Model Question

Class - XII : Mathematics : 80 Marks : 2020-2021

বিভাগ-ক : প্রতিটি প্রশ্নের মান-1 : 1 x 20 = 20

I) Tick the correct option : 1x5

1. যদি A একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স হয়, তবে A^{-1} এর অস্তিত্ব থাকবে যদি এবং একবলমাত্র যদি

a) A সিঙ্গুলার ম্যাট্রিক্স হয়

b) A নন্ সিঙ্গুলার ম্যাট্রিক্স হয়

c) A, 2 x 2 ক্রমের ম্যাট্রিক্স হয়

d) A, 3 x 3 ক্রমের ম্যাট্রিক্স হয়।

2. $y^2 = 4x$ বক্রের (4,4) বিন্দুতে অভিলম্বের প্রবণতা হলো

a) –2 (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

3. যদি $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ হয়, তবে $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ এর মধ্যবর্তী কোণ হলো —

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{2}$ d) এগুলোর কোনটিই নয়।

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}} =$

$(a) \sin^{-1} \frac{x-2}{2} + c$ $(b) -\sin^{-1} \frac{x-2}{2} + c$

$(c) \cos^{-1} \frac{x-2}{2} + c$ d) এগুলোর কোনটিই নয়।

5. যদি ম্যাট্রিক্স B প্রতিসম এবং বিপ্রতিসম উভয়ই হয়, তবে

a) B হলো একটি কর্ণ ম্যাট্রিক্স

b) B হলো একটি একক (Identity) ম্যাট্রিক্স

c) B হলো শূন্য ম্যাট্রিক্স

d) এগুলোর কোনটিই নয়।

II) Fill in the blanks :

6. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-1}{5}$ সরল রেখা yz সমতলকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক হলো ————।

7. $\sin^{-1} \sin \frac{2\pi}{3}$ এর মুখ্য মান হলো ————।

8. যদি $\sin \sin^{-1} \frac{2}{5} + \cos^{-1} x = 1$ হয়, তবে x = ————।

9. $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ এবং $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{8}$ সরলরেখা যুগলের মধ্যবর্তী কোণ হলো ————।

10. যদি A একটি 3x3 ক্রমের নন-সিঙ্গুলার ম্যাট্রিক্স এবং |A|=5 হয়, তবে |adj A|=_____.

Answer the short questions

11. মান নির্ণয় করো ঃ $\int \frac{\sin^2 x}{1-\cos x} dx$

12. মান নির্ণয় করো ঃ $\int e^x \left(\log \sin x + \cot x\right) dx$

13. নির্দিষ্ট সমাকলের ধর্ম ব্যবহার করে মান নির্ণয় করো ঃ $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\cos^3 x dx$

14. যদি ম্যাট্রিক্স A, 3 x 4 ক্রমের এবং ম্যাট্রিক্স B, m x n ক্রমের এরূপ ম্যাট্রিক্স হয় যাতে A^TB এবং BA^T উভয় সংজ্ঞাত হয়, তবে m এবং n এর মান নির্ণয় করো।

15. বিস্তৃত না করে $\begin{vmatrix} 5 & 7 & 8 \\ 15 & 17 & 18 \\ 20 & 24 & 26 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কের মান নির্ণয় করো।

16. অপেক্ষক f-এর x=0 বিন্দুতে সন্ততা পরীক্ষা করো, যেখানে f নিম্নরূপে সংজ্ঞাত

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin}{x} & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$$

17. নিম্নলিখিত অবকল সমীকরণটির ক্রম এবং ঘাত নির্ণয় করো ঃ $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$

18. 'p' এর যে মানের জন্য $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$ এবং $\vec{b} = \hat{i} - 2p\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টর দুটি সমরেখ তা নির্ণয় করো।

19. দেওয়া আছে যে A এবং B দুটি ঘটনা যেখানে P(A) = $\frac{1}{2}$, P(B)= $\frac{4R}{3}$ এবং P(AUB)= $\frac{3}{5}$ । A এবং B ঘটনা দুটি স্বাধীন কিনা পরীক্ষা করো।

