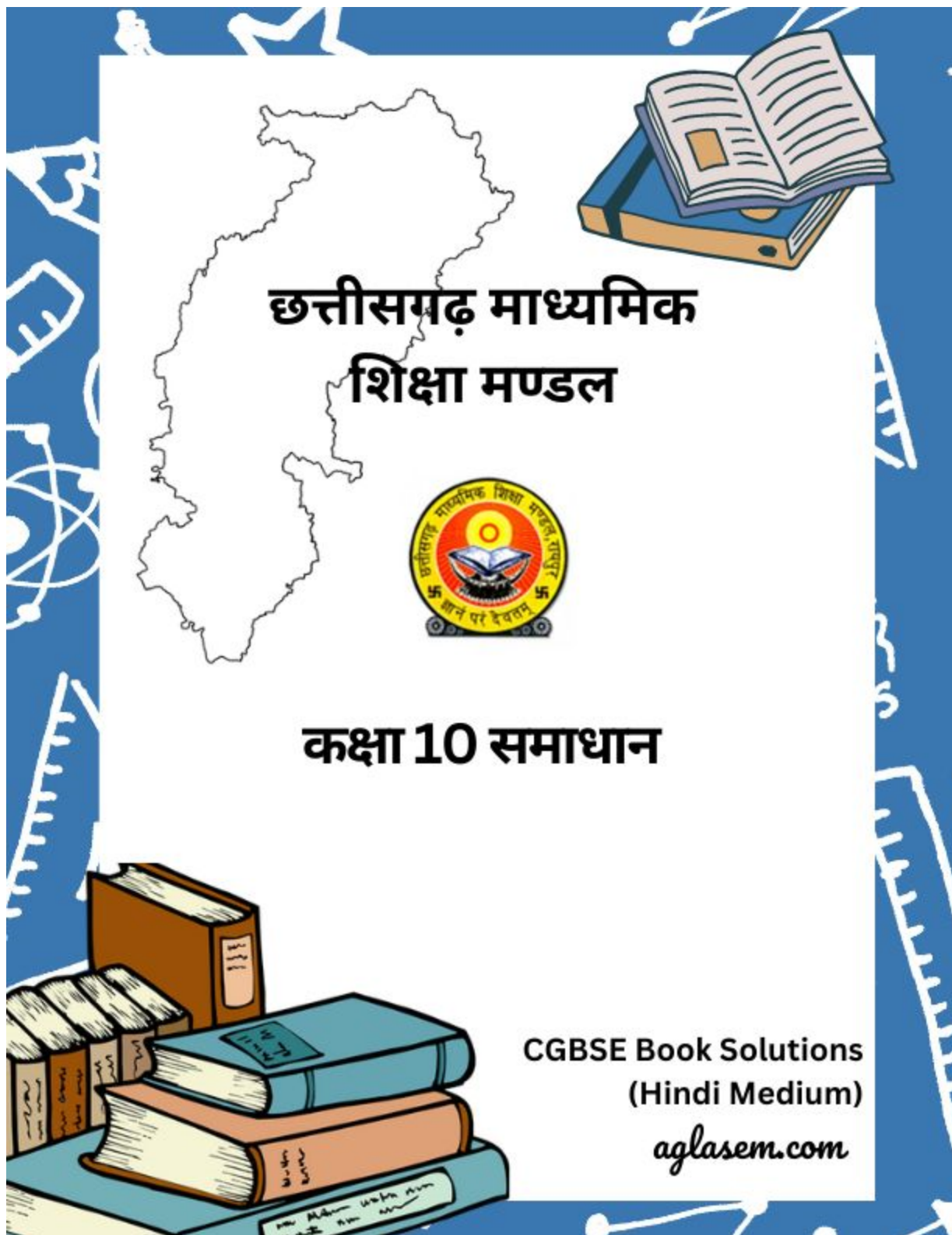


CG Board Class 10 Maths Book Solutions



CG Board Class 10 Math : Part 1 Solutions

Chapter 5

अनुपात और समानुपात

करके देखें:-

Page No.130

प्रश्न 1. निम्नलिखित में से किस भूखण्ड का तुलनात्मक क्षेत्रफल सबसे अधिक है -

(i) 5 वर्ग मीटर में से 5 वर्ग सेमी का (ii) 30 वर्ग सेमी में से 3 वर्ग सेमी का

(iii) 10 वर्ग मीटर में से 9 वर्ग सेमी का।

हल- (i) 5 वर्ग मीटर में से 5 वर्ग सेमी का क्षेत्रफल -

$$\begin{aligned} &= \frac{5 \text{ वर्ग मी.}}{5 \text{ वर्ग सेमी.}} \\ &= \frac{5 \times 100 \times 100 \text{ वर्ग सेमी}}{5 \text{ वर्ग सेमी.}} = 10^4 \end{aligned}$$

(ii) 30 वर्ग सेमी में से 3 वर्ग सेमी का क्षेत्रफल -

$$= \frac{30 \text{ वर्ग सेमी.}}{3 \text{ वर्ग सेमी.}} = 10$$

(iii) 10 वर्ग मीटर में से 9 वर्ग सेमी क्षेत्रफल -

$$\begin{aligned} &= \frac{10 \text{ वर्ग मी.}}{9 \text{ वर्ग सेमी.}} \\ &= \frac{10 \times 100 \times 100 \text{ वर्ग सेमी}}{9 \text{ वर्ग सेमी.}} = 1.1 \times 10^4 \end{aligned}$$

स्पष्ट है कि, (iii) का तुलनात्मक क्षेत्रफल जो कि 1.1×10^4 है, सबसे अधिक है।

Page No.132

प्रश्न 1. एक क्रिकेट मैच में बल्लेबाज धीरेन्द्र 25 गेंद में 19 रन बनाकर आउट हो जाता है, महेन्द्र 20 गेंद खेलकर 14 रन बनाकर पेवेलियन लौटता है तथा रविन्द्र 15 गेंद में 9 रन बनाता है। इनमें से किसने सबसे अधिक रन बनाए ?

