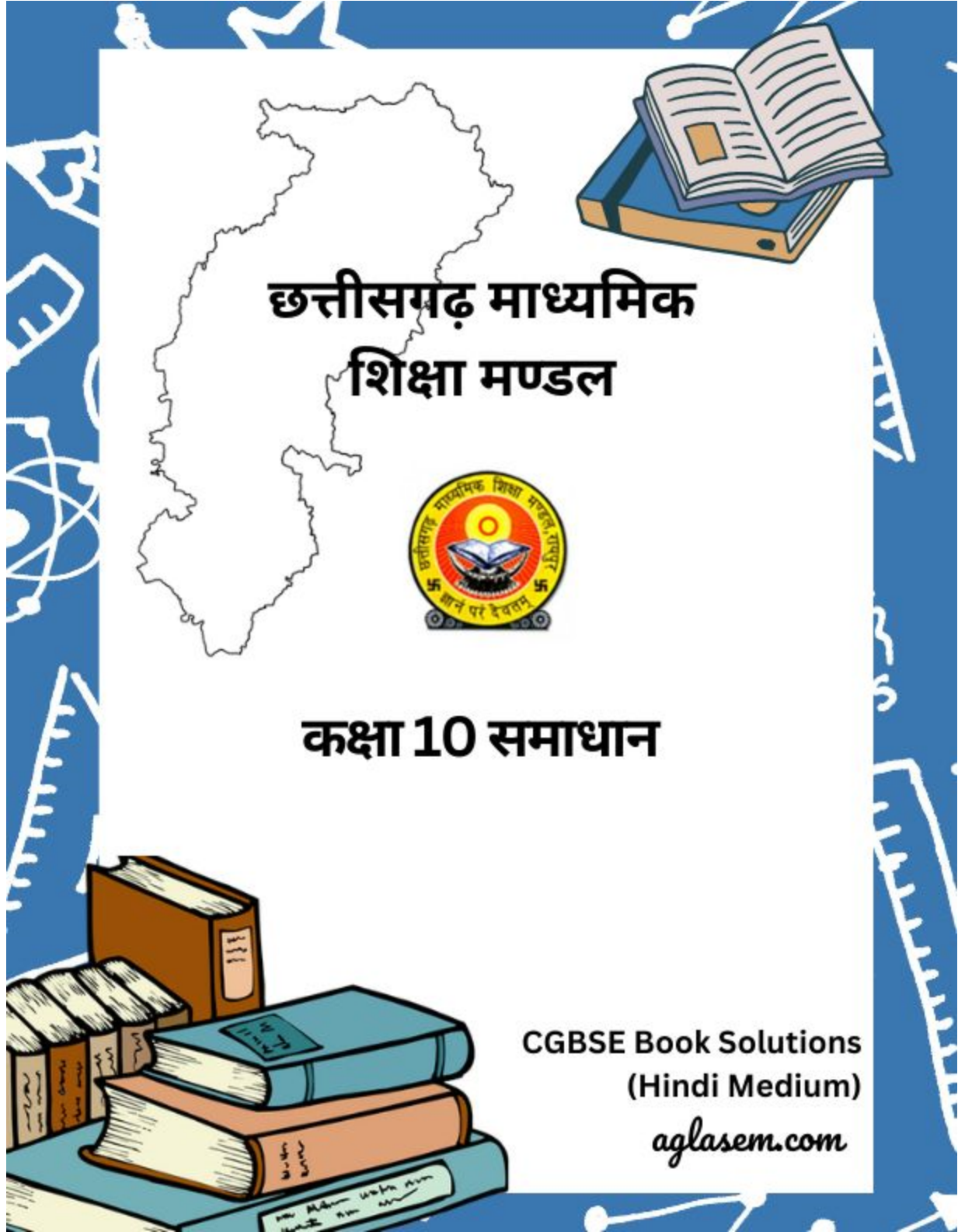


CG Board Class 10 Maths Book Solutions



CG Board Class 10 Math : Part 1 Solutions

Chapter 1

बहुपद

करके देखें:-

Page No.: 02

प्रश्न 1. बहुपदों $2x - 7$ व $5x + 9$ को जोड़िये।

$$\begin{aligned}\text{हल: } (2x - 7) + (5x + 9) &= (2x + 5x) + (-7 + 9) \\ &= 7x + 2. \quad \text{उत्तर}\end{aligned}$$

Page No.: 02, करके देखे

प्रश्न 2. बहुपद $3x^2 + 2x - 3$ में से $x^2 + 3x - 4$ को घटाइए।

$$\begin{aligned}\text{हल: } (3x^2 + 2x - 3) - (x^2 + 3x - 4) &= 3x^2 + 2x - 3 - x^2 - 3x + 4 \\ &= 3x^2 - x^2 + 2x - 3x - 3 + 4 \\ &= 2x^2 - x + 1. \quad \text{उत्तर}\end{aligned}$$

Page No.: 02, करके देखे

प्रश्न 3. बहुपदों $x^2 + 2x - 3$ व $x^2 + x - 2$ को गुणा कीजिए।

$$\begin{aligned}\text{हल: } (x^2 + 2x - 3) \cdot (x^2 + x - 2) &= x^2 \cdot (x^2 + x - 2) + 2x(x^2 + x - 2) - 3(x^2 + x - 2) \\ &= x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x^3 + 2x^2 - 4x - 3x^2 - 3x + 6 \\ &= x^4 + x^3 + 2x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 3x^2 - 4x - 3x + 6 \\ &= x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 7x + 6. \quad \text{उत्तर}\end{aligned}$$

करके देखें -

Page No.: 03

प्रश्न 1. $2x^2 + 12x + 6$ को $2x$ से भाग दीजिए।

$$\text{हल: } \frac{2x^2 + 12x + 6}{2x} = \frac{2x^2}{2x} + \frac{12x}{2x} + \frac{6}{2x}$$

$$= x^2 + 6 + \frac{3}{x}. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 03

