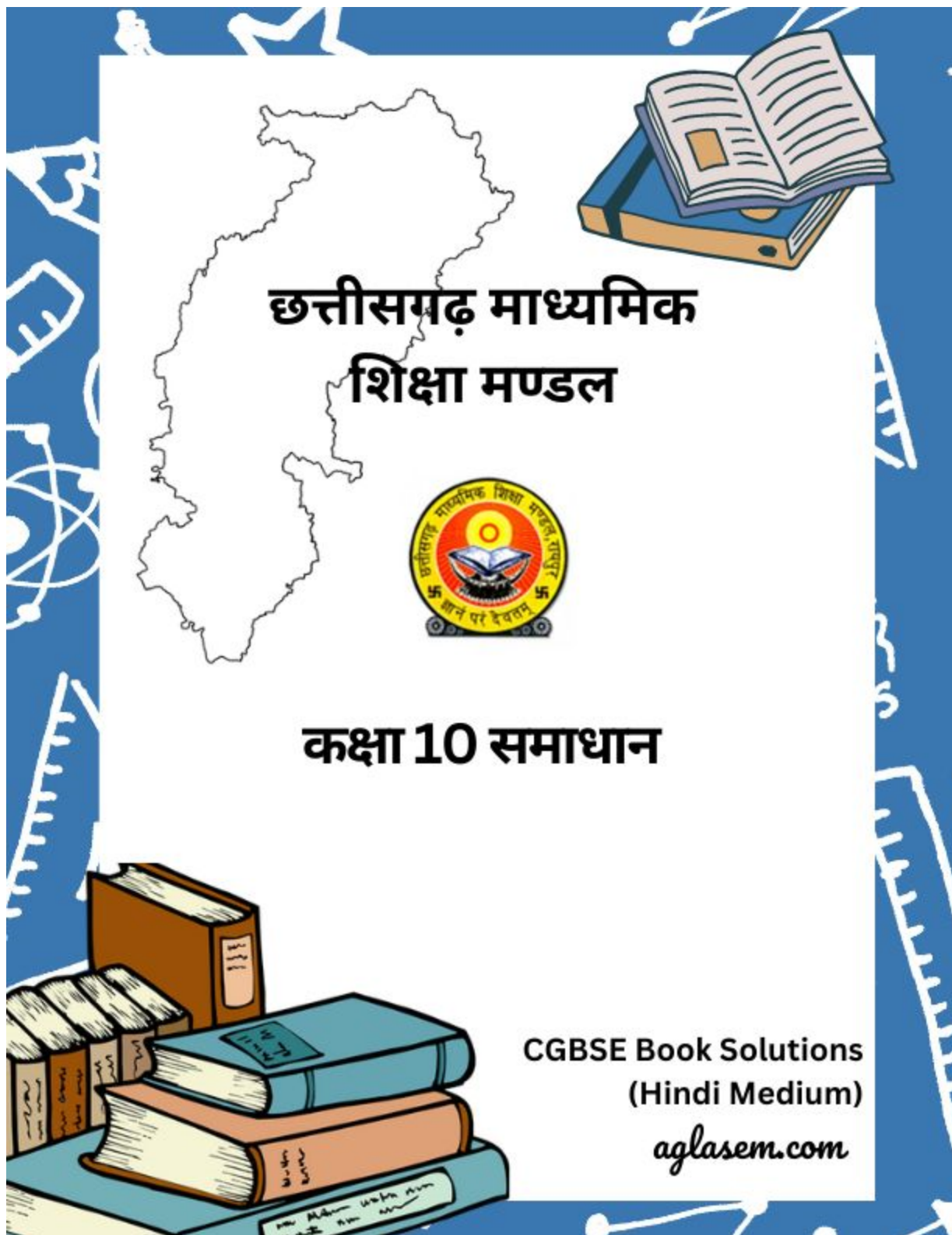


CG Board Class 10 Maths Book Solutions



CG Board Class 10 Math : Part 1 Solutions

Chapter 2

दो चरों का रैखिक समीकरण

करके देखें:-

Page No.: 31

प्रश्न 1. एक थैले में 50 पैसे के सिक्के हैं। इन सिक्कों की संख्या ज्ञात कीजिए यदि थैले में 30 रुपये हैं।

हल: माना थैले में 50 पaise के x सिक्के हैं।

$\therefore x$ सिक्कों की कीमत $= x \times \frac{1}{2}$ रु.

चूँकि थैले में 30 रु. हैं। अतः x सिक्कों की कीमत

$$x \times \frac{1}{2} \text{ रु.} = 30 \text{ रु.}$$

$$\Rightarrow x = 30 \times 2$$

$$= 60$$

अतः 50 पैसे के सिक्कों की संख्या = 60 **उत्तर**

Page No.: 31

प्रश्न 2. एक समकोण त्रिभुज के एक कोण का माप 60° है तो, दूसरे कोण की माप ज्ञात कीजिए।

हल - माना समकोण त्रिभुज के दूसरे कोण की माप x° है।

दिया है, एक कोण की माप 60° है।

चूँकि त्रिभुज समकोण त्रिभुज है, अतः तीसरा कोण 90° का होगा।

$$\therefore 60^\circ + x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 180^\circ - 150^\circ$$

$$= 30$$

अतः दूसरा कोण 30° का होगा। **उत्तर**

Page No.: 31

प्रश्न 3. पिता की आयु पुत्र की आयु की दुगुनी है, तो दोनों की वर्तमान आयु क्या होगी?

हल - माना पुत्र की वर्तमान आयु x वर्ष है, तब

प्रश्नानुसार, पिता की वर्तमान आयु $2x$ वर्ष होगी।

अतः x के अलग - अलग मान के लिए दोनों की आयु के अलग - अलग मान प्राप्त किए जा सकते हैं।

करके देखें -

Page No.: 32

प्रश्न 1. किन्हीं दो संख्याओं का योग 8 है।

हल - माना दो संख्याएं x तथा y हैं। तब, प्रश्नानुसार

$$x + y = 8$$

x के विभिन्न मानों के लिए y के विभिन्न मान प्राप्त किए जा सकते हैं।

अब, $x = 1$ हेतु, $1 + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 1 = 7$

$x = 2$ हेतु, $2 + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 2 = 6$

$x = 3$ हेतु, $3 + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 3 = 5$

$x = 4$ हेतु, $4 + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 4 = 4$

$x = 5$ हेतु, $5 + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 5 = 3$

इसी प्रकार, y के विभिन्न मान लेकर x के विभिन्न मान प्राप्त किए जा सकते हैं। **उत्तर**

Page No.: 32

प्रश्न 2. शशांक और उसके पिता की आयु का अंतर 30 वर्ष है।

हल - माना शशांक की आयु x वर्ष तथा उसके पिता की आयु y वर्ष है। तब,

प्रश्नानुसार, $y - x = 30$

x के विभिन्न मानों के लिए, y के विभिन्न मान प्राप्त किए जा सकते हैं।

जैसे - $x = 5$ वर्ष, तब

$$y - 5 = 30$$

$$\Rightarrow y = 30 + 5$$

$$= 35 \text{ वर्ष}$$

$x = 20$ वर्ष, तब

$$y - 20 = 30$$

$$\Rightarrow y = 30 + 20$$

= 50 वर्ष इत्यादि। उत्तर

Page No.: 32

प्रश्न 3. एक थैले में 1 रु. के व 5 रु. के 100 सिक्के रखे हैं।

हल - माना 1 रु. के सिक्कों की संख्या x तथा 5 रु. के सिक्कों की संख्या y है, तब प्रश्नानुसार,
 $x + y = 100$

x के विभिन्न मानों के लिए y के विभिन्न मान प्राप्त किए जा सकते हैं।

जैसे - $x = 5$, तब

$$5 + y = 100$$

$$\Rightarrow y = 100 - 5$$

= 95 इत्यादि। उत्तर

Page No.: 32

प्रश्न 4. एक दुकान में 3 पेन और 4 कॉपियों का मूल्य 105 रु. है।

हल - माना 1 पेन का मूल्य x रु. तथा 1 कॉपी का मूल्य y रु. है। तब, प्रश्नानुसार, $3x + 4y = 105$

Page No.: 32

प्रश्न 5. किसी स्थान पर कुछ मुर्गियां व कुछ गायें हैं, जिनके पैरों की संख्या 60 है।

हल - माना मुर्गियों की संख्या = x तथा गायों की संख्या = y

चूँकि एक मुर्गी के दो पैर होते हैं,

$\therefore$ मुर्गी के पैरों की संख्या = $2x$ तथा

चूँकि एक गाय के चार पैर होते हैं, अतः

गाय के पैरों की संख्या = $4y$

अतः कथन के अनुसार,

$$2x + 4y = 60$$

माना, मुर्गियों की संख्या 20 हैं , तब

$$2 \times 20 + 4y = 60$$

$$\Rightarrow 4y = 60 - 40 = 20$$

$$\therefore y = \frac{20}{4} = 5$$

अतः गायों की संख्या 5 होगी। उत्तर

सोचें एवं चर्चा करें -

Page No.: 34

प्रश्न. क्या निम्नलिखित परिस्थितियों से बने समीकरणों से जवाब मिल सकते हैं? यदि नहीं तो क्यों नहीं ?

