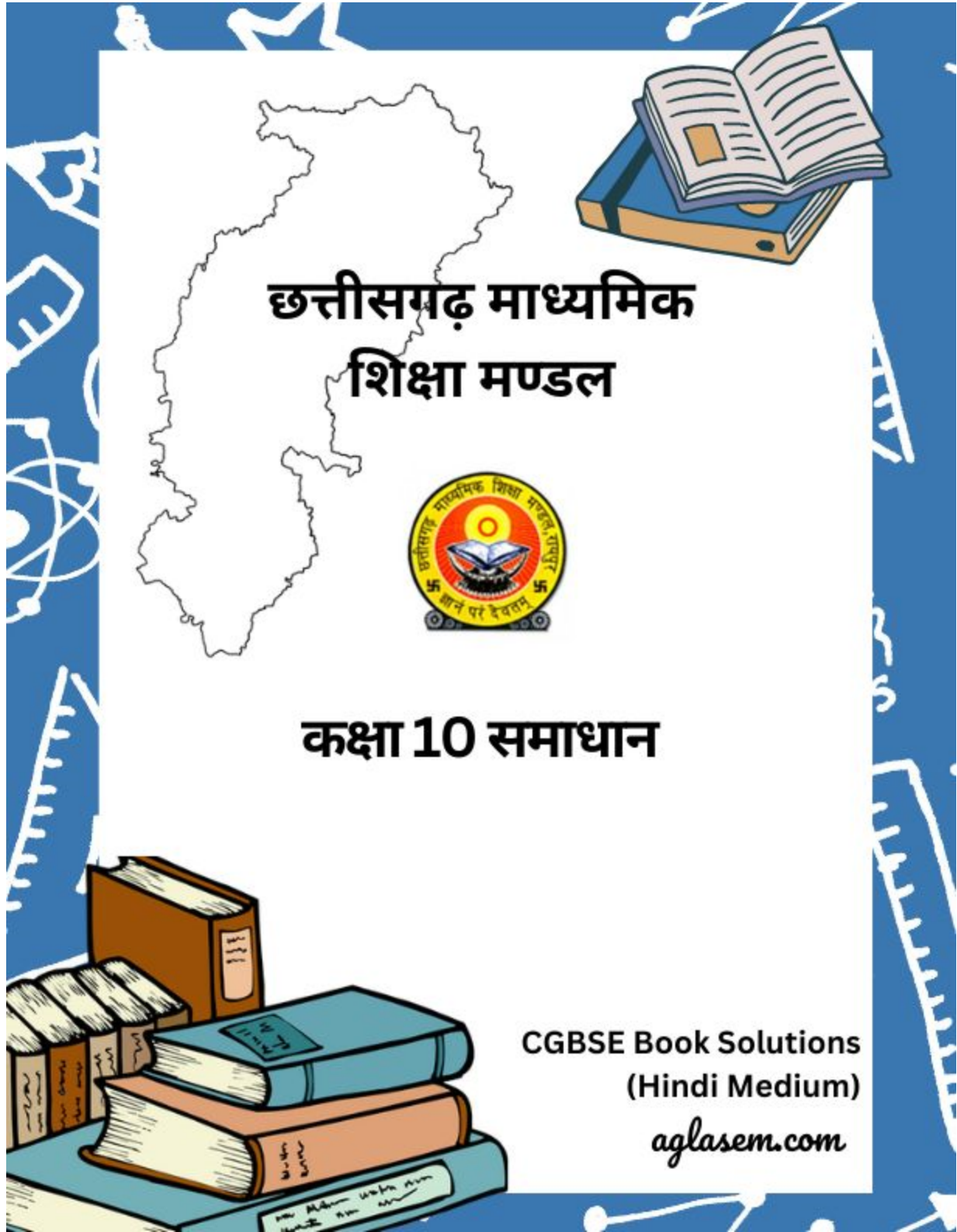


CG Board Class 10 Maths Book Solutions



CG Board Class 10 Math : Part 1 Solutions
Chapter 4
समान्तर श्रेणी

करके देखें:-

Page No.:102

प्रश्न. नीचे दी गई संख्याओं की प्रत्येक श्रेणी में क्या पैटर्न है ? पहचान कीजिए -

(i) 4, 10, 16, 22, ...

(ii) 0, 3, 6, 9, ...

(iii) -1, -3, -5, -7, ...

उत्तर - (1) इस अनुक्रम में प्रत्येक पद अपने पहले पद में 6 जोड़ने पर प्राप्त होता है।

(2) इस अनुक्रम में प्रत्येक पद अपने पहले पद में 3 जोड़ने पर प्राप्त होता है।

(3) इस अनुक्रम में प्रत्येक पद अपने पहले पद में -2 जोड़ने पर प्राप्त होता है।

करके देखें -

Page No.:102

प्रश्न 1. नीचे दी गई संख्याओं की श्रृंखला में से समान्तर श्रेणी छांटिए -

(i) 9, 16, 23, 30, ...

(ii) 11, 15, 18, 20, ...

(iii) 4, 13, 19, 28, ...

(iv) 0, -3, -6, -9, ...

(v) 2, 2, 2, 2, ...

(vi) $9\frac{1}{7}, \frac{7}{7}, \frac{9}{7}, \frac{13}{7}, \dots$

हल - (i) , (iv) एवं (v) समान्तर श्रेणी हैं।

Page No.:103

प्रश्न 2. दी हुई समान्तर श्रेणी के लिए प्रथम पद और सार्वअन्तर लिखिए -

(i) 9, 12, 15, 18, ...

हल - प्रथम पद = 9

सार्वअन्तर = $12 - 9 = 3$. उत्तर

(ii) 2, 8, 14, 20, ...

हल - प्रथम पद = 2

सार्वअन्तर = $8 - 2 = 6$. उत्तर

(iii) 3, -2, -7, -12, ...

हल - प्रथम पद = 3

सार्वअन्तर = $-2 - 3 = -5$. उत्तर

(iv) -5, 2, 9, 16, ...

हल - प्रथम पद = (-5)

सार्वअन्तर = $2 - (-5) = 2 + 5 = 7$. उत्तर

(v) 0.4, 0.9, 1.4, 1.9

हल - प्रथम पद = 0.4

सार्वअन्तर = $0.9 - 0.4 = 0.5$. उत्तर

(vi) 5, 5, 5, 5

हल - प्रथम पद = 5

सार्वअन्तर = $5 - 5 = 0$ उत्तर

(vii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}, \dots$

हल - प्रथम पद = $\frac{1}{3}$

सार्वअन्तर = $\frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ उत्तर

करके देखें

Page No.:103

प्रश्न 1. नीचे दी गई समांतर श्रेढ़ियों के अगले तीन पद ज्ञात कीजिए -

(i) 5, 11, 17, 23

हल - $11 - 5 = 6$ = सार्वान्तर

∴ अगले तीन पद 29, 35, 41 होंगे। उत्तर

(ii) -11, -8, -5, -2

हल - $-8 - (-11) = -8 + 11 = 3$ = सार्वान्तर

∴ अगले तीन पद 1, 4, 7 होंगे। उत्तर

(iii) $\frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \frac{10}{9}, \frac{13}{9}, \dots$

हल - $\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{3}{9}$ = सार्वान्तर

∴ अगले तीन पद $\frac{16}{9}, \frac{19}{9}, \frac{22}{9}$ होंगे। उत्तर

(iv) 0, 9, 18, 27

हल - $9 - 0 = 9 =$ सार्वान्तर

∴ अगले तीन पद 36, 45, 54 होंगे। उत्तर

करके देखें -

Page No.:104

प्रश्न 1. एक अपरिमित समांतर श्रेढ़ी बनाइए जिसका प्रथम पद 5 और सार्वान्तर 3 हो।

हल - $a = 5$

$d = 3$

∴ अपरिमित समांतर श्रेढ़ी होगी -

5, 8, 11, 14 ∞ . उत्तर

Page No.:104

प्रश्न 2. 5 पदों वाली दो परिमित समांतर श्रेढ़ियाँ बनाइए।

हल - (i) 1, 3, 5, 7, 9

(ii) 5, 10, 15, 20, 25 उत्तर

Page No.:104

प्रश्न 3. 10 पदों वाली किसी परिमित समांतर श्रेढ़ी की सबसे बड़ी सदस्य संख्या कौन - सी होगी यदि $a = 11$ और $d = 6$?

हल- यदि प्रथम पद a और सार्व अंतर d हो, तो

द्वितीय पद - $a + d$

तृतीय पद - $a + 2d$

चतुर्थ पद - $a + 3d$

.....

.....

अतः अंतिम 10वाँ पद $a + 9d$ होगा, जो सबसे बड़ी संख्या होगी।

सबसे बड़ी सदस्य संख्या = $a + 9d$

$$= 11 + 9 \times 6$$

$$= 11 + 54 = 65.$$

करके देखें -

Page No.:107

प्रश्न 1. समांतर श्रेढ़ी 3, 5, 7, ... में 15 पद हैं। अंतिम पद ज्ञात कीजिए।

हल: 3, 5, 7, ...

$$a = 3, d = 5 - 3 = 2$$

पदों की संख्या $n = 15$

∴ अंतिम पद 15 वाँ पद होगा।

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d \text{ से,}$$

$$a_{15} = 3 + (15 - 1) \cdot 2$$

$$= 3 + 14 \times 2$$

$$= 3 + 28 = 31.$$

उत्तर

Page No.:107

प्रश्न 2. समांतर श्रेढ़ी -9, -5, -1, ... का अंतिम पद 67 है, तो श्रेढ़ी में कितने पद हैं ?

