પ્રશ્ન 1 પ્રશ્નપત્ર (1) P:[1]

(A) (1) વ્યાખ્યા કરો કે $\lim_{\theta \to 0} \frac{\sin\theta}{\theta} = 1$ [2]

(2) વ્યાખ્યા કરો કે sine વર્તુળ એકક માટે વ્યાખ્યાયિત છે. [2]

[4]

(B) ત્રણ માંથી કોઈ ત્રણનો: [4]

(1) $\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} 3^{i/n}$ (2) $\lim_{x \to a} \frac{\tan x - \tan a}{\tan x - \tan a}$

(3) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin ax - \sin bx}{\sin cx - \sin dx}$

(C) (1) $\lim_{x \to a} \frac{(x^n - a^n) - na^{n-1}(x-a)}{(x-a)^2}$ $n \in N$ [2]

[2]

(2) ત્રણમાંથી કોઈ ત્રણનો.

(i) $\lim_{x \to 0} \left(\frac{a-x}{a+x}\right)^{1/x}$ શોધો.

(ii) વ્યાખ્યા કરો કે $\lim_{x \to 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

(iii) $2.123123123 \ldots$ ને સંમેય સંખ્યાના સ્વરૂપમાં $\frac{p}{q}$ રૂપમાં દર્શાવો.

(D) (1) જો $y = x \log\left(\frac{x}{a+bx}\right)$ તો વ્યાખ્યા કરો કે [2]

$x^3 \frac{d^2y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y\right)^2$ થાય.

(2) ... પ્રતિપરિણામનો ચકાસણી કરો. [1]

પ્રશ્ન 1 પ્રશ્નપત્ર (2)

(A) (1) જો $a, b \in R$, $a \neq b$ તો a નું δ_1 વ્યાજબી પડોશ $N(a, \delta_1)$ તથા b નું δ_2 વ્યાજબી પડોશ $N(b, \delta_2)$ આપી શકાય, કે જેથી [2]

$N(a, \delta_1) \cap N(b, \delta_2) = \phi$ થાય તેમ બતાવો.

(2) વ્યાખ્યા કરો કે $\lim_{n \to \infty} x^n = 0$ જ્યાં $|x| < 1$ [2]

[4]

(B) ત્રણ માંથી કોઈ ત્રણનો:

(1) $\lim_{x \to 0} \frac{\log(1+x) - \log(1-x)}{x}$

(2) $\lim_{x \to 0} \frac{e^{3x} - 2e^{2x} + 2^x}{\sin x}$

(3) $\lim_{x \to -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{3\sin(x+2) + 2x + x^2}$

(C)(1) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ [2]

(2) ઉકેલ આપો : [2]

(i) $\lim_{\theta\to\frac{1}{2}} \frac{1-\sin^3\theta}{\cos^2\theta}$

(ii) જો $\lim_{x\to -1} \frac{x^{2004}-1}{x^n+1} = -\frac{2004}{2003}$ તો $n =$ ——

જ્યાં $m, n \in N$, $n \neq 2m$.

(D) (1) જો $e^{x-y} = \log x - \log y$ તો સાબિત કરો કે [2]

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log(\frac{x}{y}) - \frac{1}{x}}{\log(\frac{x}{y}) - \frac{1}{y}}$$ [1]

(2) $\sin xy = x$ માટે $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

પ્રશ્ન : 1 પ્રશ્નપત્ર (3)

(A)(1) જો વાસ્તવિક સંખ્યા ε ને ધન કોઈ વાસ્તવિક સંખ્યા δ વડે વિકલ્પમાં આપેલ બધી ચલરાશિ x ના કિંમતો a ની δ આસપાસ હોય ત્યારે $\lim_{x\to a} f(x)$ નું અસ્તિત્વ હોય તો સાબિત કરો કે ε એ δ ના આધાર હોય છે. [2]

(2) ચલરાશિની વ્યાખ્યા લખો તથા સાબિત કરો કે [2]

$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$ થાય. [4]

(B) ઉકેલ આપો : [4]

(1) $\lim_{x\to\sqrt{3}} \frac{\tan x - \pi/3}{x - \sqrt{3}}$

(2) $\lim_{x\to\alpha} \frac{3\sin x - 4\cos x}{x-\alpha}$ જ્યાં $\tan\alpha = \frac{4}{3}$, $0 < \alpha < \pi/2$

(3) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\log(1+x)}$

(C) (1) $\lim_{n\to\infty} \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{4r^2-1}$ શોધો. [2]

(2) ઉકેલ આપો : [2]

(i) $\lim_{x\to 1} \frac{x^6-1}{x^8-1} =$ ——

(ii) સાબિત કરો કે $\lim_{x\to 2} (3x+2) = 5$

(iii) $f(x) = x \quad x < -1$

$= 0 \quad x = 0$

$= x^2 \quad x > 1$

તો $\lim_{x\to 0} f(x)$ શોધો (?)

(D)(1) $f(x) = x\sin\frac{1}{x}$ $x \neq 0$, $f(0) = 0$ તો તપાસો $P:[4]$
કે f નું $x = 0$ આગળ f વિકલ્પ કેમ કોઈ વાસ્તવિક મળે. [2]

(2) $f(x) = 3^x$ પરથી $f'(3) =$ ____ [1]

પ્રશ્ન:-1 પ્રશ્નનો (4)

(A)(1) જો $\lim_{x\to a} f(x)$ અને $\lim_{x\to a} g(x)$ નું અસ્તિત્વ પરથી તો સાબિત કરો કે $\lim_{x\to a}[f(x)+g(x)] = \lim_{x\to a} g(x) + \lim_{x\to a} f(x)$ [2]

(2) સાબિત કરો કે $\lim_{h\to 0}\frac{a^h-1}{h} = \log_e a$ જ્યાં $a \in R^+ - \{1\}$ [2]

(B) કોઈ પણ બે ગણો.

(1) $\lim_{x\to\sqrt{2}} \frac{\pi - 4\sec^2 x}{x-\sqrt{2}}$ (2) $\lim_{x\to 0}\frac{\cos ax - \cos bx}{\cos cx - \cos dx}$ [4]

(3) $\lim_{x\to 1}\frac{x^{n+1} - (n+1)x + n}{(x-1)^2}$

(C) (1) $\lim_{x\to e}\frac{\log x - 1}{x-e}$ મેળવો. [2]

(2) કોઈ પણ બે ગણો. [2]

(i) વ્યાખ્યા પરથી વિકલ્પ મેળવી સાબિત કરો કે $\lim_{x\to 2}(3x+2) = 8$

(ii) $\lim_{x\to\infty}\frac{(1+x)^{10} + (2+x)^{10} + \cdots + (10+x)^{10}}{x^{10}+10^{10}}$

(iii) જો $N(3,\delta) \cap N(7,\delta) = \phi$ તો $\delta =$ ____

(D) (1) $\cos(x^2+y^2) = \log(xy)$ નો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. [2]

(2) જો $f(a) = 2$, $f'(a) = 1$, $g(a) = -1$ અને $g'(a) = -2$
પરથી $\lim_{x\to a}\frac{g(x)f(a) - g(a)f(x)}{x-a}$ ની કિંમત મેળવો. [1]

પ્રશ્ન:-1 પ્રશ્નનો (5)

(A)(1) જો $\lim_{x\to a} f(x)$ અસ્તિત્વ ધરાવે અને $k \in R$ તો
$\lim_{x\to a} kf(x) = k\lim_{x\to a} f(x)$ સાબિત કરો. [2]

(2) શ્રેણી $\{a_n\}$ જ્યાં $a_n = (1+\frac{1}{n})^n$ $n \in N$ ની સાબિત [2]
શ્રેણી કે તેમ સાબિત કરો.