प्रश्न 1. किसी समान्तर चतुर्भुज में आसन्न कोणों के युग्म में से एक कोण का माप दूसरे कोण का $\frac{4}{5}$ गुना है। कोणों के माप पता करें।

हल - माना समान्तर चतुर्भुज के $\angle A = x^\circ$

$$\begin{aligned}\text{तब } \angle B &= \frac{4}{5} \angle A \text{ (प्रश्नानुसार)} \\ &= \frac{4}{5} \cdot x\end{aligned}$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x + \frac{4}{5}x = 180$$

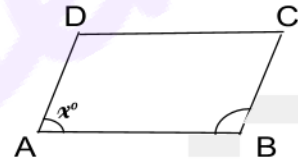
$$\Rightarrow \frac{9x}{5} = 180$$

$$\Rightarrow x = \frac{180 \times 5}{9} = 20 \times 5 = 100^\circ$$

$$\text{तब } \angle A = x = 100^\circ$$

$$\angle B = \frac{4}{5}x = \frac{4}{5} \times 100 = 80^\circ$$

$$\text{अब, } \angle C = 180 - 80 = 100^\circ$$



तथा $\angle D = 180^\circ - \angle C = 180 - 100 = 80^\circ$ उत्तर

Page No.: 34

प्रश्न 2. एक वृक्ष पर बैठे हुए मैना और कोयलों की संख्या 15 है। यदि उनके पैरों की संख्याओं का योग 36 है तब मैना व कोयलों की संख्या बताइए।

हल - माना मैना की संख्या x तथा कोयलों की संख्या y हैं।

तब, प्रश्नानुसार $x + y = 15$ (1)

अब, चूँकि मैना और कोयल में से प्रत्येक के दो - दो पैर होते हैं।

$\therefore$ मैना के पैरों की संख्या $= 2x$ तथा

कोयल के पैरों की संख्या $= 2y$

तब, प्रश्नानुसार, $2x + 2y = 36$

$\Rightarrow 2(x + y) = 36$

$\Rightarrow x + y = \frac{36}{2} = 18$ (2)

चूँकि समी. (1) और (2) से x और y का योग अलग - अलग प्राप्त हो रहा है, अतः प्रश्न का हल संभव नहीं है।

उत्तर

Page No.: 34

प्रश्न 3. एक टोकरी में सेब और आम की कुल संख्या 39 है। यदि दूसरी टोकरी में कुछ आम और कुछ संतरे हैं तब दूसरी टोकरी में कितने आम रखे हैं ?

हल: प्रश्न का हल संभव नहीं है। क्योंकि पहली टोकरी के फलों का दूसरी टोकरी के फलों से कोई संबंध नहीं बताया गया है।

करके देखें -

Page No.: 36

प्रश्न. $x + y = 8$ व $y = 3x$ को ग्राफ पर दर्शाकर हल निकालें।

हल - $x + y = 8$ (1)

समी. (1) हेतु सारणी बनाते हैं।

$$x + y = 8$$

$\Rightarrow y = 8 - x$ (2)

समी. (2) में $x = 2, 4, 6$ रखने पर,

$$y = 6, 4, 2$$

अतः

सारणी - 1			
x	2	4	6
y	6	4	2

इसी प्रकार, $y = 3x$ हेतु सारणी बनाते हैं।

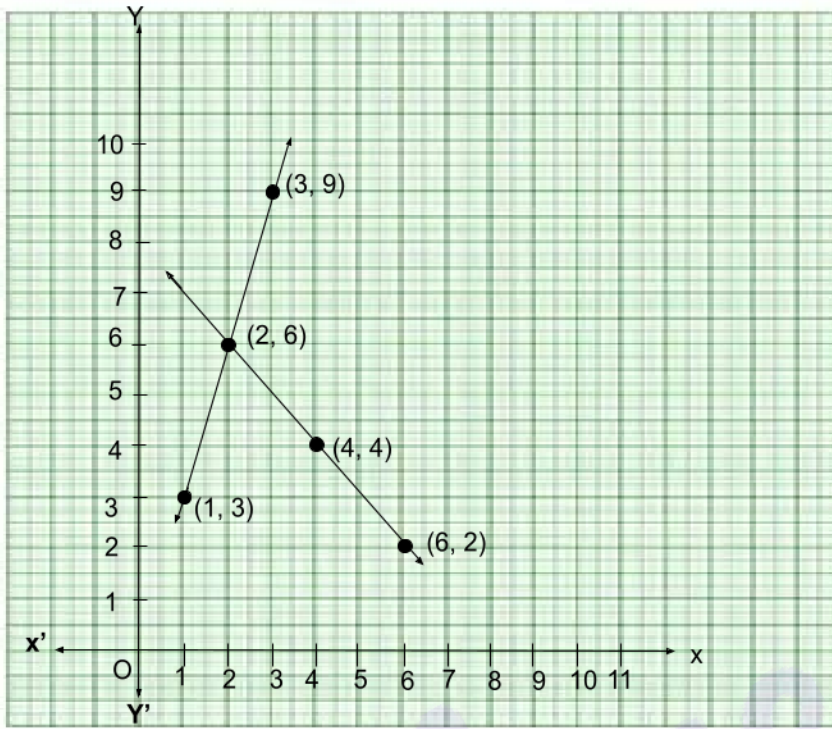
$$y = 3x \quad \dots\dots\dots(3)$$

समी. (3) में $x = 1, 2, 3$ रखने पर, $y = 3, 6, 9$

अतः

सारणी - 2			
x	1	2	3
y	3	6	9

अब दोनों सारणियों की सहायता से आलेख खींचते हैं।



ग्राफ (आलेख) द्वारा प्रदर्शित रेखाओं का प्रतिच्छेद बिंदु (2, 6) है।

अतः $x = 2$

$y = 6$

∴ यही समी. निकाय का हल है। उत्तर

Page No.: 42

प्रश्न 1. निम्नलिखित कथनों का समीकरण के रूप में लिखिए-

(i) एक विद्यालय के क्रिकेट कोच ने 3 बल्ले और 6 गेंदें 3900 रुपये में खरीदी। वहीं से उन्होंने 1 बल्ला और 2 गेंदें 1300 रुपये में खरीदी।

हल: माना 1 बल्ला की कीमत = x रुपये

तथा 1 गेंद की कीमत = y रुपये

तब प्रश्नानुसार,

प्रथम स्थिति हेतु समीकरण $3x + 6y = 3900$

द्वितीय स्थिति हेतु समीकरण $x + 2y = 1300$. उत्तर

Page No.: 42

(ii) दो संख्याओं का योग 16 तथा उनका अंतर 8 है।

हल: माना वे संख्याएँ x तथा y है।

तब प्रश्नानुसार,

प्रथम स्थिति हेतु समीकरण $x + y = 16$

द्वितीय स्थिति हेतु समीकरण $x - y = 8$. उत्तर

Page No.: 42

(iii) एक फल की दुकान पर 2 किग्रा. सेब तथा 1 किग्रा. अंगूर का मूल्य 160 रुपये था।

उसी दुकान पर 4 किग्रा सेब व 2 किग्रा. अंगूर का मूल्य 300 रुपये था।

हल: माना 1 किग्रा सेब की कीमत = x रुपये

तथा 1 किग्रा. अंगूर की कीमत = y रुपये

तब प्रश्नानुसार,

प्रथम स्थिति हेतु समीकरण $2x + y = 160$

द्वितीय स्थिति हेतु समीकरण $4x + 2y = 300$. उत्तर

Page No.: 42

(iv) नरेश ने अपनी पुत्री से कहा कि 7 साल पहले मेरी आयु तुम्हारी आयु से 7 गुनी थी और अब से 3 साल बाद मेरी आयु तुम्हारी आयु की 3 गुनी हो जायेगी।

हल: माना नरेश की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा उनकी पुत्री की वर्तमान = y वर्ष

तब प्रश्नानुसार, 7 वर्ष पहले नरेश की आयु = $(x - 7)$ वर्ष

7 वर्ष पहले पुत्री की आयु वर्ष = $(y - 7)$

∴ प्रथम स्थिति हेतु समीकरण, $(x - 7) = 7(y - 7)$

$$x - 7 = 7y - 49$$

$$x - 7y + 49 - 7 = 0$$

$$x - 7y + 42 = 0$$

अब 3 साल बाद नरेश की आयु = $(x + 3)$ वर्ष

3 साल बाद उसकी पुत्री की आयु = $(y + 3)$ वर्ष

∴ द्वितीय स्थिति हेतु समीकरण

$$(x + 3) = 3(y + 3)$$

$$\Rightarrow x + 3 = 3y + 9$$

$$\Rightarrow x - 3y + 3 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow x - 3y - 6 = 0. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 43

(v) एक व्यक्ति घर से कार्यालय तक जाने के लिए 90 किमी. दूरी तय करता है इसके लिए वह ट्रेन और टैक्सी का प्रयोग करता है। व्यक्ति द्वारा टैक्सी से तय की गई दूरी ट्रेन से तय की गई दूरी की दुगुनी है।

हल: माना ट्रेन द्वारा तय की गई दूरी = x किमी.