हल: -9, -5, -1, ...

$$a = -9$$

$$b = -5 - (-9)$$

$$= -5 + 9 = 4$$

माना श्रेढ़ी में n पद हैं।

$$\therefore a_n = 67$$

$$\text{अतः } a_n = a + (n - 1)d \text{ से,}$$

$$67 = -9 + (n - 1) \cdot 4$$

$$\Rightarrow 67 = -9 + 4n - 4$$

$$\Rightarrow 4n = 67 + 13 = 80$$

$$\therefore n = \frac{80}{4} = 20.$$

उत्तर

Page No.:107

प्रश्न 3. समांतर श्रेढ़ी 10, 15, 20, ... का m वाँ पद और p वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: 10, 15, 20, ...

$$a = 10, d = 15 - 10 = 5$$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d \text{ से,}$$

$$m \text{ वाँ पद } a_m = a + (m - 1)d$$

$$= 10 + (m - 1)d$$

$$= 10 + 5m - 5$$

$$= 5m + 5.$$

उत्तर

$$p \text{ वाँ पद } a_p = a + (p - 1)d$$

$$= 10 + 5p - 5$$

$$= 5p - 5. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:109

प्रश्न 1. एक समांतर श्रेणी में 50 पद हैं, जिसका तीसरा पद 12 है और अंतिम पद 106 है। इस श्रेणी का 21 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल- $n = 50, a_3 = 12$

अंतिम पद $= a_{50} = 106$

$a_n = a + (n - 1)d$ से,

$a_3 = a + (3 - 1)d = 12$

$\Rightarrow a + 2d = 12 \quad \dots\dots\dots(1)$

$a_{50} = a + (50 - 1)d = 106$

$\Rightarrow a + 49d = 106 \quad \dots\dots\dots(2)$

समी. (1) और (2) से,

$a + 2d = 12$

$a + 49d = 106$

- - - घटाने पर

$-47d = -94$

$\therefore d = \frac{-94}{-47} = 2$

d का मान समी. (1) में रखने पर,

$a + 2 \cdot 2 = 12$

$\Rightarrow a = 12 - 4 = 8$

$\therefore 21$ वाँ पद $= a_{21} = a + (21 - 1)d$

$= 8 + 20 \times 2$

$= 8 + 40 = 48. \quad \text{उत्तर}$

Page No.:109

प्रश्न 2. एक समांतर श्रेणी का प्रथम पद 10 और सार्व अंतर -3 है। यदि इसका अंतिम पद -62 हो, तो प्रथम पद की ओर से 11 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: $a = 10, d = -3$

माना, श्रेणी में कुल n पद हैं, $a_n = -62$

$\Rightarrow a + (n - 1)d = -62$

$\Rightarrow 10 + (n - 1)(-3) = -62$

$\Rightarrow 10 - 3n + 3 = -62$

$$\Rightarrow 13 + 62 = 3n$$

$$\Rightarrow 3n = 75$$

$$\therefore n = 25$$

$$\therefore a_{11} = a + (11 - 1)d \text{ से,}$$

$$= 10 + 10(-3)$$

$$= 10 - 30 = -20.$$

उत्तर

प्रश्न. सही विकल्प चुनकर कारण सहित लिखिए-

Page No.:111

(i) दी गई समांतर श्रेणी का प्रथम पद और सार्व अंतर है-

$$\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \dots$$

$$(a) \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \quad (b) \frac{3}{2}, -1 \quad (c) \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \quad (d) -\frac{3}{2}, -1$$

उत्तर- (b) $\frac{3}{2}, -1$

कारण : $a = a_1 = \frac{3}{2}, a_2 = \frac{1}{2}$

$$\therefore d = a_2 - a_1$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1-3}{2}$$

$$= \frac{-2}{2} = -1$$

स्पष्ट है प्रथम पद $a = \frac{3}{2}$

सार्वान्तर $d = -1$.

Page No.:111

(ii) किसी समांतर श्रेणी का प्रथम पद -2 और सार्व अंतर -2 है तो चौथा पद होगा-

$$(a) 0 \quad (b) -2 \quad (c) -4 \quad (d) -8$$

उत्तर- (d) -8

कारण : $a = -2, d = -2$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_4 = -2 + (4 - 1) \times (-2) = -2 - 6 = -8$$

$$a_4 = -8.$$

Page No.:111

(iii) समांतर श्रेणी 7, 13, 19..... का 15 वाँ पद होगा-

- (a) 91 (b) 97 (c) 112 (d) 90

उत्तर- (a) 91

कारण : $a = a_1 = 7, a_2 = 13, d = a_2 - a_1 = 13 - 7 = 6$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_{15} = 7 + (15 - 1) \times 6$$

$$a_{15} = 7 + 84 = 91.$$

Page No.:111

(iv) किसी समांतर श्रेणी का प्रथम पद 4 और सार्व अंतर -4 है तो n वाँ पद होगा -

- (a) $8 - 2n$ (b) $4 - 2n$ (c) $8 - 4n$ (d) $8 - 8n$

उत्तर- (c) $8 - 4n$

कारण : $a = 4, d = -4$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_n = 4 + (n - 1)(-4)$$

$$a_n = 4 - 4n + 4$$

$$a_n = 8 - 4n.$$

Page No.:111

(v) समांतर श्रेणी 3, 8, 13, 18... का कौन-सा पद 78 है?

(a) 15 वाँ (b) 16 वाँ (c) 17 वाँ (d) 18 वाँ

उत्तर- (b) 16 वाँ

कारण : $a = a_1 = 3$, $a_2 = 8$, $d = a_2 - a_1 = 8 - 3 = 5$

$\Rightarrow$ मान n वाँ पद 78 है अतः $a_n = 78$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$78 = 3 + (n - 1)5$$

$$\frac{(78-3)}{5} = n - 1$$

$$n = 15 + 1 = 16.$$

Page No.:111

प्रश्न 2. निम्नलिखित श्रेणियों में कौन-सी समांतर श्रेणी है कारण भी बताइए -

Page No.:111

(a) $a, a^2, a^3, a^4, \dots$

हल: यहाँ पर $a_1 = a, a_2 = a^2, a_3 = a^3, a_4 = a^4$

$$\therefore a_2 - a_1 = a^2 - a = a(a - 1)$$

$$a_3 - a_2 = a^3 - a^2 = a^2(a - 1)$$

स्पष्ट है कि $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

$\therefore$ दी गई श्रेणी समान्तर श्रेणी नहीं है। उत्तर

Page No.:111

(b) $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \dots$

हल: यहाँ पर, $a_1 = \sqrt{2}$,

$$a_2 = \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

$$a_3 = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$a_4 = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{अब } \because a_2 - a_1 = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$a_3 - a_2 = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$a_4 - a_3 = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = \sqrt{2}$$

अतः दी गई श्रेणी समांतर श्रेणी है। उत्तर

Page No.:112

(c) $1^2, 3^2, 5^2, 7^2, 9^2, \dots$

हल: यहाँ पर, $a_1 = 1^2 = 1$

$$a_2 = 3^2 = 9$$

$$a_3 = 5^2 = 25$$

$$a_4 = 7^2 = 49$$

$$\therefore a_2 - a_1 = 9 - 1 = 8$$

$$a_3 - a_2 = 25 - 9 = 16$$

$$a_4 - a_3 = 49 - 25 = 24$$

स्पष्ट है कि $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2 \neq a_4 - a_3$

अतः दी गई श्रेणी समांतर श्रेणी में नहीं है। **उत्तर**

Page No.:112

(d) 0, -4, -8, -12, ...

हल: यहाँ पर, $a_1 = 0$

$$a_2 = -4$$

$$a_3 = -8$$

$$a_4 = -12$$

$$\therefore a_2 - a_1 = -4 - 0 = -4$$

$$a_3 - a_2 = -8 - (-4) = -8 + 4 = -4$$

$$a_4 - a_3 = -12 - (-8) = -12 + 8 = -4$$

स्पष्ट है कि $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots\dots\dots = -4$

अतः दी गई श्रेणी समांतर श्रेणी में है। **उत्तर**

Page No.:112

(e) $16, 18\frac{1}{2}, 20\frac{1}{2}, 23, \dots\dots\dots$

हल: यहाँ पर, $a_1 = 16$

$$a_2 = 18\frac{1}{2} = \frac{37}{2}$$

$$a_3 = 20\frac{1}{2} = \frac{41}{2}$$

$$a_4 = 23$$

$$\therefore a_2 - a_1 = \frac{37}{2} - 16$$

$$= \frac{37 - 32}{2} = \frac{5}{2}$$

$$a_3 - a_2 = \frac{41}{2} - \frac{37}{2} = \frac{41 - 37}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$a_4 - a_3 = 23 - \frac{41}{2} = \frac{46 - 41}{2} = \frac{5}{2}$$

स्पष्ट है कि $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2 \neq a_4 - a_3$

अतः दी गई श्रेणी समांतर श्रेणी में नहीं है। **उत्तर**

Page No.:112

प्रश्न 3. समांतर श्रेणी 9, 5, 1, -3, ... का 10 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: समान्तर श्रेणी 9, 5, 1, -3, ...

यहाँ पर, $a = a_1 = 9$, $a_2 = 5$

$$d = a_2 - a_1 = 5 - 9 = -4$$

तथा, $n = 10$

$\therefore$ समांतर श्रेणी का n वाँ पद $= a + (n - 1)d$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_{10} = 9 + (10 - 1)(-4)$$

$$a_{10} = 9 + 9 \times (-4)$$

$$a_{10} = 9 - 36 = -27. \text{ उत्तर}$$

Page No.:112

प्रश्न 4. समान्तर श्रेणी 100, 70, 40, ... का 40 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है : समान्तर श्रेणी 100, 70, 40, ...

यहाँ पर, $a = a_1 = 100, a_2 = 70$

$$d = a_2 - a_1 = 70 - 100 = -30$$

तथा, $n = 40$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_{40} = 100 + (40 - 1)(-30)$$

$$a_{40} = 100 + (39)(-30)$$

$$a_{40} = 100 - 1170 = -1070. \text{ उत्तर}$$

Page No.:112

प्रश्न 5. समांतर श्रेणी $\frac{1}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}$ का n वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है: समांतर श्रेणी $\frac{1}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \dots$

यहाँ पर, $a = a_1 = \frac{1}{9}, a_2 = \frac{4}{9}$

$$\therefore d = a_2 - a_1$$

$$\therefore d = \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{4-1}{9}$$

$$= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{9} + (n-1) \cdot \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{9} + \frac{n}{3} - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{n}{3} - \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{3n-2}{3}.$$

Page No.:112

प्रश्न 6. समांतर श्रेणी 950, 900, 850,..... का m वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है : समांतर श्रेणी 950, 900, 850,.....

यहाँ पर, $a = a_1 = 950$, $a_2 = 900$

$$d = a_2 - a_1 = 900 - 950 = -50$$

$$\text{तथा } a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_m = 950 + (m-1)(-50)$$

$$\Rightarrow a_m = 950 - 50m + 50$$

$$\Rightarrow a_m = 1000 - 50m. \text{ उत्तर}$$

Page No.:112

प्रश्न 7. समान्तर श्रेणी 8, 15, 22,..... का अंतिम पद 218 है। पदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है: समान्तर श्रेणी 8, 15, 22,.....

