 2\pi r$$

$$= 2\pi \times 5$$

$$= 10\pi \text{ cm}$$

$$40 \text{ लपेटों में तार की लंबाई} = 40 \times 10\pi = 400\pi \text{ cm}$$

$$= 400 \times \frac{22}{7}$$

$$= \frac{8800}{7}$$

$$= 1257.14 \text{ cm} = 12.57 \text{ m}$$

$$\text{तार की त्रिज्या} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ mm} = 0.15 \text{ cm}$$

$$\text{तार का आयतन} = \pi r^2 \times 1257.14$$

$$= \frac{22}{7} \times 0.15 \times 0.15 \times 1257.14$$

$$= 88.898 \text{ cm}^3$$

$$\text{तार का द्रव्यमान} = \text{आयतन} \times \text{घनत्व}$$

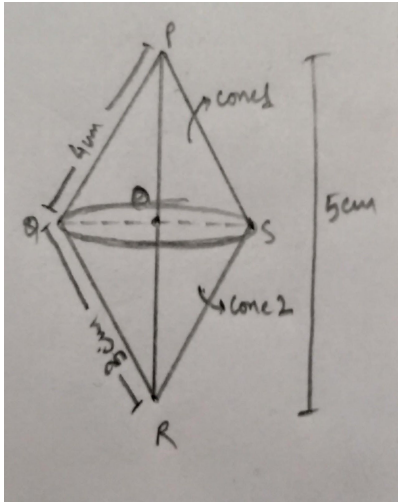
$$= 88.898 \times 8.88$$

$$= 789.41$$

Page: 283 , Block Name : प्रश्नावली 13.5

Q2 एक समकोण त्रिभुज , जिसकी भुजाएँ 3cm और 4cm है (कर्ण के अतिरिक्त) , को उसके कर्ण के परितः घुमाया जाता है । इस प्रकार प्राप्त द्वि-शंकु (double cone) के आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । (π का मान जो भी उपयुक्त लगे , प्रयोग कीजिए ।)

Answer.



$$\text{कर्ण } PR = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{समकोण } \triangle PQR \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times OQ \times PR$$

$$\frac{1}{2} \times PR \times OQ = \frac{1}{2} \times OQ \times PR$$

$$\frac{1}{2} \times 5 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$$

$$OB = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ cm}$$

$$\text{द्विशंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h_1 + \frac{1}{3} \pi r^2 h_2$$

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 [h_1 + h_2]$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times (2.4)^2 \times 5$$

$$= 30.14 \text{ cm}^3$$

$$\text{द्विशंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = \pi r (l_1 + l_2)$$

$$= 3.14 \times 2.4 (4 + 3)$$

$$= 3.14 \times 2.4 \times 7$$

$$=52.75cm^2$$

Page: 283 , Block Name : प्रश्नावली 13.5

Q3 एक टंकी , जिसके आंतरिक मापन $150cm \times 120cm \times 110cm$ है , में $129600cm^3$ पानी है । इस पानी में कुछ छिद्र वाली ईंटे तब तक डाली जाती है , जब तक टंकी पूरी ऊपर तक भर न जाए । प्रत्येक ईंट अपने आयतन का $\frac{1}{17}$ पानी सोख लेती है ।

यदि प्रत्येक ईंट की माप $22.5cm \times 7.5cm \times 6.5cm$ है , तो टंकी में कुल कितनी ईंटे डाली जा सकती है , ताकि उसमें से पानी बाहर न आए ।

Answer. टंकी का आयतन $=150 \times 120 \times 110 = 198000cm^3$

टंकी में उपस्थित पानी का आयतन $=129600cm^3$

$\therefore$ टंकी में भरी जानी वाली ईंटों का आयतन $=198000-129600$

$$=1850400 cm^3$$

माना ईंटों की संख्या $=m$,

मईंटों का आयतन $=m \times 22.5 \times 7.5 \times 6.5 = 1096.875mcm^3$

$$1850400 + \frac{m}{17} \times 1096.875 = 1096.875m$$

$$1850400 = (m - \frac{m}{17})1096.875$$

$$\frac{16m}{17} \times 1096.875 = 1850400$$

$$m = \frac{1850400 \times 17}{16 \times 1096.875}$$

$$m \approx 1792$$

Page: 283 , Block Name : प्रश्नावली 13.5

Q4 किसी महीने के 15 दिनों में , एक नदी की घाटी में $10cm$ वर्षा हुई । यदि इस घाटी का क्षेत्रफल $7280km^2$ है , तो दर्शाइए कि कुल वर्षा तीन नदियों के सामान्य पानी के योग के समतुल्य थी , जबकि प्रत्येक नदी $1072km$ लंबी , $75m$ चौड़ी और $3m$ गहरी है ।