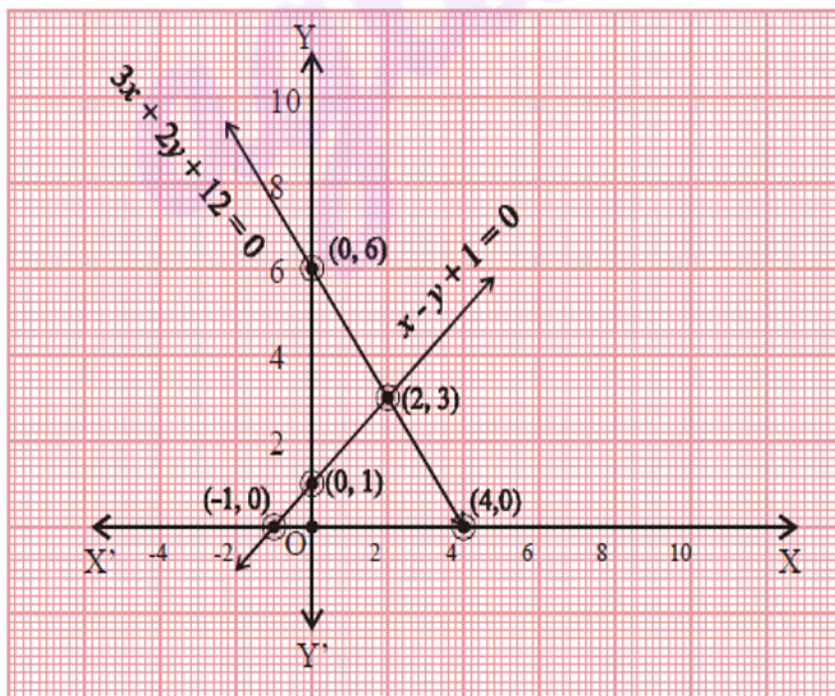
तथा टैक्सी द्वारा तय की गई दूरी = y किमी.

तब प्रश्नानुसार, प्रथम स्थिति हेतु समीकरण $y = 2x$

$$\Rightarrow y - 2x = 0.$$

Page No.: 43

प्रश्न 2. निम्नलिखित समीकरणों के आलेख चित्रों को देखकर उनके हल के बारे में पता करें।



(अ) समीकरण

$3x + 2y - 12 = 0$, $x - y + 1 = 0$ हल है। तब, x व y के मान होंगे - .

हल: दिए गये समीकरण का एक अद्वितीय हल होगा, क्योंकि रेखाएँ बिंदु $(2, 3)$ पर एक - दूसरे को काटती हैं, अतः अभीष्ट हल $x = 2$, $y = 3$.



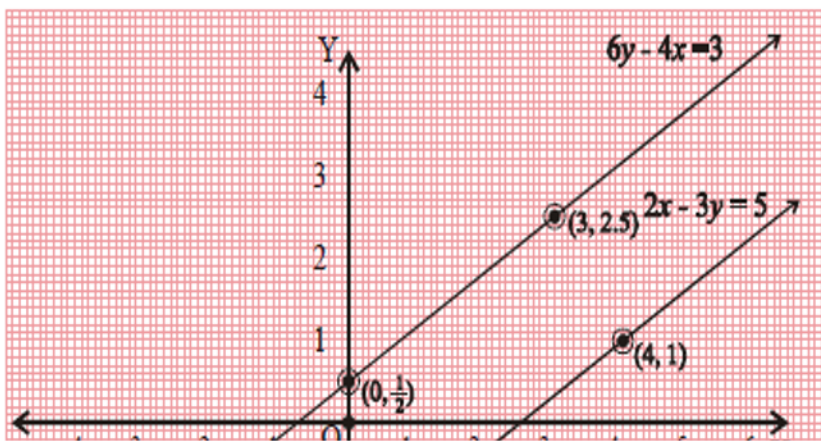
Page No.: 43

(ब) समीकरण

$3x + 6y = 15$, $x + 2y = 5$ में हल है। तब, x व y के मान होंगे -

हल: दिये गये समीकरण के अनेक हल हैं, क्योंकि दोनों समीकरण के आलेख संपाती रेखाएँ हैं।

Page No.: 44

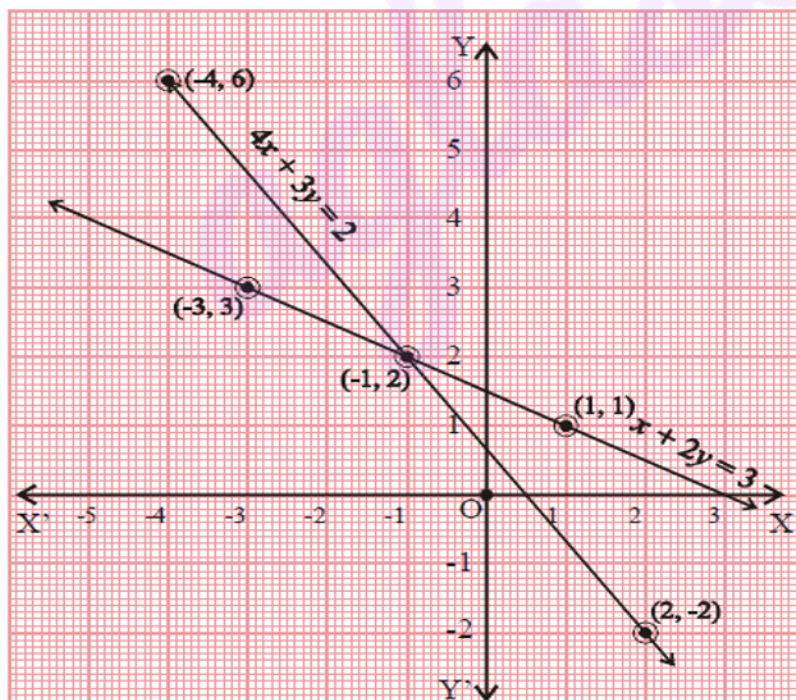


(स) समीकरण

$-4x + 6y = 3$, $2x - 3y = 5$ में..... हल है। तब, x व y के मान होंगे -

हल: दिये गये समीकरण का कोई हल नहीं होगा। क्योंकि समीकरण का आलेख समांतर रेखाएँ हैं जो कभी भी एक - दूसरे को नहीं काटती हैं।

Page No.: 44



(द) समीकरण

$x + 2y = 3, 4x + 3y = 2$ में..... हल है। तब, x व y के मान होंगे -

हल: दिए गये समीकरण का एक अद्वितीय हल होगा, क्योंकि रेखाएँ बिंदु $(-1, -2)$ पर एक -
दूसरे को काटती हैं, अतः अभीष्ट हल $x = -1, y = 2$.

सोचें व चर्चा करें-

Page No.: 55

दिए गए समीकरण निकाय

$$2x + 5y = 1$$

$2x + 3y = 3$ को विभिन्न समूहों में बाँटकर अलग - अलग विधियों से हल करें प्राप्त मानों पर चर्चा करें कि क्या प्रत्येक विधि से प्राप्त मान समान है ?

हल - दिया गया समीकरण निकाय -

$$2x + 5y = 1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$2x + 3y = 3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

प्रतिस्थापन विधि -

समी. (1) से, $2x + 5y = 1$

$$\Rightarrow 2x = 1 - 5y$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 - 5y}{2}$$

x के इस मान को समी. (2) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$2\left(\frac{1 - 5y}{2}\right) + 3y = 3$$

$$1 - 5y + 3y = 3$$

$$-2y = 3 - 1$$

$$y = \frac{2}{-2} = -1$$

अतः $x = \frac{1 - 5y}{2}$ से,

$$x = \frac{1 - 5 \times (-1)}{2}$$

$$= \frac{1 + 5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\therefore x = 3, y = -1.$$

उत्तर

विलोपन विधि -

$$2x + 5y = 1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$2x + 3y = 3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ \hline \text{घटाने पर} \quad 2y = -2 \end{array}$$

$$\therefore y = \frac{-2}{2} = -1$$

y के मान को समी. (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$2x + 5(-1) = 1$$

$$\Rightarrow 2x - 5 = 1$$

$$\Rightarrow 2x = 1 + 5$$

$$\therefore x = \frac{6}{2} = 3$$

$$\text{अतः } x = 3, y = -1.$$

उत्तर

वज्र गुणन विधि -

$$2x + 5y - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$2x + 3y - 3 = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1} \text{ से,}$$

$$\frac{x}{5(-3) - (-1)(3)} = \frac{y}{-1.2 - 2(-3)} = \frac{1}{2.3 - 5.2}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-15+3} = \frac{y}{-2+6} = \frac{1}{6-10}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-12} = \frac{y}{4} = \frac{1}{-4}$$

$$\therefore \frac{x}{-12} = \frac{1}{-4} \text{ से,}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-12}{-4} = 3$$

$$\text{तथा } \frac{y}{4} = \frac{1}{-4} \text{ से,}$$

$$\Rightarrow y = \frac{4}{-4} = -1$$

अतः $x = 3, y = -1$.

इस प्रकार तीनों विधियों से हम देखते हैं कि, x और y के प्रत्येक विधि से प्राप्त मान एक समान हैं।
उत्तर

Page No.: 55

प्रश्न. 1. जाँचिए कि (अ) व (ब) में कौन दिए गए समीकरणों के हल हैं ?

(अ) $x = 2, y = 5$

हल: (i) $x + y = 7$

(अ) इस समीकरण में $x = 2$ तथा $y = 5$ रखने पर,

$$2 + 5 = 7$$

$$7 = 7 \text{ जो सत्य है।}$$

अतः $x = 2, y = 5$ समीकरण के हल है।

(ब) इस समीकरण में $x = -1$ तथा $y = 3$ रखने पर,

$$-1 + 3 = 7$$

$$2 = 7$$

संभव नहीं है।

अतः $x = -1$ तथा $y = 3$ दिये गये समीकरण के हल नहीं है।

जो

हल : (ii) $2x + 5y = 13$.