(B) કોઈ પણ બે ગણો. [4]

(1) $\lim_{x\to\pi/4}\frac{\sin 3x + \cos 3x}{x - \pi/4}$

P:[3]

(2) $f(x) = \frac{x}{e^{\sqrt{x}} - 1}$ જ્યાં $x \neq 0$ માટે $\lim_{x \to 0} f(x)$ નું અસ્તિત્વ ચકાસો અને તે મેળવો.

(3) $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{\sqrt[6]{x+62} - 2}$

(C)(1) $\lim_{x \to 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2}$ જ્યાં $m, n \in N$ મેળવો. [2]

(2) ખાલી જગ્યા પૂરો: [2]

(1) $\lim_{x \to e} \left(\frac{x}{e}\right)^{\frac{1}{x-e}} =$ _____

(2) $f(x) = [x]$ $x \in R$ નું $n \in Z$ માટે અસ્તિત્વ ચકાસો.

(3) $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1+2x}{1-2x}\right)^{1/x}$ મેળવો.

(D) (1) જો $y = \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$ તો $\frac{dy}{dx}$ ને x ના રૂપમાં [2]
સાદું મેળવો.

(2) $y = \tan(\pi/4 + \frac{x}{2})$ તો y_2 શોધો. [1]

પ્રશ્ન-2 પ્રશ્નપત્ર-1 P:[6]

(A) (1) જો વિધેયનો ત્રાગાકાર નો નિયમ લખો અને સાબિત કરો [2]

(2) $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$; $x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$, $k \in Z$ [2]

(3) વિકલિત નો ઉપયોગો જણાવો [1]

(B) ઉકેલો કે ત્રાગો [4]

(1) $y = e^{m \sin^{-1} x}$ નો સા.કરો $(1-x^2)y_2 - xy_1 = m^2 y$ $(m \neq 0)$

(2) $x = (\cos t)^{\sin t}$, $y = (\sin t)^{\cos t}$ નો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો

(3) $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$; $x = 0$
 $f(0) = 0$ } નો સા.કરો $x=0$ માટે f સતત તથા વિકલનીય પણ છે.

(C) ઉકેલો કે કોઈપણ ત્રણ [4]

(1) જો કોઈ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ કોને મેળવો કે જેનો સરવાળો 60 હોય તથા કોઈ સંખ્યા અને બીજી સંખ્યા ના ઘનનો ત્રાગાકાર મહત્તમ બનાવે?

(2) જો $x > 0$ તો સાબિત કરો કે $\log(1+x) > x - \frac{x^2}{2}$

(3) એક 21×16 કેટલાંનાં પતરામાંથી ચારેય ખૂણાઓ સમાન લંબાઈના ચોરસો કાપી કોઈ ખુલ્લી લંબઘન પેટી બનાવવી છે તો કઈ મહત્તમ કદ તે માટે કાપેલા ચોરસની બાજુની લંબાઈ મેળવો

(4) એક છોકરો 50 મીટરની ઊંચાઈ પર પતંગ ચડાવે છે. પતંગનો છોકરાથી દૂર જવાનો ફૌવિર દર 6 મીટર/સેકન્ડ હોય તથા પતંગનું છોકરાથી અંતર 130 મીટર હોય ત્યારે દોરી છોડવાનો દર શોધો.

(D) (1) જો શંકુની ત્રિજ્યામાં ત્રુટિ δr હોય તથા ઊંચાઈ અચળ હોયતો તેનાં (1) પૃષ્ઠફળમાં કેટલી ત્રુટિ આવશે?

(2) $y^2 = 4ax$ તથા $x^2 = 4ay$ નાં છેદબિંદુ સિવાયના છેદબિંદુ આગળના (1) અચરાંકી વરદ્રોનો ખૂણાનું રેડિયન માપ શોધો

(3) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ કોઈપણ અંતરાલ (a,b) પર વધતું વિધેય છે. જ્યાં $(a,b) \cap [-1,1] = \phi$ તો સા.કરો.

પ્રશ્ન-2 પ્રશ્નપત્ર-2 P : [7]

(A) (1) લઘુગુણકીય વિધેય વિકલનીય છે. તથા $\frac{d}{dx}(\log_e x) = \frac{1}{x}$ $(x \in R^+)$ [2]
સાબિત કરો.

(2) (i) a^x વિધેય વિકલનીય છે. તથા $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \log_e a$ $(x \in R, a > 0)$ [3]

(ii) રોલનું પ્રમેય અને મધ્યકમાન પ્રમેય લખો [1]

(B) ગમે તે બે ગણો [4]

(1) $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = a$ જ્યાં $|x| < 1$, $|y| < 1$

(2) જો $2x = y^{1/m} + y^{-1/m}$: $x \geq 1$ તો સાબિત કરો $(x^2-1)y_2 + xy_1 = m^2 y$

(3) $y = \tan^{-1}\left(\frac{1-\cos x}{1+\cos x}\right)^{1/2}$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. $(\pi < x < 2\pi)$

(C) ગમે તે બે ગણો [4]

(1) ફાટફોગા ત્રિકોણવાળી ફુલદાની લંબાઈ આપેલ હોય તો સાબિત કરો કે ફાટફોગા ત્રિકોણ હોય ત્યારે તેનું કુલપૃષ્ઠ મહત્તમ હોય

(2) ઉભરાટ ગોલ્ફબોલ માટે મોમી પ્રસાર થતા વિદ્યુતપ્રવાહ i નું સૂત્ર $i = K\tan\theta$ છે. અહીં θ વિચલન છે તથા K અચળ છે. સાબિત કરો કે પ્રવાહ i માં આપેલ ક્ષણે $\theta = \pi/4$ હોય ત્યારે બમણાવાન છે.

(3) $f(x) = x + 1/x$, $x \in [\frac{1}{2}, 3]$ માટે મધ્યકમાન પ્રમેય નો ઉપયોગ કરી ચકાસો

(4) $\log_{10} 99$ નું આસન્ન કિંમત મેળવો. $(\log_{10} e = 0.4343$ લો).

(D) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો

(1) $x^2 + y^2 = a^2$ ના $(a/\sqrt{2}, a/\sqrt{2})$ બિંદુ આગળ સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો. (1)

(2) $\tan^{-1}(0.99)$ નું આસન્ન મૂલ્ય શોધો (1)

(3) $y^2 = 4ax$ ના કોઈપણ બિંદુ આગળ અભિલંબનો ઢાળ અને સ્પર્શકનો (1)
ઢાળ શોધો.