प्रश्न 2. एक बस 5 घंटे में y किमी दूरी तय करती है। बस की चाल ज्ञात कीजिए।

हल: समय = 5 घंटे, दूरी = y किमी.

$$\therefore \text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{y}{5} \text{ किमी/घंटा।} \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 03

प्रश्न 3. एक आयताकार बगीचे का क्षेत्रफल $65x^2$ वर्ग मीटर है तथा उस बगीचे की चौड़ाई $5x$ मीटर है। तब बगीचे की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल : आयताकार बगीचे का क्षेत्रफल = $65x^2$ वर्ग मीटर

$\therefore$ बगीचे की चौड़ाई = $5x$ मीटर

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई $\times$ चौड़ाई

$$\begin{aligned} \therefore \text{लम्बाई} &= \frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}} \\ &= \frac{65x^2}{5x} = 13x \text{ मीटर।} \end{aligned}$$

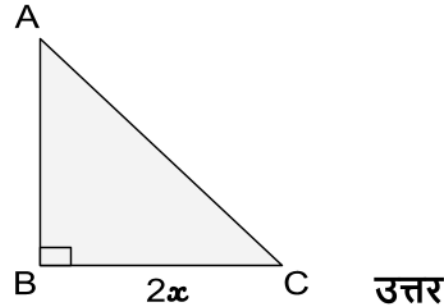
Page No.: 03

प्रश्न 4. $4x^2 + 4$ वर्ग इकाई क्षेत्रफल वाले समकोण त्रिभुज की आधार भुजा की लम्बाई $2x$ इकाई है। तब त्रिभुज के शीर्षलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल: त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई (शीर्षलम्ब)

$$4x^2 + 4 = \frac{1}{2} \times 2x \times h$$

$$\begin{aligned} \therefore h &= \frac{4x^2 + 4}{x} = \frac{4x^2}{x} + \frac{4}{x} \\ &= 4x + \frac{4}{x} \text{ इकाई।} \end{aligned}$$



करके देखें -

Page No.: 08

प्रश्न 1. बहुपद $x^2 + 2xy + y^2$ को गुणनखंड के रूप में लिखिए तथा $x + y$ से भाग दीजिए

$$\begin{aligned} \text{हल: } x^2 + 2xy + y^2 &= (x + y)^2 \\ &= (x + y)(x + y) \end{aligned}$$

$$\therefore (x + y)^2 \div (x + y) = \frac{(x+y)^2}{x+y} = x + y. \text{ उत्तर}$$

Page No.: 09

प्रश्न 1. बहुपद $x^2 - x + 1$ को $x + 1$ से भाग देकर भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए।
हल:

$(x + 1)$	$x^2 - x + 1$ $x^2 + x$ $- \quad -$	$x - 2$
	$-2x + 1$ $-2x - 2$ $+ \quad +$	
	3	

$\therefore$ भागफल = $x - 2$
शेषफल = 3. उत्तर

Page No.: 09

प्रश्न 2. बहुपद $6x^2 - 5x + 1$ को $2x - 1$ से भाग देकर भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए।
हल:

$2x - 1$	$6x^2 - 5x + 1$ $6x^2 - 3x$ $- \quad +$	$3x - 1$
	$- 2x + 1$ $- 2x + 1$ $+ \quad -$	

$2x - 1$	$\begin{array}{r} 6x^2 - 5x + 1 \\ 6x^2 - 3x \\ - \quad + \end{array}$	$3x - 1$
	0	

∴ भागफल = $3x - 1$
शेषफल = 0. उत्तर

Page No.: 09

प्रश्न 3. बहुपद $2y^3 + 4y^2 + 3y + 1$ को $y + 1$ से भाग देकर भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए।

हल:

$y + 1$	$\begin{array}{r} 2y^3 + 4y^2 + 3y + 1 \\ 2y^3 + 2y^2 \\ - \quad - \end{array}$	$2y^2 + 2y + 1$
	$\begin{array}{r} 2y^2 + 3y + 1 \\ 2y^2 + 2y \\ - \quad - \end{array}$	
	$\begin{array}{r} y + 1 \\ y + 1 \\ - \quad - \end{array}$	
	0	

∴ भागफल = $2y^2 + 2y + 1$, शेषफल = 0. उत्तर

Page No.: 09

प्रश्न 4. बहुपद $x^5 + 5x + 3x^2 + 5x^3 + 3$ को $4x + x^2 + 2$ से भाग देकर भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है, भाज्य और भाजक को घात के घटते क्रम में लिखने पर,

$$\text{भाज्य} = x^5 + 5x^3 + 3x^2 + 5x + 3$$

$$\text{भाजक} = x^2 + 4x + 2$$

	$x^3 - 4x^2 + 19x - 65$
$x^2 + 4x + 2$	$\begin{array}{r} x^5 + 5x^3 + 3x^2 + 5x + 3 \\ x^5 + 4x^4 + 2x^3 \\ - \quad - \quad - \end{array}$
	$\begin{array}{r} -4x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 5x + 3 \\ -4x^4 - 16x^3 - 8x^2 \\ + \quad + \quad + \end{array}$
	$\begin{array}{r} 19x^3 + 11x^2 + 5x + 3 \\ 19x^3 + 76x^2 + 38x + 3 \\ - \quad - \quad - \end{array}$
	$\begin{array}{r} -65x^2 - 33x + 3 \\ -65x^2 - 260x - 130 \\ + \quad + \quad + \end{array}$
	$227x + 133$

$$\text{अतः भागफल} = x^3 - 4x^2 + 19x - 65$$

$$\text{भाजक} = 227x + 133. \quad \text{उत्त}$$

Page No.: 09

प्रश्न 5. बहुपद $x^2 - 2xy + y^2$ को $x - y$ से भाग देकर भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए।

हल:

$x - y$	$x^2 - 2xy + y^2$	$x - y$
---------	-------------------	---------

	$x^2 - xy$ - +	
	$-xy + y^2$ $-xy + y^2$ + -	
	0	

∴ भागफल = $x - y$

शेषफल = 0.

