

NCERT SOLUTIONS

CLASS - 10th



aglasem.com

परश्नावली 10.1

Q1 एक वृत्त की कितनी स्पर्श रेखाएँ हो सकती है?

Answer. चूंकि वृत्त की परिधि पर अनगिनत बिंदु होते हैं और सभी बिंदुओं से एक स्पर्श रेखा खींची जा सकती है अतः वृत्त की अनगिनत स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं।

Page : 231 , Block Name : परश्नावली 10.1

Q2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

- (i) किसी वृत्त की स्पर्श रेखा उसे _____ बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती है।
- (ii) वृत्त को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को _____ कहते हैं।
- (iii) एक वृत्त की _____ समांतर स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं।
- (iv) वृत्त तथा उसकी स्पर्श रेखा के उभयनिष्ठ बिंदु को _____ कहते हैं।

Answer.

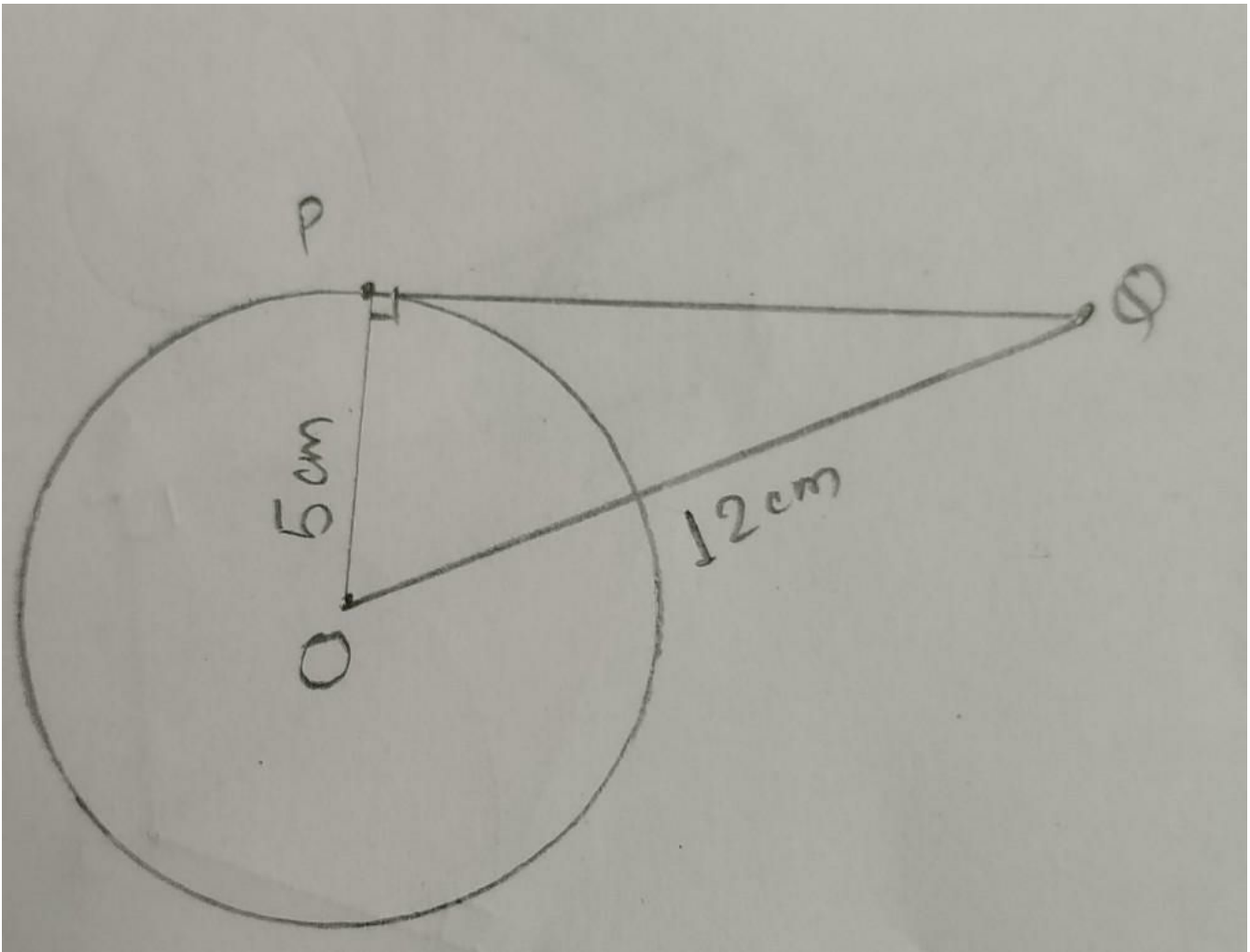
- (i) एक
- (ii) द्वेदक रेखा
- (iii) दो
- (iv) स्पर्श बिंदु

Page : 231 , Block Name : परश्नावली 10.1

Q3 5 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त के बिंदु P पर स्पर्श रेखा PO केंद्र O से जाने वाली एक रेखा से बिंदु Q पर इस प्रकार मिलती है कि $OQ=12$ सेमी। PQ की लंबाई है:

- (a) 12सेमी (b) 13सेमी (c) 8.5सेमी (d) $\sqrt{119}$ सेमी

Answer.



चूँकि त्रिज्या स्पर्श रेखा पर लम्ब होती है अतः $\triangle OPQ$ समकोण त्रिभुज है। $OP \perp PQ$, कोण P समकोण है।

अब, $\triangle OPQ$ में पाइथागोरस प्रमेय से,

$$OP^2 + PQ^2 = OQ^2$$

$$5^2 + PQ^2 = 12^2$$

$$25 + PQ^2 = 144$$

$$PQ^2 = 144 - 25$$

$$PQ^2 = 119$$

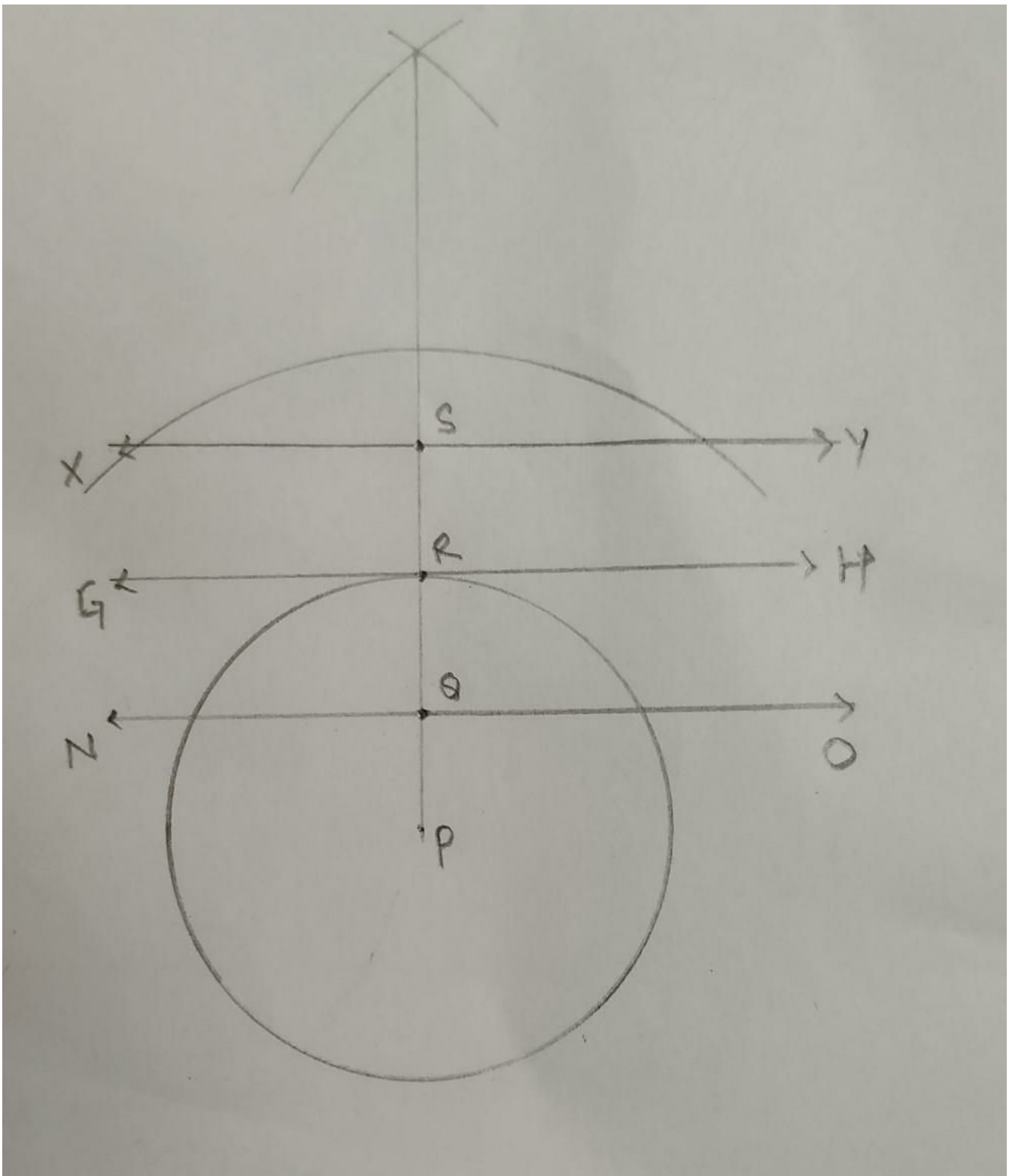
$$PQ = \sqrt{119} \text{ सेमी}$$

अतः विकल्प (d) सही उत्तर है।

Page : 232 , Block Name : परश्नावली 10.1

Q4 एक वृत्त खींचिए और एक दी गई रेखा के समांतर दो ऐसी रेखाएँ खींचिए कि उनमें से एक स्पर्श रेखा हो तथा दूसरी छेदक रेखा हो।