20. একটি ঝোঁকশূন্য মুদ্রা দুইবার টস্ করা হলো। P(F/E) নির্ণয় করো, যেখানে

E : কমপক্ষে একটি হেড উঠার ঘটনা

F : উভয় টসেই হেড উঠার ঘটনা।

বিভাগ-খ ঃ প্রতিটি প্রশ্নের মান 2 ঃ 2x6=12

21. $\tan^{-1} \frac{\cos x}{1 = \sin x}$ কে সরলতম আকারে প্রকাশ করো।

22. $\log x^{\cos x}$কে x এর সাপেক্ষে অবকলন করো।

23. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ উপবৃত্তের উপরিস্থিত এমন বিন্দুসমূহ নির্ণয় করো যে বিন্দুগুলোতে স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল।

24. $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 6\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$ উভয় ভেক্টরের উপর লম্ব এমন একটি ভেক্টর নির্ণয়করো যার মান 3 একক।

25. 3x–y+2z–4=0 এবং x+y+z–2=0 সমতলদ্বয়ের ছেদসরলরেখাগামী এবং (2, 2, 1) বিন্দুগামী সমতলের সমীকরণ নির্ণয় করো।

26. একটি নির্দিষ্ট সমস্যা A এবং B এর পক্ষে স্বাধীনভাবে সমাধান করার সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{1}{2}$ এবং $\frac{1}{3}$ । যদি তাদের উভয়ই সমস্যাটি স্বাধীনভাবে সমাধান করতে চেষ্টা করে, তবে সমস্যাটি সমাধান হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

বিভাগ-গ : Each Question Carries 4 Marks : 4x6=24

27. প্রমাণ করো যে ,

$$\tan -1\frac{1}{4}+\tan^{-1}\frac{2}{9}=\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{4}{5}$$

28. $A=\begin{matrix}3 & 3 & -1\\ -2 & -2 & 1\\ -4 & -5 & 2\end{matrix}$ ম্যাট্রিক্সকে একটি প্রতিসম এবং একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করো।

29. যদি $x\sqrt{1+y}+y\sqrt{1+x}=0$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে, $(1+x^2)\frac{dy}{dx}+1=0$

*** অথবা**

যদি $y=x\log\frac{x}{a+bx}$ হয়, তবে প্রমাণ করো, $x^3\frac{d^2y}{dx^2}=\left(x\frac{dy}{dx}-y\right)^2$

30. মান নির্ণয় করো ঃ $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{x\sin x\cos x}{\sin^4 x+\cos^4 x}dx$

*** অথবা**

প্রমাণ করো যে,

$$\int_0^1\frac{\log(1+x)}{1+x^2}dx=\frac{\pi}{8}\log^2$$

31. নিম্নলিখিত অবকল সমীকরণটির বিশেষ সমাধান নির্ণয় করো ঃ

$$\frac{dy}{dx}-3y\cot x=\sin 2x$$

দেওয়া আছে যে, y = 2, যখন x = $\frac{\pi}{2}$

32. মনে করো যে, COVID-19 অ্যান্টিজেন টেস্টের (পরীক্ষার) নির্ভরযোগ্যতা নিম্নলিখিতভাবে উল্লেখ করা হল-

একটি পরীক্ষায় যে সকল লোক COVID-19 আক্রান্ত, তাদের 95% এর ক্ষেত্রে রোগটির শনাক্ত হয়, কিন্তু 5% অশনাক্ত থেকে যায়। যে সকল লোক COVID-19 মুক্ত, তাদের 99% এর পরীক্ষায় COVID-19 নেগেটিভ (–ve) নির্ধারিত হয় কিন্তু 1% COVID-19 পজিটিভ (+ve) ধরা পড়ে। একটি বিশাল জনসংখ্যার মধ্যে মাত্র 0.1% লোকের COVID-19 আছে, তা হতে একজন লোক যথেচ্ছভাবে নির্বাচন করে COVID-19 পরীক্ষা করতে দেওয়া হলো এবং রোগ বিদ্যাবিৎ (Pathologise) রিপোর্ট দিলেন যে তার COVID-19 +ve। ঐ লোকটির প্রকৃতপক্ষে COVID-19 আক্রান্ত হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