हल: दिया है- धीरेन्द्र द्वारा बनाया गया रन = 19 (25 गेंदों में)

महेन्द्र द्वारा बनाया गया रन = 14 (20 गेंदों में)

रविन्द्र द्वारा बनाया गया रन = 9 (15 गेंदों में)

दिये गये मानों से स्पष्ट है कि धीरेन्द्र, महेन्द्र व रविन्द्र से अधिक रन बनाये हैं। उत्तर

Page No.132

प्रश्न 2.100 किमी. की दौड़ में राम 12 किमी. प्रति घण्टा की गति से दौड़ते हुए श्याम को 5 मीटर पीछे छोड़ दौड़ जीत लेता है। श्याम की गति कितनी थी ?

हल: दिया है - दूरी = 100 किमी.

राम की गति = 12 किमी./घंटा

स्पष्ट है जब राम दौड़ जीत लेता है तब वह श्याम को 5 मीटर पीछे छोड़ देता है अर्थात् श्याम 100 - 5 = 95 मीटर ही दौड़ पाता है।

राम द्वारा पूरा दौड़ में लिया गया समय

$$= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

$$= \frac{100 \text{ किलो मीटर}}{12 \text{ कि. मी. / घंटा}}$$

$$= \frac{25}{3} \text{ घंटा}$$

अर्थात् $\frac{25}{3}$ घंटा में श्याम केवल 95 किमी. दौड़ पाता है।

$$\Rightarrow \text{श्याम की गति} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$= \frac{95 \text{ किलो मीटर}}{25/3 \text{ घंटा}}$$

$$= \frac{95 \times 3}{25} \text{ किमी. / घंटा}$$

$$= 11.4 \text{ किमी. / घंटा} \quad \text{उत्तर}$$

Page No.132

प्रश्न 3. पृथ्वी पर खारा (समुद्रीय) पानी तकरीबन 38214 मिलियन घन किमी. है और साफ पानी (Fresh water) तकरीबन 1386 मिलियन घन किमी. है। बताइए पृथ्वी पर साफ पानी और खारा पानी किस अनुपात में है ? पृथ्वी पर कुल कितना प्रतिशत साफ पानी है ? और कितना प्रतिशत खारा पानी है ?

$$\text{हल : } \frac{\text{साफ पानी की मात्रा}}{\text{खारा पानी की मात्रा}} = \frac{1386 \text{ मिलियन घन कि.मी.}}{38214 \text{ मिलियन घन कि. मी.}}$$

$$= \frac{1386}{38214}$$

$$= \frac{693}{19107}$$

$$= \frac{231}{6369}$$

$$= \frac{77}{2123}$$

$$= \frac{7}{193} = 7:193$$

$$\begin{aligned}\text{धरती पर पानी की कुल मात्रा} &= 38214 + 1386 \\ &= 39600\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{साफ पानी का प्रतिशत} &= \frac{\text{साफ पानी की मात्रा}}{\text{कुल पानी की मात्रा}} \times 100 \\ &= \frac{1386}{39600} \times 100 \\ &= 3.5 \%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{खारा पानी का प्रतिशत} &= \frac{\text{खारा पानी की मात्रा}}{\text{कुल पानी की मात्रा}} \times 100 \\ &= \frac{38214}{39600} \times 100 \\ &= 96.5 \% \text{ उत्तर}\end{aligned}$$

Page No.133

प्रश्न 4. गायत्री एक खेत के धान की फसल को 12 दिन में काट लेती है। यदि उसी फसल को महेश 9 दिन में काट सकता है, तो बताइए दोनों मिलकर उस फसल को कितने दिन में काट लेंगे ?

हल : $\because$ गायत्री द्वारा 12 दिन में काटा गया फसल = 1 खेत

$$\therefore \text{गायत्री द्वारा 1 दिन में काटा गया फसल} = \frac{1}{12} \text{ खेत}$$

तथा महेश द्वारा 9 दिन में काटा गया फसल = 1 खेत

$$\therefore \text{महेश द्वारा 1 दिन में काटा गया फसल} = \frac{1}{9} \text{ खेत}$$

$$\text{गायत्री और महेश दोनों द्वारा 1 दिन में काटा गया फसल} = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{9} \right) \text{ खेत}$$

$$= \left(\frac{3+4}{36} \right)$$

$$= \frac{7}{36} \text{ खेत}$$

∴ पूरा खेत दोनों मिलकर = $\frac{36}{7}$ दिन = $5\frac{1}{7}$ दिन

अतः दोनों मिलकर पूरे खेत की फसल को $5\frac{1}{7}$ दिन में काट लेंगे। उत्तर

Page No.133

प्रश्न 5. किसी काम को अरुण व अश्वनी क्रमशः 20 दिनों व 25 दिनों में पूरा कर सकते हैं। बताइए अरुण की कार्यक्षमता, अश्वनी से कितने प्रतिशत अधिक है?