यहाँ पर, $a = a_1 = 8$, $a_2 = 15$,

$$\therefore d = a_2 - a_1 = 15 - 8 = 7$$

$$\therefore T_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 218 = 8 + (n - 1).7$$

$$\Rightarrow 218 - 8 = (n - 1).7$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{210}{7} = 30$$

$$\therefore n = 31. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:112

प्रश्न 8. 27, 24, 21,..... का कौन-सा पद शून्य है?

हल: दिया है: श्रेढ़ी 27, 24, 21,.....

यहाँ पर, $a = a_1 = 27$, $a_2 = 24$

$$\therefore a_2 - a_1 = 24 - 27 = -3$$

$$\therefore d = -3$$

माना श्रेढ़ी का n वाँ पद शून्य है।

$$\therefore a_n = 0$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 0$$

$$\Rightarrow 27 + (n - 1)(-3) = 0$$

$$\Rightarrow 27 = 3(n - 1)$$

$$\Rightarrow 9 = n - 1$$

$$\therefore n = 9 + 1 = 10. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:112

प्रश्न 9. यदि दो समांतर श्रेढ़ियों का सार्व अंतर समान है और इनके 99 वें पदों का अंतर 99 है, तो इनके 999 वें पदों का अंतर क्या होगा? कारण भी बताइए।

हल: माना दो समान्तर श्रेढ़ी है -

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n$$

तथा $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \dots + b_n$

माना दोनों समान्तर श्रेढ़ी का सार्वान्तर = d

$$\therefore a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\text{तथा, } b_n = b_1 + (n - 1)d$$

$$\begin{aligned}\therefore n \text{ वें पद का अंतर} &= a_n - b_n \\ &= [a_1 + (n - 1)d] - [b_1 + (n - 1)d] \\ &= a_1 + (n - 1)d - b_1 - (n - 1)d \\ &= a_1 - b_1\end{aligned}$$

$$\therefore 99 \text{ वें पद का अंतर} = a_1 - b_1 = 99$$

$$\therefore 999 \text{ वें पद का अंतर} = a_1 - b_1 = 99.$$

Page No.:112

प्रश्न 10. फूलों की एक क्यारी की पहली पंक्ति में 23 पौधे हैं, दूसरी पंक्ति में 21 पौधे हैं, तीसरी पंक्ति में 19 पौधे हैं, इत्यादि। इस क्यारी की अंतिम पंक्ति में 5 पौधे हैं। क्यारी में कुल कितनी पंक्तियाँ हैं?

हल: $\therefore$ क्यारी के क्रमागत पंक्तियों में रखे गये गुलाबों की संख्याओं से प्राप्त श्रेढ़ी निम्नानुसार होगी -

23, 21, 19, ...5

यहाँ पर, $a_1 = a = 23, a_2 = 21, a_3 = 19, a_n = 5$

$$\therefore a_2 - a_1 = 21 - 23 = -2$$

$$a_3 - a_2 = 19 - 21 = -2$$

$\therefore$ श्रेढ़ी एक समान्तर श्रेढ़ी है।

तथा $d = a_2 - a_1 = -2$

अब $\therefore$ इस श्रेढ़ी का प्रत्येक पद पंक्ति की संख्या को दर्शाता है।

$$\therefore a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow 5 = 23 + (n - 1)(-2)$$

$$\Rightarrow 5 - 23 = (n - 1)(-2)$$

$$\Rightarrow \frac{-18}{(-2)} = n - 1$$

$$\Rightarrow 9 = n - 1$$

$$\therefore n = 9 + 1 = 10$$

अतः क्यारी में कुल 10 पंक्तियाँ हैं। उत्तर

Page No.:112

प्रश्न 11. संजय ने वर्ष के प्रथम सप्ताह में 5 रुपये की बचत की और फिर अपनी साप्ताहिक बचत 1.75 रुपये बढ़ाता गया। यदि n वें सप्ताह में उसकी साप्ताहिक बचत 20.75 रुपये हो जाती है, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

हल: संजय के बचत को निम्नानुसार लिखा जा सकता है -

प्रथम सप्ताह	द्वितीय सप्ताह	तृतीय सप्ताह	 n वाँ सप्ताह
5	$(5 + 1.75)$	$(5 + 2 \times 1.75)$	 20.75
$\Rightarrow 5$	6.75	8.50	 20.75

अतः संजय की साप्ताहिक बचत से प्राप्त श्रेढ़ी के लिए

$$a_1 = a = 5, a_2 = 6.75, a_3 = 8.50, a_n = 20.75$$

अब $\therefore$ संजय साप्ताहिक बचत में समान राशि 1.75 रुपये में बढ़ाता गया

$$\therefore d = 1.75 \text{ रुपये}$$

अब $\therefore a_n = a + (n - 1)d$

$$\Rightarrow 20.75 = 5 + (n - 1)(1.75)$$

$$\Rightarrow 20.75 - 5 = (n - 1)(1.75)$$

$$\Rightarrow \frac{15.75}{1.75} = n - 1$$

$$\Rightarrow \frac{1575}{175} = n - 1$$

$$\Rightarrow 9 = n - 1$$

$$\therefore n = 9 + 1 = 10. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:112

प्रश्न 12. क्या समांतर श्रेणी $18, 15\frac{1}{2}, 13, \dots$ का एक पद - 47 है? यदि हाँ तो कौन सा पद है?

हल: दिया है: $18, 15\frac{1}{2}, 13, \dots$

$$\text{यहाँ पर, } a_1 = a = 18, a_2 = 15\frac{1}{2} = \frac{31}{2}$$

$$\therefore d = a_2 - a_1 = -2$$

$$= \frac{31}{2} - 18 = \frac{31-36}{2}$$

$$d = \frac{-5}{2}$$

$$\text{माना } a_n = -47$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = a_n$$

$$\Rightarrow 18 + (n - 1)\left(\frac{-5}{2}\right) = -47$$

$$(n - 1)\left(\frac{-5}{2}\right) = -47 - 18 = -65$$

$$n - 1 = 65 \times \frac{2}{5} = 26$$

$$n = 26 + 1 = 27$$

∴ n का मान धनात्मक पूर्णांक है।

∴ -47 दिये गये श्रेढ़ी का 27 वाँ पद है। **उत्तर**

Page No.:112

प्रश्न 13. यदि किसी समांतर श्रेढ़ी का 11 वाँ पद 38 और 16 वाँ पद 73 है, तो इस श्रेढ़ी का 31 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: माना समांतर श्रेढ़ी का प्रथम पद = a

तथा सार्वान्तर = d

दिया है : $a_{11} = 38$

$$\Rightarrow a + (11 - 1)d = 38$$

$$\Rightarrow a + 10d = 38$$

तथा $a_{16} = 73$

$$a + (16 - 1)d = 73$$

$$\Rightarrow a + 15d = 73 \dots\dots\dots(2)$$

समी. (2) में समी. (1) को घटाने पर,

$$a + 15d = 73$$

$$a + 10d = 38$$

$$\underline{\quad - \quad - \quad -}$$

$$5d = 35$$

$$d = 7$$

समी. (1) में d का मान रखने पर,

$$a + (10)(7) = 38$$

$$a = 38 - 70$$

$$a = -32$$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_{31} = -32 + (31 - 1)(7)$$

$$a_{31} = -32 + 210$$

$$= 178. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:112

प्रश्न 14. किसी समांतर श्रेणी का 12 वाँ पद उसके 5 वें पद से 14 अधिक है और दोनों पदों का योग 36 है, तो इस श्रेणी का m वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: माना समान्तर श्रेणी का प्रथम पद = a तथा सार्वान्तर = d है।

$$\text{दिया है : } a_{12} = a_5 + 14$$

$$\Rightarrow a_{12} - a_5 = 14$$

$$\Rightarrow [a + (12-1)d] - [a + (5-1)d] = 14$$

$$\Rightarrow a + 11d - a - 4d = 14$$

$$\Rightarrow 7d = 14$$

$$d = 2$$

$$\text{तथा } a_{12} + a_5 = 36$$

$$\Rightarrow a + (12 - 1)d + a + (5 - 1)d = 36$$

$$\Rightarrow a + 11d + a + 4d = 36$$

$$\Rightarrow 2a + 15d = 36$$

$$\Rightarrow 2a + 15 \times 2 = 36$$

$$\Rightarrow 2a = 36 - 30 = 6$$

$$\Rightarrow a = 3$$

$$\therefore a_m = a + (m - 1)d$$

$$a_m = 3 + (m - 1)2$$

$$a_m = 3 + 2m - 2$$

$$a_m = 2m + 1. \text{ उत्तर}$$

Page No.:112

प्रश्न 15. समांतर श्रेणी 3, 15, 27, 39, ... का कौन सा पद उसके 54 वें पद से 132 अधिक होगा?

हल: दिया है : समान्तर श्रेणी 3, 15, 27, 39, ...

यहाँ पर, $a_1 = a = 3$, $a_2 = 15$

$$\therefore d = a_2 - a_1 = -2$$

$$= 15 - 3 = 12$$

माना अभीष्ट पद = a_n

प्रश्नानुसार,

$$\Rightarrow a_n = a_{54} + 132$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = a + (54 - 1)d + 132$$

$$\Rightarrow 3 + (n - 1)12 = 3 + 53 \times 12 + 132$$

$$\Rightarrow (n - 1)12 = 636 + 132$$

$$\Rightarrow (n - 1) = \frac{768}{12}$$

$$\Rightarrow n - 1 = 64$$

$$\Rightarrow n = 64 + 1 = 65 \text{ वाँ पद। उत्तर}$$

Page No.:112

प्रश्न 16. किसी समांतर श्रेणी के चौथे और आठवें पदों का योग 24 है तथा छठे और दसवें पदों का योग 44 है। इस समांतर श्रेणी के प्रथम तीन पद ज्ञात कीजिए।

हल: माना समांतर श्रेणी का प्रथम पद = a

$$\text{सार्वान्तर} = d$$

प्रश्नानुसार, $a_4 + a_8 = 24$

$$\Rightarrow [a + (4 - 1)d] + [a + (8 - 1)d] = 24$$

$$\Rightarrow a + 3d + a + 7d = 24$$

$$\Rightarrow 2a + 10d = 24$$

$$\Rightarrow a + 5d = 12 \dots\dots\dots(1)$$

$$\Rightarrow a_6 + a_{10} = 44$$

$$\Rightarrow [a + (6 - 1)d] + [a + (10 - 1)d] = 44$$

$$\Rightarrow a + 5d + a + 9d = 44$$

$$\Rightarrow 2a + 14d = 44$$

$$\Rightarrow a + 7d = 22 \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) व (2) को हल करने पर,

$$a + 7d = 22$$

$$a + 5d = 12$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$2d = 10$$

$$d = 5$$

समीकरण (1) में $d = 5$ मान रखने पर,

$$a + 5(5) = 12$$

$$a = 12 - 25$$

$$a = -13$$

∴ समान्तर श्रेढ़ी के प्रथम तीन पद होंगे -

$$a, (a + d), (a + 2d)$$

$$-13, (-13+5), (-13+2 \times 5)$$

$$-12, -8, -3. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:112

प्रश्न 17. तीन अंकों वाली कितनी संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं?