ખંડ - 2 પ્રશ્નપત્ર-3 P:[૮]

(A) (1) સાબિત કરો કે $\frac{d}{dx}(\sec^{-1}x) = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$; જ્યાં $|x|>1$ [2]

(2) (i) વિકલિત ની વ્યાખ્યા આપો [1]

(3) બે વક્ર વચ્ચેના ખૂણાની વ્યાખ્યા આપો [1]

(B) ગમે તે બે ગણો [4]

(1) $x = at^2$, $y = 2at$ $(t \neq 0)$ તો $y \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$ સા.કરો

(2) $x^m \cdot y^n = (x+y)^{m+n}$ માટે $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(3) $f(x) = e^x + 1$; $x \geq 0$
$= 2 - 3x$; $x < 0$
} સા.કરો. $x=0$ માટે f સતત છે. પરંતુ વિકલનીય નથી

(C) ગમે તે બે ગણો [4]

(1) $y^2 = 4ax$ ના $(at^2, 2at)$ બિંદુ આગળ સ્પર્શક તથા અભિલંબના સમીકરણ શોધો.

(2) સા.કરો $x > 0$ માટે $\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x$

(3) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$, $x \in [-2, 2]$ માટે સ્થાનીય તથા નિરપેક્ષ મહત્તમ અને ન્યૂનતમ મૂલ્યો શોધો.

(4) સવારે 8 વાગ્યે ઊપડેલી એક ગાડી પૂર્વ તરફ 75 કિ.મી/કલાક ની ઝડપે જાય છે. તેજ સ્થળેથી દક્ષિણ તરફ જતી 9 વાગ્યે ઊપડેલ ગાડીની ઝડપ 100 કિ.મી/કલાક છે તો જ્યારે 12 વાગ્યે તેમનું અંકલનમાં દૂર જવાનો દર શોધો.

(D) (1) $\sqrt{242.99}$ નું આસન્ન મૂલ્ય શોધો. [1]

(2) $f(x) = x^3 - 12x$, $x \in [0, 2\sqrt{3}]$ માટે રોલનું પ્રમેય ચકાસો. [1]

(3) એક ગાડ પર ઊર્ધ્વદિશામાં પ્રક્ષિપ્ત પથનું ગતિસમીકરણ $S = 10t - 3t^2$ છે. [1]
S મીટર માં તથા t સેકન્ડમાં છે. કેટલા સમય પછી પદાર્થ ગાડ પર પાછો આવશે?

પ્રશ્નપત્ર-૫ P:[9]

પ્રશ્ન - ૨

[અ] (1) સંયોજિત વિધેય નાં વિકલન માટેનાં સાંકળ નિયમ જણાવી તેને સરળ સ્વરૂપમાં ફેરવો. (2)

(2)(i) પ્રતિવિધેય નાં વિકલિત નો નિયમ લખો. (1)

(ii) સ્થાનીય મહત્તમ કે ન્યૂનતમ માટેની પ્રથમ વિકલિત કસોટી જણાવો.

[બ] ગમે તે બે ગણો: (4)

(1) $y = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$ હોયતો $\frac{1}{2} < x < 1$ માટે $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(2) $\cos^{-1}\frac{y}{b} = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$ નો $x^2y_2 + xy_1 + n^2y = 0$ સાબિત કરો.

(3) $y = x^{\frac{1}{x}} + (1+x)^{\frac{1}{2x}}$ માટે $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

[ક] ગમે તે બે ગણો: — (4)

(1) આપેલ વિષમકોણ ઊંચાઈવાળા શંકુનું ઘનફળ મહત્તમ થાયતો તેના અર્ધ-શિરકોણનું માપ $\tan^{-1}\sqrt{2}$ છે. તેમ સાબિત કરો.

(2) જે બિંદુ આગળનો સ્પર્શક (3, 0) અને (4, 1) ને જોડતી રેખાને સમાંતર બને તેવું બિંદુ $y = (x-3)^2$ પર શોધો.

(3) શંકુ આકારની ગળણીમાંથી પાણી 5 (સે.મી)^3/મિનિટ ના નિયત દરથી પડ્યા કરે છે. જ્યારે ગળણીથી બનતા શંકુની ઊંચાઈ 15 સે.મી હોય ત્યારે ઊંચાઈ ઘટવાનો દર શોધો. ગળણીના પાયાની ત્રિજ્યા 10 સે.મી તથા ઊંચાઈ 20 સે.મી છે.

(4) $y = x^3$ તથા $x^2 + 6y = 7$ પરસ્પર કાટખૂણે છેદે છે. તેમ સાબિત કરો.

(5) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

(1) a ની એવી સૌથી નાની કિંમત શોધો કે જેથી $x^2 + ax + 1$ એ $[1, 2]$ પર ઘટતું વિધેય છે. (1)

(2) $f(x) = \sin^{-1}x$ $x \in [-1, 1]$ ને લગતું પ્રમેય લગાડી શક્યતા તેમ તે ચકાસી કરો. (1)

(3) સ્પષ્ટ મૂલ્ય શોધો : $\sec^{-1}(-2.01)$. (1)

પ્રશ્ન - ૨ પ્રશ્નપત્ર-૬ P: [10]

(અ)(૨) જો $f, g : (a,b) \to R$ એ $x \in (a,b)$ આગળ વિકલનીય વિધેયો હોય તો સા. ફરો કે fg એ $x \in (a,b)$ આગળ વિકલનીય છે. તથા.

$$\frac{d}{dx}[f(x)\,g(x)] = f(x)\frac{d}{dx}(g(x)) + g(x)\frac{d}{dx}(f(x))$$

(2)(i) પ્રતિવિધેયની શરતે $\frac{d}{dx}(\log x) = \frac{1}{x}$; (જ્યાં $x > 0$ છે) સાબિત કરો. (1)

(ii) ચુસ્ત વધતું વિધેય અને ચુસ્ત ઘટતું વિધેય એટલે શું? (1)

(બ) ગમે તે બે ગણો (4)

(1) $y = \tan^{-1}\left(\frac{3x - x^3}{1+3x}\right)$ હોય તો $0 < x < \frac{1}{\sqrt{3}}$ માટે $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

(2) $y = (\sqrt{x})^x + x^{\sqrt{x}}$ માટે $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(3) $y = x^y$ તો $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x(1 - y\log x)}$ સા. ફરો.

(ક) ગમે તે - બે ગણો. (4)

(૧) એક નળીમાંથી રેતી એવી રીતે પડે છે કે જેથી એક શંકુ બને છે અને શંકુની ઊંચાઈ હંમેશા પાયાની ત્રિજ્યા કરતાં $\frac{4}{3}$ ગણી રહે છે. જો પાયાની ત્રિજ્યા 1 મીટર અને શંકુની ત્રિજ્યાનો વૃદ્ધિદર $\frac{1}{8}$ સેમી/સેકન્ડ હોય, તો ઢગલાના કદના વધવાનોદર શોધો.