हल: दिया है- ∴ अरुण 20 दिनों में संपन्न करता है = 1 पूरा काम

∴ अरुण की कार्यक्षमता प्रतिदिन = $\frac{1}{20}$ काम

तथा ∴ अश्वनी 25 दिनों में संपन्न करता है = उसी 1 पूरा काम

∴ अश्वनी की कार्यक्षमता प्रतिदिन = $\frac{1}{25}$ काम

अरुण की कार्यक्षमता का प्रतिशत = $\frac{1}{20} \times \frac{5}{5}$

$$= \frac{5}{100} = 5\%$$

अश्वनी की कार्यक्षमता का प्रतिशत = $\frac{1}{25} \times \frac{4}{4}$

$$= \frac{4}{100} = 4\%$$

उनकी कार्यक्षमता में अंतर = $5\% - 4\% = 1\%$

स्पष्ट है कि अरुण की कार्यक्षमता, अश्वनी की कार्यक्षमता से प्रतिशत अधिक है।

उत्तर

1

Page No.133

प्रश्न 6. संजय और शिवा मिलकर किसी काम को 16 दिनों में पूरा कर लेते हैं। यदि संजय उस काम को अकेले 24 दिनों में पूरा कर लेता है, तो बताइए कि शिवा अकेले उस काम को कितने दिनों में पूरा करेगा ?

हल: दिया है- ∴ संजय व शिवा मिलकर 16 दिनों में पूर्ण करते हैं = 1 काम

∴ संजय व शिवा मिलकर 1 दिन में पूर्ण करेंगे = $\frac{1}{16}$ काम तथा संजय अकेले 24 दिनों में पूर्ण करते हैं = उसी 1 काम को

⇒ संजय अकेले 1 दिन में पूर्ण करते हैं = $\frac{1}{24}$ काम

∴ शिवा अकेले 1 दिन में पूर्ण करेंगे = $\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{24}\right)$ काम

$$= \frac{3-2}{48} = \frac{1}{48} \text{ काम}$$

⇒ शिवा अकेले $1 \times \frac{48}{1}$ दिन में पूर्ण करेंगे = 1 काम

∴ शिवा अकेले उस काम को पूर्ण करेंगे = 48 दिन उत्तर

सोचें एवं चर्चा करें -

Page No.134

निम्नलिखित तीनों स्थितियों में बांटने की प्रक्रिया क्या होगी -

(i) जब सभी को बराबर मिले ?

(ii) जब एक को दूसरे से 10 अधिक मिले ।

(iii) जब उन्हें किसी खास अनुपात में मिले ।

हल - (i) जब सभी को बराबर मिले, तब बाँटी जाने वाली राशि को बाँटे जाने वाले व्यक्तियों की संख्या से भाग देंगे । प्राप्त राशि सभी को बाँटी जाएगी ।

(ii) जब एक को दूसरे से 10 अधिक मिले ।

तब, $x + x + 10 =$ बाँटी जाने वाली राशि ।

इस समीकरण से x का मान ज्ञात कर, पहले को $(x + 10)$ और दूसरे को x के तुल्य राशि दी जाएगी ।

(iii) जब उन्हें किसी खास अनुपात में मिले, जैसे, माना उन्हें 2:3 में राशि बाँटना है । तब, उन्हें $2x$ और $3x$ राशि मिलेगी, जहाँ $2x + 3x =$ बाँटी जाने वाली राशि इस समीकरण से x का मान ज्ञात कर एक को $2x$ व दूसरे को $3x$ राशि दी जाएगी ।

Page No.134

प्रश्न 1. 651 रु. को अमित, अनिल और अंकिता में इस प्रकार बाँटिए कि अमित को प्राप्त 1 रु. पर अनिल को 5 रु. तथा अंकिता को 25 रु. मिले ।

हल- अमित को प्राप्त 1 रु. पर अनिल को 5 रु. तथा अंकिता को 25 रु. मिलना चाहिए । अर्थात् उन्हें 651 रु. को 1: 5: 25 के अनुपात में बांटना है ।

∴ माना अमित को x रु. , अनिल को $5x$ रु. तथा अंकिता को $25x$ मिलने हैं । तब,

$$x + 5x + 25x = 651$$

$$\Rightarrow 31x = 651$$

$$\therefore x = \frac{651}{31} = 21$$

अतः अमित को $x = 21$ रु.,

अनिल को $5x = 21 \times 5 = 105$ रु.

तथा अंकिता को $25x = 21 \times 25 = 525$ रु. मिलेंगे। उत्तर

Page No.134

प्रश्न 2. ऋचा को अपने गुल्लक में 10 रु., 5 रु., 2 रु. तथा 1 रु. के सिक्के 2: 3 : 5: 7 के अनुपात में मिले। उसने अपनी माँ को बताया कि उसके पास कुल 520 रु. हो गए हैं। क्या आप बता सकते हैं, कि ऋचा को गुल्लक से 10रु., 5 रु., 2 रु. व 1 रु. के कितने - कितने सिक्के मिले ?

हल - ऋचा को अपने गुल्लक में 10 रु., 5 रु., 2 रु. तथा 1 रु. के सिक्के 2: 3: 5:7 के अनुपात में मिले।

अतः माना 10 रुपयों के सिक्कों की संख्या = $2x$

5 रुपयों के सिक्कों की संख्या = $3x$

2 रुपयों के सिक्कों की संख्या = $5x$

तथा 1 रुपयों के सिक्कों की संख्या = $7x$

अतः 10 रु. के सिक्कों का मूल्य = $2x \times 10 = 20x$ रु.

5 रु. के सिक्कों का मूल्य = $3x \times 5 = 15x$ रु.

2 रुपयों के सिक्कों की संख्या = $5x \times 2 = 10x$ रु.

तथा 1 रु. के सिक्कों का मूल्य = $7x \times 1 = 7x$ रु.

अतः सभी सिक्कों की कुल कीमत = $20x + 15x + 10x + 7x = 52x$

प्रश्नानुसार,

$$52x = 520$$

$$\therefore x = \frac{520}{52} = 10$$

अतः 10 रु. के सिक्कों का मूल्य = $2x = 2 \times 10 = 20$ रु.

5 रु. के सिक्कों का मूल्य = $3x = 3 \times 5 = 30$ रु.

