Que: 4

(A) નીચેનું દ્વિઘાત સમીકરણ કયા વક્રનું નિરૂપણ કરે છે ? વક્રનું (4)
સમીકરણ પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં મેળવો તેના કેન્દ્રનાયામ(બે ભેદમતો)
નાભિના યામ, નિયામિકાનું સમીકરણ, ઉત્કેન્દ્રતા તેમજ અક્ષોની
લંબાઈ મેળવો. $x^2 + 2xy + y^2 + 2\sqrt{2}x + 10\sqrt{2}y + 50 = 0$

અથવા

નીચેના વક્રોના સમીકરણોને પ્રમાણિત રૂપમાં ફેરવી ઓળખો (4)
(i) $xy = 25$ (ii) $\sqrt{2}x^2 + xy - \sqrt{2}y^2 = 0$

(B) (1) ધ્યાર્ક ની અસમતા લખો તે પરથી ત્રિકોણીય અસમતા મેળવો. (2)
(2) અશૂન્ય સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ $\alpha$ હોય તો (2)
$|\bar{a} - \bar{b}$ વડે $\alpha| = 2\sin\alpha$ સાબિત કરો.

(C) (1) સદિશ ની મદદથી $\Delta ABC$ ના અંત:કેન્દ્ર નો સ્થાનસદિશ (2)
મેળવો.
(2) જો $A - P - B$ તથા $\frac{AP}{PB} = \frac{m}{n}$ હોય તો સાબિત કરોકે કોઇપણ (2)
બે પ્રત્યેક બિંદુ O માટે $n\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB} = (m+n)\overrightarrow{OP}$

(D)
(1) $A(1,2,1)$, $B(4,1,2)$, $C(1,-2,3)$, $D(1,3,-1)$ (2)
માટે $\overrightarrow{AB}$ ના $\overrightarrow{CD}$ પરના પ્રક્ષેપ નું માપ શોધો.
(2) $(1,3)$ ને લંબ અશૂન્ય સદિશ શોધો. (1)

Q.4 (A) સમીકરણ $2x^2+2y^2-2xy+38x+12y-45=0$ કયા વક્રનું સમીકરણ છે ? વક્રનું સમીકરણ પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં મેળવી તેના કેન્દ્રના યામ (જો હોયતો) નાભિના યામ, વિયારિખાનું સમીકરણ ઉત્કેન્દ્રતા અનુબંધી લંબાઈ શોધો. (4)

અથવા

(A) નીચેના વક્રનો પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરફાર કરીને ઓળખો. (4)

(1) $x^2+\frac{8}{3}xy-y^2-\frac{20}{3}x+\frac{10}{3}y-5=0$

(2) $3x^2+3xy+3y^2+3x-12y+7=0$

(B) (1) શૂન્યેતર 2 શ્રેણિ એ બંને ચૂણાંકોનું ગાયનું સૂત્ર તારવો. (2)

(2) જો $\bar{x},\bar{y},\bar{z}$ અસમતલીય શ્રેણિ હોય તો દર્શાવો કે $\bar{x}+\bar{y}$, $\bar{y}+\bar{z}$ અને $\bar{z}+\bar{x}$ પણ અસમતલીય છે તેમ જણાવો. (2)

(C) (1) જો $R^3$ નિ A તથા B ના સ્વાભાવિક શ્રેણિઓ અનુક્રમે a તથા b હોયતો $\overrightarrow{AB}$ ને A વડેના રેખાંકિત સ્વરૂપમાં રજૂ કરતા રિજેનો સ્વાભાવિક શ્રેણિ મેળવો તથા તેમાં કાર્તેઝીય સ્વરૂપ આપો. (2)

(2) જો ABCDEF સમાયમિત ષટકોણ હોયતો સાબિત કરો કે $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{AD}$ (2)

(D) (1) બિંદુ A નો યામ $3\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ અને $\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$ બાબો સમાંતર $(3,2,1)$ અને $(5,4,2)$ બિંદુ માંથી પસાર થતા સમતલનું સમીકરણ શોધો. (2)

(2) $(2,0,1)$, $(-1,1,1)$, $(3,5,2)$ આપેલ બિંદુઓ કે સુરેખ સંપાતબિંદુ છે તે ચકાસો. (1)

