NCERT SOLUTIONS

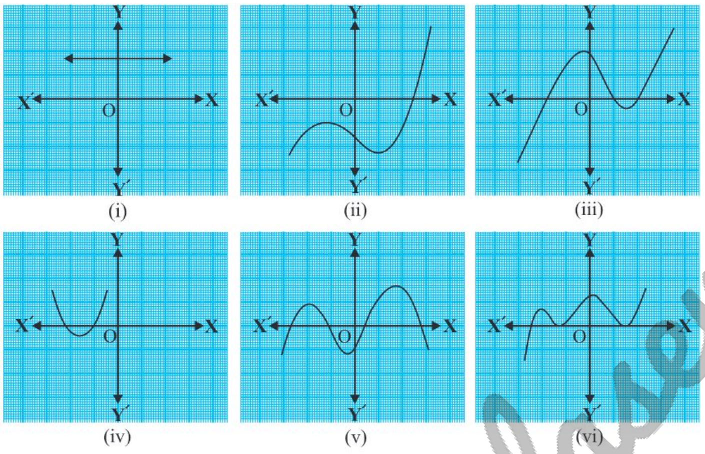
CLASS - 10th

aglasem.com

Class : 10th
Subject : Mathematics
Chapter : 2
Chapter name : बहुपद

Exercise 3.1

Q1 किसी बहुपद p(x) के लिए , y=p(x) का ग्राफ के नीचे आकृति 2.10 में दिया है । प्रत्येक स्थिति में p(x) के शून्यकों की संख्या ज्ञात कीजिए ।



aglasem.com

Answer.
(i) ग्राफ x- अक्ष को एक भी बिंदु पर प्रतिच्छेद नहीं करता है अतः शून्यकों की संख्या 0 है ।
(ii) ग्राफ x- अक्ष को एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करता है अतः शून्यकों की संख्या 1 है ।
(iii) ग्राफ x- अक्ष को तीन बिंदु पर प्रतिच्छेद करता है अतः शून्यकों की संख्या 3 है ।
(iv) ग्राफ x- अक्ष को दो बिंदु पर प्रतिच्छेद करता है अतः शून्यकों की संख्या 2 है ।
(v) ग्राफ x- अक्ष को चार बिंदु पर प्रतिच्छेद करता है अतः शून्यकों की संख्या 4 है ।
(vi) ग्राफ x- अक्ष को तीन बिंदु पर प्रतिच्छेद करता है अतः शून्यकों की संख्या 3 है ।
Page : 31 , Block Name : प्रश्नावली 2.1

Q1 निम्न द्विघात बहुपदों के शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए ।
(i)$x^2 - 2x - 8$
Answer.$x^2 - 4x + 2x - 8$
=x(x-4)+2(x-4)
=(x+2)(x-4)
समीकरण $x^2 - 2x - 8$ का मान शून्य है , x+2=0 या x-4=0 , अर्थात x=-2 और x=4 हो ।
इसलिए $x^2 - 2x - 8$ के शून्यक -2 और 4 है ।
अब शून्यकों का योग=-2+4=2=-(-2)=2=$\frac{x}{x^2}$ का गुणांक
शून्यकों का गुणनफल $= -2 \times 4 = -8 = \frac{-8}{1} = \frac{\text{अचरपद}}{x^2}$ का गुणांक

Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

(ii) $4s^2-4s+1$
Answer. $4s^2-2s-2s+1$
=2s(2s-1)-1(2s-1)
=(2s-1)(2s-1)
समीकरण $4s^2$ -4s+1 का मान शून्य है , 2s-1=0 अर्थात $s=\frac{1}{2}$ हो ।

अतः$4s^2$ -4s+1 के शून्यक $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{2}$ है ।

अब शून्यकों का योग= $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1=\frac{-4}{4}=\frac{-s}{s^2}$ का गुणांक

शून्यकों का गुणनफल =$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}=\frac{\text{अचरपद}}{s^2}$ का गुणांक

Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

(iii)$6x^2-3-7x$
Answer. $6x^2-7x-3$
$=6x^2-9x+2x-3$
=3x(2x-3)+1(2x-3)
=(2x-3)(3x+1)
समीकरण $6x^2-3-7x$ का मान शून्य है , 2x-3=0 या 3x+1=0 , अर्थात $x=\frac{3}{2}$ या $x=\frac{-1}{3}$ हो ।