हल: हम जानते हैं कि,

∴ तीन अंको की 3 से विभाज्य सबसे छोटी संख्या = 102

तथा तीन अंको की 3 से विभाज्य सबसे बड़ी संख्या = 999

तो समान्तर श्रेढ़ी होगी - 102, 105, 108, ...999

यहाँ पर $a_1 = a = 102, a_2 = 105$

$$d = a_2 - a_1 = 105 - 102 = 3$$

माना $a_n = 999$

$$\therefore a + (n - 1)d = a_n$$

$$\Rightarrow 102 + (n - 1)d = 999$$

$$\Rightarrow 102 + (n - 1)(3) = 999$$

$$\Rightarrow (n - 1).3 = 999 - 102$$

$$\Rightarrow (n - 1).3 = 897$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{897}{3} = 299$$

$$\Rightarrow n = 299 + 1 = 300$$

अतः 3 से विभाज्य कुल संख्या 300 होगी।

Page No.:112

प्रश्न 18. समांतर श्रेणी 3, 8, 13,..... 253 में अंतिम से 10 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है: समांतर श्रेणी 3, 8, 13,..... 253

यहाँ पर $a_1 = a = 3, a_2 = 8$

तथा $d = a_2 - a_1 = 8 - 3 = 5$

$$\therefore a_n = 253$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = a_n$$

$$\Rightarrow 3 + (n - 1).5 = 253$$

$$\Rightarrow (n - 1).5 = 253 - 3 = 250$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{250}{5} = 50$$

$$\Rightarrow n = 50 + 1 = 51$$

अब अंतिम से 10 वाँ पद = प्रारंभ से $[(n - 10) + 1]$ वाँ पद

$$= (51 - 10) + 1$$

$$= 42 \text{ वाँ पद}$$

$$\therefore a_{42} = a + (42 - 1).d$$

$$= 3 + 41.(5)$$

$$= 3 + 205$$

$$= 208. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:113

प्रश्न 19. एक समांतर श्रेढ़ी का p वाँ पद $\frac{1}{q}$ और q वाँ पद $\frac{1}{p}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि श्रेढ़ी के (pq) वाँ पद का मान 1 है।

हल: माना समांतर श्रेढ़ी का प्रथम पद = a

$$\text{सार्वान्तर} = d$$

प्रश्नानुसार, $a_p = \frac{1}{q}$

$$\Rightarrow a + (p - 1)d = \frac{1}{q} \quad \dots\dots\dots(1)$$

तथा $a_q = \frac{1}{p}$

$$a + (q - 1)d = \frac{1}{p} \quad \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) व (2) को हल करने पर,

$$a + (p - 1)d = \frac{1}{q}$$

$$a + (q - 1)d = \frac{1}{p}$$

$$\begin{array}{r} - - \\ \hline \end{array}$$

$$d [(p - 1) - (q - 1)] = \frac{1}{q} - \frac{1}{p}$$

$$d [p - 1 - q + 1] = \frac{(p - q)}{pq}$$

$$d (p - q) = \frac{(p - q)}{pq}$$

$$\therefore d = \frac{1}{pq}$$

समी. (1) में d का मान रखने पर,

$$a + (p - 1) \cdot \frac{1}{pq} = \frac{1}{q}$$

$$a = \frac{1}{q} - \frac{(p - 1)}{pq}$$

$$= \frac{p - p + 1}{pq}$$

$$a = \frac{1}{pq}$$

$$\text{अतः } T_{pq} = a + (pq - 1) \cdot d$$

$$= \frac{1}{pq} + (pq - 1) \cdot \frac{1}{pq}$$

$$= \frac{1 + pq - 1}{pq} = 1. \text{ सिद्ध हुआ।}$$

Page No.:113

प्रश्न 20. यदि किसी समांतर श्रेणी का p वाँ पद q और q वाँ पद p हो, तो सिद्ध कीजिए कि $(p + q)$ वाँ पद शून्य है।

हल: माना समांतर श्रेणी का प्रथम पद = a

$$\text{सार्वान्तर} = d$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } a_p = q$$

$$\Rightarrow a + (p - 1)d = q \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{तथा } a_q = p$$

$$a + (q - 1)d = p \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) व (2) को हल करने पर,

$$a + (p - 1)d = q$$

$$a + (q - 1)d = p$$

$$\begin{array}{r} - \\ - \\ \hline \end{array}$$

$$d [(p - 1) - (q - 1)] = (q - p)$$

$$d [(p - 1 - q + 1)] = -(p - q)$$

$$d (p - q) = -(p - q)$$

$$d = - \frac{(p - q)}{(p - q)} = -1$$

समी. (1) में d का मान रखने पर,

$$a + (p - 1)(-1) = q$$

$$a = q + (p - 1)$$

$$a = p + q - 1$$

$$\therefore a_n = a + (n - 1).d$$

$$\therefore a_{p+q} = a + (p + q - 1).(-1)$$

$$= p + q - 1 - p - q + 1$$

$$= 0. \text{ सिद्ध हुआ।}$$

Page No.:113

प्रश्न 21. यदि a, b, c किसी समांतर श्रेणी के क्रमशः p वें, q वें और r वें पद हैं, तो सिद्ध कीजिए q कि- $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$

हल: माना समांतर श्रेणी का प्रथम पद = A

$$\text{सार्वान्तर} = D$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } a = a_p$$

$$\Rightarrow a = A + (p - 1)D \dots\dots(1)$$

$$b = a_q$$

$$\Rightarrow b = A + (q - 1)D \dots\dots(2)$$

$$\text{तथा } c = a_r$$

$$\Rightarrow c = A + (r - 1)D \dots\dots(3)$$

$$\text{बायाँ पक्ष} = a.(q - r) + b(r - p) + c(p - q)$$

$$= [A + (p - 1)D](q - r) + [A + (q - 1)D](r - p) + [A + (r - 1)D](p - q) = 0$$

$$= A[(q - r) + (r - p) + (p - q)] + D[(p - 1)(q - r) + (q - 1)(r - p) + (r - 1)(p - q)]$$

$$= A[0] + D[p(q - r) + q(r - p) + r(p - q) - 1\{q - r + r - p + p - q\}]$$

$$= 0 + D[pq - pr + qr - qp + rp - rq - 1 \cdot \{0\}]$$

$$= 0 + D[0] - 0$$

$$= 0$$

= दायाँ पक्ष। सिद्ध हुआ।

Page No.:113

प्रश्न 22. n के किस मान के लिए, समांतर श्रेढ़ियों 63,65,67,..... और 3,10,17... के n वें पद बराबर होंगे?

हल: प्रथम समान्तर श्रेढ़ी के लिए 63,65,67,.....

$$a_1 = a = 63; a_2 = 65$$

$$d = a_2 - a_1 = 65 - 63 = 2$$

$$\therefore a_n = a + (n - 1) \cdot d$$

$$\therefore a_n = 63 + (n - 1)(2)$$

$$\Rightarrow a_n = 63 + 2n - 2$$

$$\Rightarrow a_n = 61 + 2n$$

तथा द्वितीय समान्तर श्रेढ़ी के लिए 3,10,17...

$$a_1 = a = 3; a_2 = 10$$

$$d = a_2 - a_1 = 10 - 3 = 7$$

$$\therefore T_n = a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow T_n = 3 + (n - 1) \cdot 7$$

$$\Rightarrow T_n = 3 + 7n - 7$$

$$\Rightarrow T_n = -4 + 7n \quad \dots\dots\dots(2)$$

प्रश्नानुसार,

$$a_n = T_n$$

$$\Rightarrow 61 + 2n = -4 + 7n$$

$$\Rightarrow 61 + 4 = 7n - 2n$$

$$\Rightarrow 65 = 5n$$

$$\therefore n = \frac{65}{5} = 13. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:116

प्रश्न 1. $\frac{1}{2}$ और $-\frac{1}{2}$ का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ पर, $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$

$$\therefore \text{समान्तर माध्य (A)} = \frac{a+b}{2}$$

$$\therefore A = \frac{\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)}{2} = \frac{0}{2} = 0. \text{ उत्तर}$$

Page No.:116

प्रश्न 2. $x^2 + 3xy$ और $y^2 - 3xy$ का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ $a = (x^2 + 3xy)$

तथा $b = (y^2 - 3xy)$

$$\therefore \text{समान्तर माध्य (A)} = \frac{a+b}{2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{(x^2 + 3xy) + (y^2 - 3xy)}{2}$$

$$A = \frac{x^2 + y^2}{2}. \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 3. दो संख्याओं का समान्तर माध्य 7 और गुणनफल 45 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल: माना कि वे संख्याएँ a तथा b हैं।

तब प्रश्नानुसार,

$$\frac{a+b}{2} = 7$$

$$\Rightarrow a + b = 14 \quad \dots\dots(1)$$

$$\text{तथा } a.b = 45$$

$$\Rightarrow b = \frac{45}{a} \quad \dots\dots(2)$$

समी. (1) व (2) से,

$$a + \frac{45}{a} = 14$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + 45}{a} = 14$$

$$\Rightarrow a^2 + 45 = 14a$$

$$\Rightarrow a^2 - 14a + 45 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 5a - 9a + 45 = 0$$

$$\Rightarrow a(a - 5) - 9(a - 5) = 0$$

$$\Rightarrow (a - 5)(a - 9) = 0$$

$$\therefore a - 5 = 0, a - 9 = 0$$

$$\Rightarrow a = 5, a = 9$$

$$\text{जब } a = 5 \text{ तब } b = \frac{45}{5} = 9$$

$$\text{तथा जब } a = 9 \text{ तब } b = \frac{45}{9} = 5$$

अतः वे संख्याएँ 5 तथा 9 होंगे। उत्तर

Page No.:116

4. दो संख्याओं का समान्तर माध्य 6 और उनके वर्गों का योग 90 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल: माना कि वे संख्याएँ a तथा b हैं।