Que : 4

(A) નીચેનું દ્વિઘાત સમીકરણ કયા વક્ર નું નિરૂપણ કરે છે? વક્ર નું સમીકરણ પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં મેળવો તેના કેન્દ્ર નિયામક (બે રીતો), નાભિનિયામક, નિયામિકા નું સમીકરણ, ઉત્કેન્દ્રતા તેમજ અક્ષોની લંબાઈ મેળવો. (4)

$$4x^2 - 24xy + 16y^2 - 178x - 96y + 169 = 0$$

અથવા

નીચેના વક્રો ના સમીકરણોને પ્રમાણિત રૂપમાં ફેરવી મેળવો. (4)

(i) $xy = 2$ (ii) $4x^2 + 3y^2 + 8x - 12y + 4 = 0$

(B) (1) $\bar{x}, \bar{y} \in R^3$ માટે $\bar{x} = k\bar{y} \Leftrightarrow |\bar{x} \cdot \bar{y}| = |\bar{x}||\bar{y}|$ (2)
સાબિત કરો જ્યાં $\bar{x}, \bar{y} \neq 0$

(2) બે અશૂન્ય સદિશો $\bar{x}$ તથા $\bar{y}$ માટે $\bar{x} + \bar{y}$ ના માનનું મૂલ્ય 1 હોય તો દર્શાવો કે $\bar{x} - \bar{y}$ ના માનનું મૂલ્ય √3 છે. (2)

(C) (1) સદિશોનો ઉપયોગ કરીને $\Delta ABC$ માટે સાબિત કરો કે (2)
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

(2) બે બે અશૂન્ય સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ $\alpha$ હોય તો દર્શાવો કે $\sin\alpha = \frac{1}{2}|\bar{a} - \bar{b}|$ (2)

(D)

(1) અક્ષ કણ પર 5, 3, 1 અશૂન્ય બળો અનુક્રમે (2)
$(3,4,12)$, $(-12,4,3)$ તથા $(-3,12,4)$ ની દિશામાં લાગે છે. પરિણામે અક્ષ કણનું બિંદુ $A(-2,-5,-7)$ થી $B(5,2,0)$ બિંદુએ સ્થાનાંતર પામે છે તો થયેલું કાર્ય શોધો.

(2) $\bar{r} = (5, \sqrt{6}, \sqrt{5})$ સદિશ માટે દિક્ કોસાઇન તથા દિક્ કોણ મેળવો. (1)

Q.4

(A) નીચેનું સિદ્ધાંત સમીકરણ કરો વક્રનું નિરૂપણ કરે છે?
વક્રનું સમીકરણ પ્રમાણિતરૂપમાં મેળવો તેના કેન્દ્રના યામ મેળવો, નાભિના યામ, નિયામિકાનું સમીકરણ, ઉકેન્દ્રતા અક્ષોની લંબાઈ શોધો.
$2x^2+2y^2-8x-12y-17=0$ (4)

(A) ઉપપત્તિ.
(1) અક્ષોનું કેટલા ખૂણો પરિલંબાગ કરવાથી રેખા $x+3y-2=0$ (4)
ડિરામીલંબ રેખા બને તથા રેખાનું નવું સમીકરણ શું પામશે?
(2) ઉગમબિંદુના રૂપાંતરનો ઉપયોગ કરી પરવલય $x^2-4y=4x$ ના (0,4) શિરોબિંદુએ સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો.

(B) (1) ત્રણ બિંદુઓની અસમતા ચકાસો તે પરથી $R^3$ માટે ત્રિકોણની અસમતા તારવો. (2).
(2) (1,1,0), (1,0,1) તથા (0,1,1) અશૂન્યસદિશો હોય તેમ સાબિત કરો તથા $R^3$નો કોઈપણ સદિશ આ સદિશોના રૈખિક સંયોજન વડે દર્શાવી શકાય છે તેમ સાબિત કરો. (2)

(C) (1) ચતુષ્ફલકના ઘનફળનું સૂત્ર તારવો. (2)
(2) સાબિત કરો કે સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો તેના મધ્યબિંદુઓના વિલાકો છે. (2)