বিভাগ-ঘ ঃ Each Carries Quesiton 6 Marks ঃ 6x4=24

33. ম্যাট্রিক্স পদ্ধতি প্রযোগে নিম্নলিখিত রৈখিক সমীকরণগুলো সমাধান করো ঃ

$$x-y+2z=7$$
$$3x+4y-5z=-5$$
$$2x-y+3z=12$$

অথবা

নির্ণায়কের ধর্ম প্রয়োগ করে, দেখাও যে

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & ba & ca \\ ab & (c+a)^2 & cb \\ ac & bc & (a+b)^2 \end{vmatrix} = 2abc(a+b+c)^3$$

34.x^2=y অধিবৃত্ত এবং y=x+2 দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলটির একটি খসড়া চিত্র অঙ্কন করো। সমাকলন পদ্ধতি প্রয়োগ করে এই সীমাবদ্ধ অঞ্চলটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

35. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ এবং $\frac{x-2}{3}=\frac{y-4}{4}=\frac{z-5}{5}$ সরল রেখা দুটির ভেক্টর আকারে সমীকরণ লিখ। অতপর সরলরেখা দুটির মধ্যবর্তী ক্ষুদ্রতম দূরত্ব নির্ণয় করো।

অথবা

P(3, 2, 1) বিন্দু থেকে 2x–y+z=1 সমতলের উপর অঙ্কিত অভিলম্বের দৈর্ঘ্য এবং পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো। সমতলে P বিন্দুর প্রতিবিম্ব বিন্দুর স্থানাঙ্ক ও নির্ণয় করো।

36. দেখাও যে, R ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকে অন্তর্লিখিত সর্ববৃহৎ আয়তনের লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর উচ্চতা হলো $\frac{4R}{3}$ । আরো দেখাও যে, শঙ্কুটির সর্ববৃহৎ আয়তন হলো গোলকটির আয়তনেব $\frac{8}{27}$ অংশ।

** অতিরিক্ত প্রশ্নাবলী*

Model Question

Class - XII : Mathematics : 80 Marks : 2020-2021

Section-A : Each Question Carries 1 Mark : 1 x 20 = 20

I) Answer the correct option : 1x5

1. If A is a squrare matrix, then A^{-1} exists if and only if

a) A is singular

b) A is non-singular

c) A, is of order 2 x 2

d) A, is of order 3 x 3

2. $y^2 = 4x$ at the point (4,4) is

a) –2 (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

3. If $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ then, the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{2}$ d) none of these

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2}} =$ equals

$(a) \sin^{-1} \frac{x-2}{2} + c$ $(b) -\sin^{-1} \frac{x-2}{2} + c$

$(c) \cos^{-1} \frac{x-2}{2} + c$ d) none of these

5. If the matrix B is both symmetric and skew-symmetric, then

a) B is a diagonal matrix

b) B is an identity matrix

c) B is zero matirx

d) none of these

II) Fill in the blanks : 1x5

6. The coordiantes of the point where the line $\frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-1}{5}$ cuts the yz– plane is _____ .

7. The principal value of $\sin^{-1} \sin \frac{2\pi}{3}$ is _____.

8. If $\sin \sin^{-1} \frac{2}{5} + \cos^{-1} x = 1$, then x =

9. The angle between the pair of lines $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ and $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{8}$ is _____ .

10. Let A be a non singular matrix of order 3x3 and |A|=5. Then |adj A|=_____.

III) Answer the short type questions : 1x10

11. Evaluate : $\int \frac{\sin^2 x}{1-\cos x} dx$

12. Evaluate : $\int e^x \left(\log \sin x + \cot x\right) dx$

13. Evalute, by using the property of definite integral : $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^3 x dx$

14. If matrix A, is of order 3 x 4 and matrix B is of order m x n such that A^TB and BA^T are both defined. Then determine the values of m and n.