2 रुपयों के सिक्कों की संख्या = $5x = 5 \times 2 = 50$ रु.

तथा 1 रु. के सिक्कों का मूल्य = $7x = 7 \times 1 = 70$ रु. उत्तर

करके देखें -

Page No.136

प्रश्न 1. सीता के पास 8,200 रु. हैं जिसमें 100 रु. के नोटों के दुगुने नोट, 500 रु. के तथा 100 रु. के नोटों से तिगुने नोट, एक हजार रु. के हैं। क्या आप बता सकते हैं कि सीता के पास 1,000 रु. के कितने नोट हैं?

हल - प्रश्नानुसार, सीता के पास 100 रु. , 500 रु. तथा 1000 रु. के नोटों का अनुपात 1: 2: 3 है।
अतः माना, उसके पास 100 रु. के नोटों की संख्या k , 500 रु. के नोटों की संख्या $2k$ तथा 1000 रु. के नोटों की संख्या $3k$ है।

अतः 100 रु. के नोटों का मूल्य = $k \times 100 = 100k$ रु.

500 रु. के नोटों का मूल्य = $2k \times 500 = 1000k$ रु.

तथा 1000 रु. के नोटों का मूल्य = $3k \times 1000 = 3000k$ रु.

अतः नोटों की कुल कीमत = $100k + 1000k + 3000k$
 $= 4100k$ रु.

प्रश्नानुसार,

$$4100 k = 8200$$

$$\therefore k = \frac{8200}{4100} = 2$$

अतः सीता के पास 1000 रु. के नोटों की संख्या = $3k = 3 \times 2 = 6$. उत्तर

Page No.136

प्रश्न 2. 2890 रु. को A, B व C में इस प्रकार बाँटिए कि A: B = 1: 2 तथा B:C = 3: 4 हो।

हल - A: B = 1: 2 तथा B:C = 3: 4 तीनों का सम्मिलित अनुपात ज्ञात करने हेतु हमें दोनों अनुपातों में B के अनुपात को समान करना होगा।

अतः A : B में B का अनुपात = 2

B : C में B का अनुपात = 3

2 और 3 का ल.स. = 6

$$\therefore A : B = 1 : 2$$

$$= 1 \times 3 : 2 \times 3 = 3 : 6$$

तथा B : C = 3 : 4

$$= 3 \times 2 : 4 \times 2 = 6 : 8$$

$$\therefore A : B : C = 3 : 6 : 8$$

अतः माना A को 3k रु., B को 6k रु. तथा C को 8k रु. मिलते हैं। तब,

प्रश्नानुसार,

$$3k + 6k + 8k = 2890 \text{ रु.}$$

$$\Rightarrow 17k = 2890$$

$$\therefore k = \frac{2890}{17} = 170$$

अतः, A को प्राप्त रु. = $3k = 3 \times 170 = 510$ रु.

B को प्राप्त रु. = $6k = 6 \times 170 = 1020$ रु.

तथा C को प्राप्त रु. = $8k = 8 \times 170 = 1360$ रु.।

उत्तर

Page No.137

प्रश्न 1. किसी क्रिकेट मैच में तीन खिलाड़ियों A, B व C के रनों की संख्या का अनुपात $A : B = B : C = 1 : 2$ के अनुपात में है। यदि तीनों खिलाड़ियों के कुल रनों की संख्या 364 हो तो प्रत्येक खिलाड़ी के रनों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है -

$$\frac{A}{B} = \frac{2}{4} \quad \dots\dots\dots(1)$$

तथा $\frac{B}{C} = \frac{2}{4} \quad \dots\dots\dots(2)$

$$\text{समी. (2) से, } \frac{B}{C} = \frac{2}{4} = \frac{2}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{8} \dots\dots(3)$$

$$\therefore A : B : C = 2 : 4 : 8$$

$$\Rightarrow A : B : C = 1 : 2 : 4$$

माना प्राप्त रनों की संख्या क्रमशः 1K, 2K व 4K है,

$$\text{तब } 1K + 2K + 4K = 364$$

$$\Rightarrow 7K = 364$$

$$K = \frac{364}{7} = 52$$

$$\therefore A \text{ को प्राप्त रन} = 1K = 1 \times 52 = 52$$

$$B \text{ को प्राप्त रन} = 2K = 2 \times 52 = 104$$

$$C \text{ को प्राप्त रन} = 4K = 4 \times 52 = 208 \quad \text{उत्तर}$$

Page No.137

प्रश्न 2. तीन कर्मचारियों A, B व C के वेतन का अनुपात 2:3:5 है। यदि उनके वेतन में क्रमशः 15%, 10% व 20% की वृद्धि कर दी जाती है तब उनके वेतन का अनुपात क्या होगा ?

हल : माना तीनों कर्मचारियों का कुल वेतन = x रुपये है।

तब x को 2:3:5 में बाँटना है।

$$\text{माना } 2K + 3K + 5K = x$$

$$\Rightarrow K(2 + 3 + 5) = x$$

$$\Rightarrow K = \frac{x}{2 + 3 + 5}$$

$$\therefore A \text{ का वेतन} = 2K = \frac{2x}{2 + 3 + 5} = \frac{2x}{10}$$

$$B \text{ का वेतन} = 3K = \frac{3x}{2 + 3 + 5} = \frac{3x}{10}$$

$$C \text{ का वेतन} = 5K = \frac{5x}{2 + 3 + 5} = \frac{5x}{10}$$

A के वेतन में वृद्धि = $\frac{2x}{10}$ का 15%

$$= \frac{2x}{10} \times \frac{15}{100} = \frac{30x}{1000} = \frac{3x}{100}$$

$$A \text{ का नया वेतन} = \frac{2x}{10} + \frac{3x}{100} = \frac{20x+3x}{100} = \frac{23x}{100}$$