(D) (1) એક ફૂડી કલાકના 5 કિ.મી.ના ઝડપે દક્ષિણમાં જાય છે ફૂડી પરના માણસોપરના પશ્ચિમદિશામાંનો 4 કિ.મી.ના ઝડપે આવતો જણાય છે. જો ફૂડીનો વેગ કલાકના 8 કિ.મી.નો કરે ત્યારે તેને પવન કઈ દિશામાંથી આવતો જણાશે? (2)
(2) સાબિત કરો કે $\vec{a} \perp \vec{b}$ માટે $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}-\vec{b}|$ (1)

Q.4

(A) નીચેનું સિદ્ધાંત સમીકરણ કરો વર્ગનું નિરૂપણ કરે છે? વર્તુળનું સમીકરણ પ્રમાણિતરૂપમાં મેળવો તેના કેન્દ્રના યામ (કેન્દ્રાપાત), ત્રિજ્યા, ત્રિજ્યાવૃત્તનું સમીકરણ, ઉકેલ્યા અનુસાર તેનો પ્રકાર શોધો. (4)

$$2x^2+2y^2-8x-12y-17=0$$

(A) અથવા.

(1) બિંદુઓનું કેટલા જુદો પરિણામ કરવાથી રેખા $x+3y-2=0$ (4) સિમીતિક રેખા અને તથા રેખાનું નવું સમીકરણ શું થાય?

(2) ઉગમબિંદુના સ્થાનાંતરનો ઉપયોગ કરી પ્રસ્થાપિત $x^2-4y=4x$ ના (0,4) સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો.

(B) (1) ત્રાગ્રાકોની સમતા તપાસી તે પરથી $R^3$ માટે સ્કાલર ની સમતા તારવો. (2).

(2.) (1,1,0), (1,0,1) તથા (0,1,1) આધારભૂત સદિશો છે તેમ સાબિત કરો તથા $R^3$ નો કોઈપણ સદિશ આ સદિશોના સુરેખ સંયોજન વડે દર્શાવી શકાય છે તેમ સાબિત કરો. (2)

(C) (1) વર્તુળકુલકના ઘાતબળનું સૂત્ર તારવો. (2)

(2) સાબિત કરો કે સમાંતર સ્પર્શકોના બિંદુઓ તેના મૂલ્યાંકનો વિલોમકો છે. (2)

(D) (1) એક ફોડી કલાકના 5 કિમીના ઝડપે દક્ષિણમાં જાય છે ફોડી પરના માણસને પવન પશ્ચિમ દિશામાંથી 4 કિ.મી.ના ઝડપે આવતો જણાય છે. જો ફોડીનો વેગ કલાકના 8 કિ.મી.નો કરે ત્યારે તેને પવન કઈ દિશામાંથી આવતો જણાશે? (2)

(2) સાબિત કરો કે $\vec{a} \perp \vec{b}$ માટે $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}-\vec{b}|$ (1)

Q.4

(A) સમીકરણ $4x^2+3y^2+8x-12y+4=0$ ને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવતી જોડાજો તેમજ કેન્દ્ર, ઉત્કેન્દ્રતા, અક્ષોની લંબાઈ, નાભિ તથા નિયામિકાનાં સમીકરણ મેળવો. (4)

અથવા

નીચેના વક્રોને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવતી જોડાજો (4)

(A) (1) $9x^2-16y^2-18x+32y-151=0$

(2) $9x^2+18x+5y^2-20y-16=0$

(G) (1) $R^3$ના શૂન્યોત્તર સદિશો $\vec{x}, \vec{y}$ સમરેખ હોવાની આવશ્યક અને પર્યાપ્ત શરત $\vec{x}\times\vec{y}=0$ છે તેમ બતાવો. (2)

(2) જો $\vec{a}=(6,-11,7)$, $\vec{b}=(2,-5,-5)$ હોય તો સદિશો $\vec{a}+\vec{b}$ અને $\vec{a}-\vec{b}$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો. (2)

(S) (1) અભાંતર કુલકનો દાનકુળનું સૂત્ર તારવો. (2)

(2) કોઈ પણ ત્રિકોણની બાજુઓના લંબદ્વિભાજકો સંગામી હોય છે તેમ બતાવો. (2)

(S) (1) એક કણ પર $3\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ અને $\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$ જાણી લગાડતાં કણનું (3,2,1) થી (5,4,2) સુધી સ્થાનાંતર થવાનો થયેલ કાર્ય શોધો. (2)