Answer. घाटी में हुई वर्षा $=10cm=0.1m$

घाटी का क्षेत्रफल $=7280km^2 = 7280000000m^2$

वर्षा के पानी का आयतन $=7280000000 \times 0.1 = 728000000m^3$

नदी के पानी का आयतन $=1072000 \times 75 \times 3 = 241200000m^3$

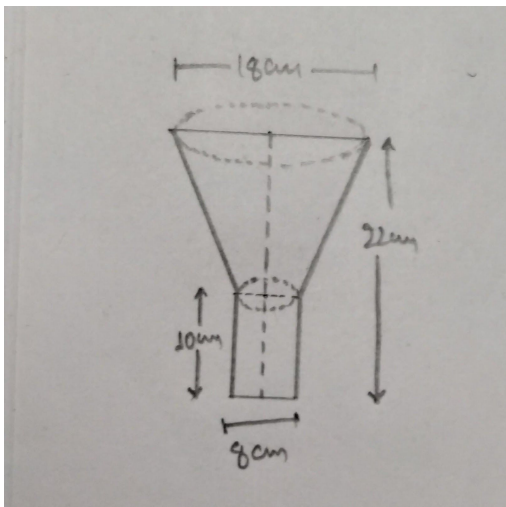
तीन नदियों के पानी का आयतन $=3 \times 241200000 = 843600000m^3$

$$9728000000m^3 \approx 843600000m^3$$

Page: 283 , Block Name : प्रश्नावली 13.5

Q5 टीन की बनी हुई एक तेल की कुप्पी $10cm$ लंबे एक बेलन में एक शंकु के छिन्नक को जोड़ने से बनी है । यदि इसकी कुल ऊँचाई $22cm$ है , बेलनाकार भाग का व्यास $8cm$ है और कुप्पी के ऊपरी सिरे का व्यास $18cm$ है , तो इसके बनने में लगी टीन की चादर का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Answer.



ऊपरी भाग की त्रिज्या, $r_1 = 9\text{cm}$

निम्न भाग की त्रिज्या, $r_2 = 4\text{cm}$

बेलनाकार भाग की त्रिज्या = 4cm

छिन्नक की ऊँचाई = $22 - 10 = 12\text{cm}$

बेलनाकार भाग की ऊँचाई = $h_2 = 10\text{cm}$

छिन्नक की तिर्यक ऊँचाई, $l = \sqrt{r_1^2 - r_2^2 + h_1^2}$

$$= \sqrt{(9 - 4)^2 + 12^2}$$

$$= \sqrt{25 + 144}$$

$$= \sqrt{169}$$

$$= 13\text{cm}$$

टीन की चादर का क्षेत्रफल = $\pi(r_1 + r_2)l + 2\pi r_2 h_2$

$$= \frac{22}{7} (9 + 4) \times 13 + 2 \times \frac{22}{7} \times 4 \times 10$$

$$= \frac{22}{7} [169 + 80]$$

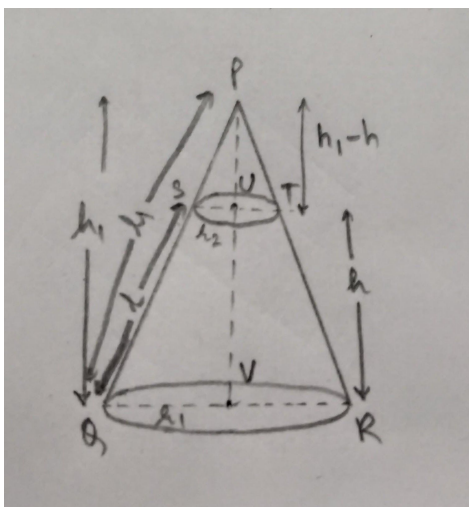
$$= \frac{22}{7} \times 249$$

$$= 782\frac{4}{7}\text{cm}^2$$

Page: 283 , Block Name : प्रश्नावली 13.5

Q6 शंकु के एक छिन्नक के लिए , पूर्व स्पष्ट किए संकेतों का प्रयोग करते हुए , वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल और संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल के उन सूत्रों को सिद्ध कीजिए ।

Answer.