15. Without expanding, find the value of the determinant $\begin{vmatrix} 5 & 7 & 8 \\ 15 & 17 & 18 \\ 20 & 24 & 26 \end{vmatrix}$

16. Examine the continuity of the function f at x=0, where f is defined by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin}{x} & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$$

17. Find the order and degree of the following differential equation : $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$

18. Find the value of 'p' for which the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 2p\hat{j} + 3\hat{k}$ are collinear.

19. Given that the events A and B are such that P(A) = $\frac{1}{2}$, P(B)= $\frac{3}{5}$, P(AUB)= $\frac{3}{5}$. Check whether the events A and B are independent or not.

20. A fair coin is tossed two times. Find P(F/E) , where

E : At least one head appears

F : Heads on both tosses.

Section : B : Each Question Carries 2 Marks : 2x6=12

21. Express than $\tan^{-1} \frac{\cos x}{1 = \sin x}$ in the simplest form.

22. Differentiate $\log x^{\cos x}$ with respect to x .

23. Find points on the ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ at which the tangents are parallel to x- axis.

24. Find a vector of magnitude 3, which is perpendicular to both the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ and $\vec{b} = 6\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$.

25. Find the equation of the plane passing through the intersection of the planes 3x–y+2z–4=0 and x+y+z–2=0 and the point (2, 2, 1) .

26. Probability of solving a specific problem independently by A and B are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. If both of them try to solve the problem independently, find the probability that the problem is solved.

Section C : Each Question Carries 4 Marks : 4x6=24

27. Prove that,

$$\tan -1\frac{1}{4}+\tan^{-1}\frac{2}{9}=\frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{4}{5}$$

28. Express the matrix $A=\begin{matrix}3 & 3 & -1\\ -2 & -2 & 1\\ -4 & -5 & 2\end{matrix}$ as the sum of a symmetric and a skew-symmetric matrix.

29. If $x\sqrt{1+y}+y\sqrt{1+x}=0$, prove that $(1+x^2)\frac{dy}{dx}+1=0$

*** OR**

If $y=x\log\ \frac{x}{a+bx}$, prove that $x^3\frac{d^2y}{dx^2}=\ x\frac{dy}{dx}-y^{\ 2}$

30. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{x\sin x\cos x}{\sin^4 x+\cos^4 x}dx$

*** OR**

Prove that

$$\int_0^1\frac{\log(1+x)}{1+x^2}dx=\frac{\pi}{8}\log^2$$

31. Find the particular solution of the diffrential equation

$$\frac{dy}{dx}-3y\cot x=\sin 2x$$

given that y = 2, when x = $\frac{\pi}{2}$

32. Suppose that the reliability of COVID-19 Antigen test is specified as follows :

Of people having COVID-19, 95% of the test detect disease but 5% got undetected. Of people free of COVID-19, 99% of the test are judged COVID-19 negative but 1% diagnosed as showing COVID-19 positive . From a large population of which only 0.1% have COVID-19 , one person is selected at random, given the COVID-19 test, and the pathologist reports him/her as COVID-19 positive. Determine the probility that the selected person actually has COVID-19.

Section D : Each Quesiton Carries 6 Marks : 6x4=24

33. Solve the following system of linear equations by matrix method :

$$x - y + 2z = 7$$
$$3x + 4y - 5z = -5$$
$$2x - y + 3z = 12$$

OR

Using properites of determinants, show that

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & ba & ca \\ ab & (c+a)^2 & cb \\ ac & bc & (a+b)^2 \end{vmatrix} = 2abc(a+b+c)^3$$

34. Draw a rough sketch of the region enclosed by the parabola $x^2 = y$ and the line $y = x+2$. Also find the area of the region, using method of integration.

35. Write the vector equations of the following lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$ and hence determine the shortest distance between them,

OR

Find the length and the foot of the perpendicular from the poing P (3, 2, 1) to the plane $2x-y+z=1$. Also, find the image of the point P in the plane.

36. Show that the height of the right circular cone of maximum volume that can be inscribed in a sphere of radius R is $\frac{4R}{3}$. Also, show that the maximum volume of the cone is $\frac{8}{27}$ of the volume of the sphere.

**** Additional Question***