(2) $\vec{a}=(3,4,1)$ $\vec{b}=(2,3,3)$, $\vec{c}=(5,1,2)$, $\vec{d}=(4,3,1)$ સદિશો હોય તો $\vec{a}-\vec{b}$, તથા $\vec{c}-\vec{d}$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો. (1)

Q-4

(A) સમીકરણ $y^2 - 4x - 2y - 7 = 0$ ને પ્રમાણિત રૂપમાં ફેરવો તેમજ (4)
શીર્ષ, નાભિ, નિયામિકા મેળવો.

અથવા

નીચેના સમીકરણો ને પ્રમાણિત રૂપમાં ફેરવી ઓળખો. (4)

(1) $4x^2 + y^2 - 8x + 2y + 1 = 0$

(2) $x^2 - y^2 - x + 5y - 7 = 0$

(B) (1) $R^3$ના સદિશો $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ સમતલીય હોવાની આવશ્યક (2)
શરત $\bar{x} \cdot (\bar{y} \times \bar{z}) = 0$ છે તેમ બતાવો.

(2) $R^3$ના સદિશો $(1,1,0), (1,0,1), (0,1,1)$ અસમતલીય છે (2)
તેમ બતાવો તથા $R^3$નો કોઈપણ સદિશ આ સદિશોના
રૈખિક સંયોજન સ્વરૂપે મેળવવા શક્ય તેમ દર્શાવો. (2)

(C) (1) પ્રચલિત સંકેતોમાં ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $\Delta = \frac{1}{2}\left[|\bar{a}|^2|\bar{b}|^2 - (\bar{a}\cdot\bar{b})^2\right]^{1/2}$
મેળવો.

(2) $\Delta ABC$ નું મધ્યકેન્દ્ર G હોયતો સાબિત કરોકે (2)
$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \theta$

(D) (1) ઈશાન દિશામાં એક સ્ટીમર 40 કિ.મી. ના વેગથી જાય છે. (2)
સ્ટીમર પરના પ્રવાસીને પવન ઉત્તરમાંથી $25\sqrt{2}$ કિ.મી. ના
વેગથી આવતો જણાય છે. તો પવનનો સાચો વેગ તથા
દિશા શોધો.

(2) $\bar{x} = 2\bar{i} + 3\bar{j} - 5\bar{k}$ ની દિશામાં $\sqrt{38}$ માનવાળો સદિશ (1)
શોધો.

પ્ર : 4

(A) સમીકરણ $x^2 + y^2 - 2x = 0$ નું વર્તુળ ના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવો (4)
ઉત્કેન્દ્રતા, નાભિ, નિયામિકા કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા (બે દશાંશ સુધી) મેળવો.

અથવા

નીચેના વર્તુળોને પ્રમાણિત રૂપમાં ફેરવો ને માત્ર સરખાવો. (4)

(1) $x^2 - 2xy + y^2 - 8\sqrt{2}x = 0$

(2) $4x^2 + 3y^2 + 8x - 12y + 4 = 0$

(B) (1) $R^2$ ના શૂન્યેતર સદિશો $\bar{x} = (x_1, x_2)$, $\bar{y} = (y_1, y_2)$ સમરેખ હોવાની આવશ્યક અને પર્યાપ્ત શરત $x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$ છે તેમ બતાવો. (2)

(2) $R^3$ ના સદિશો $(1, 2, 1)$, $(1, 1, 4)$, $(1, 3, -2)$ સમતલીય છે તેમ બતાવો. તથા દરેક સદિશને બાકીના સદિશોના સુરેખ-સંયોજન સ્વરૂપે દર્શાવો. (2)

(C) (1) $|\bar{a} \times \bar{b}|$ એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ દર્શાવે છે તેમ ભૌમિતિક રીતે દર્શાવો. (2)

(2) સમબાજુ ચતુષ્કોણ ના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે છેદાય છે તેમ સાબિત કરો. (2)

(D) (1) પૂર્વ સાથે ઉત્તર તરફ $60^\circ$ ના માપના ખૂણો લગાડવામાં આવેલા 10 એકમ લંબ કાટખૂણે ફરવું ઉગમબિંદુ ના (6,4) સુધી સ્થાનાંતર થતું હોય તો યોગ્ય કાર્ય જણાવો. (2)