उत्तर

Page No.: 09

प्रश्न 6. बहुपद a को बहुपद $a - b$ से भाग दीजिए।

हल:

$a - b$	a $a - b$ - +	1
	b	

∴ भागफल = 1

शेषफल = b .

उत्तर

Page No.: 09

प्रश्न 7. यदि भाजक $3x^2 - 2x + 2$, भागफल $x + 1$, शेषफल = 3 है, तब भाज्य बताइए।

हल: भाज्य = भाजक $\times$ भागफल + शेषफल

$$= (3x^2 - 2x + 2) \times (x + 1) + 3$$

$$= 3x^3 - 2x^2 + 2x + 3x^2 - 2x + 2 + 3$$

$$= 3x^3 + x^2 + 5.$$

उत्तर

Page No.: 09

प्रश्न 8. यदि भाजक $4x - 7$, भागफल $x + 1$, शेषफल $= 0$ है, तब भाज्य बताइए।

हल: भाज्य = भाजक $\times$ भागफल + शेषफल

$$= (4x - 7) \times (x + 1) + 0$$

$$= 4x^2 - 7x + 4x - 7$$

$$= 4x^2 - 3x - 7 \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 09

प्रश्न 9. सिद्ध कीजिए कि बहुपद $4x^3 + 3x^2 + 2x - 9$ को $x - 1$ से भाग करने पर शेषफल शून्य है।

हल: दिया है : भाज्य $= 4x^3 + 3x^2 + 2x - 9$, भाजक $= x - 1$

$x - 1$	$4x^3 + 3x^2 + 2x - 9$ $4x^3 - 4x^2$ $- \quad +$	$4x^2 + 7x + 9$
	$7x^2 + 2x - 9$ $7x^2 - 7x$ $- \quad +$	
	$9x - 9$ $9x - 9$ $- \quad +$	
	0	

अतः शेषफल $= 0$. सिद्ध हुआ।

Page No.: 09

प्रश्न 10. जाँच कीजिए कि बहुपद $x^2 - 5x + 3$ को $(x - 3)$ से भाग करने पर शेषफल शून्य है अथवा नहीं ?

हल: दिया है : भाज्य = $x^2 - 5x + 3$, भाजक = $x - 3$

$x - 3$	$x^2 - 5x + 3$ $x^2 - 3x$ $- \quad +$	$x - 2$
	$- 2x + 3$ $- 2x + 6$ $+ \quad -$	
	-3	

स्पष्ट है कि शेषफल शून्य नहीं है। **उत्तर**

Page No.: 09

प्रश्न 11. यदि किसी आयत का क्षेत्रफल $45x^2 + 30x$ वर्गमीटर तथा उसकी चौड़ाई $15x$ मीटर है तब लम्बाई क्या होगी ?

हल: दिया है : आयत का क्षेत्रफल = $45x^2 + 30x$
चौड़ाई = $15x$

∴ आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{लम्बाई} &= \frac{\text{आयत का क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}} \\
 &= \frac{45x^2 + 30x}{15x} \\
 &= \frac{45x^2}{15x} + \frac{30x}{15x} \\
 &= 3x + 2
 \end{aligned}$$

अतः लम्बाई = $(3x + 2)$ मीटर। **उत्तर**

Page No.: 09

प्रश्न 12. $28x$ इकाई लम्बाई का एक रेखाखण्ड AB है जिसे दो बराबर भागों में बाँटना है तब प्रत्येक भाग की लम्बाई क्या होगी ?

हल : $\because$ रेखाखण्ड AB की लम्बाई = $28x$ इकाई

$$\therefore \text{प्रत्येक भाग की लम्बाई} = \frac{28x}{2} \text{ इकाई}$$

$$= 14x \text{ इकाई।} \quad \text{उत्तर}$$

करके देखें -

Page No.: 10, chapter -1

यदि $f(x)$ का भाजक $x + a$ हो तब शेषफल ज्ञात कीजिए।

$$(i) f(x) = 2x - a, (ii) f(x) = x^2 - a^2; (iii) f(x) = x^2 - 2x + 1$$

हल - (i) $f(x) = 2x - a$

$$\text{अब } x + a = 0 \Rightarrow (x = -a)$$

$\therefore$ शेषफल प्रमेय से,

$$\therefore f(-a) = 2(-a) - a$$

$$= -2a - a$$

$$= -3a. \quad \text{उत्तर}$$

$$(ii) f(x) = x^2 - a^2$$

$$\text{अब } x + a = 0 \Rightarrow (x = -a)$$

$\therefore$ शेषफल प्रमेय से,

$$\text{शेषफल} = f(-a)$$

$$\therefore f(-a) = (-a)^2 - a^2$$

$$= a^2 - a^2$$

$$= 0. \quad \text{उत्तर}$$

$$(iii) f(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$\text{अब } x + a = 0 \Rightarrow (x = -a)$$

$\therefore$ शेषफल प्रमेय से,

$$\text{शेषफल} = f(-a)$$

$$\therefore f(-a) = (-a)^2 - 2(-a) + 1$$

$$= a^2 + 2a + 1$$

$$= (a + 1)^2. \quad \text{उत्तर}$$

सोचें और चर्चा करें -

Page No.: 12

प्रश्न 1. उपरोक्त उदाहरण में दूसरे भाजक $x - 2$ के स्थान पर $x + 2$ होने पर भी क्या शेषफल ज्ञात किया जा सकता है ? यदि हाँ, तो शेषफल ज्ञात कीजिए।