(अ) इस समीकरण में $x = 2$, $y = 5$ रखने पर,

$$2(2) + 5(5) = 13$$

$$4 + 25 = 13$$

$$29 = 13 \text{ जो संभव नहीं है।}$$

अतः $x = 2$, $y = 5$ दिये गये समीकरण के हल नहीं है।

(ब) इस समीकरण में $x = -1$, $y = 3$ रखने पर,

$$2(-1) + 5(3) = 13$$

$$-2 + 15 = 13$$

$$13 = 13 \text{ जो सत्य नहीं है।}$$

अतः $x = -1$, $y = 3$ दिये गये समीकरण के हल है।

हल : (iii) $2x - 3y = -11$.

(अ) इस समीकरण में $x = 2$, $y = 5$ रखने पर,

$$2(2) - 3(5) = -11$$

$$4 - 15 = -11$$

$$-11 = -11 \text{ जो सत्य है।}$$

अतः $x = 2$, $y = 5$ दिये गये समीकरण के हल है।

(ब) इस समीकरण में $x = -1$, $y = 3$ रखने पर,

$$2(-1) - 3(3) = -11$$

$$-2 - 9 = -11$$

$$-11 = -11 \text{ जो सत्य है।}$$

अतः $x = -1$, $y = 3$ दिये गये समीकरण के हल हैं।

हल : (iv) $5x + 3y = 4$.

(अ) इस समीकरण में $x = 2, y = 5$ रखने पर,

$$5(2) + 3(3) = 4$$

$$10 + 15 = 4$$

$25 = 4$ जो संभव नहीं है।

अतः $x = 2, y = 5$ दिये गये समीकरण के हल नहीं हैं।

(ब) इस समीकरण में $x = -1, y = 3$ रखने पर,

$$5(-1) + 3(3) = 4$$

$$-5 + 9 = 4$$

$4 = 4$ जो सत्य है।

अतः $x = -1, y = 3$ दिये गये समीकरण के हल हैं।

Page No.: 55

प्रश्न 2. जाँचिए कि (अ) व (ब) में कौन से दिये गए समीकरणों के हल हैं?

(अ) $x = 3, y = -1$ (ब) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$.

(i) $2x + 5y = 1$ (ii) $x + y = 5xy$

$$2x + 3y = 3 \qquad 3x + 2y = 13xy.$$

(iii) $2x - \frac{3}{y} = 9$ (iii) $2x + 5y = \frac{8}{3}$

$$3x + \frac{7}{y} = 9 \qquad 3x - 2y = \frac{5}{6}.$$

हल: (i) $2x + 5y = 1$ (1)

$$2x + 3y = 3 \quad \text{.....(2)}$$

(अ) समीकरण (1) में $x = 3, y = -1$ रखने पर,

$$2(3) + 5(-1) = 1$$

$$6 - 5 = 1$$

$1 = 1$ जो सत्य है।

पुनः समीकरण (2) में $x = 3, y = -1$ रखने पर,

$$2(3) + 3(-1) = 3$$

$$6 - 3 = 3$$

$3 = 3$ जो सत्य है।

अतः $x = 3, y = -1$ दिये गये समीकरण निकाय के हल हैं।

(ब) समीकरण (1) में $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$ रखने पर,

$$2\left(\frac{1}{2}\right) + 5\left(\frac{1}{3}\right) = 1$$

$$1 + \frac{5}{3} = 1$$

$$\frac{3+5}{3} = 1$$

$$\frac{8}{3} = 1 \text{ जो सत्य नहीं है।}$$

अतः $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$ दिये गये समीकरण के हल नहीं हैं।

हल : (ii) $x + y = 5xy$ (1)

$$3x + 2y = 13xy \text{(2)}$$

(अ) समीकरण (1) में $x = 3, y = -1$ रखने पर,

$$3 - 1 = 5(3)(-1)$$

$$2 = -15 \text{ जो सत्य नहीं है।}$$

अतः $x = 3, y = -1$ दिये गये समीकरण के हल नहीं हैं।

(ब) समीकरण (1) में $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$ रखने पर,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 5\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{6} \text{ जो सत्य है।}$$

पुनः समीकरण (2) में $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ रखने पर,

$$3\left(\frac{1}{2}\right) + 2\left(\frac{1}{3}\right) = 13\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{13}{6}$$

$$\frac{13}{6} = \frac{13}{6} \text{ जो सत्य है।}$$

अतः $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ दिये गये समीकरण के हल है।

$$\text{हल : (iii) } 2x - \frac{3}{y} = 9 \dots\dots(1)$$

$$3x + \frac{7}{y} = 2 \dots\dots(2)$$

(अ) समीकरण (1) में $x = 3$, $y = -1$ रखने पर,

$$2(3) - \left(\frac{3}{-1}\right) = 9$$

$$6 + 3 = 9$$

$$9 = 9 \text{ जो सत्य है।}$$

पुनः समीकरण (2) में $x = 3$, $y = -1$ रखने पर,

$$3(3) - \left(\frac{7}{-1}\right) = 2$$

$$9 - 7 = 2$$

$$2 = 2 \text{ जो सत्य है।}$$

अतः $x = 3$, $y = -1$ दिये गये समीकरण के हल है।

(ब) समीकरण (1) में $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ रखने पर,

$$2\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3}{\frac{1}{3}}\right) = 9$$

$$1 - 9 = 9$$

$-8 = 9$ जो सत्य नहीं है।

$\therefore x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ दिये गये समीकरण के हल नहीं है।

हल: (iv) $2x + 5y = \frac{8}{3}$ (1)

$$3x - 2y = \frac{5}{6} \quad \text{.....(2)}$$

(अ) समीकरण (1) में $x = 3$, $y = -1$ रखने पर,

$$2(3) + 5(-1) = \frac{8}{3}$$

$$6 - 5 = \frac{8}{3}$$

$$+1 = \frac{8}{3} \text{ जो सत्य नहीं है।}$$

अतः $x = 3$, $y = -1$ दिये गये समीकरण निकाय के हल नहीं हैं।

(ब) समीकरण (1) में $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ रखने पर,

$$2\left(\frac{1}{2}\right) + 5\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}$$

$$1 + \frac{5}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{3+5}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{8}{3} \text{ जो सत्य है।}$$

पुनः समीकरण (2) में $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ रखने पर,

$$3\left(\frac{1}{2}\right) - 2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{9-4}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{6} \text{ जो सत्य है।}$$

अतः $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$ दिये गये समीकरण के हल है।

Page No.: 55

प्रश्न 3. निम्न समीकरणों को किसी भी विधि से हल कीजिए -

Page No.: 55

(i) $x - y = -1$

$$3x - 2y = 12.$$

हल : $x - y = -1$ (1)

$$3x - 2y = 12$$
(2)

प्रतिस्थापन विधि - समीकरण (1) से,

$$x = -1 + y$$
(3)

समी. (1) से, x के मान को समी. (2) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$3(-1 + y) - 2y = 12$$

$$-3 + 3y - 2y = 12$$

$$y = 12 + 3 = 15$$

समी. (3) से, $x = -1 + 15 = 14$

अतः अभीष्ट हल $x = 14$, $y = 15$. **उत्तर**

Page No.: 55

(ii) $x - 2y = 5$ (1)

$2x - 4y = 6$ (2)

हल : $x - 2y = 5$ (1)

$2x - 4y = 6$ (2)

प्रतिस्थापन विधि - समीकरण (1) से,

$x = -1 + y$ (3)

समी. (3) से, x के मान को समी. (2) में प्रतिस्थापित करने पर,

$2(5 + 2y) - 4y = 6$

$10 + 4y - 4y = 6$

$\Rightarrow 10 = 6$ जो संभव नहीं है।

अतः समीकरण के कोई हल नहीं है। **उत्तर**

Page No.: 55

(iii) $x + y = 6$

$x = y + 2$.