तब प्रश्नानुसार, $\frac{a+b}{2} = 6$

$$\Rightarrow a + b = 12 \dots\dots\dots(1)$$

तथा $a^2 + b^2 = 90 \dots\dots\dots(2)$

समी. (1) से, $b = (12 - a)$

b के इस मान को समी. (2) में रखने पर,

$$\Rightarrow a^2 + (12 - a)^2 = 90$$

$$\Rightarrow a^2 + 144 + a^2 - 24a = 90$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 24a + 144 - 90 = 0$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 24a + 54 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 12a + 27 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a - 9a + 27 = 0$$

$$\Rightarrow a(a - 3) - 9(a - 3) = 0$$

$$\Rightarrow (a - 3)(a - 9) = 0$$

$$\therefore a - 3 = 0 \text{ तथा } a - 9 = 0$$

$$a = 3, a = 9$$

जब $a = 3$ तब $b = 12 - 3 = 9$

तथा जब $a = 9$ तब $b = 12 - 9 = 3$

अतः वे संख्याएँ 3 तथा 9 होंगे। उत्तर

Page No.:116

प्रश्न 5. -4 और 10 के बीच 6 पद निवेश करते हुए समान्तर श्रेढ़ी का निर्माण कीजिए।

हल: माना 6 समान्तर माध्य $A_1, A_2, A_3, \dots, A_6$ है।

तब -4, $A_1, A_2, A_3, \dots, A_6, 10$ समान्तर श्रेढ़ी में होंगे।

यहाँ पर प्रथम पद $a = -4$

माना सर्वान्तर $= d$

$\therefore$ समान्तर श्रेढ़ी में कुल पद $n = 6 + 2 = 8$

तथा $a_8 = 10, \quad [a_n = a + (n - 1)d]$

$$\Rightarrow a + (8 - 1)d = 10$$

$$\Rightarrow -4 + 7d = 10$$

$$\Rightarrow 7d = 14$$

$$\therefore d = 2$$

अब समान्तर श्रेढ़ी का

$$A_1 = a_2 = a + d$$

$$= -4 + 2$$

$$= -2$$

$$A_2 = a_3 = a + 2d$$

$$= -4 + 2(2) = 0$$

$$A_3 = a_4 = a + 3d$$

$$= -4 + 3(2)$$

$$= 2$$

$$A_4 = a_5 = a + 4d$$

$$= -4 + 4(2)$$

$$= 4$$

$$A_5 = a_6 = a + 5d$$

$$= -4 + 5(2)$$

$$= 6$$

$$A_6 = a_7 = a + 6d$$

$$= -4 + 6(2)$$

$$= 8$$

अतः अभीष्ट समान्तर माध्य है - -2, 0, 2, 4, 6, 8.

Page No.:116

प्रश्न 6. 11 और -7 के बीच 5 समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: माना 5 समान्तर माध्य A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 है।

तब 11, $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, -7$ समान्तर श्रेणी में होंगे।

यहाँ पर प्रथम $a_1 = a = 11$

माना सार्वान्तर = d

कुल पद $n = 5 + 2 = 7$

$$\because a_7 = -7, [\because a_n = a + (n - 1)d]$$

$$\Rightarrow a + (7 - 1)d = -7$$

$$\Rightarrow 11 + 6d = -7$$

$$\Rightarrow 6d = -7 - 11$$

$$\Rightarrow 6d = -18$$

$$\therefore d = -3$$

अब समान्तर श्रेणी का

$$A_1 = a_2 = a + d$$

$$= 11 - 3$$

$$= 8$$

$$A_2 = a_3 = a + 2d$$

$$= 11 + 2(-3) = 5$$

$$A_3 = a_4 = a + 3d$$

$$= 11 + 3(-3)$$

$$= 2$$

$$A_4 = a_5 = a + 4d$$

$$= 11 + 4(-3)$$

$$= -1$$

$$A_5 = a_6 = a + 5d$$

$$= 11 + 5(-3)$$

$$= -4$$

अतः अभीष्ट समान्तर माध्य है $\rightarrow 8, 5, 2, -1, -4$. उत्तर

Page No.:117

प्रश्न 7. यदि किसी समान्तर श्रेणी के p वें व q वें पदों का माध्य, r वें व s वें पदों के माध्य के बराबर है, तो सिद्ध कीजिए कि -

$$p + q = r + s.$$

हल: माना समान्तर श्रेणी का प्रथम पद = a

तथा सार्वतर्क = d

$$\therefore a_p = a + (p - 1)d$$

$$a_q = a + (q - 1)d$$

$$a_r = a + (r - 1)d$$

$$a_s = a + (s - 1)d$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } \frac{a_p + a_q}{2} = \frac{a_r + a_s}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{[a + (p - 1)d] + [a + (q - 1)d]}{2} = \frac{[a + (r - 1)d] + [a + (s - 1)d]}{2}$$

$$\Rightarrow 2a + d[p - 1 + q - 1] = 2a + d[r - 1 + s - 1]$$

$$\Rightarrow p + q - 2 = r + s - 2$$

$$\Rightarrow p + q = r + s \quad \text{सिद्ध हुआ।}$$

Page No.:117

प्रश्न 8. 7 और 49 के बीच n समान्तर माध्य है। यदि चौथे माध्य पद और $(n - 2)$ वें के माध्य पद का अनुपात $5 : 4$ हो, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

हल: माना n समान्तर माध्य $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ है।

तब 7, $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, 49 समान्तर श्रेणी में होंगे।

$$\text{यहाँ पर } a_1 = a = 7$$

$$\therefore (n + 2) \text{वाँ पद} = 49$$

$$\Rightarrow a + (n + 2 - 1)d = 49$$

$$\Rightarrow 7 + (n + 1)d = 49$$

$$\Rightarrow (n + 1)d = 49 - 7$$

$$\Rightarrow (n + 1)d = 42$$

$$\therefore d = \frac{42}{n + 1} \quad \dots\dots\dots(1)$$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{A_4}{A_{n-2}} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{a + 4d}{a + (n-2)d} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 4 \times (a + 4d) = 5[a + (n - 2)d]$$

$$\Rightarrow 4a + 16d = 5a + 5(n - 2)d$$

$$\Rightarrow 16d - 5(n - 2)d = 5a - 4a$$

$$\Rightarrow d[16 - 5n + 10] = a$$

$$\Rightarrow \frac{42}{n + 1} (26 - 5n) = 7, \quad [\text{समी. (1) से}]$$

$$\Rightarrow 26 - 5n = \frac{7 \times (n + 1)}{42}$$

$$\Rightarrow 26 - 5n = \frac{n + 1}{6}$$

$$\Rightarrow 6 \times (26 - 5n) = n + 1$$

$$\Rightarrow 156 - 30n = n + 1$$

$$\Rightarrow 156 - 1 = n + 30n$$

$$\Rightarrow 155 = 31n$$

$$\Rightarrow n = \frac{155}{31} = 5.$$

करके देखें-

Page No.:119

1. क्या किसी समांतर श्रेणी के प्रथम n पदों के योग S_n और प्रथम $(n-1)$ पदों के योग S_{n-1}

का अंतर, श्रेणी के n वें पद के बराबर है ?

हल: माना समांतर श्रेणी का प्रथम पद a और सर्वान्तर d है। तब,

$$\text{प्रथम } n \text{ पदों का योग } S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

प्रथम $(n-1)$ पदों का योग

$$S_{n-1} = \left(\frac{n-1}{2}\right)[2a + (n-1-1)d]$$

$$= \left(\frac{n-1}{2}\right)[2a + (n-2)d]$$

$$\therefore S_n - S_{n-1} = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] - \frac{n-1}{2},$$

$$[2a + (n-2)d]$$

$$= \frac{n}{2} \cdot 2a + \frac{n}{2} \cdot (n-1)d - \left(\frac{n-1}{2}\right) \cdot 2a - \left(\frac{n-1}{2}\right) \cdot (n-2)d$$

$$= 2a \left[\frac{n}{2} - \frac{n-1}{2} \right] + d \left[\frac{n(n-1)}{2} - \frac{(n-1)(n-2)}{2} \right]$$

$$= 2a \left(\frac{n+n-1}{2} \right) + d \left(\frac{n-1}{2} \right)$$

$$(n-n+2)$$

$$= a + \left(\frac{n-1}{2}\right) \cdot 2d$$

$$= a + (n-1)d$$

$$= a_n$$

अतः यह श्रेणी के n वें पद के बराबर हैं।

उत्तर

Page No.:119

प्रश्न 2. यदि किसी समांतर श्रेढ़ी के प्रथम n पदों का योग $S_n = 4n - n^2$ है, तो क्या इसके प्रथम पद का मान ज्ञात कर सकते हैं ? क्या यह S_1 है ? इस श्रेढ़ी के प्रथम दो पदों का योग क्या है ? दूसरा पद क्या है ? इसी तरह से तीसरे, चौथे, पंद्रहवे और n वें पद ज्ञात कीजिए ।