(2) બે સદિશ $\bar{r}$ એ x, y, z અક્ષો સાથે અનુક્રમે $\alpha, \beta, \gamma$ ખૂણા બનાવે તો $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = 2$ સાબિત કરો. (1)

Q-4

(A) $11x^2 + 24xy + 4y^2 - 34x - 8y + 3 = 0$ દ્વારા કયા શિખાત (4)
વક્રનું નિરૂપણ થાય છે? આવક્રના ઉત્કેન્દ્રતા, નાભિ, નિયામિકા
અક્ષોની લંબાઈ (બે દાંયતો) મેળવો.

અથવા

નીચેના વક્રોને પ્રમાણિત રૂપમાં ફેરવી ને ઓળખો. (4)

(i) $x^2 + y^2 + 2xy - (4\sqrt{2}+2)x - (-4\sqrt{2}+2)y + 1 = 0$

(ii) $(x-1)(y+2) = 2$

(B) (1) બે સદિશો લંબ હોવા માટે ની શરત લખો. શૂન્યેતર સદિશ (2)
ની દિશામાં અનન્ય એકમ સદિશ મેળવો.

(2) $\bar{x} = (2,-6,3)$, $\bar{y} = (1,2,-2)$ અને $(\bar{x} \hat{} \bar{y}) = \alpha$ (2)
તો sin α નું મૂલ્ય શોધો. $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ ને લંબ એકમસદિશ મેળવો.

(C) (1) $\Delta$ ABC ના અંતઃકેન્દ્ર નો સ્થાન સદિશ મેળવો. (2)

(2) કાટખૂણા ત્રિકોણ માં કર્ણ નું મધ્યબિંદુ તમામ શિરોબિંદુ (2)
થી સમાન અંતરે આવેલું છે તેમ સાબિત કરો.

(D) (1) એક કણ પર 5 એકમ નું બળ $(2,3,1)$ ની દિશામાં (2)
અને 4 એકમ નું બળ સદિશ $(-2,-3,-1)$ ની દિશામાં
લગાડવામાં આવેલ છે. તો પરિણામી બળ નું માન અને દિશા
શોધો.

(2) $(\sqrt{2}, 0, -\sqrt{2})$, $(\pi, 0, -\pi)$ સદિશો ની દિશા સમાન (1)
વિરુદ્ધ કે લંબ છે તે શોધો.

Q.4 (A) સમીકરણ $x^2-y^2+4x+2y+3=0$ ને પ્રમાણિતરૂપમાં ફેરવો. તેમજ ઉત્કેન્દ્રતા, નાભિ, નિયામિકા (કેન્દ્રને) શોધો. (4)

ઉકેલ.

(A) નીચેના વક્રોને પ્રમાણિતરૂપમાં ફેરવીને માત્ર ઓળખો (4)

(1) $5x^2-6xy+5y^2+4\sqrt{2}x-12\sqrt{2}y+8=0$

(2) $x^2+2xy+y^2+4\sqrt{2}x-4\sqrt{2}y+8=0$

(B) (1) $R^3$ના શૂન્યેતર સદિશો $\bar{x}$ તથા $\bar{y}$ માટે જો $\bar{x}\wedge\bar{y}=\alpha$ તો (i) $\bar{x}\cdot\bar{y}=|\bar{x}||\bar{y}|\cos\alpha$ (ii) $|\bar{x}\times\bar{y}|=|\bar{x}||\bar{y}|\sin\alpha$ (iii) $\bar{x}\perp(\bar{x}\times\bar{y})$ છે તેમ બતાવો. (2)

(2) $\bar{x},\bar{y}\in R^3$ના અસમરેખ સદિશો હોય તો $\bar{x},\bar{y}$ અને $\bar{x}\times\bar{y}$ અસમતલીય છે તેમ બતાવો. (2)

(C) (1) $R^3$ના સદિશો માટે ત્રિકોણાકારનો યામાક્ષના ક્રમનો નિયમનો સ્વાનસદિશ મેળવો તથા તેને આંક સ્વરૂપમાં દર્શાવો. (2)