Answer.



सबसे पहले एक P केन्द्र का वृत्त बनाया ।

अब मान लिया XY कोई रेखा है ।

P को केन्द्र मानकर, रेखा XY पर शीर्षलंब खींचा, जो कि XY को बिंदु S पर प्रतिच्छेदित करता है ।

अब PS पर R और Q दो बिंदु इस तरह लेते हैं कि बिंदु R वृत्त पर तथा बिंदु Q वृत्त के अंदर है ।

R और Q से होकर जाने वाली तथा XY के समांतर दो रेखाएँ GH और NO आवश्यक रेखाएँ हैं । जहाँ GH स्पर्श रेखा तथा NO छेदक रेखा है ।

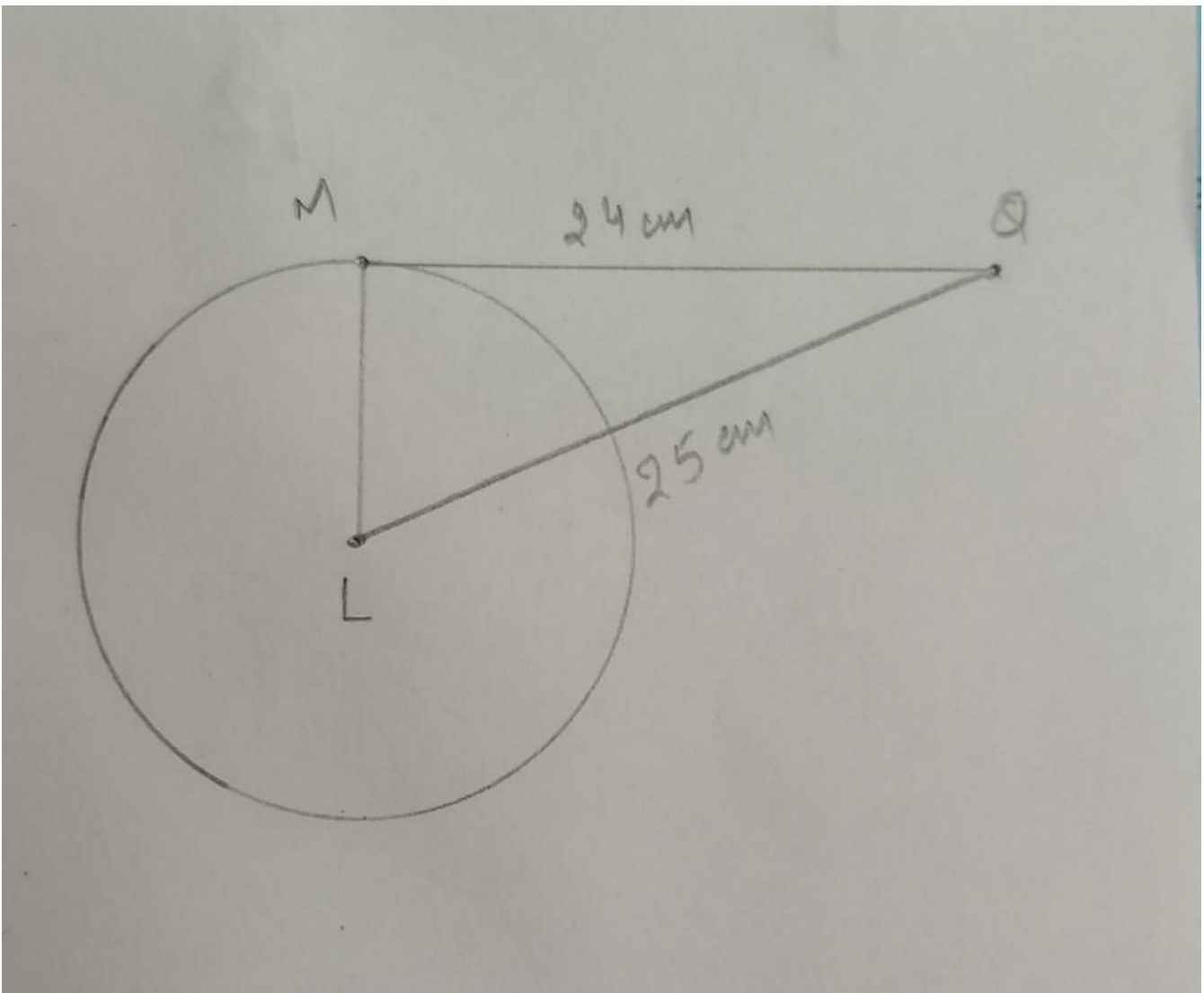
Page : 232 , Block Name : परश्नावली 10.1

परश्नावली 10.2

Q1 एक बिंदु Q से एक वृत्त पर स्पर्श रेखा की लंबाई 24cm तथा केंद्र से दूरी 25cm है ।

वृत्त की त्रिज्या है:

(A)7cm (B)12cm (C)15cm (D)24.5cm



Answer. माना वृत्त का केन्द्र L तथा वृत्त पर M स्पर्श बिंदु है। अतः

$MQ=24\text{cm}$ तथा $LQ=25\text{cm}$ और LM वृत्त की तिरज्या है।

चूंकि M स्पर्श बिंदु तथा MQ स्पर्श रेखा है, इसलिये कोण M समकोण और $\triangle LMQ$ समकोण $\triangle$ है।