B के वेतन में वृद्धि = $\frac{3x}{10}$ का 10%

$$= \frac{3x}{10} \times \frac{10}{100} = \frac{3x}{100}$$

$$B \text{ का नया वेतन} = \frac{3x}{10} + \frac{3x}{100} = \frac{30x+3x}{100} = \frac{33x}{100}$$

C के वेतन में वृद्धि = $\frac{5x}{10}$ का 20%

$$= \frac{5x}{10} \times \frac{20}{100} = \frac{100x}{1000} = \frac{x}{10}$$

$$C \text{ का नया वेतन} = \frac{5x}{10} + \frac{x}{10} = \frac{5x+x}{10} = \frac{6x}{10} = \frac{60x}{100}$$

नए वेतनों का अनुपात A: B: C

$$= \frac{23x}{100} : \frac{33x}{100} : \frac{60x}{100} \\ = 23: 33: 60 \quad \text{उत्तर}$$

Page No.137

प्रश्न 3. किसी व्यवसाय में तीन व्यक्ति A, B व C को 70,000 रुपये का मुनाफा मिलता है उन्हें इस मुनाफे को A : B = 4:2 व B : C = 10 : 5 के अनुपात में बाँटना है। बताइए कि प्रत्येक को कितने रुपये मिले? A को C का कितना गुना रूपया मिलेगा?

हल: दिया है - A: B = 4 : 2

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{4}{2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

तथा B: C = 10 : 5

$$\Rightarrow \frac{B}{C} = \frac{10}{5} \quad \dots\dots\dots(2)$$

दोनों अनुपातों में B के भाग को समान करने हेतु समी. (1) में 5 का गुणा करने पर,

$$\frac{A}{B} = \frac{4}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{20}{10} \quad \dots\dots\dots(3)$$

समी. (2) व (3) से स्पष्ट है, कि

$$A : B : C = 20 : 10 : 5 = 4 : 2 : 1$$

माना उन्हें 4K, 2K एवं 1K रुपये मिलेंगे।

$$\therefore 4K + 2K + 1K = 70000$$

$$7K = 70000$$

$$K = 10000$$

$$\begin{aligned} \text{अतः A को प्राप्त राशि} &= 4K = 4 \times 10000 \\ &= 40000 \text{ रुपये} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B को प्राप्त राशि} &= 2K = 2 \times 10000 \\ &= 20000 \text{ रुपये} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C को प्राप्त राशि} &= 1K = 1 \times 10000 \\ &= 10000 \text{ रुपये} \end{aligned}$$

$$\text{तथा } \therefore \frac{A}{C} = \frac{4}{1}$$

$$\Rightarrow A = 4 \times C$$

अर्थात् A को C का चार गुना रुपये मिलेगा। **उत्तर**

Page No.137

प्रश्न 4. एक थैले में 1 रुपये, 2 रुपये व 5 रुपये के कुछ सिक्के 1: 2: 5 के अनुपात में हैं यदि थैले में कुल 1590 रुपये हैं तो प्रत्येक प्रकार के सिक्कों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: माना 1 रुपये के सिक्को की संख्या = 1K

2 रुपये के सिक्को की संख्या = 2K

3 रुपये के सिक्को की संख्या = 5K है।

$$\therefore \text{थैला में 1 रुपये के सिक्कों का मान} = 1K \times 1$$

$$= 1K \text{ रुपये}$$

$$2 \text{ रुपये के सिक्कों का मान} = (2K) \times 2 = 4K \text{ रुपये}$$

$$5 \text{ रुपये के सिक्कों का मान} = (5K) \times 5 = 25 K \text{ रुपये}$$

प्रश्नानुसार, $1K + 4K + 25K = 1590$

$$\Rightarrow 30K = 1590$$

$$\Rightarrow K = \frac{1590}{30} = 53$$

अतः 1 रुपये के सिक्के = $1 \times 53 = 53$

2 रुपये के सिक्के = $2 \times 53 = 106$

3 रुपये के सिक्के = $5 \times 53 = 265$ उत्तर

Page No.137

प्रश्न 5. दूध और पानी के 100 लीटर मिश्रण में 10% पानी है। इस मिश्रण में कितना लीटर शुद्ध दूध मिलाया जाए कि नए बने मिश्रण में केवल 5% पानी हो ?

हल: $\therefore$ मिश्रण में पानी की मात्रा = 100 का 10%

$$= 100 \times \frac{10}{100}$$

$$= 10 \text{ लीटर}$$

$\therefore$ मिश्रण में दूध की मात्रा = $100 - 10$

$$= 90 \text{ लीटर}$$

माना इस मिश्रण में x लीटर दूध और मिलाया गया।

तब

नए मिश्रण में दूध = $(90 + x)$ लीटर तथा पानी = 10 लीटर होगा।

प्रश्नानुसार, नए मिश्रण में 5% पानी तथा 95% दूध होगा अर्थात्

$\therefore$ पानी तथा दूध का अनुपात = $5: 95 = 1: 19$

$$\Rightarrow \frac{10}{90 + x} = \frac{1}{19}$$

$$\Rightarrow 90 + x = 19 \times 10$$

$$\Rightarrow x = 190 - 90$$

$$\Rightarrow x = 100$$

अर्थात् मिश्रण में 100 लीटर शुद्ध दूध और मिलाया गया। उत्तर

सोचें एवं चर्चा करें

Page No.142

प्रश्न. व्युत्क्रमानुपाती संबंध के ऐसे ही कुछ और उदाहरण खोजकर लिखिए।

उत्तर - 1. चुम्बक के विपरीत ध्रुवों के बीच लगने वाला आकर्षण बल दूरी बढ़ाने पर कम होने लगता है। अतः आकर्षण बल एवं दूरी में व्युत्क्रमानुपाती होता है।

2. सौरमण्डल में किसी ग्रह की गति और सूर्य से जितना दूर है, वह उतना ही धीरे चलता है।

करके देखें -

Page No.146

प्रश्न. तीन व्यक्ति A, B तथा C किसी काम को क्रमशः 12 दिन, 15 दिन तथा 10 दिन में समाप्त कर सकते हैं। यदि उस काम को तीनों मिलकर करें, तो काम पूरा होने में कितने दिन लगेंगे ?