(૨) સાબિત કરો કે $\frac{x^2}{a^2+\lambda_1} + \frac{y^2}{b^2+\lambda_1} = 1$ તથા $\frac{x^2}{a^2+\lambda_2} + \frac{y^2}{b^2+\lambda_2} = 1$ વક્રો એકબીજાને કાટખૂણે છેદે છે. $(\lambda_1 \neq \lambda_2)$

(૩) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ નો $[0,1]$ પર ન્યૂનતમાન પ્રમેય લગાડો. $a, b > 0$

(૪) એક સમલંબ ચતુષ્કોણની ત્રણ બાજુઓની લંબાઈ $5a$ છે. જો તેનું ક્ષેત્રફળ મહત્તમ કરવું હોય તો તેની ચોથી બાજુની લંબાઈ શોધો.

(૫) (1) (x_0, y_0) બિંદુએ વક્રનાં સ્પર્શક અને અભિલંબના સમીકરણો લખો. (1)

(2) સાબિત કરો કે $x > 0$ માટે $\log x$ વધતું વિધેય છે. (1)

(3) ઉર્ધ્વ દિશામાં ફેંકેલા પથ્થરનું ગતિસૂત્ર $s = 4t - 4.9t^2$ છે. (1) s મીટરમાં તથા t સેકન્ડમાં છે. પથ્થર જ્યારે નીચે પતન શરૂ કરે તે પહેલાં તેણે મેળવેલી મહત્તમ ઊંચાઈ h માં શોધો.

P:[11]

Q=3 (1)

(A) (1) અનિશ્ચિત સંકલિત માટેનો ખંડશ: સંકલનનો નિયમ (2)
લખો અને સાબિત કરો.

(અથવા)

(1) $\int \sqrt{x^2+a^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2+a^2} + \frac{a^2}{2}\log|x+\sqrt{x^2+a^2}| + c$ મેળવો

(2) ઉદાહરણ સહિત નિશ્ચિત સંકલનની વ્યાખ્યા આપો.
જો f એ $[a\ b]$ પર સતત હોય તો
સાબિત કરો કે $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(a+b-x)dx$ (2)

(B) ગમે તે બે ગણો. (4)

(1) $\int \frac{dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}$ (2) $\int \frac{\sqrt{25-x^2}}{x^2}dx$

(3) $\int x^2\sqrt{8-x^6}\,dx$

(C) ગમે તે બે ગણો (4)

(1) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{2+3\cos^2 x}$ (2) $\int_0^1 x\tan^{-1}x\,dx$

(3) $\int_a^b \cos x\,dx$ (ઉદાહરણ ન લેવું)

Q=3 (2)

(A) (1) $\int \sqrt{\tan x}\,dx$ (1)

(2) $\int e^x(f(x)+f'(x))dx = e^x f(x)+c$ સાબિત કરો

Q=3

(A) (1) જો f અને g બંને (a,b) પર વ્યાખ્યાયિત હોય અને (2)
$f'(x)=g'(x)\ \forall x\in(a,b)$ તો $f(x)=g(x)+c$
જ્યાં c અચળ છે.

(અથવા)

(1) સાબિત કરો કે $\int \sec x\,dx = \log\left|\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\right| + c$
$= \log|\sec x+\tan x| + c$
જ્યાં $x \neq (2n-1)\frac{\pi}{2}$ $n\in Z$.

(2) જો ધનેક f એ $[-a,a]$ પર સતત એવો મુજબ
હોય તો, $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$ $(a\in R^+)$ (2)

p: ઉદા

(B) ગમે તે બે ગણો. (4)

(1) $\int e^{-x/2} \cdot \cos^2 x \, dx$ (2) $\int \frac{dx}{5 + 4\cos x + 3\sin x}$

(3) $\int \frac{2x-1}{(x^2+9)(x-4)} \, dx$

(C) ગમે તે બે ગણો. (4)

(1) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}$ (2) $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x) \, dx$

(3) $\int_a^b \sin x \, dx$ વ્યાખ્યામાં પરથી મેળવો.

(D) (1) $\int \frac{1}{(x+3)\sqrt{x+2}} dx$ મેળવો (2)

(2) $\int [f(x)]^n \cdot f'(x) \, dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$ અને $n \neq -1$ (1) સાબિત

Q=3

(A) (1) સાબિત કરો કે :- (2)

$$\int \operatorname{cosec} x \, dx = \log|\tan x/2| + c$$
$$= \log|\operatorname{cosec} x - \cot x| + c$$

અથવા

(1) સાબિત કરો કે (2)

$$\int e^{ax} \cdot \sin bx \, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\sin bx - b\cos bx) + c$$

(2) જો વાસ્તવિક f એ $[-a, a]$ પર સતત અને અયુગ્મ વિધેય હોય તો સાબિત કરો કે

$$\int_{-a}^{a} f(x) dx = 0 \quad \text{અને } a \in R^+$$

P[3]

(B) નીચેનાં પ્રશ્નનાં જવાબ લખો (ગમે તે બે) (4)

(1) $\int \frac{\tan x}{1+\tan x+\tan^2 x}\,dx$ (2) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}\,dx$

(3) $\int x^2 \cdot \tan x \sec^2 x\,dx$

(C) ગમે તે બે ગણો. (4)

(1) $\int_0^{\pi/2} \frac{5^{\sin\theta}}{5^{\cos\theta}+5^{\sin\theta}}\,d\theta$ (2) $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x\,dx$

(iii) $\int_0^1 (3x^2+2x-1)\,dx$ વ્યાખ્યાના પદ્ધતિ પ્રમાણે મેળવો.

(5) (1) $\int \frac{1}{x^2(1+x^2)^2}\,dx$ મેળવો (2)

(2) $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \log|f(x)| + c$ સાબિત કરો (1)

$f \cdot f'$ સતત. $f' \neq 0$ $f \neq 0$

Q-3

(A) (1) ત્રિકોણમિતીય વિધેયો માટે ત્રિકોણમિતીય સૂત્રો લખો. (2)

ગમે તે બે સાબિત કરો.

OR (અથવા)

(1) સાબિત કરો કે

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a} + c \quad a>0$$

(2) ત્રિકોણમિતીય વિધેયોનાં ગુણધર્મ ઉદાહરણ લખો (1)

(iii) $\int_a^b [f(x)+g(x)]\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$ સાબિત કરો (1)

(B) ગમે તે બે ઉકેલો (4)

(1) $\int x^2 \cos(\log x)\,dx$ (2) $\int \frac{1}{\sin x+\sin 2x}\,dx$

(iii) $\int \frac{\sqrt{1-\sin x}}{1+\cos x}\, e^{-x/2}\,dx \quad (0<x<\pi/2)$

P[14]

(C) કોઈ ને ગણો (4)

(i) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x}\, dx$ (ii) $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1-2\alpha x+\alpha^2}}$ $(0<\alpha<1)$

(iii) $\int_0^1 (3x-4)\, dx$ સરવાળાની મર્યાદા તરીકે મેળવો

(D) (i) $\int \frac{x^2\, dx}{(x^2+1)(x^2+2)}$ મેળવો (3)

(ii) $\int \frac{1}{1+2\sin^2 x}\, dx$ શોધો (1)

Q23

(i) (A) $\int \tan x\, dx = \log|\sec x| + c$ (2)

(ii) $\int \cot x\, dx = \log|\sin x| + c$ મેળવો

OR

(1) $\int e^{ax} \cos bx\, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos bx + b\sin bx) + c$