अतः $\triangle LMQ$ में पाइथागोरस प्रमेय से,

$$LM^2 + MQ^2 = LQ^2$$

$$LM^2 + 576 = 625$$

$$LM^2 = 625 - 576$$

$$LM = \sqrt{49}$$

$$LM = 7 \text{ cm}$$

अतः विकल्प (A) सही उत्तर है।

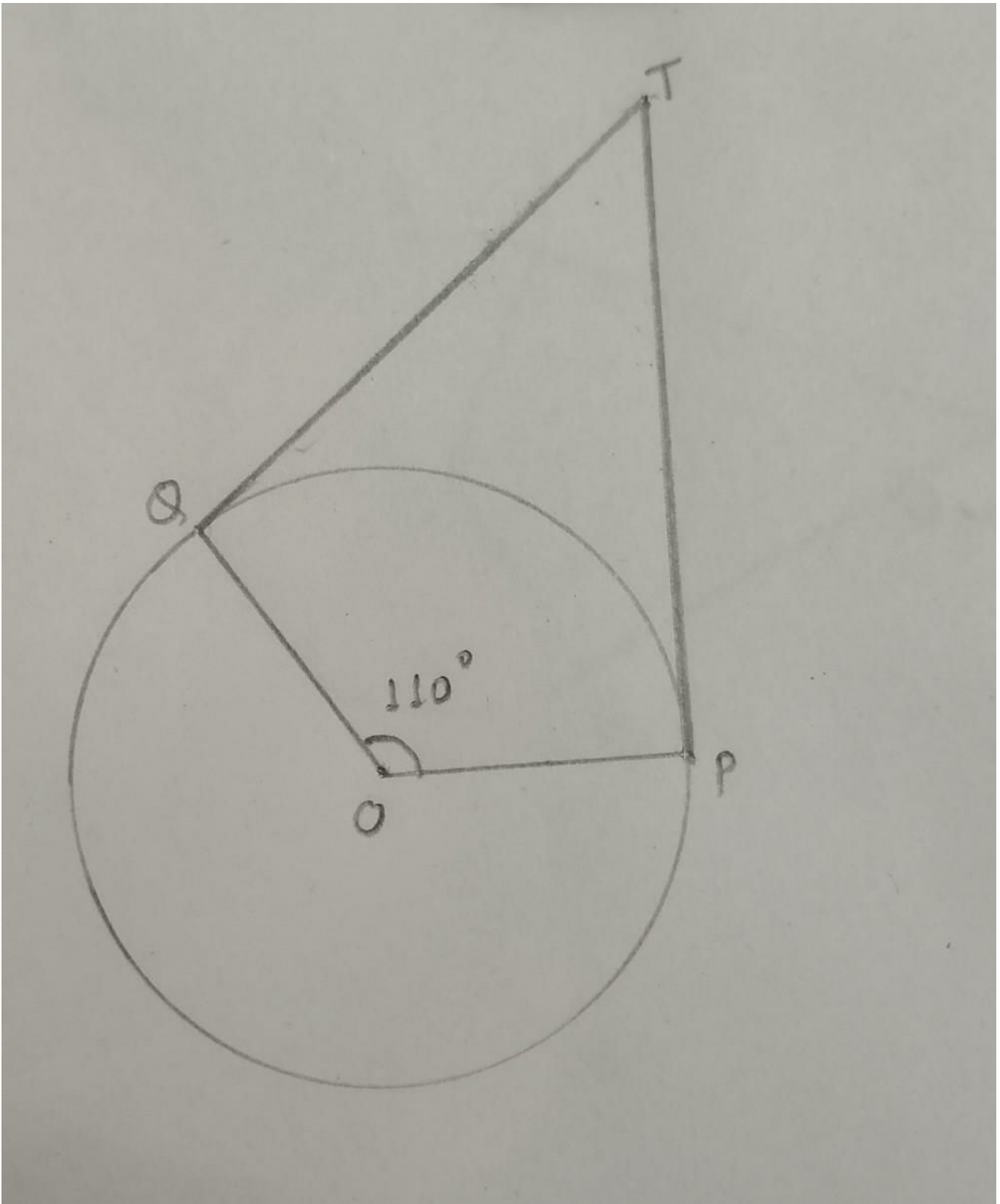
Page : 236 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q2 यदि TP, TQ केंद्र O वाले किसी वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार हैं कि $\angle = 110^\circ$, तो $\angle PTQ$ बराबर है:

(A) 60° (B) 70°

(C) 80° (D) 90°

Answer.



केन्द्र O वाले वृत्त की दो स्पर्श रेखाएँ TP तथा TQ है, अतः $TP \perp OP$ और $TQ \perp OQ$

$\angle TPO = 90^\circ$ और $\angle TOQ = 90^\circ$

अब चतुर्भुज TPOQ में

$\angle TPO + \angle POQ + \angle TQO + \angle QTP = 360^\circ$

$90^\circ + 110^\circ + 90^\circ + \angle PTQ = 360^\circ$

$\angle PTQ + 290^\circ = 360^\circ$

$\angle PTQ = 360^\circ - 290^\circ$

$\angle PTQ = 70^\circ$

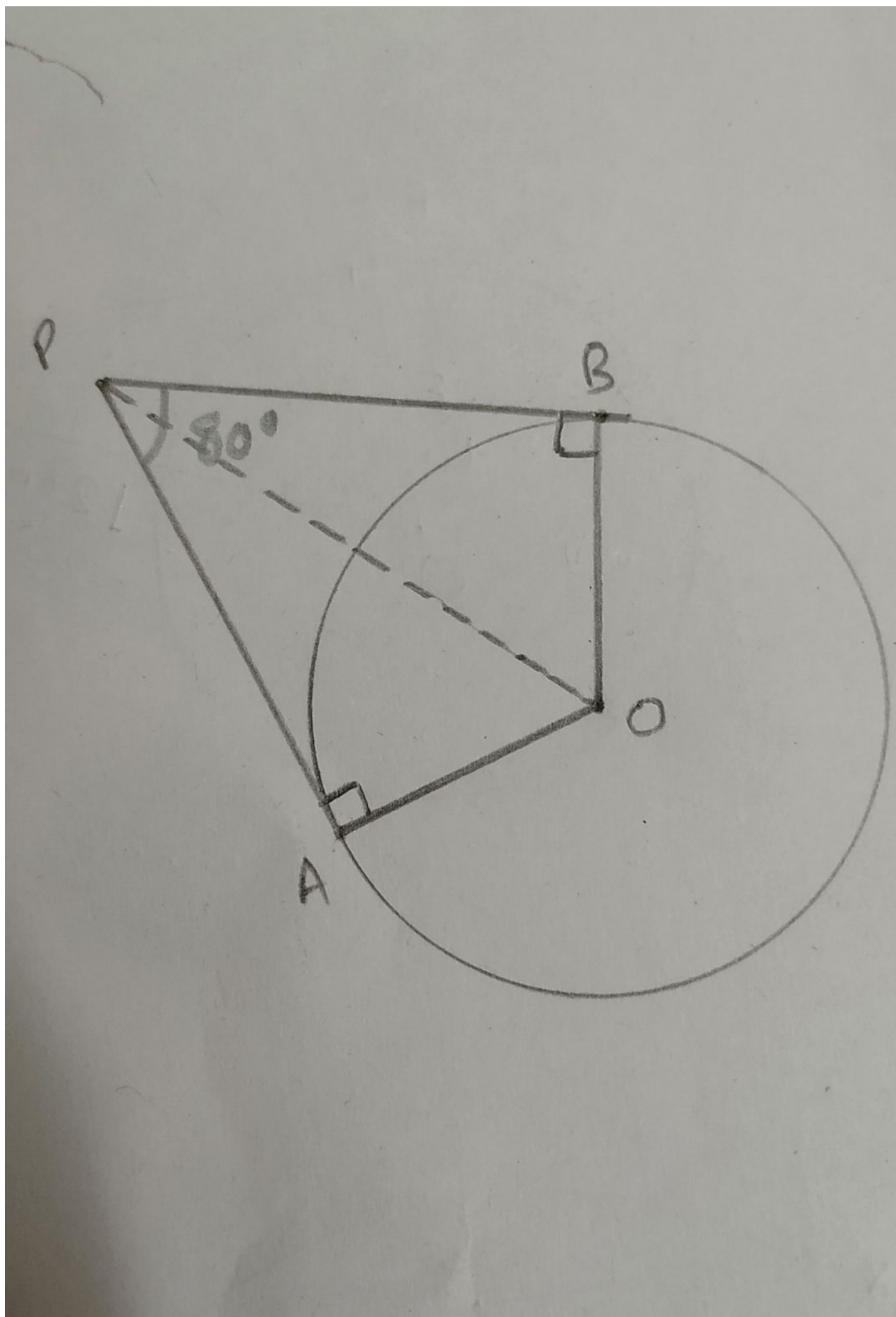
अतः विकल्प (B) सही उत्तर है।

Page : 236 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q3 यदि एक बिंदु P से Q केन्द्र वाले किसी वृत्त पर PA , PB स्पर्श रेखाएँ परस्पर 80° के कोण पर झुकी हों , तो $\angle POA$ बराबर है:

(A) 50° (B) 60° (C) 70° (D) 80°

Answer.



केन्द्र O वाले वृत्त की दो स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB हैं, तथा OA और OB वृत्त की तिरजाएँ होंगी। अतः $PA \perp OA$ और $PB \perp OB$ और $\angle PAO = 90^\circ$ तथा $\angle PBO = 90^\circ$