हल: $S_n = 4n - n^2$ चूँकि प्रथम पद तक का योग और प्रथम पद एक ही अर्थ रखते हैं । अतः $n = 1$ रखने पर S_1 प्राप्त होगा, वही a (प्रथम पद) होगा ।

$$\begin{aligned} S_1 &= 4.1 - 1^2 \\ &= 4 - 1 = 3 \end{aligned}$$

$\therefore$ प्रथम पद = 3

$$\begin{aligned} \text{अब } S_3 &= 4.3 - 3^2 \\ &= 12 - 9 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा } S_2 &= 4.2 - 2^2 \\ &= 8 - 4 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{दूसरा पद} &= S_2 - S_1 \\ &= 4 - 3 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{प्रथम दो पदों का योग} \\ &= S_1 + S_2 \\ &= 3 + 1 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{तीसरा पद} &= S_3 - S_2 \\ &= 3 - 2 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{इसी प्रकार, } S_4 &= 4.4 - 4^2 \\ &= 16 - 16 \end{aligned}$$

$$S_3 = 3$$

$$\therefore \text{चौथा पद} = S_4 - S_3$$

$$= 0 - 3 = -3$$

$$S_{15} = 4.15 - 15^2$$

$$= 60 - 225$$

$$= -165$$

$$S_{14} = 4.14 - 14^2$$

$$= 56 - 196$$

$$= -140$$

$$\therefore \text{पंद्रहवां पद} = S_{15} - S_{14}$$

$$= -165 - (-140)$$

$$= -165 + 140$$

$$= -25$$

$$S_n = 4n - n^2$$

$$S_{n-1} = 4(n-1) - (n-1)^2$$

$$\therefore n^{\text{वाँ पद}} = S_n - S_{n-1}$$

$$= 4n - n^2 - 4(n-1) + (n-1)^2$$

$$= 4n - n^2 - 4n + 4 + n^2 + 1 - 2n$$

$$= 5 - 2n.$$

उत्तर

प्रश्न . निम्नलिखित समांतर श्रेढ़ियों का योग ज्ञात कीजिए -

Page No.:124

(i) 9, 12, 15, ...16 पदों तक

हल: यहाँ पर, $a = a_1 = 9$; $a_2 = 12$

$$d = a_2 - a_1 = 12 - 9 = 3$$

$$n = 16$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{16} = \frac{16}{2} [2(9) + (16-1) \cdot 3]$$

$$= 8 [18 + 45]$$

$$S_{16} = 8[63] = 504. \text{ उत्तर}$$

Page No.:124

(ii) 8, 3, -2..... 22 पदों तक ।

हल: यहाँ पर, $a = a_1 = 8$; $a_2 = 3$

$$d = a_2 - a_1 = 3 - 8 = -5$$

$$n = 22$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{22} = \frac{22}{2} [2(8) + (22-1)(-5)]$$

$$= 11 [16 + 21(-5)]$$

$$= 11 [16 - 105]$$

$$= 11 [-89]$$

$$\therefore S_{16} = -979. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

(iii) 0.6, 1.7, 2.8, ...100 पदों तक ।

हल: यहाँ पर, $a = a_1 = 0.6$; $a_2 = 1.7$

$$d = a_2 - a_1 = 1.7 - 0.6 = 1.1$$

$$n = 100$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\therefore S_{100} = \frac{100}{2} [2(0.6) + (100-1)(1.1)]$$

$$= 50 [1.2 + 99(1.1)]$$

$$= 50 [1.2 + 108.9]$$

$$= 50 [110.1]$$

$$= 5505.0$$

$$\therefore S_{100} = 5505. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

(iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \dots\dots\dots 11$ पदों तक ।

हल: यहाँ पर, $a = a_1 = \frac{1}{15}$; $a_2 = \frac{1}{12}$

$$d = a_2 - a_1 = \frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{5-4}{60}$$

$$d = \frac{1}{60},$$

$$n = 11$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned}
S_{11} &= \frac{11}{2} \left[2\left(\frac{1}{15}\right) + (11 - 1)\left(\frac{1}{60}\right) \right] \\
&= \frac{11}{2} \left[\frac{2}{15} + \frac{1}{6} \right] \\
&= \frac{11}{2} \left[\frac{4+5}{30} \right] \\
&= \frac{11}{2} \times \frac{9}{30}
\end{aligned}$$

$$\therefore S_{11} = \frac{33}{20}. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

(v) $\frac{n^2+1}{n}$, n , $\frac{n^2-1}{n}$, ...20 पदों तक।

हल: यहाँ पर, $a = a_1 = \frac{n^2+1}{n}$

$$a_2 = \frac{n^2-1}{n}$$

$$\begin{aligned}
d &= a_2 - a_1 = \frac{n^2+1}{n} - \frac{n^2-1}{n} \\
&= \frac{n^2+1-n^2+1}{n}
\end{aligned}$$

$$d = \frac{-2}{n}$$

तथा $N = 20$

$$\therefore S_n = \frac{N}{2} [2a + (N-1)d].$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} \left[2\left(\frac{n^2+1}{n}\right) + (20 - 1)\left(\frac{-2}{n}\right) \right]$$

$$S_{20} = 10 \left[\frac{2(n^2+1)}{n} - \frac{38}{n} \right]$$

$$S_{20} = 10 \left[\frac{2n^2+2-38}{n} \right]$$

$$S_{20} = 10 \left[\frac{2n^2 - 36}{n} \right]$$

$$S_{20} = \frac{20(n^2 - 18)}{n}. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

(vi) $\left(1 - \frac{1}{n}\right), \left(1 - \frac{2}{n}\right), \left(1 - \frac{3}{n}\right), \dots, n$ पदों तक ।

हल: यहाँ पर, $a = a_1 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)$

$$a_2 = \left(1 - \frac{2}{n}\right)$$

$$\text{तथा } d = a_2 - a_1 = \left(1 - \frac{2}{n}\right) - \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$= 1 - \frac{2}{n} - 1 + \frac{1}{n}$$

$$= \frac{-2}{n} + \frac{1}{n}$$

$$= \frac{-2+1}{n} = -\frac{1}{n}$$

कुल पदों की संख्या $N = n$

$$\therefore S_n = \frac{N}{2} [2a + (N-1)d].$$

$$S_n = \frac{n}{2} \left[2\left(1 - \frac{1}{n}\right) + (n-1)\left(-\frac{1}{n}\right) \right]$$

$$= \frac{n}{2} \left[2 - \frac{2}{n} - n \times \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \right]$$

$$= \frac{n}{2} \left[2 - \frac{2}{n} - 1 + \frac{1}{n} \right]$$

$$= \frac{n}{2} \left[1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n} \right]$$

$$= \frac{n}{2} \left[\frac{n-2+1}{n} \right]$$

$$= \frac{n}{2} \frac{n-1}{n}$$

$$= \frac{(n-1)}{2}. \text{ उत्तर}$$

Page No.:124

प्रश्न 2. 1046.5 योग प्राप्त करने के लिए समांतर श्रेणी $7, 10\frac{1}{2}, 14, \dots$ के कितने पद लेने होंगे?

हल: माना पदों की संख्या = n

$$\text{तब } S_n = 1046.5$$

$$\text{यहाँ पर, } a = a_1 = 7; a_2 = 10\frac{1}{2} = \frac{21}{2}$$

$$\therefore d = a_2 - a_1 = \frac{21}{2} - 7 = \frac{21-14}{2} \\ = \frac{7}{2}$$

$$\therefore 1046.5 = \frac{n}{2} \left[2 \times 7 + (n-1) \times \frac{7}{2} \right]$$

$$1046.5 = \frac{n}{2} \left[\frac{28 + (n-1) \times 7}{2} \right]$$

$$1046.5 \times 4 = n[28 + 7n - 7]$$

$$4186 = n(21 + 7n)$$

$$4186 = 21n + 7n^2$$

$$\Rightarrow 7n^2 + 21n - 4186 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 3n - 598 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 26n - 23n - 598 = 0$$

$$\Rightarrow n(n+26) - 23(n+26) = 0$$

$$\Rightarrow (n+26)(n-23) = 0$$

$$\Rightarrow n + 26 = 0 \text{ या } n - 23 = 0$$

$$\therefore n = -26 \quad n = 23$$

परन्तु पदों की संख्या धनात्मक होती है,

$$\therefore n = 23 \text{ पद। उत्तर}$$

Page No.:124

प्रश्न 3. समांतर श्रेढ़ी 24, 21, 18, ... के कितने पद लिए जाएँ, ताकि उनका योग 78 हो ?
हल: दिया है : समान्तर श्रेढ़ी 24, 21, 18, ...

यहाँ पर $a_1 = a = 24$

$$a_2 = 21$$

$$\therefore d = a_2 - a_1 = 21 - 24 = -3$$

माना पदों की संख्या = n

तब $S_n = 78$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow 78 = \frac{n}{2} [2 \times 24 + (n-1) \times (-3)]$$

$$\Rightarrow 78 \times 2 = n [48 - 3n + 3]$$

$$\Rightarrow 156 = n [51 - 3n]$$

$$\Rightarrow 156 = 51n - 3n^2$$

$$\Rightarrow 3n^2 - 51n + 156 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 17n + 52 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 4n - 13n + 52 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-4) - 13(n-4) = 0$$

$$\Rightarrow (n-4)(n-13) = 0$$

$$\therefore n-4 = 0 \text{ या } n-13 = 0$$

$$\Rightarrow n = 4, n = 13$$

अतः अभीष्ट पदों की संख्या 4 अथवा 13 होगी।

उत्तर

Page No.:124

प्रश्न 4. किसी समांतर श्रेणी का प्रथम पद 1, अंतिम पद 11 और योग 36 है, तो पदों की संख्या और सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है : समांतर श्रेणी का

$$\text{प्रथम पद } a_1 = a = 1$$

$$\text{द्वितीय पद } l = a_n = 11$$

$$\text{पदों का योग } S_n = 36$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [a + a_n] \quad [a_n = a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow 36 = \frac{n}{2} [1 + 11]$$

$$\Rightarrow 36 \times 2 = n(12)$$

$$\therefore n = \frac{36 \times 2}{12} = 6$$

$$\therefore a + (n-1)d = a_n$$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = a_6$$

$$\Rightarrow 1 + (6-1)d = 11$$

$$\Rightarrow d = \frac{10}{5}$$

$$\therefore d = 2. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

प्रश्न 5. किसी समांतर श्रेणी का प्रथम पद 17 और अंतिम पद 350 है। यदि सार्व अंतर 9 है, तो इसमें कितने पद हैं? इस श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है: $a = 17$, $l = 350$, $d = 9$

माना कुल पदों की संख्या $= n$ है,

$$\Rightarrow T_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow l = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 350 = 17 + (n-1)(9)$$

$$\Rightarrow 350 - 17 = (n-1)(9)$$

$$\Rightarrow \frac{333}{9} = n - 1$$

$$\Rightarrow 37 = n - 1$$

$$\therefore n = 37 + 1 = 38 \quad \text{उत्तर}$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$\Rightarrow S_{38} = \frac{38}{2} [17 + 350]$$

$$\Rightarrow S_{38} = 19[367]$$

$$\Rightarrow S_{38} = 6973. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

प्रश्न 6. 1 और 100 के बीच सभी प्राकृत संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए, जो 3 के गुणज हों।

हल: 1 और 100 के बीच 3 के गुणज प्राकृत संख्याएँ हैं -

3, 6, 9, 12, 15, ...99

यहाँ पर श्रेढ़ी का $a_1 = a = 3$, $a_2 = 6$, $a_3 = 9$

अब $a_2 - a_1 = 6 - 3 = 3$

$$a_3 - a_2 = 9 - 6 = 3$$

.....

.....

.....