हल : भाज्य $= (x^2 - 4) \times q(x) + (5x + 6)$

हाँ, $x + 2$ को भाजक लेने पर, शेषफल प्रमेय से,

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$\text{शेषफल} = f(-2)$$

$$\begin{aligned} \therefore f(-2) &= \{(-2)^2 - 4\} \times q(-2) + \{5 \times (-2) + 6\} \\ &= (4 - 4)q(-2) + (-10 + 6) \\ &= 0 - 4 = -4. \quad \text{उत्तर} \end{aligned}$$

Page No.: 12

प्रश्न 2. उपरोक्त उदाहरण के दोनों भाजकों में क्या कोई खास संबंध दिखाई पड़ता है? साथियों की मदद से उस संबंध को पता करें। यदि दोनों भाजकों में कोई संबंध न हो तब भी क्या शेषफल ज्ञात किया जा सकता है ? एक उदाहरण लेकर परिणाम जानने की कोशिश करें।

हल : दोनों भाजकों $(x - 2)$ तथा $(x + 2)$ में यह संबंध है कि दोनों का गुणनफल पहले भाजक के तुल्य है।

$$\begin{aligned} (x - 2) \cdot (x + 2) &= x^2 - 4 \\ &= \text{प्रथम भाजक} \end{aligned}$$

दोनों भाजकों में कोई संबंध न होने पर शेषफल ज्ञात नहीं किया जा सकता। क्योंकि, यहाँ $f(x)$ अथवा $q(x)$ अर्थात् भाज्य अथवा भागफल पता नहीं है।

$$\text{जैसे, भाजक} = x - 3$$

$$\text{तब, शेषफल} = f(3)$$

$$\begin{aligned} \therefore f(3) &= (3^2 - 4) \times q(3) + (5 \times 3 + 6) \\ &= (9 - 4)q(3) + (15 + 6) \\ &= 5 \cdot q(3) + 21 \end{aligned}$$

अब, यहाँ $f(3)$ और $q(3)$ दोनों पता नहीं है। **उत्तर**

करके देखें -

Page No.: 13

प्रश्न 3. 15 को 3 से भाग करके, उपरोक्त रूप में लिखकर देखिए कि क्या इसमें भी इसी प्रकार का संबंध मिलता है ?

हल : $15 \div 3$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)15} \quad (5 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

यहाँ, भाज्य = 15

भाजक = 3

भागफल = 5

शेषफल = 0

अब, भाज्य = भाजक $\times$ भागफल + शेषफल से,

$$15 = 3 \times 5 + 0$$

$$= 15$$

अतः इसमें भी वही संबंध है।

Page No.: 16

प्रश्न 1. यदि $p(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8$ को निम्नलिखित से भाग करें तो शेषफल प्रमेय की मदद से शेषफल ज्ञात कीजिए -

(i) $x + 1$

हल: दिया है: $p(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8$

भाजक $g(x) = x + 1$

अब, $x + 1 = 0$

$$\Rightarrow x = -1$$

∴ शेषफल प्रमेय से,

शेषफल $r = p(-1)$

$$= (-1)^3 + 3(-1)^2 - 5(-1) + 8$$

$$= -1 + 3 + 5 + 8$$

$$= -1 + 16$$

$$= 15. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 16

(ii) $2x - 1$.

हल : भाज्य $p(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8$

भाजक $g(x) = 2x - 1$

अब, $2x - 1 = 0$

$$\Rightarrow 2x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

अतः शेषफल प्रमेय से,

$$\begin{aligned}
 \text{शेषफल } r &= p\left(\frac{1}{2}\right) \\
 &= \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{2}\right) + 8 \\
 &= \frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 8 \\
 &= \frac{1 + 6 - 20 + 64}{8} = \frac{51}{8}. \quad \text{उत्तर}
 \end{aligned}$$

Page No.: 16

(iii) $x + 2$.

हल : भाज्य $p(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8$

भाजक $g(x) = x + 2$

अब, $x + 2 = 0$ से,

$$\Rightarrow x = -2$$

अतः शेषफल प्रमेय से,

शेषफल $r = p(-2)$

$$\begin{aligned}
 &= (-2)^3 + 3(-2)^2 - 5(-2) + 8 \\
 &= -8 + 12 + 10 + 8 \\
 &= -8 + 30 = 22. \quad \text{उत्तर}
 \end{aligned}$$

Page No.: 16

(iv) $x - 4$.

हल : भाज्य $p(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 8$

भाजक $g(x) = x - 4$

अब, $x - 4 = 0$

$$\Rightarrow x = 4$$

∴ अतः शेषफल प्रमेय से,

शेषफल $r = p(4)$

$$\begin{aligned}
 &= (4)^3 + 3 \times 4^2 - 5 \times 4 + 8 \\
 &= 64 + 48 - 20 + 8 \\
 &= 120 - 20 = 100. \quad \text{उत्तर}
 \end{aligned}$$

Page No.: 16

(v) $x + \frac{1}{3}$.

हल : भाज्य $p(x) = x^3 + 3x^2 - 5x +$

भाजक $g(x) = x + \frac{1}{3}$

अब, $x + \frac{1}{3} = 0$

$\Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

∴ अतः शेषफल प्रमेय से,

$$\begin{aligned}\text{शेषफल } r &= p\left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 5\left(-\frac{1}{3}\right) + 8 \\ &= -\frac{1}{27} + 3 \cdot \frac{1}{9} + \frac{5}{3} + 8 \\ &= \frac{-1 + 9 + 45 + 216}{27} \\ &= \frac{-1 + 270}{27} = \frac{269}{27}.\end{aligned}$$

Page No.: 16

प्रश्न 2. निम्नलिखित में जाँचिए कि क्या $g(x)$, $p(x)$ का एक गुणनखण्ड है -

(i) $g(x) = x - 3$, $p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$.