(2) જો વિધેય f એ $[0, 2a]$ પર સતત હોય, તો સાબિત કરો (2)

$$\int_0^{2a} f(x)dx = \int_0^{a} f(x)dx + \int_0^{a} f(2a-x)dx \quad \text{જ્યાં } a \in R^+$$

(B) કોઈ ને ગણો (4)

(i) $\int \sqrt{\frac{x}{1-x^3}}\, dx$ (ii) $\int \frac{\sin 5x}{\sin x}\, dx$ (3) $\int \frac{\sqrt{\sin x}}{\cos x}\, dx$

(C) કોઈ ને ગણો

(i) $\int_a^b e^x\, dx$ (2 + 2 ગુણ માટે)

(ii) $\int_0^a x^2(a-x)^{\frac{3}{2}}\, dx$ (3) $\int_0^{\pi/2} \left(\frac{\pi}{2}x - x^2\right)\cos 2x\, dx$ શોધો

D (1) $\int x^2 \tan^{-1} x\, dx$ શોધો (2)

(ii) ખાલી જગ્યા પર યોગ્યતા ફરી ખાલી જગ્યા પુરો

$\int e^{2\log x}\, dx = _____ + c$ $\left(\frac{x}{3}, \frac{x^3}{3}, 2\right)$ (1)

(1)

Q:4 (A) ગમે તે બે ગણો ——— (4) (P.)25

(1) $y = Ae^x + Be^{-2x} + x^2$ (A, B સ્વૈર અચળ છે)
નો $y_2 + y_1 - 2y = 3 - x^2$ નો ઉકેલ છે એમ બતાવો.

(2) ઉકેલ મેળવો $x\frac{dy}{dx} = y(\log y - \log x + 1)$

(3) ઉકેલો $\frac{dy}{dx} - y = x^2 + 3x - 2$

(4) કોઈ દેશની વસ્તી 50 વર્ષમાં બમણી થાય છે. તો વસ્તી વધારાનો દર તે સમયની વસ્તીના સપ્રમાણમાં હોય તો કેટલા વર્ષમાં વસ્તી ત્રણ ગણી થશે?

(B) ગમે તે બે ગણો ——— (4)

(1) વક્ર $y = x^2 - 2x + 4$ અને x-અક્ષ વચ્ચે આવેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

(2) $y = 2x^2$, $x = 0$ અને $x = 5$ થી આવૃત્ત પ્રદેશનું y-અક્ષ આજુબાજુ પરિભ્રમણ કરવાથી ઉત્પન્ન થતા ઘનનું ઘનફળ શોધો.

(3) નીચેના પ્રશ્નનો જરૂરી ગણતરી કરી ખુલાસો

(i) $y = 4x$ અને $y = 4x^2$ વચ્ચે રહેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ 4 એકમ છે.

(ii) વક્ર $y = \sin x$, x-અક્ષ અને રેખાઓ $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$ વચ્ચેના પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ 1 એકમ છે.

(C) ગમે તે બે ગણો ——— (4)

(1) સાદરિશ્ય ચલ X માટે સંભાવનાવિધેય $p(x) = \frac{2x}{n(n+1)}$
$x = 1, 2, \ldots n$ એ X નું સંભાવ્ય વિસ્તાર છે તે બતાવો
તેની ગણતરી કરો.

(2) કોઈ સાદરિશ્ય ચલ X ના મધ્ય અને પ્રમાણિત વિચલન મેળવો
અને $P(1 \le X \le 3)$ ની કિંમત મેળવો.

(3) 500 માણસના એક પુસ્તક માં 300 મુદ્રણદોષ છે. આ પુસ્તકમાંથી 4 માણસની સાદરિશ્ય પસંદગીમાં વધુમાં વધુ 2 મુદ્રણદોષ હોય તેની સંભાવના શોધો.

(D) (1) $\int \sin^5 x \cos x\, dx$ શોધો ——— (1)

(2) (i) વિકલ સમીકરણ $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4}$ ની કક્ષા અને પરિમાણ જણાવો ——— (1)

(ii) કુશ્રેણિ વિકલ સમીકરણ નું સમક્ષ દ્વારા ઉકેલવાની રીત જણાવો. ——— (1)

(2) Q.4

(A) ગમે તે બે ગણો ——— (4)

(1) $e^{y/x}\left(x\frac{dy}{dx}-y\right)+x=0$ નો ઉકેલ મેળવો

(2) $\frac{dy}{dx}+x\tan(y-x)=1$ નો ઉકેલ મેળવો

(3) $x\frac{dy}{dx}-y=e^{x/2}$ નો ઉકેલ મેળવો

(4) કોઈ પદાર્થ બીજા કેમિકલ સાથે પ્રક્રિયા કરવાનો દર a ની સાથે કરે છે. પ્રારંભમાં પદાર્થ સ્થિર સ્થિતિમાં હોય તો t સમયે પદાર્થ કેટલો સમય નું સૂત્ર મેળવો

(B) ગમે તે બે ગણો ——— (4)

(1) $y=\tan x$, $x=0$ અને $x=\frac{\pi}{4}$ વડે સીમિત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો

(2) $y=x^2$ અને $y=4x-x^2$ વક્રોના સાથે નું X-અક્ષ સાથેનાથેનું પરિભ્રમણ કરતાં રચાતા પરિભ્રમણ ઘનપદાર્થનું કદ મેળવો.

(3) વક્ર $xy=c^2$ રેખાઓ $x=a$, $x=b$ $(0<a<b)$ અને X-અક્ષ વચ્ચેનું ક્ષેત્રફળ મેળવો

(C) ગમે તે બે ગણો ——— (4)

(1) સાદસ્થિતિ ચલ X માટે, X નું સંભાવના-વિતરણ નીચે મુજબ છે.

$X=x$	-1	0	1	
$P(x)$	6K	4K	2K	

તો (i) અચળ K શોધો

(ii) X ના સંભાવના-વિતરણનો આલેખ દોરો.

(2) કોઈ સાદસ્થિતિ ચલ X ના મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે 10 અને 5 છે. તો $E(X^2)$, $E\left(\frac{X-10}{5}\right)^2$ મેળવો

(3) કોઈ કારખાનાની પેદાશમાં 25 ટકા ભાગ ખામીવાળો છે. પેદાશમાંથી 3 ભાગ યાદચ્છ લેવામાં આવે છે. તો 3 માંથી કોઈ પણ ભાગ ખામીવાળો હોય તેવી સંભાવના કેટલી ?

(D) આપેલા પ્રમાણે જવાબ આપો.

(1) $\int \frac{(\sin x)^{2004}}{\sec x}\,dx$ ——— (1)

(2) રદબાતલ આપો : વિકલ સમીકરણ ——— (1)

(3) વિકલ સમીકરણ ની કક્ષા અને પરિમાણ જણાવો. શું ? ——— (1)

(3) Q.4 (a) ગમે તે બે ના ગમતી ——— 04

(1) $\cos(x+y)\frac{dy}{dx}=1$ નો ચોથો ઉકેલ મેળવો

(2) $(2xy+y^2)dx-2x^2dy=0$ નો ચોથો ઉકેલ મેળવો

(3) કોઈ પદાર્થ સીધી રેખામાં અચળ પ્રવેગ a થી ગતિ કરે છે પ્રારંભમાં વિશ્રામ સ્થિતિમાં હોય તો t સમયે પદાર્થે કાપેલા અંતર નું સૂત્ર મેળવો.