हल: $x + y = 6$ (1)

$x = y + 2$ (2)

समी. (2) से, x के मान को समी. (1) में रखने पर,

$(y + 2) + y = 6$

$2y = 6 - 2$

$2y = 4$

$y = 2$

समी. (2) में $y = 2$ रखने पर,

$$x = 2 + 2$$

$$x = 4$$

अतः अभीष्ट हल $x = 4, y = 2$. **उत्तर**

Page No.: 55

(iv) $5x - 8y = -1$

$$3x - \frac{24}{5}y + \frac{3}{5} = 0.$$

हल: $5x - 8y = -1$ (1)

$$3x - \frac{24}{5}y + \frac{3}{5} = 0$$
(2)

विलोपन विधि - समीकरण (1) को 3 से गुणा तथा समी. (2) को 5 से गुणा करके घटाने पर,

$$3 \times [5x - 8y = -1]$$

$$5 \times [3x - \frac{24}{5}y + \frac{3}{5} = 0]$$

$$\Rightarrow 15x - 24y = -3$$

$$15x - 24y + 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline -3 = -3 \end{array}$$

जो सत्य है कि तथा x तथा y दोनों एक साथ विलोपित हो जाते हैं अतः इस समीकरण निकाय के अनेक हल हैं। **उत्तर**

Page No.: 56

(v) $3x - 4y - 1 = 0$

$$2x - \frac{8}{3}y + 5 = 0.$$

हल: $3x - 4y = 1$ (1)

$$2x - \frac{8}{3}y + 5 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

विलोपन विधि - समीकरण (1) में 2 का गुणा एवं (2) में 3 का गुणा करके घटाने पर,

$$2 \times [3x - 4y - 1 = 0]$$

$$3 \times \left[2x - \frac{8}{3}y + 5 = 0 \right]$$

$$\Rightarrow 6x - 8y - 2 = 0$$

$$6x - 8y + 15 = 0$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline -17 = 0 \end{array}$$

जो सत्य नहीं है अतः दिये गये समीकरण निकाय का कोई हल नहीं है। **उत्तर**

Page No.: 56

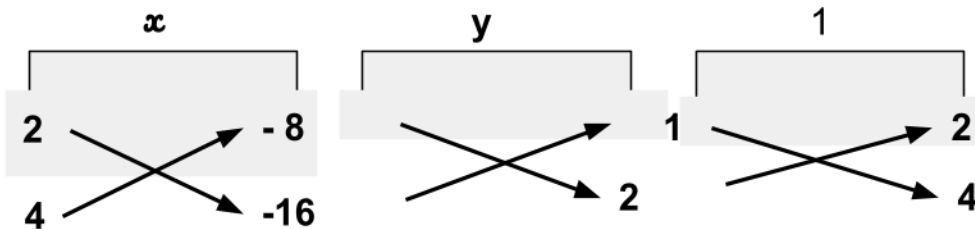
(vi) $x + 2y = 8$

$$2x + 4y = 16.$$

हल: $x + 2y = 8 \dots\dots\dots(1)$

$$2x + 4y = 16 \dots\dots\dots(2)$$

वज्र गुणन विधि -



$$\frac{x}{2(-16) - (4)(-8)} = \frac{y}{(-8)(2) - (-16)(1)} = \frac{1}{(1)(4) - (2)(2)}$$

$$\frac{x}{-32 + 32} = \frac{y}{-16 + 16} = \frac{1}{4 - 4}$$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x}{0} = \frac{y}{0} = \frac{1}{0}$$

$$\therefore x = \frac{0}{0} = \infty$$

$$\text{इसी प्रकार } y = \frac{0}{0} = \infty$$

अतः अनंततः इस समीकरण के अनेक हल होंगे। **उत्तर**

Page No.: 56

प्रश्न 4. निम्नलिखित समीकरण निकायों को दिये गये चरों के लिए हल कीजिए -

(i) $x + y = 7$

$$x - y = -1.$$

हल : $x + y = 7$ (1)

$$x - y = -1 \quad \text{.....(2)}$$

विलोपन विधि -

समी. (1) व समी. (2) को जोड़ने पर,

$$x + y = 7$$

$$x - y = -1$$

$$\hline 2x = 6$$

$$x = 3$$

समी. (1) में $x = 3$ रखने पर,

$$3 + y = 7$$

$$y = 7 - 3 = 4$$

अतः समीकरण निकाय का हल $x = 3, y = 4$. उत्तर

Page No.: 56

(ii) $2x + y = 8$.

$$x - 2y = -1.$$

हल: $2x + y = 8$ (1)

$$x - 2y = -1. \quad \text{.....(2)}$$

प्रतिस्थापन विधि -

समी. (2) से,

$$x - 2y = -1$$

$$x = -1 + 2y$$

समी. (3) से x के मान को समी. (1) में रखने पर,

$$2(-1 + 2y) + y = 8$$

$$-2 + 4y + y = 8$$

$$5y = 8 + 2 = 10$$

$$y = 2$$

y के इस मान को समी. (3) में रखने पर,

$$x = -1 + 2(2)$$

$$= -1 + 4 = 3 \quad \text{उत्तर}$$

अतः अभीष्ट हल $x = 3, y = 2$.

Page No.: 56

(iii) $4x + 3y = 5$

$$2x - y = 2.$$

हल: $4x + 3y = 5$ (1)

$$2x - y = 2 \text{(2)}$$

समी. (2) से,

$$2x - y = 2$$

$$2x - 2 = y$$

$$\therefore y = 2x - 2 \text{(3)}$$

समी. (3) से y के मान को समी. (1) में रखने पर,

$$4x + 3(2x - 2) = 5$$

$$\Rightarrow 4x + 6x - 6 = 5$$

$$\Rightarrow 10x = 5 + 6 = 11$$

$$x = \frac{11}{10}$$

x के इस मान को समी. (3) में रखने पर,

$$y = 2 \times \frac{11}{10} - 2$$

$$y = \frac{11}{5} - 2$$

$$y = \frac{11 - 10}{5}$$

$$= \frac{1}{5}$$

अतः अभीष्ट हल $x = \frac{11}{10}$, $y = \frac{1}{5}$

या $x = 1.1$, $y = 0.2$ उत्तर

Page No.: 56

(iv) $\sqrt{7}x + \sqrt{11}y = 0$

$$\sqrt{3}x - \sqrt{5}y = 0.$$

$$\text{हल: } \sqrt{7}x + \sqrt{11}y = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\sqrt{3}x - \sqrt{5}y = 0 \dots\dots\dots(2)$$

विलोपन विधि -

समी. (1) में $\sqrt{5}$ का गुणा एवं समी. (2) में $\sqrt{11}$ का गुणा करके जोड़ने पर,

$$\sqrt{5} \times [\sqrt{7}x + \sqrt{11}y = 0]$$

$$\sqrt{11} \times [\sqrt{3}x - \sqrt{5}y = 0]$$

$$\Rightarrow \sqrt{35}x + \sqrt{55}y = 0$$

$$\sqrt{33}x - \sqrt{55}y = 0$$

$$x[\sqrt{35} + \sqrt{33}] = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

समी. (1) में $x = 0$ रखने पर,

$$\sqrt{7}(0) + \sqrt{11}y = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{11}y = 0$$

$$\Rightarrow y = 0$$

अंतः अभीष्ट हल $x = 0, y = 0$. **उत्तर**

Page No.: 56

प्रश्न 5. 15 किग्रा. चाय व 17 किग्रा. कॉफी का मूल्य 183 रुपये तथा 25 किग्रा. चाय व 13 किग्रा. कॉफी का मूल्य 213 रुपये है। 7 किग्रा. चाय और 1 किग्रा. कॉफी का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल: माना 1 किग्रा चाय का मूल्य = x किग्रा

1 किग्रा कॉफी का मूल्य = y किग्रा

अतः प्रश्नानुसार,

प्रथम शर्त हेतु समीकरण

$$15x + 17y = 183 \quad \dots\dots\dots(1)$$

द्वितीय शर्त हेतु समीकरण

$$25x + 13y = 213 \quad \dots\dots\dots(2)$$

विलोपन विधि -

समी. (1) में 5 का गुणा तथा (2) में 3 का गुणा करके घटाने पर,

$$5 \times [15x + 17y = 183]$$

$$3 \times [25x + 13y = 213]$$

$$\Rightarrow 75x + 85y = 915$$

$$75x + 39y = 639$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$46y = 276$$

$$y = 6$$

समी. (1) में $y = 6$ रखने पर,

$$15x + 17(6) = 183$$

$$15x + 102 = 183$$

$$15x = 183 - 102 = 81$$

$$x = \frac{81}{15} = \frac{27}{5}$$

7 किग्रा चाय एवं 1 किग्रा कॉफी का मूल्य = $7x + y$

$$= 7 \times \frac{27}{5} + 6$$

$$= \frac{189 + 30}{5}$$

$$= \frac{219}{5}$$

$$= 43.80 \text{ रुपये}$$

Page No.: 56

प्रश्न 6. एक व्यक्ति के पास कुछ कबूतर व कुछ गायें हैं जिनकी आँखों की कुल संख्या 120 तथा पैरों की कुल संख्या 180 है। बताइए व्यक्ति के पास कितनी गायें व कबूतर हैं?

हल : माना की गायों की संख्या = x

तथा कबूतरों की संख्या = y है।

तब प्रथम शर्त हेतु समीकरण

$$2x + 2y = 120$$

$$\Rightarrow x + y = 60 \dots\dots\dots(1)$$

एवं द्वितीय शर्त हेतु समीकरण

$$4x + 2y = 180$$

$$\Rightarrow 2x + y = 90 \dots\dots\dots(2)$$

[नोट : (i) गाय एवं कबूतर प्रत्येक के दो आँखे होते हैं।]

(ii) गाय के चार पैर तथा कबूतर के दो पैर होते हैं।

समी. (1) में समी. (2) को घटाने पर,

$$x + y = 60$$

$$2x + y = 90$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$-x = -30$$

$$x = 30$$

समी. (1) में x का मान रखने पर,

$$30 + y = 60$$

$$y = 60 - 30$$

$$\Rightarrow y = 30$$

अतः गायों की संख्या = 30 तथा कबूतरों की संख्या = 30 है। उत्तर

Page No.: 56

प्रश्न 7. एक थैले में 50 पैसे और 25 पैसे के कुल 94 सिक्के हैं। यदि थैले में कुल 29.75 रुपये हैं, तब बताइये कि थैले में 25 पैसे और 50 पैसे के सिक्कों की संख्या कितनी है?