हल - $g(x) = x - 3$

अब, $g(x) = 0$

$x - 3 = 0$

$\Rightarrow x = 3$

तब, $p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ में

$x = 3$ रखने पर,

$$\begin{aligned}p(3) &= 3^3 - 4 \cdot (3^2) + 3 + 6 \\ &= 27 - 36 + 9 \\ &= 36 - 36 = 0\end{aligned}$$

अतः गुणनखण्ड प्रमेय से,

$g(x)$; $p(x)$ का एक गुणनखण्ड है। **उत्तर**

Page No.: 16

(ii) $g(x) = x + 1$; $p(x) = 2x^3 + x^2 - 2x + 1$.

हल - $g(x) = x + 1$

अब, $g(x) = 0$ से,

$x + 1 = 0$

$$\Rightarrow x = -1$$

तब $p(x) = 2x^3 + x^2 - 2x + 1$ में $x = -1$ रखने पर,

$$\begin{aligned} p(-1) &= 2(-1)^3 + (-1)^2 - 2(-1) + 1 \\ &= -2 + 1 + 2 + 1 \\ &= 2 \\ &\neq 0 \end{aligned}$$

अतः गुणनखण्ड प्रमेय से,

$g(x); p(x)$ का एक गुणनखण्ड नहीं है। **उत्तर**

Page No.: 16

(iii) $g(x) = x - 2; p(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$.

हल - $g(x) = x - 2$

अब $g(x) = 0$ से,

$$x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2$$

तब $p(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$ में $x = 2$ रखने पर,

$$\begin{aligned} p(2) &= 2^4 - 2^3 - 2^2 - 2 - 2 \\ &= 16 - 8 - 4 - 4 \\ &= 16 - 16 \\ &= 0 \end{aligned}$$

अतः गुणनखण्ड प्रमेय से, $g(x); p(x)$ का एक गुणनखण्ड है।

उत्तर

Page No.: 16

(iv) $g(x) = x - 1; p(x) = x^3 + 5x^2 - 5x + 1$.

हल - $g(x) = x - 1$

अब $g(x) = 0$ से,

$$x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1$$

तब $p(x) = x^3 + 5x^2 - 5x + 1$ में $x = 1$ रखने पर,

$$\begin{aligned} p(1) &= 1^3 + 5(1^2) - 5(1) + 1 \\ &= 1 + 5 - 5 + 1 \\ &= 2 \\ &\neq 0 \end{aligned}$$

अतः गुणनखण्ड प्रमेय से, $g(x); p(x)$ का एक गुणनखण्ड नहीं है।

उत्तर

Page No.: 16

(v) $g(x) = x + 4$; $p(x) = x^2 + 2x - 1$.

हल - $g(x) = x + 4$

अब $g(x) = 0$ से,

$$x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = -4$$

तब $p(x) = x^2 + 2x - 1$ में $x = -4$ रखने पर,

$$p(-4) = (-4)^2 + 2(-4) - 1$$

$$= 16 - 8 - 1$$

$$= 16 - 9 = 7$$

$$\neq 0$$

अतः गुणनखण्ड प्रमेय से, $g(x)$; $p(x)$ का एक गुणनखण्ड नहीं है।

उत्तर

Page No.: 17

प्रश्न 3. निम्नलिखित में a का मान ज्ञात कीजिए जबकि $g(x)$; $p(x)$ का एक गुणनखण्ड है -

(i) $g(x) = x + 1$; $p(x) = x^2 + ax + 2$.

हल - $g(x) = x + 1$

$$p(x) = x^2 + ax + 2$$

अब $g(x) = 0$

$$\Rightarrow x = -1$$

$\therefore g(x)$; $p(x)$ का एक गुणनखण्ड है, अतः गुणनखण्ड प्रमेय से,

$$p(-1) = 0$$

$$(-1)^2 + a(-1) + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 1 - a + 2 = 0$$

$$\Rightarrow -a = -3$$

$$\therefore a = 3.$$

उत्तर

Page No.: 17

(ii) $g(x) = x - 1$; $p(x) = ax^2 - 5x + 3$.

हल - $g(x) = x - 1$

$$p(x) = ax^2 - 5x + 3$$

अब, $g(x) = 0$

$$x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1$$

∴ $g(x); p(x)$ का एक गुणनखण्ड है, अतः गुणनखण्ड प्रमेय से,

$$p(1) = 0$$

$$p(1) = a(1^2) - 5(1) + 3 = 0$$

$$\Rightarrow a - 5 + 3 = 0$$

$$\Rightarrow a - 2 = 0$$

$$\therefore a = 2. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 17

(iii) $g(x) = x + 2; p(x) = 2x^2 + 6x + a$.

हल - $g(x) = x + 2$

$$p(x) = 2x^2 + 6x + a$$

$$\text{अब } g(x) = 0$$

$$+ 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -2$$

∴ $g(x); p(x)$ का एक गुणनखण्ड है, अतः गुणनखण्ड प्रमेय से,

$$p(-2) = 0$$

$$\Rightarrow 2(-2)^2 + 6(-2) + a = 0$$

$$\Rightarrow 8 - 12 + a = 0$$

$$\Rightarrow -4 + a = 0$$

$$\therefore a = 4. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 17

(iv) यदि $g(t), p(t)$ का एक गुणनखण्ड हो तो t का मान का ज्ञात कीजिए -

$$g(t) = t - 3; p(t) = t^2 + 2at - 2a + 3.$$

हल - $g(t) = t - 3$

$$p(t) = t^2 + 2at - 2a + 3$$

$$\text{अब, } g(t) = 0$$

$$t - 3 = 0$$

$$\Rightarrow t = 3$$

∴ $g(t); p(t)$ का एक गुणनखण्ड है, अतः गुणनखण्ड प्रमेय से,

$$p(3) = 0$$

$$\Rightarrow (3)^2 + 2a(3) - 2a + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 9 + 6a - 2a + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 12 + 4a = 0$$

$$\Rightarrow 4a = -12$$

x

$$\therefore a = -\frac{12}{4} = -3. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 17