अब चतुर्भुज OAPB में

$$\angle PAO + \angle AOB + \angle OBP + \angle BPA = 360^\circ$$

$$90^\circ + \angle AOB + 90^\circ = 360^\circ$$

$$260^\circ + \angle AOB = 360^\circ$$

$$\angle AOB = 360^\circ - 260^\circ$$

$$\angle AOB = 100^\circ$$

अब $\triangle OPB$ और $\triangle OPA$ में

(i) उभयनिष्ठ, $OP = OP$

(ii) वृत्त की तिरजाएँ, $OB = OA$

(iii) स्पर्श रेखाएँ, $BP = AP$

$$\therefore \triangle OPB \cong \triangle OPA$$

इसलिए $\angle POB = \angle POA$

$$\therefore \angle AOB = 100^\circ$$

$$\angle AOP + \angle BOP = 100^\circ$$

$$2\angle POA = 100^\circ$$

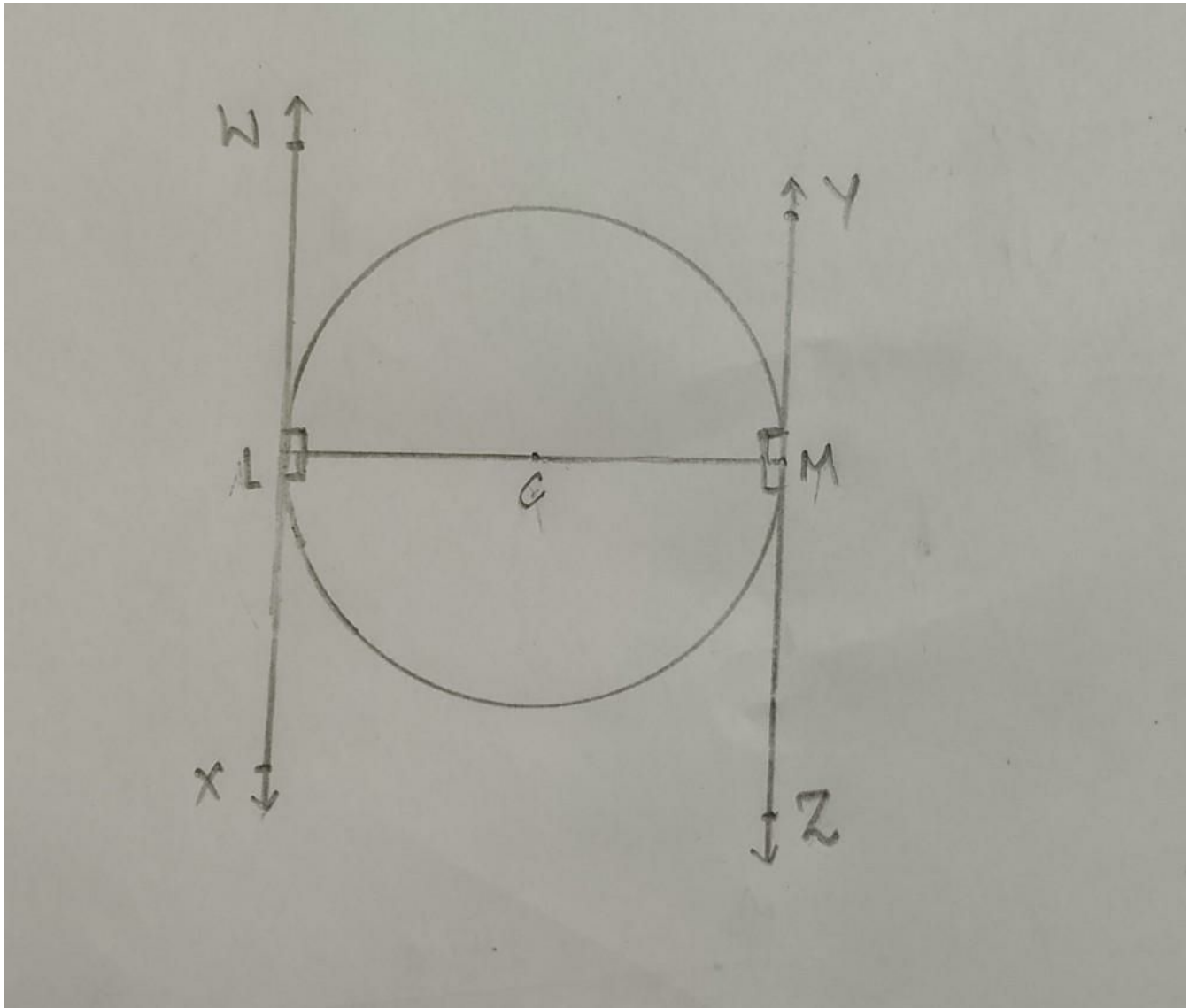
$$\angle POA = 50^\circ$$

अतः विकल्प (A) सही उत्तर है।

Page : 236 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q4 सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के किसी व्यास के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समांतर होती हैं।

Answer.



माना केंद्र C वाले वृत्त का व्यास LM है तथा WX और YZ व्यास LM के सिरों पर खींची गई दो स्पर्श रेखाएँ हैं। हम जानते हैं कि LM व्यास है तथा C वृत्त का केंद्र है, इसलिए $CL \perp WX$ और $CM \perp YZ$ ।

$$\therefore \angle CLW = 90^\circ \text{ और } \angle CLX = 90^\circ \text{ -(1)}$$

$$\text{तथा } \angle CMY = 90^\circ \text{ और } \angle CMZ = 90^\circ \text{ -(2)}$$

परिणाम (1) व (2) से ,

$$\angle CLW = \angle CMZ = 90^\circ \text{ (एकांतर कोण)}$$

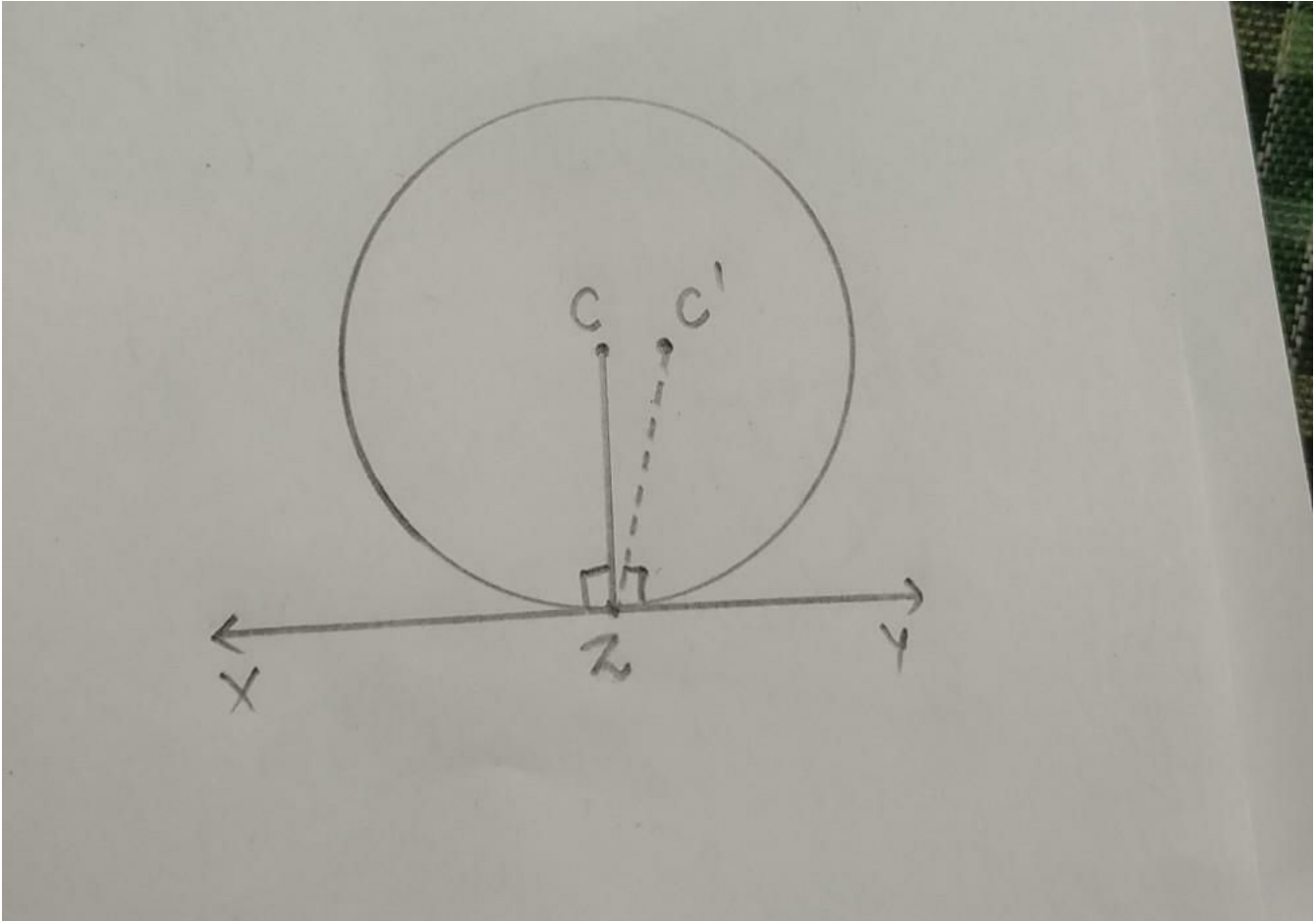
$$\angle CLX = \angle CMY = 90^\circ \text{ (एकांतर कोण)}$$

चूंकि उपरोक्त एकांतर कोण बराबर हैं इसलिए WX और YZ समांतर रेखाएँ हैं ।

Page : 236 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q5 सिद्ध कीजिए कि स्पर्श बिंदु से स्पर्श रेखा पर खींचा गया लंब वृत्त के केंद्र से होकर जाता है ।

Answer.