हल : A, 12 दिन में 1 काम करता है।

∴ 1 दिन में वह $\frac{1}{12}$ काम करेगा।

B, 15 दिन में 1 काम करता है।

∴ 1 दिन में वह $\frac{1}{15}$ काम करेगा।

C, 10 दिन में 1 काम करता है।

∴ 1 दिन में वह $\frac{1}{10}$ काम करेगा।

अतः, A, B, C 1 दिन में एक साथ $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10}\right)$ काम पूरा करेंगे।

∴ तीनों $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10}\right)$ काम 1 दिन में पूरा करते हैं।

∴ 1 काम को करने में लगा दिन = $\frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10}}$ दिन

$$= \frac{1}{\frac{5+4+6}{60}} = \frac{60}{15} = 4$$

अतः तीनों मिलकर 4 दिन में उस काम को पूरा करेंगे। उत्तर

Page No.146

प्रश्न 1. यदि 29 पुस्तकों का मूल्य 783 रुपये है, तो 2214 रु. में कितनी पुस्तकें मिलेंगी ?

हल : माना 2214 रु. में x पुस्तकें मिलेंगी

समानुपात के नियम से

संख्या : संख्या :: मूल्य : मूल्य

$$29 : x :: 783 : 2214$$

$$\Rightarrow \frac{29}{x} = \frac{783}{2214}$$

$$\Rightarrow 783 \times x = 29 \times 2214$$

$$\Rightarrow x = \frac{29 \times 2214}{783}$$

$$\therefore x = 82 \text{ पुस्तकें } \quad \text{उत्तर}$$

Page No.146

प्रश्न 2. यदि $14 : 35 :: 16 : x$ हो, तो x का मान ज्ञात करे।

हल: $\because 14 : 35 :: 16 : x$

$$\Rightarrow \frac{14}{35} = \frac{16}{x}$$

$$\Rightarrow 14 \times x = 35 \times 16$$

$$\Rightarrow x = \frac{35 \times 16}{14}$$

$$\therefore x = 40 \text{ उत्तर}$$

Page No.146

प्रश्न 3. $2xy, x^2, y^2$ का चतुर्थानुपाती ज्ञात करें।

हल: माना चतुर्थानुपाती = d है।

तब $2xy : x^2 :: y^2 : d$

$$\Rightarrow \frac{2xy}{x^2} = \frac{y^2}{d}$$

$$\Rightarrow 2xy \times d = x^2 y^2$$

$$\therefore d = \frac{x^2 y^2}{2xy} = \frac{1}{2}xy \quad \text{उत्तर}$$

Page No.146

प्रश्न 4. संख्याएँ 10, 18, 22, 38 में से हर एक संख्या में क्या जोड़ा जाए कि ये संख्याएँ समानुपाती हो जाए ?

हल: माना वह संख्या = x है।

प्रश्नानुसार,

$$(10 + x) : (18 + x) :: (22 + x) : (38 + x)$$

$$\Rightarrow \frac{(10 + x)}{(18 + x)} = \frac{(22 + x)}{(38 + x)}$$

$$\Rightarrow (10 + x)(18 + x) = (22 + x)(18 + x)$$

$$\Rightarrow (10 + x)(38 + x) = (22 + x)(18 + x)$$

$$\Rightarrow 380 + 38x + 10x + x^2 = 396 + 18x + 22x + x^2$$

$$\Rightarrow 380 + 48x + x^2 = 396 + 40x + x^2$$

$$\Rightarrow 48x - 40x = 396 - 380$$

$$\Rightarrow 8x = 16$$

$$\therefore x = 2 \quad \text{उत्तर}$$

Page No.146

प्रश्न 5. यदि a और c का मध्यानुपाती b हो तो, सिद्ध करें कि-

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{a + c}{b}.$$

हल: $\because a$ और c का मध्यानुपाती b है। [दिया है]

$$\therefore b^2 = ac \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{बायाँ पक्ष} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{a^2 + (ac)}{ab} = \frac{a(a + c)}{ab}$$

$$= \frac{(a+c)}{b} = \text{दायाँ पक्ष सिद्ध हुआ।}$$

Page No.146

प्रश्न 6. वे संख्याएँ पता करें जिनका मध्यानुपाती 24 और तृतीयानुपाती 192 हो।

हल: माना वे संख्याएँ x तथा y है।

प्रथम शर्त से x और y का मध्यानुपाती = 24 है।

$$\therefore xy = (24)^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

द्वितीय शर्त से x और y का तृतीयानुपाती = 192 है।

$$\therefore x : y : 192$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{192}$$

$$\Rightarrow (y)^2 = 192 \times x$$

$$\Rightarrow x = \frac{y^2}{192} \quad \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) व (2) से,