मान लीजिये PQR एक शंकु है जिससे छिन्नक निर्मित किया गया है। माना r_1 तथा r_2 दोनों सिरों की त्रिज्याएँ एवं h ऊँचाई है।

$\triangle PQV$ और $\triangle PSU$ में,

$QV \parallel SU$

$\angle PQV = \angle PSU$ [संगत कोण]

$\angle PVQ = \angle PUS$ [प्रत्येक कोण 90°]

$\therefore \triangle PQV \sim \triangle PSU$ (AA समरूपता से)

अतः $\frac{SU}{QV} = \frac{PU}{PV} = \frac{PS}{PQ}$ [समरूप त्रिज्यों की समापाती भुजाएँ]

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{h_2 - h_1}{h_1} = \frac{l_1 - l}{l_1}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 1 - \frac{h}{h_1} = 1 - \frac{l}{l_1}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 1 - \frac{l}{l_1}$$

$$\frac{l}{l_1} = 1 - \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_1 - r_2}{r_1}$$

$$\frac{l_1}{l} = \frac{r_1}{r_1 - r_2}$$

$$l = \frac{r_1 l_1}{r_1 - r_2}$$

छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = शंकु PQR का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल - शंकु PST का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \pi r_1 l_1 - \pi r_2 (l_1 - l)$$

$$= \pi r_1 \left(\frac{r_1 l_1}{r_1 - r_2} \right) - \pi r_2 \left(\frac{r_1 l_1}{r_1 - r_2} - l \right)$$

$$= \frac{\pi r_1^2 l_1}{r_1 - r_2} - \frac{\pi r_2^2 l_1}{r_1 - r_2}$$

$$= \pi l \left(\frac{r_1^2 - r_2^2}{r_1 - r_2} \right) - \pi l \frac{(r_1 - r_2)(r_1 + r_2)}{r_1 - r_2}$$

$$= \pi l (r_1 + r_2)$$

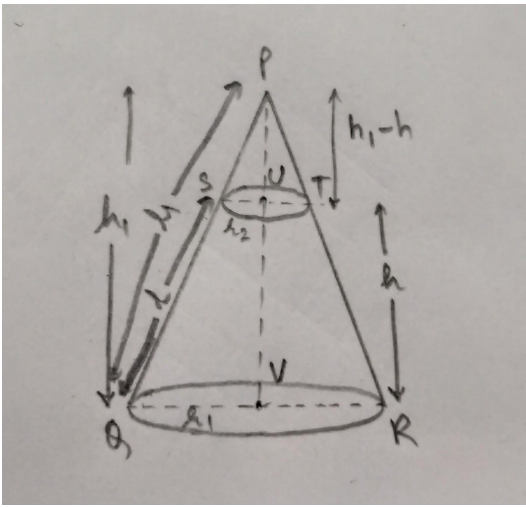
छिन्नक का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi (r_1 + r_2 l + \pi r_2^2 + \pi r_1^2)$

= छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + ऊपरी आधार का क्षेत्रफल + निचले आधार का क्षेत्रफल

Page: 283 , Block Name : प्रश्नावली 13.5

Q7 शंकु के एक छिन्नक के लिए , पूर्व स्पष्ट किए संकेतों का प्रयोग करते हुए , आयतन का वह सूत्र सिद्ध कीजिए।

Answer.



$\triangle PQV$ और $\triangle PSU$ में,

$QV \parallel SU$

$\angle PQV = \angle PSU$ [संगत कोण]

$\angle PVQ = \angle PUS$ [प्रत्येक कोण 90°]

$\therefore \triangle PQV \sim \triangle PSU$ (AA समरूपता से)

अतः $\frac{SU}{QV} = \frac{PU}{PV} = \frac{PS}{PQ}$ [समरूप त्रिज्यों की समापाती भुजाएँ]

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{h_2 - h_1}{h_1} = \frac{l_1 - l}{l_1}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 1 - \frac{h}{h_1} = 1 - \frac{l}{l_1}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 1 - \frac{h}{h_1}$$

$$\frac{h}{h_1} = 1 - \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_1 - r_2}{r_1}$$

$$\frac{h_1}{h} = \frac{r_1}{r_1 - r_2}$$

छिन्नक का आयतन = शंकु PQR का आयतन - शंकु PST का आयतन

$$= \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1 - \frac{1}{3} \pi r_2^2 (h_1 - h)$$

$$= \frac{1}{3} \pi (r_1^2 h_1 - r_2^2 (h_1 - h))$$

$$= \frac{1}{3} \pi \left[r_1^2 \left(\frac{r_1 h}{r_1 - r_2} \right) - r_2^2 \left(\frac{r_1 h}{r_1 - r_2} - h \right) \right]$$

$$= \frac{1}{3} \pi \left[\frac{r_1^3 h}{r_1 h} r_1 - r_2 - r_2^2 \left(\frac{r_1 h - r_1 h + r_2 h}{r_1 h} r_1 - r_2 \right) \right]$$

$$= \frac{1}{3} \pi \left[\frac{r_1^3 h}{r_1 - r_2} - \frac{r_2^3 h}{r_1 - r_2} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \pi h \left[\frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1 - r_2} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \pi h \left[\frac{(r_1 - r_2) r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2}{r_1 - r_2} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \pi h [(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)]$$