(2) ત્રિકોણના બે મધ્યગાઓ અંતઃછેદતો હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે તેમ સાબિત કરો. (2)

(D) (1) એક કણ ઉપર પૂર્વ દિશામાં 5 એકમ, વાયવ્ય દિશામાં $\sqrt{8}$ એકમનું બળ લગાડવામાં આવે તો કણ કઈ દિશામાં કેટલા બળથી ગતિ કરશે. (2)

(2) $\bar{x}=2\bar{i}-\bar{j}+3\bar{k}$ ના દિકકોસાઇન તથા દિકકોણ શોધો. (4)

Que-4

Q-4 → (A) નીચેના દ્વિઘાત સમીકરણ કયા વક્રનું નિરૂપણ કરે છે. તે નક્કી કરો. 4 marks

(1) $x^2+y^2+xy+x-4y+1=0$

(2) OR $x^2+y^2-10xy+18x+6y-14=0$

સમીકરણ $xy-2x-y=0$ વક્ર કયા વક્રનું નિરૂપણ કરે છે. તે નક્કી કરો. તથા નાભિ, નિયામિકા, ઉત્કેન્દ્રતા, નાભિલંબની લંબાઈ મેળવો. 4 marks

(B)

(1) દાખલાની સમજ. દિક્‌ખૂણાકોસા, દિક્‌કોસાઈન તથા $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$ સાબિતકરો. 2 marks

(2) $\bar{x}=(1,2,-1)$ તથા $\bar{y}=(1,0,2)$ માટે $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ વચ્ચેનો લંબ એકમ સદિશ મેળવો. 2 marks

(C)

(1) $R^3$ માટે $\overline{AB}$ નું A તરફથી $\lambda$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતા બિંદુનો સ્થાનસદિશ મેળવો. 2marks

$(\lambda \neq -1)$

2. સાબિત કરો કે, ત્રિકોણના બધા બાજુ સંગામી છે. 2marks

(D)

(1) જો કણ પર $\sqrt{2}, 2, \sqrt{3}$ કદિશના બળો સદિશો $(-1,0,1)$, $(1,0,1)$, $(1,1,-1)$ ની દિશામાં લગાડવામાં આવે તો પરિણામી બળ નું માપ અને દિશા કોસા. 2marks

(2) $(1,-2,1)$, $(1,1,1)$, $(1,2,3)$ સદિશો સુરેખ સ્વતંત્ર છે કે કેમ તે નક્કી કરો. 1 marks

Que-4

(A) નીચેના વક્રોની પ્રમાણિત રૂપ આપી ઓળખો અને તે પરથી તેની ઉત્કેન્દ્રતા, નાભિના યામ, નિયામિકનું સમીકરણ અને આકૃતિની લંબાઈ શોધો.

(1) $x^2 + xy + y^2 + x - 4y + 1 = 0$ 4 marks

OR

નીચેના વક્રોની પ્રમાણિત રૂપો આપી ઓળખો. 4marks

(1) $x^2 - y^2 + 4x + 2y + 3 = 0$

(2) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 2 = 0$

(B) (1) $R^2$ ના શૂન્યેતર સદિશો $\bar{x} = (x_1, x_2)$ અને $\bar{y} = (y_1, y_2)$ સમતોલ હોવાની આવશ્યક અને પર્યાપ્ત શરત $x_1y_2 - x_2y_1 = 0$ છે તેમ બતાવો. 2marks

(2) $\bar{x} = (2, -6, 3)$, $\bar{y} = (1, 2, -2)$ અને $(\hat{\bar{x}\,\bar{y}}) = \theta$ 2 marks
નો $\sin\theta$ નું મૂલ્ય શોધો તેમજ $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ ને બાજુમાં લંબ એકમ સદિશ મેળવો.