अब, शून्यकों का योग =$\frac{3}{2}-\frac{1}{3}=\frac{9-2}{6}=\frac{7}{6}=\frac{-(-7)}{6}$= $\frac{-x}{x^2}$ का गुणांक

शून्यकों का गुणनफल $=\frac{3}{2}\times\frac{-1}{3}=\frac{-1}{2}=\frac{-1\times3}{2\times3}=\frac{-3}{6}$ = $\frac{\text{अचरपद}}{x^2}$ का गुणांक

Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

(iv) $4u^2+8u$
Answer. 4u(u+2)
समीकरण $4u^2+8u$ का मान शून्य है , 4u=0 या u+2=0 , अर्थात u=0 हो या u=-2 हो ।

अब, शून्यकों का योग=0+(-2)=-2=$\frac{-8}{4}$ = $\frac{-x}{x^2}$ का गुणांक

शून्यकों का गुणनफल =$0\times(-2)=0=\frac{0}{4}$ = $\frac{\text{अचरपद}}{u^2}$ का गुणांक

Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

(v) t^2-15
Answer. $t^2-\sqrt{15}^2=(t+\sqrt{15})(t-\sqrt{15})$
समीकरण t^2-15 का मान शून्य है , $t+\sqrt{15}=0$ या $t-\sqrt{15}=0$, अर्थात $t=\sqrt{15}$ या $t=-\sqrt{15}$ हो ।

अब, शून्यकों का योग = $-\sqrt{15}+\sqrt{15}$ = 0 = $\frac{-}{0}1$ = $\frac{-(t)}{t^2}$ का गुणांक

शून्यकों का गुणनफल = $-\sqrt{15})\times\sqrt{15}=-\sqrt{15}=\frac{-15}{1}=\frac{\text{अचरपद}}{t^2}$ का गुणांक

Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

aglasem.com

(vi)$3x^2 - x - 4$
Answer. $3x^2 - 4x + 3x - 4$
=(x(3x-4)+1(3x-4)
=(3x-4)(x+1)
समीकरण $3x^2 - x - 4$ का मान शून्य है , 3x-4=0 या
x+1=0, अर्थात $x = \frac{4}{3}$ या x=-1 हो ।
अतः समीकरण $3x^2 - x - 4$ के शून्यक $\frac{4}{3}$ और -1 है ।
अब, शून्यकों का योग $= \frac{4}{3} - 1 = \frac{4-3}{3} = \frac{1}{3} = \frac{-(-1)}{3} = \frac{-(x)}{x^2}$ का गुणांक
शून्यकों का गुणनफल =$\frac{4}{3} \times (-1) = \frac{-4}{3} = \frac{\text{अचरपद}}{x^2}$ का गुणांक
Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

Q2 एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए , जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः दी गई संख्याएँ है ।
(i)$\frac{1}{4}, -1$
Answer. माना $ax^2 + bx + c$ कोई द्विघात बहुपद है । इसके शून्यक α और β है ।
अब, शून्यकों का योग ,$\alpha + \beta = \frac{1}{4} = \frac{-b}{a}$
शून्यकों का गुणनफल ,$\alpha \times \beta = -1 = \frac{-4}{4} = \frac{c}{a}$
तुलना करने पर,
a=4,b=-1 और c=-4
अतः वह द्विघात बहुपद, जिसमें सभी शर्तें संतुष्ट होती है $4x^2 - x - 4$ है।
Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

aglasem.com

(ii) $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$
Answer. माना $ax^2 + bx + c$ कोई द्विघात बहुपद है। इसके शून्यक α और β है।
अब,
शून्यकों का योग ,$\alpha + \beta$ = $\sqrt{2}$ = $\frac{3}{\sqrt{23}}$ = $\frac{-b}{a}$
शून्यकों का गुणनफल ,$\alpha \times \beta = \frac{1}{3} = \frac{c}{a}$
तुलना करने पर,
a=3, b=-3$\sqrt{2}$ और c=1
अतः वह द्विघात बहुपद, जिसमें सभी शर्तें संतुष्ट होती है $3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1$ है।
Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

(iii) 0, $\sqrt{5}$
Answer. माना $ax^2 + bx + c$ कोई द्विघात बहुपद है। इसके शून्यक α और β है।
अब,
शून्यकों का योग ,$\alpha + \beta = 0 = \frac{0}{1} = \frac{-b}{a}$

शून्यकों का गुणनफल ,$\alpha \times \beta$ = $\sqrt{5}$ = $\frac{\sqrt{5}}{1}$ = $\frac{c}{a}$