(4) $\frac{dy}{dx}=x^2+y$ નો ચોથો ઉકેલ મેળવો

(B) ગમે તે બે ના ગમતી ——— (4)

(1) ઉપવલય $4x^2+9y^2=36$ ની ઘેરાયેલા પ્રદેશ નું ક્ષેત્રફળ શોધો

(2) $y=x^2-x-2$ અને x-અક્ષ વચ્ચેના પ્રદેશ નું x-અક્ષની આજુબાજુ પરિભ્રમણ કરાવતાં રચાતા પરિભ્રમણ ઘનપદાર્થ નું ઘનફળ શોધો

(3) $x^2-y^2=16$ અને $x=6$ થી બનતા પ્રદેશ નું y-અક્ષની આજુબાજુ પરિભ્રમણ કરાવતાં રચાતા ઘનપદાર્થ નું ઘનફળ શોધો.

(C) ગમે તે બે ના ગમતી ——— (04)

(1) કોઈ યાદચ્છિક ચલ સમાન સંભાવના સાથે 1 થી 100 પૂર્ણાંકો કિંમત ધારણ કરે છે તો $E(x)$, $E(x^2)$ અને σ_x^2 શોધો.

(2) પાક્ષાદ્યે હરીફ કોઈ ક્રાંતિમાં પરિચિત ચેકિંગ ની મોંઘી 70 રૂપા ચેકિંગની ફરાદીડા લે છે. 4 પરિચિત ચેકિંગની મોંઘી ઓલાનાં ઓછી કર ચેકિંગની ફરાદીડા લે તેની ચૂંકાવણા શોધો

(3) કોઈ સમભાવિ ચલની માંગ વળા દર્શાવતાં જાવો છે. તો પૂર્ણાંક ૧ પાના બાજુ ઓલાનાં ઓછો કોઈ વળા અને તેની સંભાવના શોધો

(D) આપેલ પૂર્ણાંક ઉકેલ આપો

(1) $\int \frac{e^{4x}-1}{e^{4x}+1}dx$ શોધો ——— (1)

(2) ચોથો આપો. વિકલ સમીકરણ ની ક્રમ અને પરિમાણ, સામાન્ય વિકલ ——— (2)

(4) Q.4 (A) ગમે તી બે ના જવાબ આપો (4) (4).14

(1) $xy(xdy+ydx)=6y^3dy$ નો જનરલ $x=2$ અને $y=1$ માટે પરિવાર ઉકેલ મેળવો.

(2) $\frac{dy}{dx} = y + x^2 + 3x - 2$ નો ઉકેલ મેળવો

(3) જેનો સામાન્ય ઉકેલ $y = a\log x + b$ હોય એવું વિકલ સમીકરણ $x\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$ છે એમ આપેલ હોય (a, b સ્વેચ્છ અચળ)

(4) વક્ર ના કોઈપણ બિંદુ (x, y) આગળ વક્રનો અપક્રમ y અક્ષ પર $2xy^2$ જેટલો અંતઃખંડ કાપે તો તે વક્રનું સમીકરણ મેળવો.

(B) ગમે તી બે ગણી (4)

(1) વક્ર $x = 3y^2 - y$, y અક્ષ અને બે આડી $y=0, y=1$ વચ્ચેના પ્રદેશ નું ક્ષેત્રફળ શોધો

(2) ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a>b)$ ના x-અક્ષ તરફ ગાળુ y-અક્ષની ઉપરના બંધ અર્ધતલમાં આવેલા પ્રદેશ નું x-અક્ષ આજુબાજુ પરિભ્રમણ કરવાથી ઉત્પન્ન થતા ઘનનું ઘનફળ શોધો.

(3) કોઈ નગરની વસ્તી 1960 માં 2000 અને 1970 માં 5000 હતી. જો વસ્તી વધારાનો દર વસ્તીના સમપ્રમાણમાં હોય તો ઈ.સ. 2000 માં તે નગરની વસ્તી કેટલી હશે ?

(C) ગમે તી બે ગણી (4)

(1) કોઈ યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે પ્રમાણે છે. $P(x) = P(X=x) = \frac{1}{m}$; $x = 1, 2 \cdots m$. અહીં m કોઈ ધન પૂર્ણાંક છે તો યાદચ્છિક ચલ X ના અપેક્ષા અને વિચરણ શોધો.

(2) કોઈ સમતોલ પાસાની ત્રણ બાજુઓ પર અનુક્રમે 1, 2, 3 એ સંખ્યાઓ છે. બાકીની ત્રણ બાજુઓ પર (0) એ સંખ્યા છે. જો X- બાજુ પર મળતી સંખ્યા દર્શાવે તો યાદચ્છિક ચલ X ના અપેક્ષા અને વિચરણ શોધો

(3) 'કોઈ ચોક્કસ-સંભાવના-વિતરણ નું સંભાવના-વિધેય

$P(x) = \binom{6}{x} p^x q^{6-x}$; $x = 0, 1, 2 \cdots 6$ છે. જો $3P(2) = 2P(3)$ તો p ની કિંમત શોધો.

(B) (1) $\int \sin^5 x \cos^3 x \, dx$ શોધો (1)

(2) ચુકવેલ વિકલ સમીકરણ ની ચકાસણી આપો તથા ચુકવેલ વિકલ સમીકરણ ના ઉકેલ ની બીજી રીત જણાવો. (2)

———— × ————

(5) દીર્ઘ (A) ગમે તે બે પ્રશ્નો વિગત સમીકરણ કરેલી [(1)થી (3)] ——— 04 (19)

(1) $\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$

(2) $(1+e^{x/y})\,dx + e^{x/y}(1-x/y)\,dy = 0$

(3) $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x+1}{y+x+5}$

(4) કોઈપણ સમયે યુનિવિમમાં વિઘટનો દર તેના કણોના સમૂહના સમપ્રમાણમાં છે. જો કાર્બનના બે કણોનો અર્ધ સમય 1200 વર્ષમાં આવતા માલના કણોનું વિઘટન થતું હોય તો 2400 વર્ષમાં યુનિવિમમાં બાકી કણો કેટલો ?

(B) ગમે તે બે પ્રશ્નો ——— 04

(1) $y^2 = 6x$ પરવલય અને રેખાસ્પર્શ થી $x=2$ આગળ X-અક્ષ ની સાથેનો પરિમાણ ફરવાથી ઉત્પન્ન થતા ઘનનું કદ શોધો.

(2) વર્તુળ $x^2+y^2=a^2$ અને ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b)$ વચ્ચે બહારની બાજુનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(3) નીચેના વિધાનો કારણ આપી ખરા કે ખોટા ઠરાવો.

(i) પરવલય $y=x^2$ અને રેખા $x=2$ અને X-અક્ષ વચ્ચેના સિમિત પ્રદેશ નું ક્ષેત્રફળ 4 ચોરસ છે.