माना केंद्र C वाले वृत्त कि स्पर्श रेखा XY तथा स्पर्श बिंदु Z है । हमने माना कि बिंदु Z से स्पर्श रेखा खींचा गया लंब वृत्त के केंद्र C से होकर नहीं गुजरता तथा C' बिंदु से होकर गुजरता है । CZ तथा C'Z को जोड़ा ।

Z से स्पर्श रेखा XY पर खींचा गया लंब C' से होकर गुजरता है ।

$$\text{इसलिए, } \angle C'ZY = 90^\circ \text{ -(1)}$$

चूंकि तिरज्या स्पर्श रेखा पर लंब होती है, इसलिए

$$\angle CZY = 90^\circ \text{ -(2)}$$

समीकरण (1) व (2) की तुलना करने पर ,

$$\angle C'ZY = \angle CZY \text{ -(3)}$$

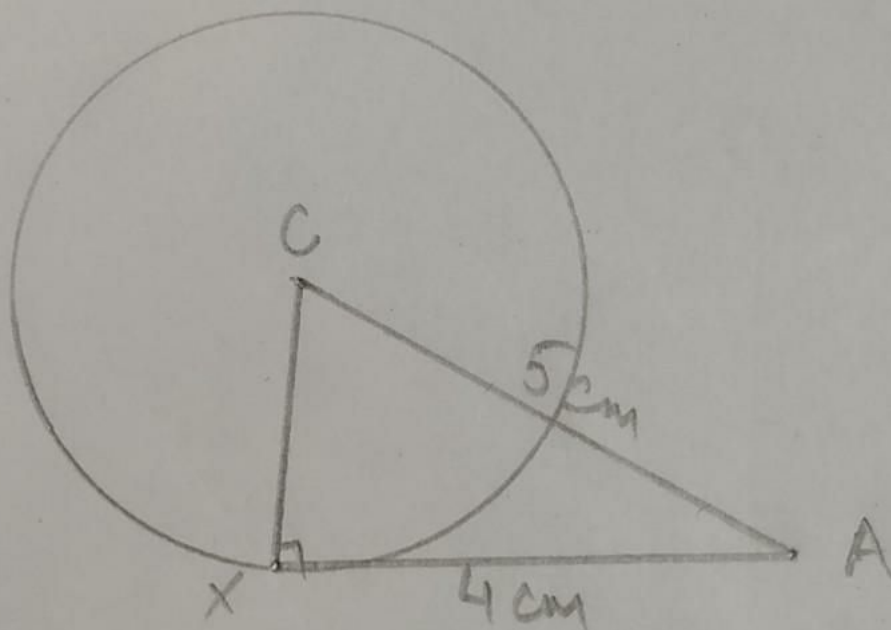
चित्रानुसार यह स्पष्ट है कि $\angle C'ZY < \angle CZY$ -(4)

अतः समीकरण (3) संभव नहीं है । यह तभी संभव है जब C तथा C' तथा CZ तथा C'Z संपाती रेखाएँ हो । इसलिए से स्पर्श रेखा पर खींचा गया लंब वृत्त के केंद्र से होकर गुजरता है ।

Page : 236 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q6 एक बिंदु A से , जो एक वृत्त के केंद्र से 5cm दूरी पर है, वृत्त की स्पर्श रेखा की लंबाई 4cm है । वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए ।

Answer.



चित्रानुसार केंद्र C वाले वृत्त कि स्पर्श रेखा AX है जो X पर स्पर्श करती है। अतः $CA=5\text{cm}$, $AX=4\text{cm}$. CX वृत्त की त्रिज्या और AX पर लंब है। अतः $\angle CXA = 90^\circ$, अब $\triangle CXA$, में पाइथागोरस प्रमेय से,

$$AX^2 + CX^2 = AC^2$$

$$CX^2 + 4^2 = 5^2$$

$$CX^2 + 16 = 25$$

$$CX^2 = 25 - 16$$

$$CX = \sqrt{9}$$

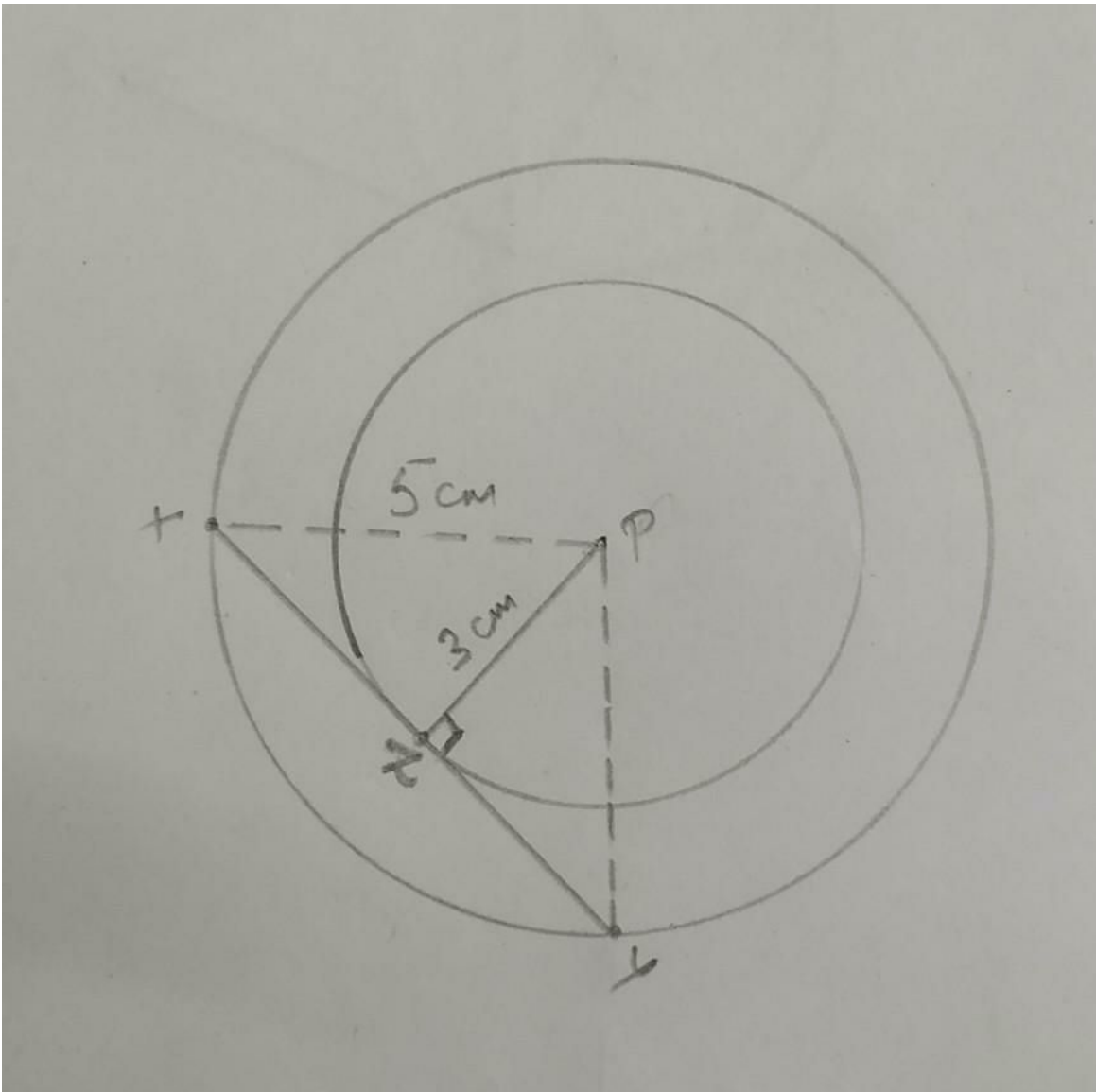
$$CX=3 \text{ सेमी}$$

अतः वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी है।

Page : 236 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q7 दो संकेंद्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 5cm तथा 3cm है। बड़े वृत्त की उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती हो।

Answer.