हल: माना 25 पैसे के सिक्को की संख्या = x

तथा 50 पैसे के सिक्कों की संख्या = y

तब प्रथम शर्त हेतु समीकरण

$$\frac{25x}{100} \text{ रुपये} + \frac{50y}{100} \text{ रुपये} = 29.50 \text{ रुपये}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = 29.50$$

$$\Rightarrow \frac{x + 2y}{4} = 29.50$$

$$\Rightarrow x + 2y = 118.00$$

$$\Rightarrow x + 2y = 118 \quad \dots\dots\dots(2)$$

समी. (2) में y के मान रखने पर,

$$x + 2y = 118$$

$$x + y = 94$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ \hline y = 24 \end{array}$$

समी. (1) में y के मान को रखने पर,

$$x + 24 = 94$$

$$x = 94 - 24$$

$$x = 70$$

अतः 25 पैसे के सिक्कों की संख्या = 70

50 पैसे के सिक्कों की संख्या = 24 उत्तर

Page No.: 56

प्रश्न 8. दो संख्याओं का योग 25 तथा उनके व्युत्क्रमों का योग $\frac{1}{4}$ है। वे संख्याएँ ज्ञात

कीजिए। [संकेत $-(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$]

हल: माना कि संख्याएँ x तथा y हैं।

तब प्रथम शर्त से,

$$x + y = 25 \dots\dots(1)$$

द्वितीय शर्त से,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{y + x}{xy} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4(x + y) = xy$$

$$\Rightarrow 4(25) = xy \text{ [समी. (1) से]}$$

$$\Rightarrow xy = 100 \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{अब } \because (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy \text{ [सूत्र से]}$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 = (25)^2 + 4(100)$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 = 625 - 400$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 = 225$$

$$\Rightarrow x - y = \sqrt{225}$$

$$\Rightarrow x - y = 15 \dots\dots\dots(3)$$

[केवल धनात्मक मान लेने पर]

समी. (1) व (3) को जोड़ने पर,

$$x + y + x - y = 25 + 15$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

समी. (1) में $x = 20$ रखने पर,

$$20 + y = 25$$

$$y = 25 - 20$$

$$y = 5$$

अतः वे संख्याएँ $x = 20, y = 5$. उत्तर

Page No.: 56

प्रश्न 9. दो संख्याओं का अंतर 14 तथा उनके वर्गों का अंतर 448 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

$$[\text{संकेत - } x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)]$$

हल: माना कि वे संख्याएँ x तथा y हैं।

तब प्रथम शर्त हेतु समीकरण

$$x - y = 14 \dots\dots\dots(1)$$

तथा द्वितीय शर्त हेतु समीकरण

$$x^2 - y^2 = 448$$

$$\Rightarrow (x + y)(x - y) = 448$$

$$\Rightarrow (x + y)14 = 448, \text{ [समी. (1) से]}$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{448}{14}$$

$$\Rightarrow x + y = 32$$

समी. (1) व (2) को जोड़ने पर,

$$x - y = 14$$

$$x + y = 32$$

$$2x = 46$$

$$x = 23$$

समी. (2) में $x = 23$ रखने पर,

$$23 + y = 32$$

$$y = 32 - 23 = 9$$

अतः वे संख्याएँ $x = 23$ एवं $y = 9$.

Page No.: 56

प्रश्न 10. दो संख्याओं का गुणनफल 45 तथा उनका योग 14 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल: माना कि वे संख्याएँ x तथा y हैं।

प्रथम शर्त हेतु समीकरण

$$xy = 45 \quad \dots\dots\dots(1)$$

द्वितीय शर्त हेतु समीकरण

$$x + y = 14 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\because (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 = (14)^2 - 4(45),$$

[समी. (1) व (2) से]

$$\Rightarrow (x - y)^2 = 196 - 180$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 = 16$$

$$\Rightarrow x - y = 4$$

समी. (2) व (3) को जोड़ने पर,

$$x + y = 14$$

$$x - y = 4$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

समी. (1) में $x = 9$ रखने पर,

$$9.y = 45$$

$$y = 5$$

अतः वे संख्याएँ $x = 9, y = 5$ है। उत्तर

Page No.: 56

प्रश्न 11. पाँच वर्ष पूर्व मेरी आयु मेरे पुत्र की आयु की तिगुनी थी। दस वर्ष पश्चात् मेरी आयु मेरे पुत्र की आयु की दुगुनी हो जायेगी। मेरी व मेरे पुत्र की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

हल: माना मेरी एवं मेरे पुत्र की वर्तमान आयु x तथा y वर्ष है।

∴ पाँच वर्ष पूर्व मेरी आयु = $(x - 5)$ वर्ष

तथा पाँच वर्ष पूर्व मेरे पुत्र की आयु = $(y - 5)$ वर्ष

∴ प्रथम शर्त हेतु समीकरण

$$(x - 5) = 3 (y - 5)$$

$$\Rightarrow x - 5 = 3y - 15$$

$$\Rightarrow x - 3y - 5 + 15 = 0$$

$$\Rightarrow x - 3y + 10 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

तथा दस वर्ष पश्चात् मेरी आयु = $(x + 10)$ वर्ष

दस वर्ष पश्चात् मेरे पुत्र की आयु = $(y + 10)$ वर्ष

∴ द्वितीय शर्त हेतु समीकरण

$$(x + 10) = 2 (y + 10)$$

$$\Rightarrow x + 10 = 2y + 20$$

$$\Rightarrow x - 2y + 10 - 20 = 0$$

$$\Rightarrow x - 2y - 10 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) व समी. (2) को हल करने पर,

$$x - 3y + 10 = 0$$

$$x - 2y - 10 = 0$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad + \\ \hline -y + 20 = 0 \end{array}$$

$$y = 20$$

समी. (1) में $y = 20$ रखने पर,

$$x - 3(20) + 10 = 0$$

$$x - 50 = 0$$

$$x = 50$$

अतः पिता की आयु $x = 50$ वर्ष तथा पुत्र की आयु $y = 20$ वर्ष होगी। उत्तर

Page No.: 56

प्रश्न 12. दो स्थानों A और B की दूरी 70 किमी है। दो कारें A व B से चलना प्रारंभ करती हैं। यदि वे एक दिशा में चलती हैं तब 7 घंटे बाद एक-दूसरे से मिलती हैं और यदि वे एक-दूसरे की ओर चलती हैं तब 1 घंटे बाद मिलती हैं। कारों की चाल ज्ञात कीजिए।

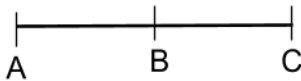
हल: A और B के बीच की दूरी $AB = 70$ किमी।

पहली कार A से और दूसरी कार B से चलना प्रारंभ करती है।

माना दोनों कार C पर मिलती हैं, जब वे एक ही दिशा में चलती हैं।

माना पहली कार की चाल x किमी प्रति घंटा तथा दूसरी कार की चाल y किमी प्रति घंटा है।

तब, चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$ से,



$$x = \frac{AC}{7}$$

∴ पहली कार द्वारा चली दूरी $AC = 7x$ किमी।

इसी प्रकार, दूसरी कार द्वारा चली दूरी $BC = 7y$ किमी

अब, $AC = AB + BC$

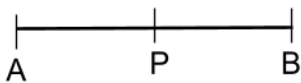
$$\Rightarrow 7x = 70 + 7y$$

$$\Rightarrow 7x - 7y = 70$$

$$\Rightarrow x - y = 10 \quad \dots\dots\dots(1)$$

अब, जब दोनों कार एक - दूसरे की ओर चलती हैं, तब माना वे P पर मिलती हैं।

तब चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$ से,



पहली कार हेतु, $x = \frac{AP}{1}$

$$\therefore AP = x$$

तथा दूसरी कार हेतु, $y = \frac{BP}{1}$

$$\therefore BP = y$$

$$\text{अतः } AP + BP = AB$$

$$\Rightarrow x + y = 70$$

समी. (1) और (2) को हल करने पर

$$x - y = 10$$

$$x + y = 70 \quad \text{जोड़ने पर,}$$

$$2x = 80$$

$$\therefore x = 40$$

x के मान को समी. (1) में रखने पर,

$$40 - y = 10$$

$$\Rightarrow y = 40 - 10 = 30$$

अतः प्रथम कार की चाल = 40 किमी/ घंटा

तथा द्वितीय कार की चाल = 30 किमी/ घंटा ।

Page No.: 56

प्रश्न 13. एक विद्यालय के दो कमरों A और B में कुछ विद्यार्थी बैठे हैं। जब A से 10 विद्यार्थी B में भेज दिए जाते हैं तो दोनों कमरों में विद्यार्थियों की संख्या समान हो जाती है और जब 20 विद्यार्थी B से A में भेज दिए जाते हैं तब A के विद्यार्थियों की संख्या B से दुगुनी हो जाती है। प्रत्येक कमरे के विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: माना कमरे A में विद्यार्थियों की संख्या = x

तथा कमरे B में विद्यार्थियों की संख्या = y

A से 10 विद्यार्थी B में भेज देने पर,

$$A \text{ में विद्यार्थियों की संख्या} = x - 10$$

तथा B में विद्यार्थियों की संख्या = $y + 10$

प्रश्नानुसार,

$$x - 10 = y + 10$$

$$\Rightarrow x - y = 10 + 10$$

$$\Rightarrow x - y = 20$$

B से 20 विद्यार्थी A में भेज दिए जाने पर,

$$A \text{ में विद्यार्थियों की संख्या} = x + 20$$

तथा B में विद्यार्थियों की संख्या = $y - 20$

प्रश्नानुसार,

$$x + 20 = 2(y - 20)$$

$$= 2y - 40$$

$$\Rightarrow x - 2y = -40 - 20$$

$$\Rightarrow x - 2y = -60 \quad \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) और (2) को हल करने पर,

$$x - y = 20$$

$$x - 2y = -60 \quad \text{घटाने पर,}$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad + \\ \hline y = 80 \end{array}$$