तुलना करने पर,
a=1, b=0 और c=$\sqrt{5}$
अतः वह द्विघात बहुपद, जिसमें सभी शर्तें संतुष्ट होती है $x^2 + 0.x + \sqrt{5}$ है।
Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

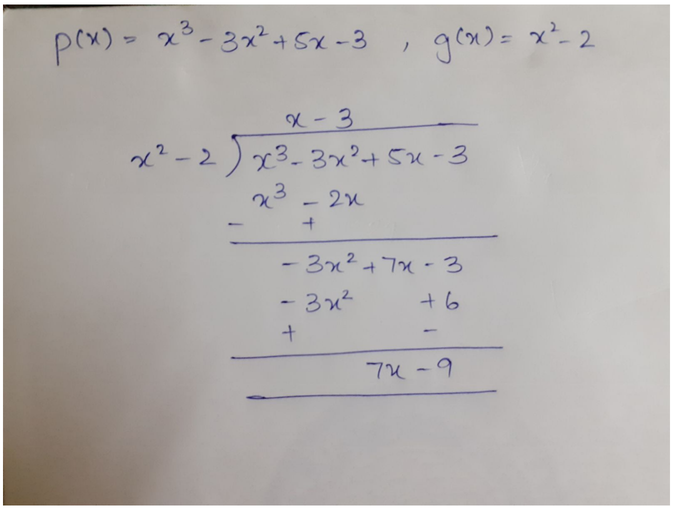
(iv) 1,1
Answer. माना $ax^2 + bx + c$ कोई द्विघात बहुपद है। इसके शून्यक α और β है।
अब,
शून्यकों का योग ,$\alpha + \beta = 1 = \frac{1}{1} = \frac{-b}{a}$
शून्यकों का गुणनफल ,$\alpha \times \beta = 1 = \frac{1}{1} = \frac{c}{a}$
तुलना करने पर,
a=1, b=-1 और c=1
अतः वह द्विघात बहुपद, जिसमें सभी शर्तें संतुष्ट होती है $x^2 - x + 1$ है।
Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

(v) $\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}$
Answer. माना $ax^2 + bx + c$ कोई द्विघात बहुपद है। इसके शून्यक α और β है।
अब,
शून्यकों का योग ,$\alpha + \beta = \frac{-1}{4} = \frac{-b}{a}$
शून्यकों का गुणनफल ,$\alpha \times \beta = \frac{1}{4} = \frac{c}{a}$
तुलना करने पर,
a=4, b=1 और c=1
अतः वह द्विघात बहुपद, जिसमें सभी शर्तें संतुष्ट होती है, $4x^2 + x + 1$ है।
Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

aglasem.com

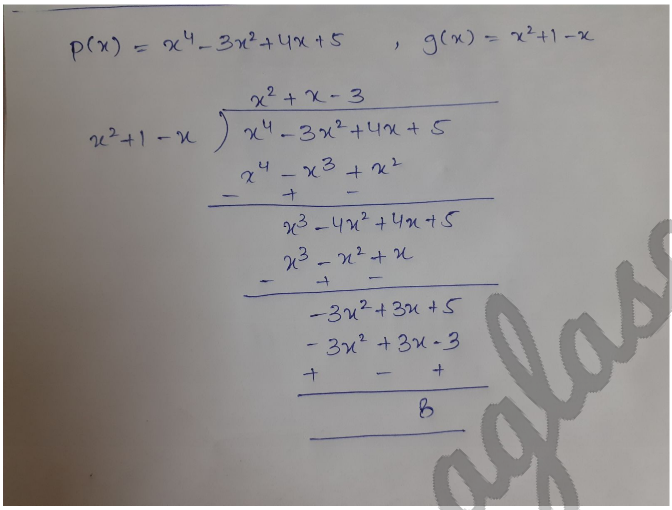
(vi) 4,1
Answer. माना $ax^2 + bx + c$ कोई द्विघात बहुपद है। इसके शून्यक α और β है। अब,
शून्यकों का योग ,$\alpha + \beta = 4 = \frac{4}{1} = \frac{-b}{a}$
शून्यकों का गुणनफल ,$\alpha \times \beta = 1 = \frac{1}{1} = \frac{c}{a}$
तुलना करने पर,
a=1, b=-4 और c=1
अतः वह द्विघात बहुपद, जिसमें सभी शर्तें संतुष्ट होती है, $x^2 - 4x + 1$ है।
Page : 36 , Block Name : प्रश्नावली 2.2

Q1 विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके ,निम्न में p(x) को g(x) से भाग देने पर भागफल तथा शेषफल ज्ञात कीजिए :
(i)$p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3, g(x) = x^2 - 2$
Answer.