(v) यदि $g(y)$, $p(y)$ का एक गुणनखण्ड हो तो y का मान का ज्ञात कीजिए -

$$g(y) = y + 5; p(y) = y^2 - 2y + a.$$

$$\text{हल - } g(y) = y + 5$$

$$p(y) = y^2 - 2y + a$$

$$\text{अब, } g(y) = 0$$

$$y + 5 = 0$$

$$\Rightarrow y = -5$$

$\therefore g(y); p(y)$ का एक गुणनखण्ड है, अतः गुणनखण्ड प्रमेय से,

$$p(-5) = 0$$

$$\Rightarrow (-5)^2 - 2(-5) + a = 0$$

$$\Rightarrow 25 + 10 + a = 0$$

$$\Rightarrow 35 + a = 0$$

$$\therefore a = -35. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 17

प्रश्न 4. जब किसी बहुपद $f(x)$ को $x^2 - 9$ से भाग दिया जाता है, तब $3x + 2$ शेषफल होता है। लेकिन जब इसी बहुपद को $(x - 3)$ से भाग दिया जाता है, तब शेषफल क्या होगा?

हल - बहुपद $f(x)$ को $x^2 - 9$ से भाग देने पर,

$$\text{अब, } x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

अतः शेषफल प्रमेय से,

शेषफल = $f(3)$ या $f(-3)$ होगा।

प्रश्नानुसार,

$$\text{शेषफल} = 3x + 2$$

$$\therefore f(3) = 3.3 + 2$$

$$= 11 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{या } f(-3) = 3(-3) + 2$$

$$= -9 + 2 = -7 \quad \dots\dots\dots(2)$$

अब, $f(x)$ को $x - 3$ से भाग देने पर,

$$\text{अब, } x - 3 = 0$$

$x = 3$
 अतः शेषफल प्रमेय से,
 $\text{शेषफल} = f(3)$
 $f(3) = 11.$ [समी.(1) से]
 $\therefore$ अभीष्ट शेषफल = 11. उत्तर

Page No.: 17

प्रश्न 5. जब किसी बहुपद $f(x)$ को $x^2 - 16$ से भाग दिया जाता है, तब शेषफल $5x + 3$ होता है, लेकिन जब इसी बहुपद को $(x + 4)$ से भाग दिया जाता है, तब शेषफल क्या होगा?

हल - बहुपद $f(x)$ को $x^2 - 16$ से भाग देने पर,

$$\text{अब, } x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$\Rightarrow x = \pm 4$$

अतः $f(x)$ को $x^2 - 16$ से भाग देने पर,
 शेषफल प्रमेय से,

$$\text{शेषफल} = f(4) \text{ या } f(-4) \text{ होगा।}$$

प्रश्नानुसार,

$$\text{शेषफल} = 5x + 3$$

$$\therefore f(4) = 5 \times 4 + 3$$

$$= 23 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{तथा } f(-4) = 5(-4) + 3$$

$$= -20 + 3 = -17 \dots\dots\dots(2)$$

अब, $f(x)$ को $(x + 4)$ से भाग देने पर,

$$x + 4 = 0$$

$$\therefore x = -4$$

अतः शेषफल प्रमेय से;

$$\text{शेषफल} = f(-4)$$

$$f(-4) = -17, \quad [\text{समी.}(2) \text{ से}]$$

$$\therefore \text{अभीष्ट शेषफल} = -17. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 19

प्रश्न 1. $x^2 - 16$ का गुणनखण्ड कीजिए।

$$\text{हल - } x^2 - 16 = x^2 - 4^2$$

$$= (x + 4)(x - 4), \quad [\text{सर्वसमिका } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \text{ से}] \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 19

प्रश्न 2. $4x^2 - 20x + 25$ का गुणनखण्ड कीजिए।

हल - $4x^2 - 20x + 25$

$$= (2x)^2 - 2(2x) \cdot 5 + 5^2$$

$$= (2x - 5)^2, \quad [\text{सर्वसमिका } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ से}]$$

$$= (2x - 5)(2x - 5). \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 22

सोचें एवं चर्चा करें -

प्रश्न. क्या यह संभव है किसी द्विघातीय बहुपद के दो से अधिक गुणनखण्ड हो? किसी द्विघाती बहुपद का गुणनखण्ड कर जाँचिए कि क्या इनके दो से अधिक गुणनखण्ड प्राप्त हो रहे हैं?

हल - किसी द्विघातीय बहुपद के तीन गुणनखण्ड भी प्राप्त हो सकते हैं। परन्तु, तीसरा गुणनखण्ड अनिवार्यतः एक अचर पद होगा।

उदा. $f(x) = 3x^2 + 3x - 6$

$$= 3x^2 + 6x - 3x - 6$$

$$= 3x(x + 2) - 3(x + 2)$$

$$= (x + 2)(3x - 3)$$

$$= (x + 2) \cdot 3 \cdot (x - 1)$$

$$= (x + 2)(x - 1) \cdot 3$$

यहाँ, प्रथम गुणनखण्ड $x + 2$, द्वितीय गुणनखण्ड $(x - 1)$ और तृतीय गुणनखण्ड 3 है जो कि एक अचर पद है। उत्तर

प्रश्न 1. निम्नलिखित बहुपदों के मध्य पद तोड़कर गुणनखण्ड कीजिए -

Page No.: 23

(1) $x^2 - 3x - 4$.