चित्रानुसार केंद्र P वाले दो संकेन्द्रीय वृत्तों की तिरज्याएँ $PX=5\text{cm}$ तथा $PZ=3\text{cm}$ है। XY बड़े वृत्त की जीवा है जो कि छोटे वृत्त को Z पर छू रही है। XY छोटे वृत्त की स्पर्श रेखा है। PZ छोटे वृत्त की तिरज्या है। अतः $PZ \perp XY$

$\triangle PXZ$, में पाइथागोरस प्रमेय से,

$$PZ^2 + XZ^2 = PX^2$$

$$3^2 + XZ^2 = 5^2$$

$$XZ^2 = 25 - 9$$

$$XZ^2 = 16$$

$$XZ = \sqrt{16}$$

$$XZ = 4\text{cm}$$

$\therefore PZ \perp XY$, इसलिए

$$\therefore XY = 2XZ = 2 \times 4 = 8\text{cm}$$

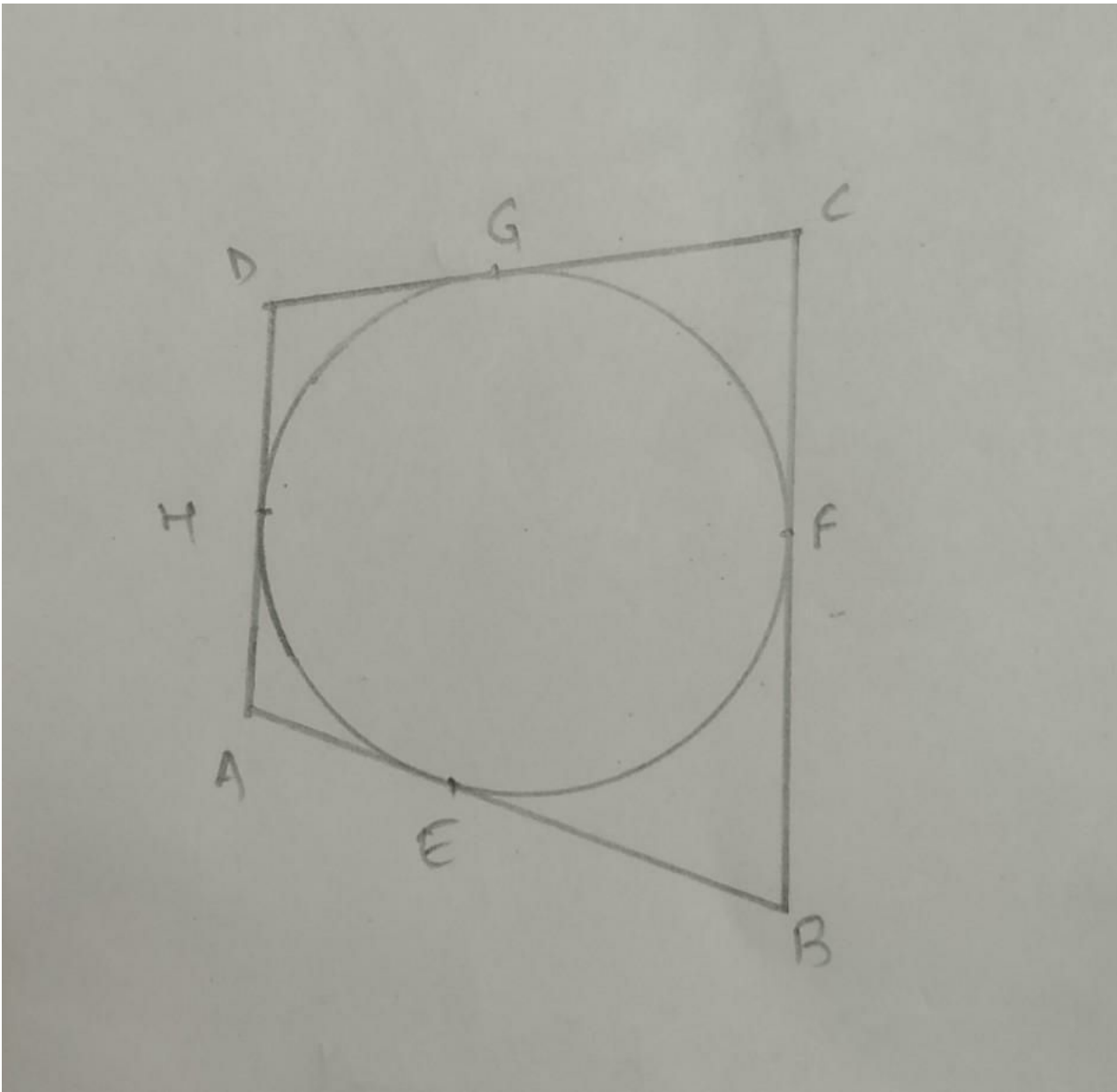
अतः जीवा की लंबाई 8cm होगी।

Page : 236 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q8 एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है। सिद्ध कीजिए:

$$AB+CD=AD+BC$$

Answer.



किसी वृत्त के एक बाह्य बिंदु से खींची गई स्पर्श रेखाएँ समान है।

इसलिए,

$$DG=DH \text{ -(1)}$$

$$CG=CF \text{ -(2)}$$

$$BE=BF \text{ -(3)}$$

$$AE=AH \text{ -(4)}$$

समीकरण (1),(2),(3),(4) को जोड़ने पर,

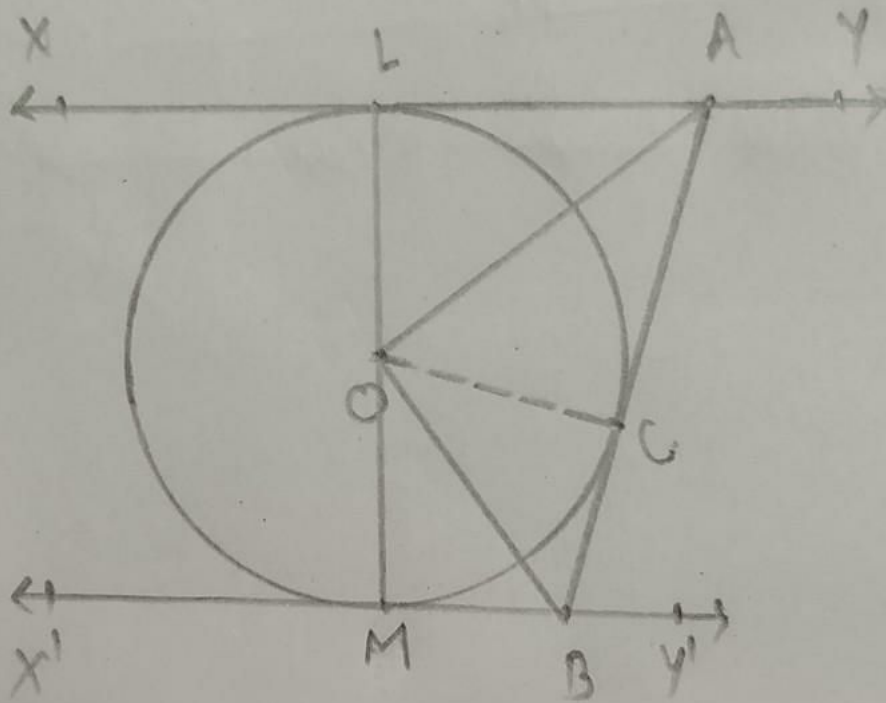
$$(DG+CG)+(BE+AE)=(DH+AH)+(CF+BF)$$

$$CD+AB=AD+BC$$

$$AB+CD=AD+BC$$

Page : 236 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q9 आकृति में XY तथा X'Y' , O केंद्र वाले किसी वृत्त पर दो समांतर स्पर्श रेखाएँ हैं और स्पर्श बिंदु C पर स्पर्श रेखा AB , XY को A तथा X'Y' को पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए कि $\angle AOB = 90^\circ$ है।



Answer. $\triangle OAC$ व $\triangle OAL$ में

$OC=OL$ (त्रिज्याएँ)

$AC=AL$ (स्पर्श रेखाएँ)

$OA=OA$ (उभयनिष्ठ)

अतः $\triangle OAC \cong \triangle OAL$ [SSS सर्वासमता से]

$\angle COA = \angle LOA$ - (1)

इसी प्रकार $\triangle BOC \cong \triangle BOM$

$\angle BOC = \angle BOM$ - (2)