भागफल =x-3
शेषफल =7x-9
Page : 39 , Block Name : प्रश्नावली 2.3

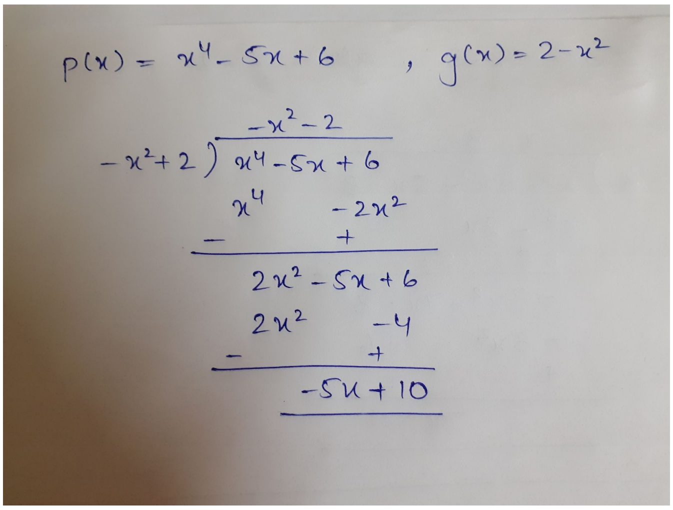
(ii) $p(x)=x^{4}-3 x^{2}+4 x+5, g(x)=x^{2}+1-x$
Answer.



aglasem.com

भागफल =$x^{2}+x-3$
शेषफल =8
Page : 39 , Block Name : प्रश्नावली 2.3

(iii) $p(x)=x^{4}-5 x+6, g(x)=2-x^{2}$
Answer.



भागफल =$-x^2 - 2$

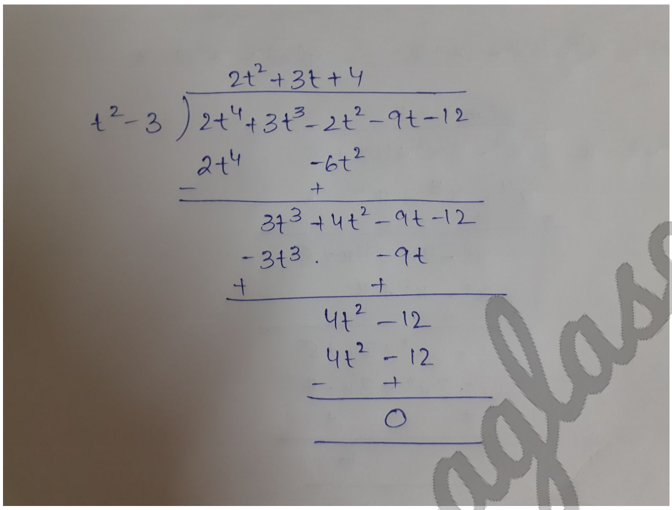
शेषफल =-5x+10

Page : 39 , Block Name : प्रश्नावली 2.3

Q2 पहले बहुपद से दूसरे बहुपद को भाग करके ,जाँच कीजिए कि क्या प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का एक गुणनखंडन है :

(i)$t^2 - 3, 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$

Answer.



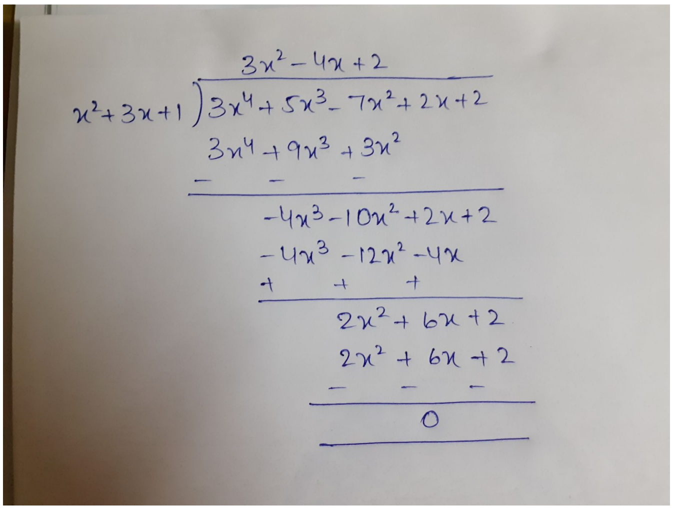
aglasem.com

चूंकि शेषफल शून्य है , अतः $t^2 - 3, 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$ का एक गुणनखंडन है ।

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.3

(ii)$x^2 + 3x + 1, 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$

Answer.