समी. (1) में y का मान रखने पर,

$$x - 80 = 20$$

$$\Rightarrow x = 80 + 20 = 100$$

अतः कमरे A में विद्यार्थियों की संख्या = 100

तथा कमरे B में विद्यार्थियों की संख्या = 80 होगी। उत्तर

Page No.: 57

प्रश्न 14. जब किसी आयत की लम्बाई में 5 इकाई की कमी तथा चौड़ाई में 2 इकाई की वृद्धि कर दी जाती है तब उसका क्षेत्रफल 80 वर्ग इकाई कम हो जाता है। जब उसकी लम्बाई में 10 इकाई की वृद्धि और चौड़ाई में 5 इकाई की कमी कर दी जाती है तो आयत का क्षेत्रफल 50 वर्ग इकाई बढ़ जाता है। आयत की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल : माना आयत की लम्बाई = x इकाई

तथा आयत की चौड़ाई = y इकाई

तब आयत का क्षेत्रफल = xy वर्ग इकाई

प्रथम शर्त हेतु समीकरण,

$$(x - 5)(y + 2) = xy - 80$$

घटाने पर,

$$\Rightarrow xy + 2x - 5y - 10 = xy - 80$$

$$\Rightarrow 2x - 5y = -80 + 10$$

$$\Rightarrow 2x - 5y = -70 \quad \dots\dots\dots(1)$$

तथा द्वितीय शर्त हेतु समीकरण,

$$(x + 10)(y - 5) = xy + 50$$

$$\Rightarrow xy - 5x + 10y - 50 = xy + 50$$

$$\Rightarrow -5x + 10y = 50 + 50$$

$$\Rightarrow -x + 2y = 20 \quad \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) में समी. (2) को 2 से गुणा करके जोड़ने पर,

$$2x - 5y - 2x + 4y = -70 + 40$$

$$-y = -30$$

$$\Rightarrow y = 30$$

समी. (2) से,

$$-x + 2(30) = 20$$

$$\Rightarrow -x = 20 - 60 = -40$$

$$x = 40$$

अतः आयत की लम्बाई = 40 इकाई तथा चौड़ाई = 30 इकाई। उत्तर

करके देखें-

Page No.: 59

प्रश्न. निम्न तालिका को पूरा कीजिए -

क्र.	समीकरण निकाय	x के गुणांकों का अनुपात	y के गुणांकों का अनुपात	अचर पदों का अनुपात	अनुपातों में प्राप्त संबंध	समी. निकाय का हल	समी. निकाय का ज्यामितीय अर्थ
1.	$2x - 3y = 1$ $2x - 4y = -4$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{2}$ $= 1$	$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-4}$ $= \frac{3}{4}$	$\frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{-4}$ $= \frac{1}{4}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	अद्वितीय हल	दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ
2.	$x + 2y = 5$ $2x - 3y = -4$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$	$\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-3}$ $= \frac{-3}{2}$	$\frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{-4}$ $= \frac{-5}{4}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	अद्वितीय हल	दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ
3.	$4x - 5y = 3$ $5x - 4y = 5$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{5}$	$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-5}{-4}$ $= \frac{5}{4}$	$\frac{c_1}{c_2} = \frac{3}{5}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	अद्वितीय हल	दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ

4.	$2x + 3y = 5$ $-4x - 6y = 8$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{5}$ $= \frac{-1}{2}$	$\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{-6}$ $= \frac{-1}{2}$	$\frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{8}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ $\neq \frac{c_1}{c_2}$	कोई हल नहीं	दो समांतर रेखाएँ
5.	$3x - 4y = 1$ $6x - 8y = -15$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6}$ $= \frac{1}{2}$	$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{-8}$ $= \frac{1}{2}$	$\frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{-15}$ $= \frac{1}{-15}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ $\neq \frac{c_1}{c_2}$	कोई हल नहीं	दो समांतर रेखाएँ
6.	$x + y = 4$ $2x + 2y = 8$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$	$\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$	$\frac{c_1}{c_2} = \frac{4}{8}$ $= \frac{1}{2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ $= \frac{c_1}{c_2}$	अनंततः अनेक हल	दो संपाती रेखाएँ
7.	$5x - 6y = 4$ $10x - 12y = 8$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{10}$ $= \frac{1}{2}$	$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-6}{-12}$ $= \frac{1}{2}$	$\frac{c_1}{c_2} = \frac{4}{8}$ $= \frac{1}{2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ $= \frac{c_1}{c_2}$	अनंततः अनेक हल	दो संपाती रेखाएँ

Page No.: 62

प्रश्न 1. दर्शाइए कि निम्नलिखित समीकरण निकाय का एक अद्वितीय हल है।

$$3x + 5y = 12$$

$$5x + 3y = 4$$

हल: समीकरण $3x + 5y = 12$ में,

$$a_1 = 3, b_1 = 5, c_1 = 12$$

तथा समीकरण $5x + 3y = 4$ में,

$$a_2 = 5, b_2 = 3, c_2 = 4$$

अब $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{5}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{5}{3}$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

∴ समीकरण का एक अद्वितीय हल है। उत्तर

Page No.: 62

प्रश्न 2. दर्शाइए कि निम्नलिखित निकाय के अनंततः अनेक हल हैं।

$$2x - 3y = 5;$$

$$6x - 9y = 15$$

हल: समीकरण $2x - 3y = 5$ में,

$$a_1 = 2, b_1 = -3, c_1 = 5$$

तथा $6x - 9y = 15$ में,

$$a_2 = 6, b_2 = -9, c_2 = 15$$

$$\text{अब } \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{तथा } \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{3}$$

∴ समीकरण के अनंततः अनेक हल हैं। उत्तर

Page No.: 62

प्रश्न 3.क का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिये निम्न समीकरण निकायों का कोई भी हल न हो-

$$(i) 8x + 5y = 9, kx + 10y = 15.$$

हल: समीकरण $8x + 5y = 9$ में,

$$a_1 = 8, b_1 = 5, c_1 = 9$$

तथा समीकरण $kx + 10y = 15$ में,

$$a_2 = k, b_2 = 10, c_2 = 15$$

∴ समीकरण निकाय का कोई भी हल प्राप्त नहीं होता यदि

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{k} = \frac{5}{10} \neq \frac{9}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{k} = \frac{5}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{k} = \frac{1}{2}$$

अतः अभीष्ट मान $k = 16$. उत्तर

Page No.: 62

(ii) $kx + 3y = 3, 12x + ky = 6$.

हल: समीकरण $kx + 3y = 3$ में,

$$a_1 = k, b_1 = 3, c_1 = 3$$

समीकरण $12x + ky = 6$ में,

$$a_2 = 12, b_2 = k, c_2 = 6$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{k}{12}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{k}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

∴ समीकरण निकाय का कोई भी हल प्राप्त नहीं होगा यदि

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \dots\dots\dots(1)$$

$$\Rightarrow \frac{k}{12} = \frac{3}{k} \neq \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{k}{12} = \frac{3}{k} \Rightarrow k^2 = 36$$

$\Rightarrow k = 6$ शर्त (1) को संतुष्ट नहीं करता है अतः $k = -6$.

समीकरण का एक अद्वितीय हल है। **उत्तर**

Page No.: 62

(iii) $kx - 5y = 2, 6x + 2y = 7$.

हल: समीकरण $kx - 5y = 2$ में,

$$a_1 = k, b_1 = -5, c_1 = 2$$

समीकरण $6x + 2y = 7$ में,

$$a_2 = 6, b_2 = 2, c_2 = 7$$

$$\text{अब } \frac{a_1}{a_2} = \frac{k}{6}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-5}{2}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{2}{7}$$

$\therefore$ समीकरण निकाय का कोई भी हल प्राप्त नहीं होगा यदि

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\Rightarrow \frac{k}{6} = \frac{-5}{2} \neq \frac{2}{7}$$

$$\therefore \frac{k}{6} = \frac{-5}{2}$$

$$\Rightarrow k = \frac{-5 \times 6}{2}$$

$\Rightarrow k = -15$. **उत्तर**

Page No.: 62

प्रश्न 4. निम्न समीकरण निकायों के एक अद्वितीय हल के लिए k का मान ज्ञात कीजिए -

Page No.: 62

(i) $kx + 2y = 5, 3x + y = 1$.

हल: दिया गया समीकरण निकाय है

$$kx + 2y = 5$$

तथा $3x + y = 1$

यहाँ पर $a_1 = k, b_1 = 2, c_1 = 5$

$$a_2 = 3, b_2 = 1, c_2 = 1$$

समीकरण निकाय का एक अद्वितीय हल होगा -

यदि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$$\frac{k}{3} \neq \frac{2}{1}$$

$$k \neq 6$$

अतः 6 के अतिरिक्त अन्य सभी वास्तविक मानों के लिए समीकरण निकाय का एक अद्वितीय हल होगा।

उत्तर

Page No.: 62

(ii) $x - 2y = 3, 3x + ky = 1.$

हल: दिया गया समीकरण निकाय है -

$$x - 2y = 3, 3x + ky = 1$$

यहाँ पर $a_1 = 1, b_1 = -2, c_1 = 3$

$$a_2 = 3, b_2 = k, c_2 = 1$$

समीकरण निकाय का एक अद्वितीय हल होगा -

यदि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \neq \frac{-2}{k}$$

$$\Rightarrow k \neq -6$$

अतः -6 के अतिरिक्त अन्य सभी वास्तविक मानों के लिए समीकरण निकाय का एक अद्वितीय हल होगा।

उत्तर

Page No.: 62

(iii) $kx + 3y = k - 3$, $12x + ky = k$.