अतः यह श्रेढ़ी समान्तर श्रेढ़ी होगी।

जहाँ $d = a_2 - a_1 = 3$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow 99 = 3 + (n - 1)(3)$$

$$\Rightarrow 99 - 3 = (n - 1)(3)$$

$$\Rightarrow \frac{96}{3} = n - 1$$

$$\Rightarrow 32 = n - 1$$

$$\therefore n = 32 + 1 = 33$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{33} = \frac{33}{2} [2(3) + (33 - 1)(3)]$$

$$= \frac{33}{2} [6 + 32 \times 3]$$

$$= \frac{33}{2} [6 + 96]$$

$$= \frac{33}{2} \cdot (102)$$

$$= 33 (51)$$

$$S_{33} = 1683. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

प्रश्न 7. 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

हल: 0 और 50 के बीच विषम संख्याएँ हैं -

1, 3, 5, 7, 9, ...49

इस श्रेणी में $a_1 = a = 1$, $a_2 = 3$, $a_3 = 5$, $a_4 = 7$

$$\text{अब } a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2 = d$$

∴ यह श्रेणी समान्तर श्रेणी है।

$$\text{जहाँ } d = a_2 - a_1 = 2$$

$$\text{अतः } a = 1, d = 2, T_n = 49$$

$$\therefore a_n = a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow 49 = 1 + (n - 1)(2)$$

$$\Rightarrow \frac{49 - 1}{2} = n - 1$$

$$\Rightarrow 24 + 1 = n$$

$$\therefore n = 25$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{25} = \frac{25}{2} [2(1) + (25-1)(2)]$$

$$= \frac{25}{2} [2 + 48]$$

$$= \frac{25}{2} [50]$$

$$= 25[25]$$

$$\therefore S_{25} = 625. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

प्रश्न 8. उस समांतर श्रेणी के पहले 51 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसका दूसरा पद 14 और तीसरा पद 18 है।

हल: दिया है: समांतर श्रेणी का

$$n = 51, a_2 = 14, a_3 = 18$$

$$\text{यहाँ पर, } d = a_3 - a_2$$

$$= 18 - 14 = 4$$

$$\text{अब } a_2 - a_1 = d$$

$$\Rightarrow 14 - a_1 = 4$$

$$\Rightarrow 14 - 4 = a_1$$

$$\therefore a_1 = 10$$

$$\Rightarrow a = a_1 = 10$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{51} = \frac{51}{2} [2(10) + (51-1)(4)]$$

$$\Rightarrow S_{51} = \frac{51}{2} [20 + 200]$$

$$= 51[110]$$

$$\therefore S_{51} = 5610. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

प्रश्न 9. किसी समांतर श्रेणी के प्रथम 7 पदों का योग 49 है और प्रथम 17 पदों का योग 289 है, तो इसके प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है : $S_7 = 49$

$$\Rightarrow \frac{7}{2} [a + l] = 49 \quad \dots\dots\dots(1)$$

तथा $S_{17} = 289$

$$\Rightarrow \frac{17}{2} [a + l] = 289 \quad \dots\dots\dots(2)$$

समीकरण (1) से,

$$a + l = 49 \times \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow a + l = 7 \times 2$$

$$\Rightarrow a + l = 14$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$S_n = \frac{n}{2} [14]$$

$$S_n = 7n. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

प्रश्न 10. यदि किसी समांतर श्रेणी के प्रथम, द्वितीय और अंतिम पद क्रमशः a , b , और $2a$ हों, तो सिद्ध कीजिए कि श्रेणी का योगफल $\frac{3ab}{2(b-a)}$ होगा।

हल: दिया है: $a = a_1 = a$

$$a_2 = b$$

$$l = a_n = 2a$$

$$\therefore d = a_2 - a_1 = b - a$$

$$\text{तथा } a_n = a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow 2a = a + (n - 1)(b - a)$$

$$\Rightarrow 2a - a = (n - 1)(b - a)$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b - a} = n - 1$$

$$\Rightarrow n = \frac{a}{b - a} + 1$$

$$\Rightarrow n = \frac{a + b - a}{b - a}$$

$$\therefore n = \frac{b}{b - a}$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$= \frac{\frac{b}{(b - a)}}{2} [a + 2a]$$

$$= \frac{b}{2(b - a)} (3a)$$

$$\therefore S_n = \frac{3ab}{2(b - a)}. \quad \text{सिद्ध हुआ।}$$

Page No.:124

प्रश्न 11. एक समांतर श्रेणी के n पदों का योग $n^2 + 4n$ है। श्रेणी का 15वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है : $S_n = n^2 + 4n$

$$\therefore S_{15} = (15)^2 + 4(15)$$

$$S_{15} = 225 + 60 = 285 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{तथा } S_{14} = (14)^2 + 4(14)$$

$$= 196 + 56 = 252 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\therefore T_n = S_n - S_{n-1}$$

$$T_{15} = S_{15} - S_{15-1}$$

$$= S_{15} - S_{14}$$

$$\therefore T_{15} = 285 - 252 = 33. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:124

प्रश्न 12. संख्याओं के उस सूची के प्रथम 24 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए, जिसका n वाँ पद $a_n = 3 + 2n$ से दिया जाता है।

हल: दिया है: $a_n = 3 + 2n$

$n = 1, 2, 3, 4, \dots\dots\dots$ रखने पर क्रमशः

$$a_1 = 3 + 2(1) = 5$$

$$a_2 = 3 + 2(2) = 7$$

$$a_3 = 3 + 2(3) = 9$$

.....

.....

.....

$$a_{24} = 3 + 2(24) = 3 + 48 = 51$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$\Rightarrow S_{24} = \frac{24}{2} [a_1 + a_n]$$

$$\Rightarrow S_{24} = 12 [5 + 51]$$

$$\therefore S_{24} = 12 \times 56 = 672. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:125

प्रश्न 13. किसी समांतर श्रेणी के p वें, q वें, r वें पदों का योगफल क्रमशः a, b, c हैं, तो सिद्ध कीजिए कि - $\frac{a}{p}(q-r) + \frac{b}{q}(r-p) + \frac{c}{r}(p-q) = 0$.

हल: दिया है : $a_p = a$

$$\Rightarrow \frac{p}{2} \cdot [A + L] = a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot [A + L] = \frac{a}{p} \dots\dots\dots(1)$$

तथा $a_q = b$

$$\Rightarrow \frac{q}{2} \cdot [A + L] = b$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [A + L] = \frac{b}{q} \dots\dots\dots(2)$$

और $a_r = c$

$$\Rightarrow \frac{r}{2} [A + L] = c$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [A + L] = \frac{c}{r} \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{बायाँ पक्ष} = \frac{a}{p}(q-r) + \frac{b}{q}(r-p) + \frac{c}{r}(p-q)$$

$$= \frac{1}{2} [A + L](q-r) + \frac{1}{2} [A + L](r-p) + \frac{1}{2} [A + L](p-q)$$

$$= \frac{1}{2} [A + L] [q-r+r-p+p-q]$$

$$= \frac{1}{2} [A + L] [0]$$

$$= 0 = \text{दायाँ पक्ष।} \quad \text{सिद्ध हुआ।}$$

प्रश्न 14. तीन समान्तर श्रेढ़ियों के n पदों के योगफल क्रमशः S_1, S_2, S_3 हैं। यदि प्रत्येक श्रेढ़ी का प्रथम पद 1 तथा सार्व अंतर क्रमशः 1, 2, 3 हो, तो सिद्ध कीजिए कि -

$$S_1 + S_3 = 2 S_2.$$

हल: प्रथम श्रेढ़ी के n पदों का योगफल

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{n}{2} [2.1 + (n-1).1] \\ &= \frac{n}{2} (2 + n - 1) \\ &= \frac{n(n+1)}{2} \end{aligned}$$

द्वितीय श्रेढ़ी के n पदों का योगफल

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{n}{2} [2.1 + (n-1).2] \\ &= \frac{n}{2} \{ 2 + (n-1).2 \} \\ &= n (1 + n - 1) \\ &= n^2 \end{aligned}$$

तृतीय श्रेढ़ी के n पदों का योगफल

$$\begin{aligned} S_3 &= \frac{n}{2} [2.1 + (n-1).3] \\ &= \frac{n}{2} [2 + 3n - 3] \\ &= \frac{n}{2} [3n - 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore S_1 + S_3 &= \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(3n-1)}{2} \\ &= \frac{n}{2} . (n + 1 + 3n - 1) \end{aligned}$$

$$= \frac{n}{2} \cdot 4n$$

$$= 2n^2$$

$$= 2S_2, \quad \{\because S_2 = n^2\} \quad \text{सिद्ध हुआ।}$$

Page No.:125

प्रश्न 15. यदि किसी समांतर श्रेणी के n , $2n$ तथा $3n$ पदों के योग क्रमशः S_1 , S_2 व S_3 हो, तो सिद्ध कीजिए कि $S_3 = 3(S_2 - S_1)$.

हल: समांतर श्रेणी के पहले n पदों का योग $= \frac{n}{2}[a + l]$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[a + l] \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{2}[a + l]$$

इसी प्रकार, $n = 2$

$$\Rightarrow S_2 = [a + l]$$

$\Rightarrow$ इसी प्रकार, $n = 3$

$$S_3 = \frac{3}{2}[a + l]$$

$$S_3 = \frac{3}{2}[a + l]$$

$$\text{अब, बायाँ पक्ष} = 3[S_2 - S_1]$$

$$= 3\left[(a + l) - \frac{1}{2}[a + l]\right]$$

$$= 3\left[\frac{a}{2} - \frac{l}{2}\right]$$

$$= 3\left[\frac{1}{2}[a + l]\right]$$

$$= \frac{3}{2}[a + l]$$

$$= S_3 \quad [\text{समी. (3) से}]$$

$\therefore$ दायों पक्ष = S_3 = बायों पक्ष । सिद्ध हुआ ।

Page No.:125

प्रश्न 16. टेलीविजन बनाने वाली एक कंपनी तीसरे वर्ष में 600 टेलीविजन तथा सातवें वर्ष में 700 टेलीविजन बनाती है। यह मानते हुए कि प्रत्येक वर्ष बनने वाले टेलीविजनों में एक समान रूप से एक निश्चित संख्या में वृद्धि होती है, ज्ञात कीजिए-