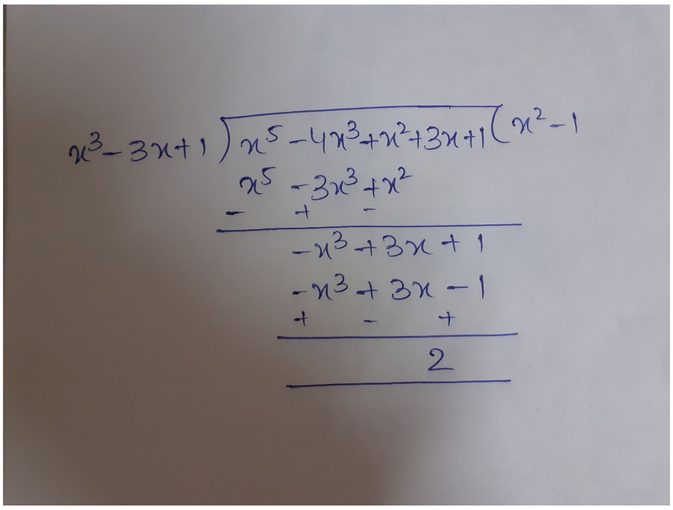


चूंकि शेषफल शून्य है , अतः $x^2+3x+1, 3x^4+5x^3-7x^2+2x+2$ का एक गुणनखंडन है ।

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.3

(iii) $x^3-3x+1, x^5-4x^3+x^2+3x+1$

Answer.



चूंकि शेषफल शून्य नहीं है , अतः $x^3-3x+1, x^5-4x^3+x^2+3x+1$ का एक गुणनखंडन है ।

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.3

Q3 $3x^4+6x^3-2x^2-10x-5$ के अन्य सभी शून्यक ज्ञात कीजिए, यदि इसके दो शून्यक $\sqrt{\frac{5}{3}}$ और $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ है।

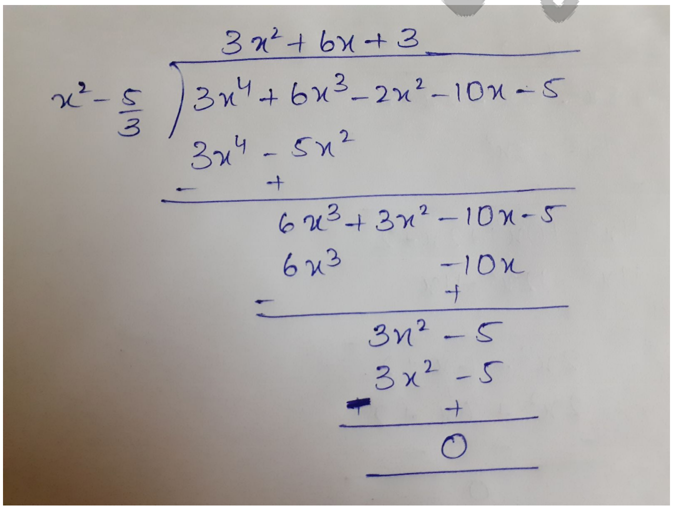
Answer. माना q(x)=$3x^4+6x^3-2x^2-10x-5$

इस प्रकार $\sqrt{\frac{5}{3}}$ और $-\sqrt{\frac{5}{3}}$, q(x) के शून्यक है।

अतः $x-\sqrt{\frac{5}{3}}$ और $x+\sqrt{\frac{5}{3}}$, q(x) के गुणनखंडन है ।

या $x^2-\frac{5}{3}$,q(x) का गुणनखंडन है ।

अब



$$\Rightarrow 3x^4+6x^3-2x^2-10x-5=(x^2-\frac{5}{3})(3x^2+6x+3)$$

$$=3(x^2-\frac{5}{3})(x^2+2x+1)$$

aglasem.com

इस प्रकार, p(x)=

$3(x^2-\frac{5}{3})(x^2+x+x+1)$

$=3(x^2-\frac{5}{3})[x(x+1)+1(x+1)]$

$=3(x^2-\frac{5}{3})(x+1)(x+1)$

इसलिए $3x^4+6x^3-2x^2-10x-5$ के शून्यक $\sqrt{\frac{5}{3}}$, $-\sqrt{\frac{5}{3}}$,-1 और -1 है ।