$$\left(\frac{y^2}{192}\right) \times y = (24)^2$$

$$y^3 = 192 \times (24)^2$$

$$y^3 = 192 \times 24 \times 24$$

$$y^3 = 8 \times 24 \times 24 \times 24$$

$$y^3 = 2^3 \times (24)^3$$

$$\therefore y = 2 \times 24$$

$$y = 48$$

समी. (2) में $y = 48$ रखने पर,

$$x = \frac{(48)^2}{192}$$

$$x = \frac{48 \times 48}{192}$$

$$\therefore x = 12$$

अतः वे संख्याएँ 12 एवं 48 हैं। उत्तर

Page No.146

प्रश्न 7. यदि $(1 + x) : (3 + x) : (6 + x)$ हो, तो x का मान ज्ञात करें।

हल: दिया है - $(1 + x) : (3 + x) : (6 + x)$

$$\Rightarrow \frac{1+x}{3+x} = \frac{3+x}{6+x}$$

$$\Rightarrow (1+x) \times (6+x) = (3+x)(3+x)$$

$$\Rightarrow 6 + 6x + x + x^2 = (3+x)^2$$

$$\Rightarrow 6 + 7x + x^2 = 9 + x^2 + 6x$$

$$\Rightarrow 6 + 7x = 9 + 6x$$

$$\Rightarrow x = 9 - 6 = 3 \quad \text{उत्तर}$$

Page No.146

प्रश्न 8 . दो संख्या 3:5 के अनुपात में है यदि प्रत्येक में से 9 घटाया जाए तो वे 12:23 के अनुपात में हो जाती हैं। बताइए पहली संख्या क्या है?

हल: माना वे संख्याएँ 3K तथा 5K है।

$$\text{प्रश्नानुसार, } \frac{3K-9}{5K-9} = \frac{12}{23}$$

$$\Rightarrow (3K - 9) \times 23 = (5K - 9) \times 12$$

$$\Rightarrow 69K - 207 = 60K - 108$$

$$\Rightarrow 69K - 60K = 207 - 108$$

$$\Rightarrow 9K = 99$$

$$\Rightarrow K = 11$$

अतः पहली संख्या = $3K = 3 \times 11 = 33$ उत्तर

Page No.146

प्रश्न 9. किसी काम को 45 मजदूर प्रतिदिन 6 घण्टा काम करते हुए 24 दिनों में पूर्ण कर लेते हैं। बताइए कितने मजदूर उस काम को 8 घण्टा प्रतिदिन करते हुए 15 दिन में पूर्ण कर लेंगे?

हल: 45 मजदूर के लिए -

$\therefore$ 1 दिन में 6 घंटा काम करते हैं।

$\therefore$ 24 दिनों में = $\frac{6}{1} \times 24$ घंटा काम करेंगे

$$= 144 \text{ घंटा}$$

इसी प्रकार,

x मजदूर के लिए -

$\therefore$ 1 दिन में 8 घंटा काम करते हैं।

$\therefore$ 15 दिनों में = $\frac{8}{1} \times 15$ घंटा = 120 घंटा

$\therefore$ काम पूर्ण होने पर, दोनों ही परिस्थितियों में घंटों की संख्या, मजदूरों की संख्या के व्युत्क्रमानुपाती है।

$\therefore$ मजदूरों की संख्या : मजदूरों की संख्या :: घंटों की संख्या : घंटों की संख्या

$$\Rightarrow 45 : x :: 120 : 144$$

$$\Rightarrow \frac{45}{x} = \frac{120}{144}$$

$$\Rightarrow 120 \times x = 45 \times 144$$

$$\Rightarrow x = \frac{45 \times 144}{120}$$

$$\Rightarrow x = 54 \text{ मजदूर उत्तर}$$

प्रश्न 10. किसी काम 25 व्यक्ति 6 घण्टे प्रतिदिन करके 9 दिन में पूर्ण करते हैं तो बताइए 15 व्यक्ति 9 घण्टा प्रतिदिन काम करके उस काम को कितने दिन में पूर्ण कर लेंगे ?

हल: 25 व्यक्ति के लिए -

$$1 \text{ दिन में} = 6 \text{ घंटे काम}$$

$$9 \text{ दिन में} = \frac{6}{1} \times 9 \text{ घंटे काम}$$

$$= 54 \text{ घंटे}$$

15 व्यक्ति के लिए -

$$1 \text{ दिन में} = 9 \text{ घंटे काम}$$

$$x \text{ दिन में} = \frac{9}{1} \times x \text{ घंटे काम}$$

$$= 9x \text{ घंटे}$$

∴ दोनों ही परिस्थितियों में काम पूर्ण होने पर घंटों की संख्या, मजदूरों की संख्या के व्युत्क्रमानुपाती है।

∴ मजदूरों की संख्या : मजदूरों की संख्या :: घंटों की संख्या : घंटों की संख्या

$$\Rightarrow 25 : 15 :: 9x : 54$$

$$\Rightarrow \frac{25}{15} = \frac{9x}{54}$$

$$\Rightarrow 15 \times 9x = 25 \times 54$$

$$\Rightarrow x = \frac{25 \times 54}{15 \times 9}$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ दिन उत्तर}$$

प्रश्न 11. यदि 30 आदमी किसी काम को 6 घण्टे प्रतिदिन करके 15 दिन में पूर्ण करते हैं। उसी काम को 20 आदमी कितने घण्टे प्रतिदिन काम करके 15 दिन में ही पूर्ण कर लेंगे ?

हल: 30 आदमी के लिए -

$$\therefore 1 \text{ दिन में} = 6 \text{ घंटे काम}$$

तो 15 दिनों में = $\frac{6}{1} \times 15 = 90$ घंटे

20 आदमी के लिए -

$\therefore$ 1 दिन में = x घंटे काम

$\therefore$ 15 दिनों में = $\frac{x}{1} \times 15 = 15x$ घंटे

= $9x$ घंटे

$\therefore$ दोनों ही परिस्थितियों में काम पूर्ण होने पर घंटों की संख्या, मजदूरों की संख्या के व्युत्क्रमानुपाती है।

$\therefore$ मजदूरों की संख्या : मजदूरों की संख्या :: घंटों की संख्या : घंटों की संख्या

$\Rightarrow 30 : 20 :: 15x : 90$

$\Rightarrow \frac{30}{20} = \frac{15x}{90}$

$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{x}{6}$

$\Rightarrow 2 \times x = 3 \times 6$

$\Rightarrow x = \frac{3 \times 6}{2}$

$\Rightarrow x = 9$ घंटे उत्तर

Page No.146

प्रश्न 12. एक कार सरायपाली से 75 किमी प्रति घण्टा की औसत चाल से चलकर रायपुर 4 घण्टे में पहुँचती है। मार्ग में बाधा व ट्रैफिक बढ़ जाने के कारण कार की औसत चाल 15 किमी प्रति घण्टा कम हो जाती है। कार को रायपुर पहुँचने में कितना समय लगेगा ?