(i) प्रथम वर्ष में बनाये गये टेलीविजनों की संख्या

(ii) 9वें वर्ष में बनाये गये टेलीविजनों की संख्या

(iii) प्रथम 7 वर्षों में बनाये गये कुल टेलीविजनों की संख्या।

हल - माना प्रत्येक वर्ष उत्पादन में वृद्धि d है। चूँकि यह एकसमान है, अतः उत्पादन समान्तर श्रेणी में आगे बढ़ रहा है। माना प्रथम वर्ष में उत्पादन a है।

$$\therefore a_3 = 600$$

$$a_7 = 700$$

अतः $a_n = a + (n - 1)d$ से,

$$a_3 = a + (3 - 1)d = 600$$

$$\Rightarrow a + 2d = 600 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$a_7 = a + (7 - 1)d = 700$$

$$\Rightarrow a + 6d = 700 \quad \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) और (2) से,

$$a + 2d = 600$$

$$a + 6d = 700$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \end{array} \quad (\text{घटाने पर})$$

$$-4d = -100$$

$$\therefore d = \frac{-100}{-4} = 25$$

अतः समी. (1) से,

$$a + 2 \times 25 = 600$$

$$\Rightarrow a = 600 - 50$$

$$= 550$$

$\therefore$ प्रथम वर्ष में उत्पादन = 550 टी. वी. उत्तर

$$9 \text{ वें वर्ष में उत्पादन } a_9 = a + 8d$$

$$= 550 + 8 \times 25$$

$$= 550 + 200$$

$$= 750 \text{ टी.वी. उत्तर}$$

प्रथम 7 वर्षों में कुल उत्पादन

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \text{ से,}$$

$$S_7 = \frac{7}{2} \{ 2 \times 550 + (7-1).25 \}$$

$$= \frac{7}{2} (1100 + 6 \times 25)$$

$$= \frac{7}{2} (1100 + 150)$$

$$= \frac{7}{2} \times 1250$$

$$= 7 \times 625 = 4375. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:125

प्रश्न 17. एक निर्माण कार्य ठेके में कराया जा रहा है, जिसे एक निश्चित तिथि तक पूरा करना है। निश्चित तिथि से विलंब होने पर जुर्माने का प्रावधान इस तरह है: पहले दिन के लिए 200 रु., दूसरे दिन के लिए 250 रु., तीसरे दिन के लिए 300 रु. इत्यादि, अर्थात् पहले दिन का जुर्माना 200 रु. है और इसके बाद प्रत्येक दिन का जुर्माना 50 रु. बढ़ जाएगा। ठेकेदार ने

कार्य में 30 दिन का विलंब किया तो उसे कुल कितना जुर्माना देना होगा और 30 वें दिन के लिए कितना जुर्माना होगा?

हल: प्रश्नानुसार जुर्माना निम्नानुसार होगा -

जुर्माना :	पहला	दूसरा	तीसरा
	दिन	दिन	दिन

रुपये :	200	250	300 में
---------	-----	-----	---------------

क्योंकि जुर्माने में प्रथम दिन पश्चात् 50 रुपये की वृद्धि होते जाती है। अतः ये राशियाँ समान्तर श्रेणी में हैं -

∴ 200, 250, 300, ...30 दिनों तक

यहाँ पर, $a_1 = a = 200$

$$a_2 = 250$$

$$d = a_2 - a_1$$

$$= 250 - 200 = 50$$

$$n = 30$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2 \times 200 + (30-1)50]$$

$$= 15[400 + 29 \times 50]$$

$$= 15[400 + 1450]$$

$$S_{30} = 15[1850]$$

$$\therefore S_{30} = 27750. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:125

प्रश्न 18. विद्यालय में विद्यार्थियों के समग्र शैक्षिक प्रदर्शन पर 7 नकद पुरस्कार देने के लिए 700 रु. की राशि रखी गई है। यदि प्रत्येक पुरस्कार अपने से ठीक पहले वाले पुरस्कार से 10 रु. कम है, तो प्रत्येक पुरस्कार की राशि कितनी है?

हल: प्रश्नानुसार, पुरस्कारों की संख्या = 7

$$\therefore n = 7$$

पुरस्कार हेतु कुल राशि = 700 रुपये

$$\therefore S_7 = 700$$

$\therefore$ प्रत्येक पुरस्कार अपने से ठीक पहले वाले पुरस्कार से दस रुपये कम है।

$\therefore$ प्रत्येक पुरस्कार की राशियाँ क्रमशः समांतर श्रेढ़ी में होगी।

जहाँ $d = -10$

$$\text{अब } a_1 = a$$

$$a_2 = a + d = a - 10$$

$$a_3 = a + 2d = a + 2(-10)$$

$$= a - 20$$

.....

$$a_7 = a + 6d$$

$$= a + 6(-10)$$

$$= a - 60$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$\Rightarrow S_7 = \frac{7}{2} [a + a_7]$$

$$\Rightarrow 700 = \frac{7}{2} [a + (a - 60)]$$

$$\Rightarrow 700 = \frac{7}{2} (2a - 60)$$

$$\Rightarrow 700 \times \frac{2}{7} = 2a - 60$$

$$\Rightarrow 200 = 2a - 60$$

$$\Rightarrow 2a = 260$$

$$\Rightarrow a = 130$$

अतः पुरस्कार की राशि क्रमशः होगी,

$$\text{प्रथम पुरस्कार} = a_1 = 130 \text{ रुपये}$$

$$\text{द्वितीय पुरस्कार} = a_2 = 130 - 10 = 120 \text{ रुपये}$$

$$\text{तृतीय पुरस्कार} = a_3 = 120 - 10 = 110 \text{ रुपये}$$

$$\text{चतुर्थ पुरस्कार} = a_4 = 110 - 10 = 100 \text{ रुपये}$$

$$\text{पाँचवा पुरस्कार} = a_5 = 100 - 10 = 90 \text{ रुपये}$$

$$\text{छठवाँ पुरस्कार} = a_6 = 90 - 10 = 80 \text{ रुपये}$$

$$\text{सातवाँ पुरस्कार} = a_7 = 80 - 10 = 70 \text{ रुपये । उत्तर}$$

Page No.:125

प्रश्न 19. 200 लट्टों (logs) को इस तरह जमाया गया कि सबसे नीचे वाली पंक्ति में 20 लट्टे, उससे ऊपर की पंक्ति में 19 लट्टे, उससे ऊपर की पंक्ति में 18 लट्टे रखे गए हैं। यह क्रम सभी लट्टों के रखे जाने तक चला।



ये 200 लट्टे कितनी पंक्तियों में रखे गए हैं और सबसे ऊपर की पंक्ति में कितने लट्टे हैं?

हल: प्रश्नानुसार, कुल लट्टों की संख्या = 200

$$\therefore S_n = 200$$

जहाँ n = पंक्तियों की संख्या है।

पंक्तियों में लट्टों की संख्या निम्नानुसार होगी -

पंक्ति :	पहली	दूसरी	तीसरी	
	पंक्ति	पंक्ति	पंक्ति	
लट्टों की संख्या :	20	19	18,	

यहाँ पर लट्टों की संख्या एक - एक कम होती जा रही है, अतः यह व्यवस्था समान्तर श्रेणी में है।

$$\therefore a_1 = a = 20, a_2 = 19, a_3 = 18, \dots$$

$$\therefore d = a_2 - a_1$$

$$= 19 - 20 = -1$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$200 = \frac{n}{2} [2(20) + (n-1)(-1)]$$

$$\Rightarrow 400 = n[40 - n + 1]$$

$$\Rightarrow 400 = n[41 - n]$$

$$\Rightarrow 400 = 41n - n^2$$

$$\Rightarrow n^2 - 41n + 400 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 16n - 25n + 400 = 0$$

$$\Rightarrow n(n - 16) - 25(n - 16) = 0$$

$$\Rightarrow (n - 16)(n - 25) = 0$$

$$\Rightarrow n - 16 = 0, n - 25 = 0$$

$$\Rightarrow n = 16, n = 25$$

यदि अंतिम पंक्ति (n) = 16 हो, तो

$$a_{16} = a + (16 - 1)d$$

$$= 20 + 15(-1)$$

$$= 20 - 15 = 5$$

और यदि अंतिम पंक्ति (n) = 25 हो, तो

$$a_{25} = a + (25 - 1)d$$

$$= 20 + 24(-1)$$

$$= 20 - 24 = -4$$

जो संभव नहीं है।

अतः पंक्तियों की संख्या n = 16 होगी तथा उसमें लट्टों की संख्या 5 होगी। उत्तर

Page No.:126

प्रश्न 20. एक आलू दौड़ (potato race) प्रतियोगिता में प्रारंभिक स्थान पर एक बाल्टी रखी है। इस बाल्टी से 5 मीटर की दूरी पर पहला आलू रखा है तथा अन्य आलुओं को एक सीधी रेखा में परस्पर 3 मीटर की दूरी पर रखा गया है। इस रेखा पर 10 आलू रखे गए हैं। (देखिए आकृति)



प्रत्येक प्रतियोगी बालिका बाल्टी से चलना प्रारंभ करती है, निकटतम आलू को उठाती है और उसे लेकर वापस दौड़कर बाल्टी में डालती है। ऐसा वह तब तक करती रहती है, जब तक सभी आलू बाल्टी में न आ जाएँ। इसमें प्रत्येक प्रतियोगी बालिका को कुल कितनी दूरी दौड़नी पड़ेगी?

(संकेत : पहले और दूसरे आलुओं को उठाकर बाल्टी में डालने तक दौड़ी गई दूरी = $2 \times 5 + 2(5+3)$ है।)

हल: पहले आलू को बाल्टी में डालने में तय की दूरी = 2×5 मीटर = 10 मीटर

दूसरे आलू को बाल्टी में डालने में तय की दूरी = $2 \times (5 + 3) = 16$ मीटर

तीसरे आलू को बाल्टी में डालने में तय की दूरी = $2 \times (5 + 2 \times 3) = 22$ मीटर

सभी आलू को बाल्टी में डालने में तय की गई कुल दूरी

$$= 2 \times 5 + 2(5 + 3) + 2 \times (5 + 2 \times 3)$$

$$+ 2 \times (5 + 3 \times 3) + \dots + 2 \times (5 + 9 \times 3)$$

$$= 10 + 2 \times (8) + 2 \times (11) + 2 \times (14) + \dots + 2 \times (32)$$

$$= 10 + 16 + 22 + 28 + \dots + 64$$

यहाँ पर, $a_1 = a = 10$, $a_2 = 16$

$$d = a_2 - a_1 = 16 - 10 = 6$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2 \times 10 + (10-1) \times 6]$$

$$= 5 [20 + 9 \times 6]$$

$$= 5 [20 + 54] = 5[74] = 370 \text{ मीटर।} \quad \text{उत्तर}$$