हल - $x^2 - 3x - 4$

$$= x^2 + (-4 + 1)x - 4,$$

$$= x^2 - 4x + x - 4$$

$$= x(x - 4) + 1(x - 4)$$

$$= (x - 4)(x + 1). \quad \text{यही अभीष्ट गुणनखण्ड है।}$$

$$\begin{cases} (-4) \times 1 = -4 \\ -4 + 1 = -3 \end{cases}$$

Page No.: 23

(2) $x^2 + 2x + 1$.

हल - $x^2 + 2x + 1$

$$= x^2 + x + x + 1$$

$$= x(x + 1) + 1(x + 1)$$

$$\begin{cases} 1 \times 1 = 1 \\ 1 + 1 = 2 \end{cases}$$

$$= (x + 1)(x + 1). \quad \text{यहीं अभीष्ट गुणनखण्ड है।}$$

Page No.: 23

(3) $x^2 + x - 12$.

हल - $x^2 + x - 12$

$$= x^2 + (4 - 3)x - 12,$$

$$= x^2 + 4x - 3x - 12$$

$$= x(x + 4) - 3(x + 4)$$

$$= (x + 4)(x - 3). \quad \text{यहीं अभीष्ट गुणनखण्ड है।}$$

$$\begin{cases} 4 \times (-3) = -12 \\ 4 + (-3) = 1 \end{cases}$$

Page No.: 23

(4) $x^2 - 8x + 15$.

हल - $x^2 - 8x + 15$

$$= x^2 + (-5 - 3)x + 15,$$

$$= x^2 - 5x - 3x + 15$$

$$= x(x - 5) - 3(x - 5)$$

$$= (x - 5)(x - 3).$$

यहीं अभीष्ट गुणनखण्ड है।

$$\begin{cases} (-5) \times (-3) = 15 \\ (-5) + (-3) = -8 \end{cases}$$

Page No.: 23

(5) $t^2 - 4t - 21$.

हल - $t^2 - 4t - 21$

$$= t^2 - (-7 + 3)t - 21,$$

$$= t^2 - 7t + 3t - 21$$

$$= t(t - 7) + 3(t - 7)$$

$$= (t - 7)(t + 3).$$

यहीं अभीष्ट गुणनखण्ड है।

$$\begin{cases} (-7) \times 3 = -21 \\ -7 + 3 = -4 \end{cases}$$

Page No.: 23

(6) $-y^2 + 35y + 156$.

हल - $= -[y^2 - 35y - 156]$
 $= -[y^2 + (-39 + 4)y - 156],$
 $= -[y^2 - 39y + 4y - 156]$
 $= -[y(y - 39) + 4(y - 39)]$
 $= -(y - 39)(y + 4).$

$$\begin{cases} (-39) \times 4 = (-156) \\ -39 + 4 = -35 \end{cases}$$

यही अभीष्ट गुणनखण्ड है।

Page No.: 23

(7) $7x^2 - 2x - 5$.

हल - $7x^2 - 2x - 5$
 $= 7x^2 + (-7 + 5)x - 5,$
 $= 7x^2 - 7x + 5x - 5$
 $= 7x(x - 1) + 5(x - 1)$
 $= (x - 1)(7x + 5).$

$$\begin{cases} 7 \times (-5) = -35 \\ 7 + (-5) = 2 \end{cases}$$

यही अभीष्ट गुणनखण्ड है।

Page No.: 23

(8) $12x^2 - 24x + 12$.

हल - $12x^2 - 24x + 12$
 $= 12[x^2 - 2x + 1],$
 $= 12[x^2 - x - x + 1]$
 $= 12[x(x - 1) - 1(x - 1)]$
 $= 12(x - 1)(x - 1).$

$$\begin{cases} (-1) \times (-1) = 1 \\ (-1) + (-1) = -2 \end{cases}$$

यही अभीष्ट गुणनखण्ड है।

Page No.: 23

(9) $6x^2 - 7x - 3$.

हल - $6x^2 - 7x - 3$
 $= 6x^2 + (-9 + 2)x - 3,$
 $= 6x^2 - 9x + 2x - 3$
 $= 3x(2x - 3) + 1(2x + 3)$
 $= (2x - 3)(3x + 1).$

$$\begin{cases} 6 \times (-3) = -18 \\ (-9) \times 2 = -18 \\ -9 + 2 = -7 \end{cases}$$

यही अभीष्ट गुणनखण्ड है।

Page No.: 23

(10) $14y^2 + 19y - 3$.

हल - $14y^2 + 19y - 3$

$$= 14y^2 + (21 - 2)y - 3,$$

$$= 14y^2 + 21y - 2y - 3$$

$$= 7y(2y + 3) - 1(2y - 3)$$

$$= (2y + 3)(7y - 1).$$

$$\begin{cases} 14 \times (-3) = -42 \\ 21 \times (-2) = -42 \\ 21 + (-2) = 19 \end{cases}$$

यही अभीष्ट गुणनखण्ड है।

Page No.: 23

(11) $\sqrt{3}y^2 + 9y + 6\sqrt{3}$.

हल - $\sqrt{3}y^2 + 9y + 6\sqrt{3}$

$$= \sqrt{3}y^2 + (6 + 3)y + 6\sqrt{3},$$

$$= \sqrt{3}y^2 + 6y + 3y + 6\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}y^2 + \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times 2y + 3y + 6\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}y(y + 2\sqrt{3}) + 3(y + 2\sqrt{3})$$

$$= (y + 2\sqrt{3})(\sqrt{3}y + 3).$$

$$\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} = 18$$

$$6 \times 3 = 18$$

$$6 + 3 = 9$$

यही अभीष्ट गुणनखण्ड है।

Page No.: 23

(12) $144x^2 + 24x + 1$.