(ii) રેખા $y=x$, $x=3$ અને X-અક્ષ ની ધનિષ્ઠ પ્રદેશની X-અક્ષની આજુબાજુ ઘુમાવતાં ઉત્પન્ન થતા ઘનનું કદ 3π ચોરસ છે.

(C) ગમે તે બે પ્રશ્નો ——— (4)

(1) 100 રૂપિયાની લોટરીમાં આવા કોઈ રૂપિયા રૂ. 10,000 નું ઇનામ લાગ્યું છે બાકીના આ લોટરીમાં કોઈ રૂપિયા મળ્યો નથી. જો દરેક રૂપિયાની કિંમત રૂ. 10 હોય તો નહીં ગણેલા વર્ગનું અપેક્ષિત મૂલ્ય શોધો.

(2) કોઈ કારખાનામાં દરરોજ બનતા 1000 વસ્તુ માંથી 400 વસ્તુ ખામીવાળા છે. આ વસ્તુઓ માંથી યાદચ્છિક રીતે મંગાવેલા 5 વસ્તુ માંથી 2 વસ્તુ ખામીવાળા હોય તેની સંભાવના કેટલી ?

(3) કોઈ સિક્કાની બે વાર ઉછાળવાના વિશ્વાવકાશ U પર યાદચ્છિક ચલ $X: U \to R$, $u \in U$ માટે $X(u)$ = u માં છાપની સંખ્યા છે. U ની ચુકમુકા દરેક માટે સંભાવના હોય તો X નું સંભાવના વિતરણ મેળવો.

(D)

(1) $\int \frac{dx}{\sqrt{(\log x)^2 - x^2}} =$ ——— $+C$ ——— (1)

(2) (i) વિગત સમીક્રમણના ઉપયોગો જણાવો ——— (1)

(ii) સંભાવનાના વિશેષની સંજ્ઞા આપો ——— (1)

પ્રશ્ન-5 P : 120

પ્રશ્ન-5 અ (1) વ્યાખ્યા આપો. (2)

(i) સંભાવનાની પ્રાથમિક વ્યાખ્યા.

(ii) પરસ્પર નિવારક ઘટના બો.

અથવા

(1) જો A અને B ઘટનાઓ હોય તો સાબિત કરોકે

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

(2) પ્રચલિત સંકેતો માં બે ઘટનાઓ માટે બેયઝ નો નિયમ લખો અને સાબિત કરો. (2)

બ ગમે તે બે ગણો. (4)

(1) 52 પત્તાના ત્રણ ઢગ પૈકી દરેકમાંથી એક પત્તુ આદરિચ્છક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. પસંદ કરેલ ત્રણ પત્તાં પૈકી બે ચોકટના હોય તે ઘટના ની સંભાવના કેટલી ?

(2) ઘટનાઓ A અને B માટે $P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$ અને $P(A \cup B)=\frac{2}{3}$ આપેલ છે. તો $P(A' \cap B)$ અને $P(A' \cup B)$ શોધો.

(3) ઈન્સરના દર્દી માટે હાલમાં બે પદ્ધતિઓ B_1 અને B_2 છે. દર્દી સારવાર માટે પદ્ધતિ B_1 પસંદ કરે તો તેને સાજા થવાની સંભાવના $\frac{7}{16}$ છે. જો તે પદ્ધતિ B_2 પસંદ કરે તો તેને સાજા થવાની સંભાવના કેટલી ?

ક (1) એક લોટરીમાં 1 થી 4000 નંબરવાળી ટીકીટો વેચાય છે. જે માં 10 અથવા 25 વડે વિભાજ્ય હોય તેવા નંબરવાળી ટિકીટ ઈનામને પાત્ર હોય તે ઘટનાની સંભાવના શોધો. (2)

(2) કૌંસમાં આપેલાં વિકલ્પો પૈકી યોગ્ય વિકલ્પ વડે જરૂરી ગણતરી કરી ખાલી જગ્યા પૂરો. (2)

(i) બે પાસા ઉછાળતા અંકો નો સરવાળો 13 મળે તેની સંભાવના _____ છે. $\left(0, \frac{13}{36}, 1, \text{આપેલ નથી}\right)$

(ii) $P(A)=0.3$, $P(B)=0.7$, $P(A/B)=0.1$ તો $P(A \cap B)=$ _____ $(0.04, 0.07, 0.09)$

ડ (1) કમ્પ્યૂટર નાં વિવિધ ભાગો જણાવો (1)

(2) $(2537)_8$ નું દ્વિઅંકી અને દશાંકી સ્વરૂપમાં રૂપાંતર કરો. (2)

પ્રશ્ન-5

પ્રશ્ન-5 અ

(1) જો A અને B ઘટનાઓ હોય તથા $A \subset B$ હોય તો સાબિત કરો કે (2)

(i) $P(B-A) = P(B) - P(A)$

(ii) $P(A) \leq P(B)$

અથવા

(1) વ્યાખ્યા આપો : (a) સંભાવના ની ગૂર્વદાવણા યુક્ત વ્યાખ્યા

(b) બે ઘટના ની નિરપેક્ષતા

(2) સાબિત કરોકે $P\left(\frac{A_1 \cup A_2}{B}\right) = P\left(\frac{A_1}{B}\right) + P\left(\frac{A_2}{B}\right)$

જ્યાં $A_1 \cap A_2 = \phi$ [04] [02]

બ ગમે તે બે ગણો.

(1) બે ઈનામો 10 છોકરા અને 5 છોકરીઓમાં વહેચવાનાં છે.

(a) બંને ઈનામ છોકરાઓને મળે.

(b) બંને ઈનામ છોકરીઓને મળે તેની સંભાવના શોધો.

P.T.O.

P:21 ③

(2) પેટી I અને પેટી II માં અનુક્રમે 7 સફેદ અને 3 કાળા તથા 9 સફેદ અને 7 કાળા દડા છે. બે સમતોલ સિક્કાને ઉછાળવામાં આવે છે. બે બંને સિક્કા પર છાપ મળે તો પેટી I પસંદ કરી તેમાંથી એક દડો યાદચ્છિક પસંદ કરવામાં આવે છે. અન્યથા પેટી II પસંદ કરી તેમાંથી એક દડો યાદચ્છિક પસંદ કરવામાં આવે છે. તો પસંદ કરેલ દડો સફેદ હોય તેની સંભાવના કેટલી ?

(3) એક પેટીમાં 25 દડા છે, જે પૈકી b (0<b<25) કાળા રંગના છે. બાકીના સફેદ છે. બે દડા પૂરવણી સિવાય પસંદ કરવામાં આવે છે. બંને દડા કાળા રંગના હોય તેની સંભાવના $\frac{13}{50}$ છે તો કાળા રંગના દડા કેટલા હશે ?

4 (1) જો ઘટના઼ઓ A અને B માટે $P(A \cup B) = 0.9$, $P(A \cap B') = 0.4$ અને $P(B \cap A') = 0.3$ હોય તો $P(A)$, $P(B)$ અને $P(A' \cup B')$ ની કિંમત મેળવો. [2]

[2]

(2) જરૂરી ગણતરી કરી ખાલી જગ્યા પૂરો.