हल: दिया गया समीकरण निकाय है -

$$kx + 3y = k - 3, 12x + ky = k$$

यहाँ पर $a_1 = k, b_1 = 3, c_1 = (k - 3)$

$$a_2 = 12, b_2 = k, c_2 = k$$

समीकरण निकाय का एक अद्वितीय हल होगा -

$$\text{यदि } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{12} \neq \frac{3}{k}$$

$$\Rightarrow k^2 \neq 36$$

$$\therefore k \neq 6.$$

उत्तर

Page No.: 62

(iv) $4x - 5y = k$, $2x - 3y = 12$.

हल: दिया गया समीकरण निकाय है -

$$4x - 5y = k$$

$$\text{तथा } 2x - 3y = 12$$

$$\text{यहाँ पर } a_1 = 4, b_1 = -5, c_1 = k$$

$$a_2 = 2, b_2 = -3, c_2 = 12$$

समीकरण निकाय का एक अद्वितीय हल होगा -

यदि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$$\frac{4}{2} \neq \frac{-5}{-3}$$

जो कि k के प्रत्येक मान के लिए सत्य है अतः k के सभी वास्तविक मानों के लिए समीकरण निकाय का एक अद्वितीय हल होगा।

उत्तर

प्रश्न 5. निम्न समीकरण निकायों के लिये k का मान ज्ञात कीजिए जबकि समीकरण निकायों के अनंततः अनेक हल हों -

Page No.: 62

(i) $2x + 3y = 7$, $(k - 1)x + (k + 2)y = 3k$.

दिया गया समीकरण निकाय है -

$$2x + 3y = 7, (k - 1)x + (k + 2)y = 3k$$

यहाँ पर $a_1 = 2, b_1 = 3, c_1 = 7$

$$a_2 = k - 1, b_2 = k + 2, c_2 = 3k$$

∴ समीकरण निकाय के अनंततः अनेक हल हैं -

अतः $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$$\Rightarrow \frac{2}{k-1} = \frac{3}{k+2} = \frac{7}{3k}$$

उपरोक्त से,

$$\frac{2}{k-1} = \frac{3}{k+2} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{2}{k-1} = \frac{7}{3k} \dots\dots\dots(2)$$

तथा $\frac{3}{k+2} = \frac{7}{3k} \dots\dots\dots(3)$

समी. (1) से, $3(k-1) = 2(k+2)$

$$\Rightarrow 3k - 3 = 2k + 4$$

$$\Rightarrow 3k - 2k = 4 + 3$$

$$k = 7$$

समी. (2) से, $2(3k) = 7(k - 1)$

$$\Rightarrow 6k = 7k - 7$$

$$\Rightarrow 6k - 7k = -7$$

$$-k = -7$$

$$k = 7$$

समी. (3) से, $3(3k) = 7(k + 2)$

$$\Rightarrow 9k = 7k + 14$$

$$\Rightarrow 9k - 7k = 14$$

$$\Rightarrow 2k = 14$$

$$\Rightarrow k = 7$$

अतः $k = 7$. उत्तर

Page No.: 62

(ii) $kx + 2y - 4 = 0$, $5x - 3y + 6 = 0$

हल: दिया है : समीकरण -

$$kx + 2y - 4 = 0, \quad 5x - 3y + 6 = 0$$

यहाँ पर

$$a_1 = k, b_1 = 2, c_1 = -4$$

$$a_2 = 5, b_2 = -3, c_2 = 6$$

$\therefore$ समीकरण निकाय के अनंततः अनेक हल हैं -

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{5} = \frac{2}{-3} = \frac{-4}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{5} = -\frac{2}{3} = \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{5} = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore k = \frac{-10}{3}. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 62

(iii) $3x + ky = 7$, $2x - 5y = 1$.

हल: दिया है : समीकरण -

$$3x + ky = 7$$

$$2x - 5y = 1$$

यहाँ पर

$$a_1 = 3, b_1 = k, c_1 = 7$$

$$a_2 = 2, b_2 = -5, c_2 = 1$$

$\therefore$ समीकरण निकाय के अनंततः अनेक हल है -

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{k}{-5} = \frac{7}{1}$$

$$\Rightarrow \text{परन्तु } \frac{3}{2} \neq \frac{7}{1} \quad \text{अतः } k \text{ का कोई मान संभव नहीं है।} \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 62

(iv) $4x - 6y = k$; $2x - 3y = 12$.

हल: दिया है : समीकरण -

$$4x - 6y = k$$

$$2x - 3y = 12$$

यहाँ पर

$$a_1 = 4, b_1 = -6, c_1 = k$$

$$a_2 = 2, b_2 = -3, c_2 = 12$$

∴ समीकरण निकाय के अनंततः अनेक हल हैं -

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{2} = \frac{-6}{-3} = \frac{k}{12}$$

$$\Rightarrow 2 = 2 = \frac{k}{12}$$

$$\therefore k = 2 \times 12 = 24.$$

उत्तर

Page No.: 62

प्रश्न 6. यदि $x = 2, y = 4$ है तो समीकरण $7x - 4y = p$ में p का मान ज्ञात कीजिए। हल : दिया है : समीकरण -

$$7x - 4y = p$$

अब $x = 2, y = 4$ के लिए

$$\Rightarrow 7(2) - 4(4) = p$$

$$\Rightarrow 14 - 16 = p$$

$$\therefore p = -2. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 62

प्रश्न 7. k का मान ज्ञात कीजिए यदि एक सरल रेखा $2x - ky = 9$, बिंदु $(1, -1)$ से गुजरती है।

हल : दिया है : सरल रेखा का समीकरण

$$2x - ky = 9 \dots\dots\dots(1)$$

∴ रेखा (1) बिंदु (1, -1) से गुजरती है।

∴ समी. (1) में $x = 1, y = -1$ रखने पर,

$$\Rightarrow 2(1) - k(-1) = 9$$

$$\Rightarrow 2 + k = 9$$

$$\therefore k = 9 - 2 = 7. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.: 62

प्रश्न 8. जाँचिए कि निम्न समीकरण निकाय अद्वितीय हल रखता है या कोई हल नहीं रखता है, अथवा अनंततः अनेक हल रखता है। यदि अद्वितीय हल रखता हो तब चरों के मान ज्ञात कीजिए -

$$4x + 7y = 18$$

$$2x + y = 4.$$

हल: दिया है : समीकरण -

$$4x + 7y = 18$$

$$2x + y = 4$$

$$\text{या } 4x + 7y = 18 \quad \dots\dots\dots(1)$$

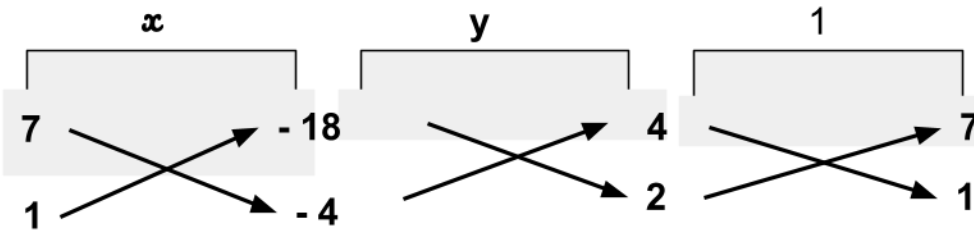
$$2x + y = 4 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{यहाँ पर } a_1 = 4, b_1 = 7, c_1 = -18$$

$$a_2 = 2, b_2 = 1, c_2 = -4$$

$$\text{अब } \frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{7}{1}$$

स्पष्ट है कि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ अतः समीकरण निकाय का एक अद्वितीय हल होगा।



अतः अभीष्ट हल -

$$\frac{x}{7(-4) - 1(-18)} = \frac{y}{(-18)(2) - (-4)(4)} = \frac{1}{(4)(1) - (2)(7)}$$

$$\frac{x}{-28 + 18} = \frac{y}{-36 + 16} = \frac{1}{4 - 14}$$

$$\frac{x}{-10} = \frac{y}{-20} = \frac{1}{-10}$$

$$\therefore x = -10 \times \frac{1}{-10} = 1$$

$$y = \frac{-20}{-10} = 2$$

अतः अभीष्ट हल $x = 1, y = 2$. उत्तर

करके देखें-

Page No.: 64

प्रश्न. निम्नलिखित समीकरण निकाय को कथन का रूप में लिखिए।

$$(i) x + y = 60 \quad (ii) x + y = 5$$

$$x = 3y \quad xy = 6$$

हल - (i) किन्हीं दो संख्याओं x और y का जोड़ 60 का बराबर है। तथा x, y के तीन गुने के बराबर है।

(ii) x तथा y का जोड़ पाँच के बराबर है, x और y का गुणनफल 6 के बराबर है।