(C) (1) ચતુષ્ફલકનું ઘનફળ શોધો. 2 marks

(2) કોઈ પણ ત્રિકોણની બાજુઓના લંબદ્વિભાજકો સંગામી છે તેમ બતાવો. 2marks

(D)

(1) એક ટાપુ પર ફૂટબૉલ ઉત્તર દિશામાં 6 km ની ગડપી આપે છે. એ પૂર્વ તરફથી પવન 10 km ની ગડપી ફૂંકાય છે. તો ફૂટબૉલની પરિણામી દોડ અને દિશા શોધો. 2marks

(2) બે સદિશ $2a\hat{i} + a\hat{j} - 4\hat{k}$ અને $a\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ પરસ્પર લંબ હોય તો a શોધો. 1 marks

Q.4 (A) $7x^2-2xy+7y^2+12\sqrt{2}x-36\sqrt{2}y+72=0$ વડે કયા વક્રનું નિરૂપણ થાય છે? આ વક્રના નાભિ, નિયામિકા, ઉત્કેન્દ્રતા, અક્ષોની લંબાઈ, કેન્દ્રના યામ શોધો. (2)

OR

(A) નીચેના વક્રોના સમીકરણોને પ્રમાણિત રૂપમાં ફેરવી ઓળખો.

(i) $3x^2+8xy-3y^2-20x+10y-15=0$ (ii) $xy-2x-y=0$

(B) (i) $R^3$ ના બૈઠીલ્ય અદિશો $\bar{x}, \bar{y}$ અમર્યાદ દિશાનો આલેખવક્ર એની પૂર્યાપ્ત અને જરૂરી શરત $\bar{x} \times \bar{y} = 0$ છે તેમ બતાવો. (2)

(ii) $\bar{x} = (2,-6,3)$ $\bar{y} = (1,2,-2)$ અને $(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ નો sin$\theta$ નું મૂલ્ય શોધો. $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ ને લંબ એકમ અદિશો મેળવો. (2)

(C)

(i) $\Delta ABC$ માટે sine ના $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ મેળવો (2)

(ii) અદિશની રીતે આલેખ કરી કે ત્રિકોણના ત્રણ ઓળખી દર્શાવો છો. (2)

(D)

(i) એક રેલ A બારાવટ્ટા સ્ટેશન થી ઉત્તર દિશામાં 15 કિમી. ની ઝડપથી પ્રવાસ કરે છે જ્યારે રેલ B ઈશાન દિશામાં 30 કિમીની ઝડપથી પ્રવાસ કરે છે A રેલના ઉદ્ગમ સ્થાનથી B રેલનું કઈ દિશામાં અને કયા અંતરથી અંતર જાણવા? (2)

(ii) A (1,2,3) B (-1,2,1) માટે $\overrightarrow{AB}$ ની દિકકોસાઈન શોધો. (1)

Q.4(A) $xy = 16$ વડે કયા વક્રનું નિરૂપણ થાય છે આ વક્રનું અમીકરણ પ્રામાણીત સ્વરૂપ મેળવી તે પરથી તેની ઉત્કેન્દ્રતા, નાભિના યામ, નિયામકનું અમીકરણ, જીવાની લંબાઈ જીવો. (4)

OR

(A) નીચેના વક્રોના અમીકરણને પ્રામાણીત સ્વરૂપમાં ફેરવીને ઓળખો

(1) $x^2 - y^2 + 4x + 2y + 3 = 0$ (2) $xy - 2x - y = 0$ (4)

(B) (1) જો શૂન્યેતર સદિશો $\vec{x}, \vec{y} \in R^3$ માટે $(\vec{x}, \vec{y}) = \alpha$ હોય તો સાબિત કરો કે

(1) $|\vec{x} \times \vec{y}| = |\vec{x}||\vec{y}| \sin\alpha$ (2) $\vec{x} \perp (\vec{x} \times \vec{y}), \vec{y} \perp (\vec{x} \times \vec{y})$ (2)

(2) સદિશો $\vec{x} = (1, 2, -1)$ $\vec{y} = (1, 0, 2)$ માટે $\vec{x}$ અને $\vec{y}$ બંનેને લંબ હોય તેવા એકમ સદિશો મેળવો (2)

(C) (1) $R^3$ માં અસંમત્ય ફલકના દળકેન્દ્રનું સૂત્ર મેળવો (2)

(2) $\triangle ABC$ નું ભરકેન્દ્ર G હોય તો સાબિત કરો કે

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$ (2)

(D) (1) હોડી કાંઠા પૂર્વમાં $10\sqrt{2}$ કિમી છે અને જો હોડી પરના માણસની પવન સામે ઝડપ (અવાજની) 5 કિ.મી. ની રાખવી હોય તો પવનની સામેથી કાંઠા જીવો (2)