(a) $U = \{1,2,3,4\}$, $A = \{1,2\}$, $B = \{1,3\}$ તો A, B પરસ્પર _____ ઘટના઼ઓ છે. (નિરપેક્ષ, નિવારક, નિ:શેષ)

(b) તમારા હાથમાંના પ્રશ્નપત્રમાં તમને 100 ગુણ મળે તેની સંભાવના _____ છે. ($\frac{3}{4}$, 1, 0, આપેલ નથી)

[1]

5 (1) કમ્પ્યુટરના મુખ્ય ભાગો જણાવો. [2]

(2) $(12.125)_{10}$ ને દ્વિ-અંકી સ્વરૂપમાં ફેરવો.

પ્રશ્ન-5

અ (1) ત્રણ ઘટના઼ઓનો સંભાવનાનો સરવાળાનો નિયમ લખો અને સાબિત કરો. [2]

અથવા

(1) કોઈપણ ઘટના A અને B માટે સાબિત કરો કે

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

(2) જો A અને B પરસ્પર નિરપેક્ષ ઘટના઼ઓ હોય તો સાબિત કરો કે, A' અને B' પણ નિરપેક્ષ ઘટના઼ઓ છે. તથા A અને B' પણ નિરપેક્ષ છે. [4]

બ ગમે તે બે ગણો.

(1) જો ઘટના઼ઓ A અને B માટે $P(A \cup B) = 0.9$, $P(A \cap B') = 0.4$ $P(A' \cap B) = 0.3$ તો $P(A)$ અને $P(A' \cup B')$ શોધો.

(2) જો $P(E) = 0.4$, $P(F) = 0.2$ અને $P(E \cup F) = 0.5$ હોય તો $P(E/F)$, $P(F/E)$, $P(E'/F)$ તથા $P(E'/F')$ શોધો.

(3) 4 પુરુષો અને 4 સ્ત્રીઓ યાદચ્છિક રીતે એક હરોળમાં બેસે છે. (a) 4 સ્ત્રીઓ એક સાથે બેઠી હોય અને (b) કોઈપણ બે સ્ત્રીઓ એક સાથે બેઠી ન હોય તે ઘટનાની સંભાવના શોધો.

5 (1) A, B અને C નિરપેક્ષ ઘટના઼ઓ છે. જો $P(A) = 2P(B) = 4P(C) = 0.4$ તો $P(A \cup B \cup C)$ અને $P(A \cap B \cap C)$ શોધો. [2]

(2) (i) સાબિત કરોકે $P(A'/B) = 1 - P(A/B)$ P:[22] (3)

(ii) બે સમતોલ પાસાને એક વખત ઉછાળતા બંને પાસા પર સમાન અંક મળે તે ઘટનાની સંભાવના શોધો. [2]

Q (1) બિટ અને બાઈટનો તફાવત સ્પષ્ટ કરો તથા 1 કિલોબાઈટ ના બાઈટ જણાવો. (1)

(2) દશાંકી સંખ્યા $(39.625)_{10}$ ને દ્વિઅંકી માં દર્શાવો (2)

પ્રશ્ન-5

A (1) મૂળભૂત ઘટના ની વ્યાખ્યા આપો. સમસંભાવી મૂળભૂત ઘટના ની સંભાવના મેળવવાનું સૂત્ર તારવો. [2]

(1) જો A અને B ઘટનાઓ હોય અને $A \subset B$ હોય તો (અથવા)

$P(B-A) = P(B) - P(A)$ અને $P(A) \leq P(B)$ સાબિત કરો.

(2) ગાળા વિધેય $P(A/B)$ એ A ના વિધેય તરીકે સંભાવના વિધેય (2)

છે તેમ સાબિત કરો.

B ચૂમેં તે ફુગાવો [4]

B (1) એક સમતોલ સિક્કાને 4 વખત ઉછાળવાના પ્રયોગ માટે સંકળાયેલ નિદર્શાવકાશના ઘટકો લખો અને નીચેની ઘટનાઓની સંભાવના શોધો.

(a) ઓછામાં ઓછી એક છાપ હોય (b) બરાબર ત્રણ છાપ હોય

(2) ત્રણ વ્યક્તિને પેંડી ડોટીનો જન્મનો મહિનો સમાન ન હોય તે ઘટના ની સંભાવના કેટલી ?

(3) જો A_1, A_2 અને A_3 નિરપેક્ષ ઘટનાઓ હોય તો સા.કરોકે A_1 અને $A_2 \cup A_3$ પણ નિરપેક્ષ ઘટનાઓ છે.

Q (1) જો $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.2$ અને $P(A \cup B) = 0.5$ હોયતો $P(A/B)$, $P(B/A)$ અને $P(A'/B)$ શોધો. [2]

(2) (i) માર્ચ માસમાં 5 શુક્રવાર હોય તે ઘટના ની સંભાવના શોધો. [1]

(ii) જો A અને B નિઃશેષ અને નિરપેક્ષ ઘટનાઓ હોય અને $P(A) = 0.2$ હોય તો $P(B)$ શોધો. [1]

Q (1) કમ્પ્યૂટર ની ચોથી પેઢી માં વપરાયેલા ઈન્ટિગ્રેટેડ ભાગના નામ જણાવો. [1]

(2) $(32.84)_8$ ને દ્વિ-અંકી અને દશાંકી સ્વરૂપમાં ફેરવો. [2]

પ્રશ્ન-5

A (1) ઘટનાઓ A, B અને C માટે સા.કરોકે

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$ [2]

(અથવા)

(1) (i) અશક્ય ઘટના ϕ માટે $P(\phi) = 0$. [1]

(ii) ઘટના A માટે $0 \leq P(A) \leq 1$ સાબિત કરો. [1]

[4] (જુલાઈ)

અ ગમે તે બે ગણો.

(1) હુકમ માં બેઠેલા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા 10 છે. જો 10 વિદ્યાર્થીઓ ના શક્ય ક્રમચયો સમસંભાવી હોય તો જો નિર્દિષ્ટ વિદ્યાર્થી ઓ પાસપાસે બેઠા હોય તે ઘટના ની સંભાવના કેટલી ?

(2) ઘટના A અને B માટે, સાબિત કરો કે

$P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

(3) 52 પત્તા ના ત્રણ ઢગ માંથી દરેક માંથી એક પત્તુ આકસ્મિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે પસંદ કરેલ ત્રણ પત્તાં પૈકી જો રાજા ના હોય તે ઘટના ની સંભાવના કેટલી ?

[4] (1) જો $P(A) = P(B) = \frac{1}{4}$ હોય તો $P(A \cup B)$ અને $P(A \cap B)$ ની કિંમત શોધો. [2]

(2) (a) જો A_1 અને A_2 પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ હોય તો સાબિત કરો કે

$P(A_1 / A_2') = \frac{P(A_1)}{1 - P(A_2)}$ [1]

(b) જો $P(B) = 0.3$, $P(A \cup B) = 0.7$ અને $P(B/A) = 0.2$ તો $P(A)$ શોધો. [1]

[5] (1) કમ્પ્યુટર માં વપરાતી મુખ્ય ભાષાઓના નામ આપો. [1]

(2) $(347.54)_8$ ને દ્વિ-અંકી માં દર્શાવો. [2]

= x =