हल - $144x^2 + 24x + 1$

$$= (12x)^2 + 2 \cdot (12x) \cdot 1 + (1)^2$$

$$= (12x + 1)^2,$$

$$= (12x + 1)(12x + 1)$$

$$[a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2]$$

यही अभीष्ट गुणनखण्ड है।

करके देखें -

Page No.: 24

प्रश्न 1. $x^2 - 9$ के गुणनखण्ड एवं शून्यक ज्ञात कीजिए।

हल - माना $f(x) = x^2 - 9$

$$= (x + 3)(x - 3), \quad [\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

अब, $x + 3 = 0$

$$x = -3$$

तथा $x - 3 = 0$

$$x = 3.$$

अतः यहाँ $f(x)$ के शून्यक -3 तथा 3 हैं।

Page No.: 24

प्रश्न 2. किसी बहुपद के शून्यक 4 व -1 हैं। उनके गुणनखण्ड क्या होंगे?

उत्तर - बहुपद के शून्यक 4 व -1 हैं, अतः इसके गुणनखण्ड $(x - 4)$ तथा $(x + 1)$ होंगे।

सोचें एवं चर्चा करें -

Page No.: 26, सोचें एवं चर्चा करें -

क्या शून्यक ज्ञात होने पर बहुपद ज्ञात कर सकते हैं? कोई दो मान लेकर बहुपद बनाइए।

हल - शून्यक ज्ञात होने पर बहुपद ज्ञात किया जा सकता है।

उदा. - माना किसी बहुपद के शून्यक 2 तथा -1 हैं।

तब, बहुपद $f(x) = (x - 2)(x + 1)$

$$= x^2 + x - 2x - 2 = x^2 - x - 2. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 27

प्रश्न 1. नीचे $ax^2 + bx + c$ रूप के कुछ द्विघातीय बहुपदों के शून्यक दिए गए हैं, तब बहुपदों के गुणनखण्ड लिखिए -

Page No.: 27

(i) (3, 4).

हल - शून्यक = 3, 4

$$\therefore x = 3 \text{ तथा } x = 4$$

$$\Rightarrow x - 3 = 0; \quad x - 4 = 0$$

अतः गुणनखण्ड $(x - 3)(x - 4)$ होंगे।

उत्तर

Page No.: 27

(ii) (-2, -3).

हल - शून्यक = -2, -3

$$\therefore x = -2; \quad x = -3$$

$$\Rightarrow x + 2 = 0; \quad x + 3 = 0$$

अतः अभीष्ट गुणनखण्ड $(x + 2)(x + 3)$ होंगे।

Page No.: 27

(iii) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

$$\text{हल - शून्यक} = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}; x = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{2} = 0; x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = 0; 2x + 1 = 0$$

अतः अभीष्ट गुणनखण्ड $(2x - 1)(2x + 1)$ होंगे।

Page No.: 27

(iv) (15, 17).

$$\text{हल - शून्यक} = 15, 17$$

$$\therefore x = 15 \text{ तथा } x = 17$$

$$\Rightarrow x - 15 = 0; x - 17 = 0$$

अतः अभीष्ट गुणनखण्ड $(x - 15)(x - 17)$ होंगे।

Page No.: 27

(v) (-18, 12).

$$\text{हल - शून्यक} = -18, 12$$

$$\therefore x = -18 \text{ तथा } x = 12$$

$$\Rightarrow x + 18 = 0; x - 12 = 0$$

अतः अभीष्ट गुणनखण्ड $(x + 18)(x - 12)$ होंगे।

प्रश्न 2. निम्नलिखित बहुपदों के शून्यकों का योगफल और गुणनफल ज्ञात कीजिए -

Page No.: 27

$$(i) x^2 + 10x + 24.$$

$$\text{हल - } x^2 + 10x + 24$$

$ax^2 + bx + c$ से तुलना करने पर,

$$a = 1, b = 10, c = 24$$

$$\therefore \text{शून्यकों का योगफल} = -\frac{b}{a} \text{ से,}$$

$$= \frac{-10}{1} = -10 \quad \text{उत्तर}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = \frac{c}{a} \text{ से,}$$

$$= \frac{24}{1} = 24. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 27

(ii) $2x^2 - 7x - 9$.

हल - $2x^2 - 7x - 9$

$ax^2 + bx + c$ से तुलना करने पर,

$a = 2, b = -7, c = -9$

∴ शून्यकों का योगफल = $-\frac{b}{a}$ से,

$= -\frac{-(-7)}{2} = \frac{7}{2}$. उत्तर

तथा शून्यकों का गुणनफल = $\frac{c}{a}$ से,

$= -\frac{9}{2}$. उत्तर

Page No.: 27

(iii) $x^2 + 11x + 30$.

हल - $x^2 + 11x + 30$

$ax^2 + bx + c$ से तुलना करने पर,

$a = 1, b = 11, c = 30$

∴ शून्यकों का योगफल = $-\frac{b}{a}$ से,

$= -\frac{11}{1} = -11$. उत्तर

तथा शून्यकों का गुणनफल = $\frac{c}{a}$ से,

$= \frac{30}{1} = 30$. उत्तर

Page No.: 27

(iv) $-5x^2 + 3x + 4$.

हल - $-5x^2 + 3x + 4$

$ax^2 + bx + c$ से तुलना करने पर,

$a = -5, b = 3, c = 4$

∴ शून्यकों का योगफल = $-\frac{b}{a}$ से,

$= -\frac{3}{-5} = \frac{3}{5}$. उत्तर

तथा शून्यकों का गुणनफल = $\frac{c}{a}$ से,

$= \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}$. उत्तर

Page No.: 27

(v) $x^2 + x - 12$.

हल - $x^2 + x - 12$

$ax^2 + bx + c$ से तुलना करने पर,

$a = 1, b = 1, c = -12$

∴ शून्यकों का योगफल = $-\frac{b}{a}$ से,

$= -\frac{1}{1} = -1$. उत्तर

तथा शून्यकों का गुणनफल = $\frac{c}{a}$ से,

$= \frac{-12}{1} = -12$. उत्तर

aglasem