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.3

Q4 यदि x^3-3x^2+x+2 को एक बहुपद g(x) से भाग देने पर , भागफल और शेषफल क्रमशः x-2 और -2x+4 हैं तो g(x) ज्ञात कीजिए ।

Answer. g(x)= भाजक

भागफल=x-2

भाज्य=x^3-3x^2+x+2

शेषफल=-2x+4

हमें ज्ञात है,

भाज्य= भाजक $\times$ भागफल+ शेषफल

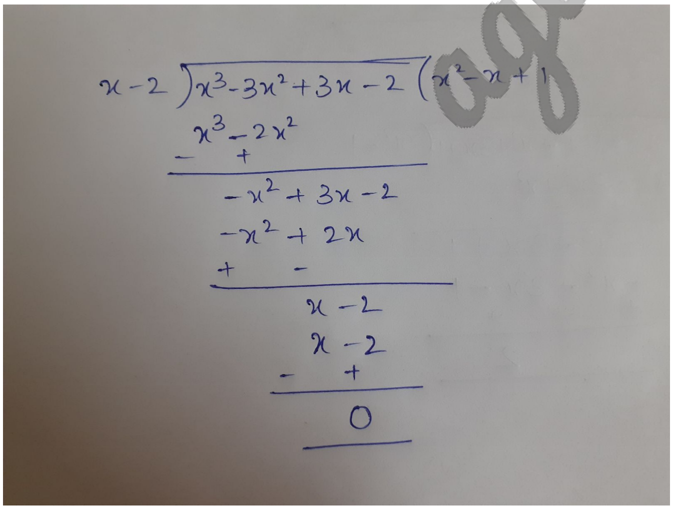
अतः,

x^3-3x^2+x+2=g(x) $\times(x-2)+(-2x+4)$

x^3-3x^2+x+2-(-2x+4)=g(x) $\times$(x-2)

$\Rightarrow g(x)\times(x-2)=x^3-3x^2+x+2+2x-4$

$\Rightarrow=\frac{(x^3-3x^2+x+2}{(x-2)}$



aglasem.com

अतः , g(x)=x^2-x+1

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.3

Q5 बहुपदों p(x),q(x),g(x) और r(x) के ऐसे उदाहरण दीजिए जो विभाजन एल्गोरिथ्म को संतुष्ट करते हों तथा

Answer. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म द्वारा p(x)=g(x)$\times$q(x)+r(x) जहाँ $q(x)\neq 0$, घात r(x)=0 या घात r(x)< घात g(x)

(i) घातp(x)= घातq(x)

Answer. भाज्य और भागफल की घात समान होने के लिये आवश्यक है जब भाजक एक अचर (घात 0 हों) संख्या हो ।

माना p(x)=$3x^2-6x+5$
माना g(x)=3
अतः, q(x)=x^2-2x+1 और r(x)=2

(ii) घातq(x)= घातr(x)
Answer. माना p(x)=$2x^2-4x+3$
माना g(x)=x^2-2x+1
अतः , q(x)=2 और r(x)=1

(iii) घातr(x)=0
Answer. माना p(x)=$2x^2-4x+3$
माना g(x)=x^2-2x+1
अतः , q(x)=2 और r(x)=1

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.3

Q1 सत्यापित कीजिए की निम्न त्रिघात बहुपदों के साथ दी गई संख्याएँ उसकी शून्यक है। प्रत्येक स्थिति में शून्यकों और गुणाकों के बीच के संबंध को भी सत्यापित कीजिए:
(i)$2x^3+x^2-5x+2; \frac{1}{2}, 1, -2$
Answer. माना p(x)= 2{x}^{3}+{x}^{2}-5x+2
p($\frac{1}{2}$)=
$$2\frac{1}{2}^3+\frac{1}{2}^2-5(\frac{1}{2})+2$$
$$=2\times\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-5\times\frac{1}{2}+2$$
$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{5}{2}+2$$
$$=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}+2$$
$$=\frac{1-5+4}{2}=\frac{0}{2}$$
$$=0$$