$\therefore$ LOM वृत्त का व्यास है अतः एक सरल रेखा है।

$\angle LOA + \angle COA + \angle BOC + \angle BOM = 180^\circ$

समीकरण (1) और (2) से,

$2\angle COA + 2\angle COB = 180^\circ$

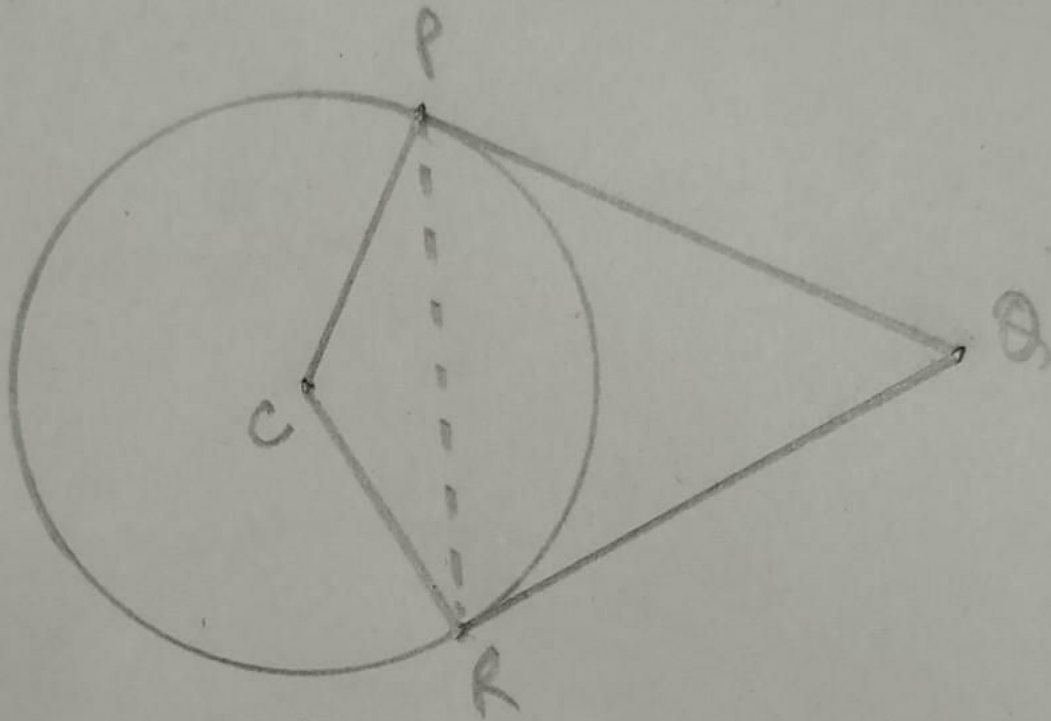
$\angle COA + \angle COB = 90^\circ$

$\angle AOB = 90^\circ$

Page : 236 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q10 सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिंदु से किसी वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण स्पर्श बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखंड द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण का संपूरक होता है।

Answer.



चित्रानुसार केंद्र C वाले वृत्त की स्पर्श रेखाएँ QP और QR हैं, जो वृत्त को P तथा R स्पर्श करती हैं।

CP तथा CR वृत्त की त्रिज्याएँ हैं। अतः $CP \perp PQ$ तथा $CR \perp QR$ ।

$\therefore \angle CPQ = 90^\circ$ और $\angle CRQ = 90^\circ$

चतुर्भुज CPQR में,

$$\angle CPQ + \angle PQR + \angle QRO + \angle RCP = 360^\circ$$

$$90^\circ + \angle PQR + 90^\circ + \angle RCP = 360^\circ$$

$$\angle PQR + \angle PCR = 360^\circ - 180^\circ$$

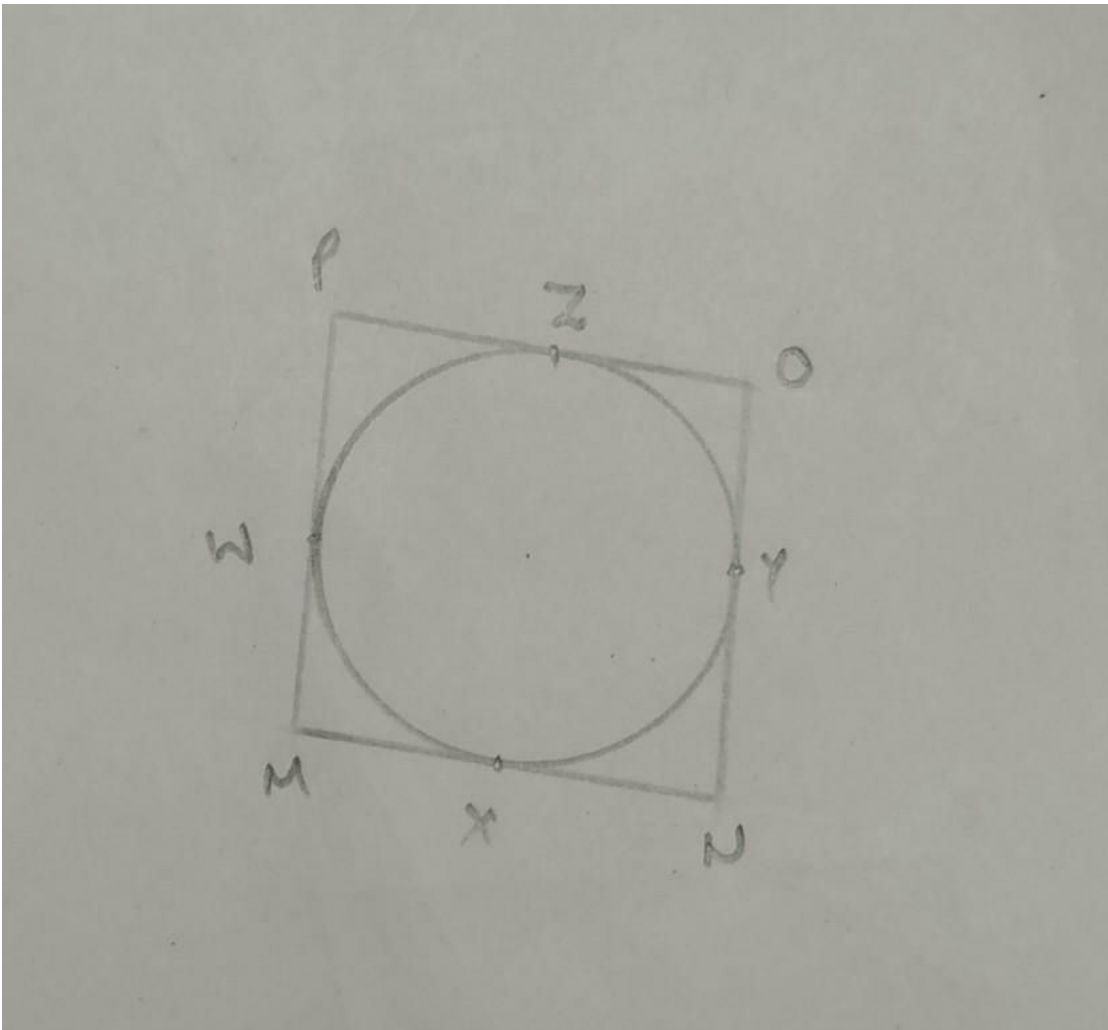
$$\angle PQR + \angle PCR = 180^\circ$$

$$\angle PQR = 180^\circ - \angle PCR$$

अतः किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर बनाई गई स्पर्श रेखाओं के बीच बना कोण स्पर्श बिंदुओं को जोड़ने वाली रेखा द्वारा केंद्र पर बने कोण का संपूरक होता है।

Q11 सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के परिगत समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज होता है।

Answer.



चित्रानुसार MNOP दिया गया चतुर्भुज है जो वृत्त के परिगत है।

अतः $MN=OP$ -(1)

और $NO=MP$ -(2)

चूंकि एक ही बाह्यबिंदु से किसी वृत्त पर बनाई गई स्पर्श रेखाएँ बराबर होती हैं, इसलिए

$PZ=PW$ -(3)

$MX=MW$ -(4)

$XN=YN$ -(5)

$OZ=OY$ -(6)

समीकरण (3),(4),(5) व (6) से,

$(ZP+OZ)+(XM+XN)=(PW+MW)+(NY+ON)$

$OP+MN=MP+NO$

समीकरण (1) व (2) से,

$2MN=2ON$

$MN=ON$ -(7)