(2) જો $\vec{x} = -6\vec{i} + 3\vec{j}$ અને $\vec{y} = 4\vec{i} + t\vec{j}$ પરસ્પર લંબસદિશો હોય તો $t$ જીવો. (1)

Q.4 (A) 1. $xy=16$ દ્વારા કઇ કાં દિશામાંથી નિરૂપણ લાંબા છેડા વક્રના અસીમસ્પર્શકનું પ્રમાણિતરૂપ મેળવીને તેના ગણતીના યામ, નિયામકનું અસીમસ્થાન, ઉત્કેન્દ્રતા, અક્ષોની લંબાઈ લખો. (4)

OR

નીચેના વક્રના અસીમસ્પર્શકોનાં પ્રમાણિત રૂપમાં દિશાંકો મેળવો. (4)

(i) $(x+1)(y-2)=2$ (ii) $x^2+y^2+2xy+\sqrt{2}x-\sqrt{2}y=0$

(B) (i) $R^3$ ના આધિયો $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ અસમતલીય દિશાનો આદર્શ અષ્ટક લાંબો આકૃતિ કરો. (2)

(ii) કોઈ આધિયો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનો ખૂણાનું માપ $\theta$ દિશા તો $\sin\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}|\bar{a}-\bar{b}|$ આકૃતિ કરો. (2)

(C) (i) $\Delta ABC$ માટે $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ આકૃતિ કરો. (2)

(ii) આકૃતિ દોરીને ત્રિકોણના વેક્ટર ગુણાની દિશા શોધો. (2)

(D) (i) જો દ્વારા પર પૂર્વ દિશામાં $12\sqrt{2}$ કિમી દક્ષિણ દિશામાં $5\sqrt{2}$ કિમી અને વાયવ્ય દિશામાં 16 કિમીનું ગાળ ખાડાયા તો પક્ષીનાની ગળતા માપ અને દિશા શોધો. (2)

(ii) $\bar{x}=(1,1,1)$ $\bar{y}=(-1,1,-1)$ હો તો $\bar{x}+\bar{y}$ અને $\bar{x}-\bar{y}$ વચ્ચેનો ખૂણાનું માપ શોધો. (1)

Q.4 (A) $3x^2+8xy-3y^2-20x+10y-15=0$ વડે કયા વક્રનું નિરૂપણ થાય છે? આ વક્રના ઉત્કેન્દ્રતા, નાભિ, નિયામિકા, અક્ષ અને શિરોબિંદુ શોધો. (4)

(A) નીચેના વક્રોના અભીકરણોને પ્રમાણભૂત રૂપમાં ફેરવીને ઓળખો. (4)

(i) $x^2+y^2-4x-6y+2=0$ (ii) $xy=32$

(B) (1) જો અશૂન્ય સદિશો $\bar{x}, \bar{y} \in R^3$ માટે $(\bar{x},\bar{y})=\theta$ હોય તો સાબિત કરો કે

(i) $\bar{x}\cdot\bar{y} = |\bar{x}||\bar{y}|\cos\alpha$

(ii) $|\bar{x}\times\bar{y}| = |\bar{x}||\bar{y}|\sin\alpha$. (2)

(2) જો સદિશો $\bar{a}$ અને $\bar{b}$ વચ્ચેનો ખૂણો $\theta$ હોય તો સાબિત કરો કે $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}|\bar{a}-\bar{b}|$ (2)

(C) (i) $|\bar{a}\times\bar{b}|$ નો ભૌમિતિક અર્થ આપો. (2)

(ii) સદિશની રીતે સાબિત કરો કે અર્ધવર્તુળમાંનો અંતર્ગત ખૂણો કાટખૂણો છે. (2)

(D) (i) હોડીનો વેગ પૂર્વમાં $10\sqrt{2}$ કિ.મિ./કલાક છે. આ હોડી પરના માણસને પવન અને ખૂણામાંથી 5 કિ.મી./કલાકની ઝડપે ફૂંકાતો જણાય તો પવનનો આપ્યો વેગ તથા દિશા શોધો. (2)

(ii) $\bar{x} = 6\bar{i}+3\bar{j}$ અને $\bar{y} = 4\bar{i}+t\bar{j}$ પરસ્પર લંબસદિશો હોય તો t શોધો. (1)