अतः , p($\frac{1}{2}$) , p(x) का शून्यक है।
p(1)=$21^3+1^2-5(1)+2$ =2+1-5+2 =5-5 =0
अतः 1, p(x) का शून्यक है।
p(-2)=$2{-}2^3+(-2)^2-5(-2)+2$ =2(-8)+4+10+2 =-16+16 =0
अतः -2 , p(x) का शून्यक है।
माना $\alpha=\frac{1}{2}, \beta=1$ तथा $\gamma=-2$
$\Rightarrow \alpha+\beta+\gamma$ = $\frac{1}{2}+1-2$ = $\frac{1+2-4}{2}$ = $-\frac{1}{2}$ = $\frac{-}{(x^2)}x^3$ का गुणांक

$\Rightarrow \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=((\frac{1}{(}2)\times 1)+(1\times -2))+(-2\times\frac{1}{2})$

$=\frac{1}{2}-2-1=\frac{1-4-2}{2}=\frac{-5}{2}$

$=\frac{x}{x^3}$

का गुणांक

$\Rightarrow \alpha\beta\gamma=\frac{1}{2}\times 1\times(-2)=-1=\frac{-2}{2}=-\frac{(\text{अचरपद})}{x^3}$ का गुणांक

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.4

(ii)$x^3-4x^2+5x-2; 2, 2, 1$

Answer. माना p(x)=x^3-4x^2+5x-2

p(2)=$(1)^3-4(2)^2+5\times 2-2$ =8-16+10-2 =18-18 =0

अतः 2 , p(x) का शून्यक है।

p(1)=$(1)^3-4(1)^2+5\times 1-2$ =1-4+5-2 =6-6=0

अतः 1 , p(x) का शून्यक है।

माना $\alpha=2, \beta=1$ और $\gamma=1$

$\Rightarrow \alpha+\beta+\gamma=2+1+1=4=-\frac{(-4)}{1}=-\frac{-}{x^2\text{का गुणांक}}x^3\text{का गुणांक}$

$\Rightarrow \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2\times 1+1\times 1+1\times 2=5=\frac{5}{1}=\frac{x}{x^3}$ का गुणांक

$\alpha\beta\gamma=2\times 1\times 1=2=\frac{-}{(-2)}1=-\frac{(\text{अचरपद})}{x^3}$ का गुणांक

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.4

Q2 एक त्रिघात बहुपद प्राप्त कीजिए जिसके शून्यकों का योग , दो शून्यकों को एक साथ लेकर उनके गुणनफलों का योग तथा तीनों शून्यकों के गुणनफल क्रमश: 2,-7,-14 हो।

Answer. माना p(x)=ax^3+bx^2+cx+d एक त्रिघात बहुपद है। α, β तथा γ इसके शून्यक है।

अब ,

$\alpha+\beta+\gamma=2$ = $\frac{-(x^2)}{x^3}$ का गुणांक = $\frac{-b}{a}$

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$ = $-7\frac{x}{x^3}$ का गुणांक = $\frac{c}{a}$

$\alpha\beta\gamma=-14=-\frac{(\text{अचरपद})}{x^3}$ का गुणांक = $\frac{-d}{a}$

$\Rightarrow \frac{-b}{a}=-cfrac21, \frac{c}{a}=\frac{-7}{1}, \frac{-d}{a}=\frac{-14}{1}$

अतः p(x)=$x^3-2x^2-7x+14$

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.4

Q3 यदि बहुपद x^3-3x^2+x+1 के शून्यक a-b, a, a+b हो, तो a और b ज्ञात कीजिए।

aglasem.com

Answer.

शून्यकों का योगफल = $\frac{-(x^2)}{x^3}$ का गुणांक

$\Rightarrow (a-b)+a+(a+b)=\frac{-(-3)}{1}$

$\Rightarrow 3a=3$

$\Rightarrow a=1$

शून्यकों के गुणनफल= $-\frac{(\text{अचरपद})}{x^3}$ का गुणांक

$\Rightarrow (a-b)a(a+b)=\frac{-1}{1}$

$\Rightarrow (a^2-b^2)a=-1$

$\Rightarrow (1-b^2)=-1$

[क्योंकि a=1]

$\Rightarrow b^2=1+1=2$

$\Rightarrow b=\pm\sqrt{2}$

इसलिए , a=1 और $b=\pm\sqrt{2}$

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.4

Q4 यदि बहुपद p(x)= $x^4-6x^3-26x^2+138x-35$ के दो शून्यक $2\pm\sqrt{3}$ हों , तो अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए।