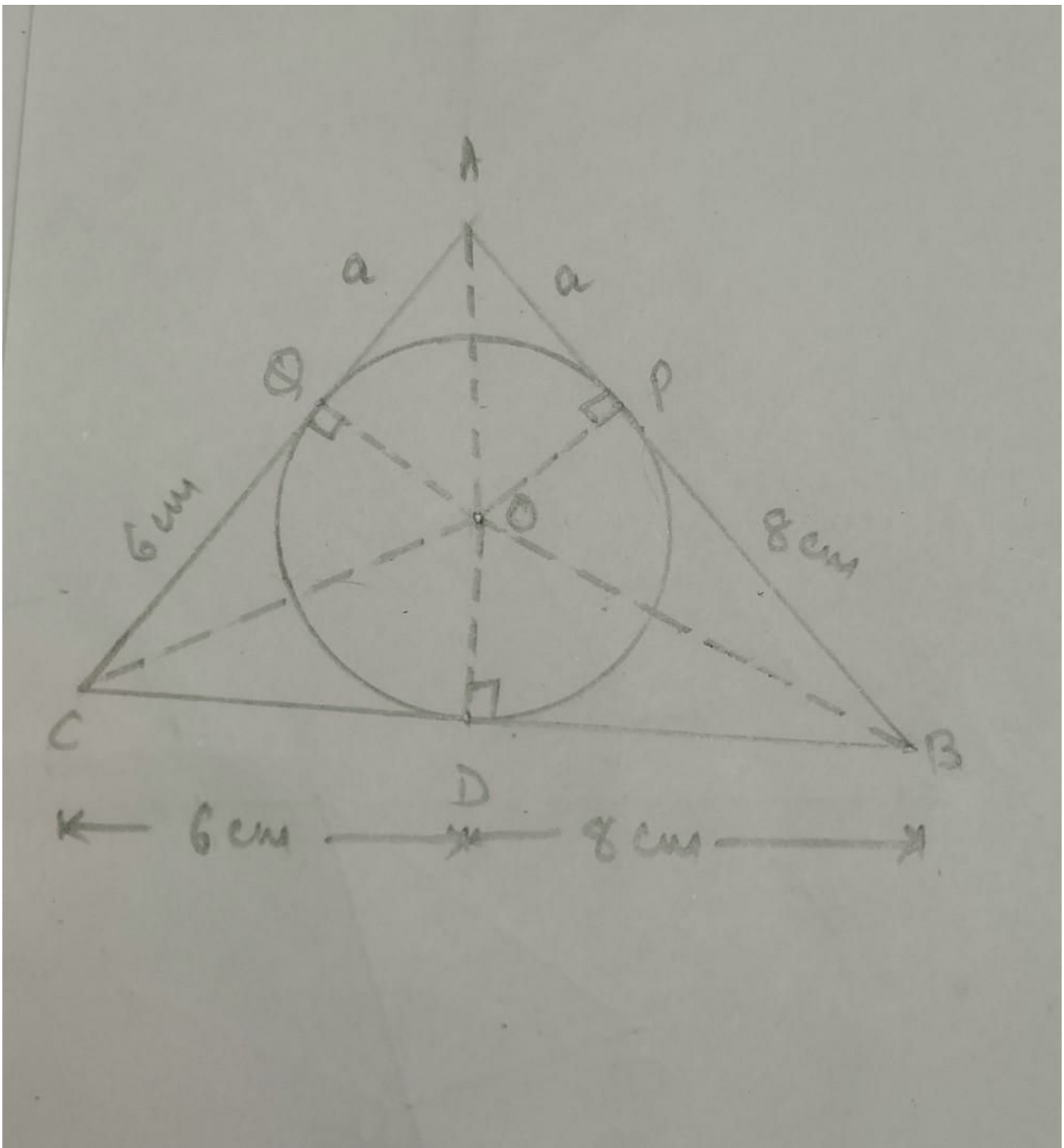
समीकरण (1), (2) व (7) से,

$MN=ON=OP=PM$

अतः MNOP एक समचतुर्भुज है।

Page : 237 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q12 4cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के परिगत एक त्रिभुज ABC इस प्रकार खींचा गया है कि रेखाखंड BD और DC (जिनमें स्पर्श बिंदु D द्वारा BC विभाजित है) की लंबाइयाँ क्रमशः 8cm और 6cm हैं। भुजाएँ AB और AC ज्ञात कीजिए।



Answer. चित्रानुसार AB तथा AC द्वारा वृत्त के स्पर्श बिंदु क्रमशः P तथा Q है।

माना $AP = a$ cm

चूंकि एक ही बाह्य बिंदु से वृत्त पर बनाई गई स्पर्श रेखाएँ बराबर होती हैं,

$CD = CQ = 6$ cm

$DB = BP = 8$ cm

$AP = AQ = a$ cm

$AB = a + 8$

$BC = 6 + 8 = 14$ cm

$AC = a + 6$

$\triangle ABC$ में,

$2s = AB + BC + CA = a + 8 + 14 + 6 + a$

$2s = 2a + 28$

$s = a + 14$

$\triangle ABC$ का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{(a+14)[(a+14-14)(a+14-8-a)(a+14-6-a)]}$$

$$= \sqrt{(a+14)a \times 6 \times 8}$$

$$= \sqrt{48a(a+14)}$$

$$= 4\sqrt{3a(a+14)} \text{ cm}^2$$

$$\text{अब, } \triangle OBC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times OD \times BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 14 = 28 \text{ cm}^2$$

$$\triangle OCA \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times OQ \times AC = \frac{1}{2} \times 4(6+a) = (12+2a) \text{ cm}^2$$

$$\triangle OAB \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times OP \times AB = \frac{1}{2} \times 4(8+a) = 16+2a \text{ cm}^2 \quad \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} = 4\sqrt{3a(a+14)} \text{ cm}^2$$

$$28 + 12 + 2a + 16 + 2a = 4\sqrt{3a(a+14)}$$

$$56 + 4a = 4\sqrt{3a(a+14)}$$

$$\sqrt{3a(a+14)} = 14 + a$$

$$3a(a+14) = 14 + a^2$$

$$3a^2 + 42a = 196 + a^2 + 28a$$

$$2a^2 + 14a - 196 = 0$$

$$a^2 + 7a - 98 = 0$$

$$a^2 + 14a - 7a - 98 = 0$$

$$a(a+14) - 7(a+14) = 0$$

$$(a-7)(a+14) = 0$$

$$a+14=0 \text{ या } a-7=0$$

$$a=-14 \text{ या } a=7$$

a त्रिभुज की भुजा है, अतः a=7 सेमी

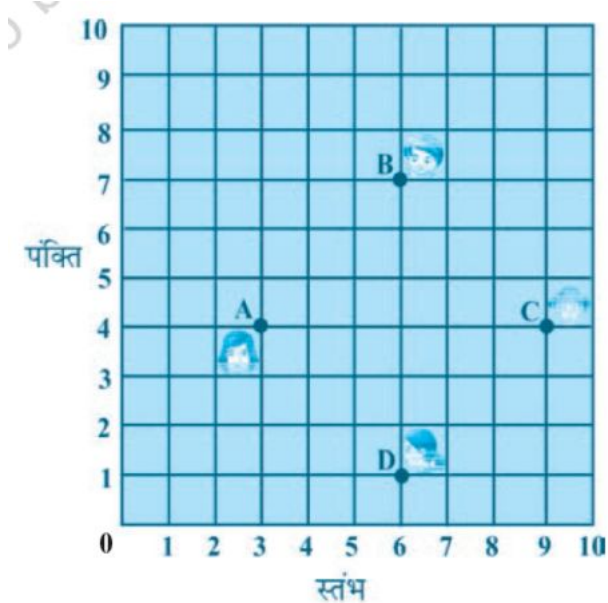
इसलिए, AB=a+8=7+8=15 सेमी

और AC=6+a=6+7=13 सेमी

Page : 237 , Block Name : परश्नावली 10.2

Q13 सिद्ध कीजिए कि वृत्त के परिगत बनी चतुर्भुज की आमने-सामने की भुजाएँ केंद्र पर संपूरक कोण अंतरित करती हैं।

Answer.



चित्रानुसार केंद्र C वाले वृत्त के परिगत चतुर्भुज WXYZ है। जिसके वृत्त पर स्पर्श बिंदु क्रमशः D, E, F और G हैं।

D, E, R तथा F को केंद्र G से जोड़ते हैं।

अब $\triangle CWG$ व $\triangle CWD$ में,

CW=CW (उभयनिष्ठ)

CG=CD (त्रिज्याएँ)

WG=WD (W से वृत्त पर खींची स्पर्श रेखाएँ)

$\triangle CWG \cong \triangle CWD$ [SSS सर्वासमता से]

$\therefore \angle GCW = \angle DCW$ अर्थात् $\angle 1 = \angle 8$

अब $\angle 2 = \angle 3$

$\angle 4 = \angle 5$

तथा $\angle 6 = \angle 7$

बिंदु 'C' के कोणों का योग $= 360^\circ$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 = 360^\circ$$

$$(\angle 1 + \angle 8) + (\angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5) + (\angle 6 + \angle 7) = 360^\circ$$

$$2\angle 1 + 2\angle 2 + 2\angle 5 + 2\angle 6 = 360^\circ$$

$$2(\angle 1 + \angle 2) + 2(\angle 5 + \angle 6) = 360^\circ$$

$$(\angle 1 + \angle 2) + (\angle 5 + \angle 6) = 180^\circ$$

$$\angle WCX + \angle ZCY = 180^\circ$$

$$\angle XCY + \angle ZCW = 180^\circ$$

चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ केंद्र पर संपूरक कोण बनाती हैं।