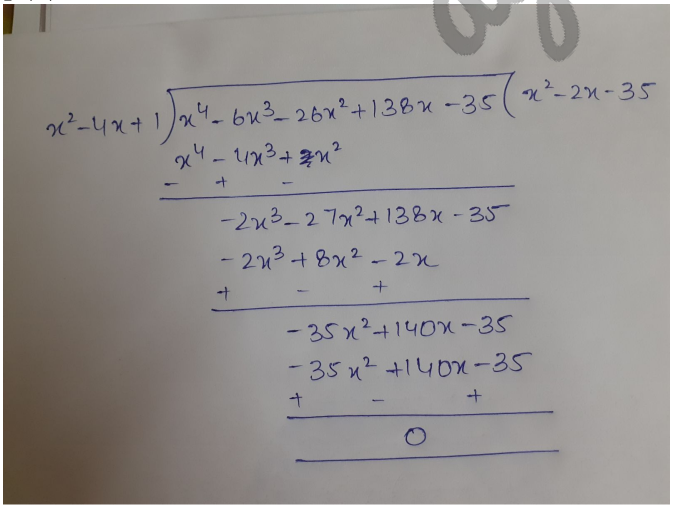
Answer. माना p(x)= $x^4-6x^3-26x^2+138x-35$

p(x) के दो शून्यक $2+\sqrt{3}$ और $2-\sqrt{3}$ है।

इसलिए $x-2-\sqrt{3}$ और $x-2+\sqrt{3}$, p(x) के दो गुणनखंड है।

इसलिए $(x-2)^2-(\sqrt{3})^2$ बहुपद p(x) का गुणनखंड है।

p(x)= $x^4-6x^3-26x^2+138x-35$



इसलिए , p(x)= $(x^2-4x+1)(x^2-2x-35)-(x^2-4x+1)(x^2-7x+5x-35)$

$x^4-6x^3-26x^2+138x-35=(x^2-4x+1)(x-7)(x+5)$

x+5=0 , x-7=0

x=-5 , x=7

अतः x=-5 या x=7 अन्य शून्यक है।

aglasem.com

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.4

Q5 यदि बहुपद $x^4-6x^3+16x^2-25x+10$ को एक अन्य बहुपद x^2-2x+k से भाग दिया जाए और शेषफल x+a आता हो ,तो k तथा a ज्ञात कीजिए।

Answer. भाजक=x^2-2x+k

भाज्य=$x^4-6x^3+16x^2-25x+10$

शेषफल=x+a

हमें ज्ञात है,

भाज्य= भाजक $\times$ भागफल + शेषफल

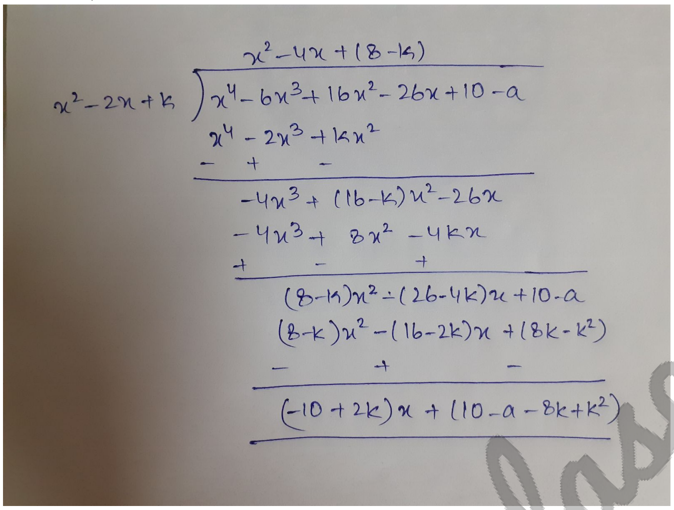
$x^4-6x^3+16x^2-25x+10=(x^2-2x+k)\times$ भागफल $+(x+2)$

$\Rightarrow x^4-6x^3+16x^2-25x+10-x-a=(x^2-2x+k)\times$ भागफल

$\Rightarrow$ भागफल = $\dfrac{x^4-6x^3+16x^2-25x+10-a}{x^2-2x+k}$

यदि बहुपद $x^4-6x^3+16x^2-25x+10-a$ को x^2-2x+k से भाग दिया जाए शेषफल 0 होगा ।

इसलिए ,



तुलना करने पर

$-10+2k=0 \Rightarrow k=\dfrac{10}{2}=5$

और

$10-a-8k+k^2=0$

$10-a-8\times5+5^2=0$

10-a-40+25=0

a=-40+35=-5

अतः a=-5 तथा k=-5

Page : 40 , Block Name : प्रश्नावली 2.4

aglasem.com