हल: पहली परिस्थिति में -

औसत चाल = 75 किमी./घंटा

लगा समय = 4 घंटा

दूसरी परिस्थिति में -

औसत चाल = $(75 - 15) = 60$ किमी./घंटा

लगा समय = x घंटा (माना)

∴ यात्रा में कार की चाल एवं लिए गए समय में व्युत्क्रम सम्बन्ध होते हैं।

∴ चाल : चाल :: घंटा : घंटा

$$75 : 60 :: x : 4$$

$$\Rightarrow \frac{75}{60} = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{x}{4}$$

∴ $x = 5$ घंटे उत्तर

Page No.146

प्रश्न 13. यदि 10 बल्बों को 60 दिन तक 4 घण्टे प्रतिदिन जलाने में 80 रु. का विद्युत् व्यय आता है तो कितने बल्ब 16 दिन तक 3 घण्टे प्रतिदिन जलाए जाने पर 40 रु. का विद्युत् व्यय आएगा?

हल: पहली स्थिति में -

1 बल्ब का 1 दिन में जलने का समय = 4 घंटे

1 बल्ब 60 दिन में जलने का समय = 240 घंटे

10 बल्बों का 60 दिन में जलने का समय = 10×240 घंटे = 2400 घंटे

दूसरी स्थिति में -

1 बल्ब का 1 दिन में जलने का समय = 3 घंटे

1 बल्ब 16 दिन में जलने का समय = $3 \times 16 = 48$ घंटे

माना दूसरी स्थिति में बल्बों की संख्या = x है।

तब x बल्ब का 16 दिन में जलने का समय = $48x$ घंटे

अब चूँकि विद्युत् व्यय, बल्ब के जलने के समय के समानुपाती होता है।

∴ 10 बल्बों के जलने का कुल समय : x बल्बों के जलने का कुल समय :: 10 बल्बों के जलने में विद्युत् व्यय : x बल्बों के जलने में विद्युत् व्यय

$$2400 : 48x :: 80 : 40$$

$$\Rightarrow \frac{2400}{48x} = \frac{80}{40} \Rightarrow \frac{100}{2x} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow 4x = 100 \Rightarrow x = 25 \text{ बल्ब उत्तर}$$

Page No.146

प्रश्न 14. किसी काम को 48 मजदूर 8 घण्टे प्रतिदिन काम करके 25 दिन में पूर्ण करते हैं। 30 आदमी इस काम से दुगुने काम को 10 घण्टे प्रतिदिन करके कितने दिन में पूर्ण कर लेंगे? **हल:** पहली स्थिति में - 1 दिन में = 8 घंटा काम करते हैं।

$$25 \text{ दिनों में} = 25 \times 8 = 200 \text{ घंटा}$$

∴ 48 मजदूर उस काम को पूर्ण करते हैं 200 घंटा में।

दूसरी स्थिति में - 1 दिन में = 10 घंटा काम करते हैं।

$$x \text{ दिनों में} = 10 x \text{ घंटा काम करेंगे।}$$

किन्तु पहले से दुगुने काम करते हैं = $10 x$ घंटा

$$\text{तो पहले जितना पूर्ण काम करने हेतु} = \frac{10x}{2} \text{ घंटा} = 5x \text{ घंटा}$$

∴ 30 मजदूर पहले जितना काम पूर्ण करने में $5x$ घंटा लेते हैं।

∴ मजदूरों की संख्या एक ही काम को पूर्ण करने में और लिए गये समय में व्युत्क्रम सम्बंध होता है।

∴ मजदूरों की संख्या : मजदूरों की संख्या :: समय : समय

$$\Rightarrow 48 : 30 :: 5x : 200$$

$$\Rightarrow \frac{48}{30} = \frac{5x}{200} \Rightarrow \frac{16}{10} = \frac{x}{40}$$

$$\Rightarrow \frac{16 \times 40}{10} = 64 \text{ दिन उत्तर}$$

Page No.147

प्रश्न 15. A और B मिलकर किसी काम को 24 दिन में, B और C मिलकर उसी काम को 18 दिन में तथा A और C मिलकर उसी काम को 12 दिन में करते हैं। बताइए A अकेले उस काम को कितने दिन में पूरा कर लेगा?

हल: ∴ A और B मिलकर 24 दिन में = 1 काम

$$\therefore A \text{ और } B \text{ मिलाकर 1 दिन में} = \frac{1}{24} \text{ काम}$$

$$\text{माना } A \text{ के 1 दिन का अकेले का काम} = x \text{ काम}$$

$$\text{तो } B \text{ के 1 दिन का अकेले का काम} = \left(\frac{1}{24} - x\right) \text{ काम}$$

$$\text{तथा } B \text{ और } C \text{ मिलाकर 18 दिन में} = 1 \text{ काम}$$

$$\therefore B \text{ और } C \text{ मिलाकर 18 दिन में} = 1 \text{ काम}$$

$$\therefore B \text{ और } C \text{ मिलाकर 1 दिन में} = \frac{1}{18} \text{ काम}$$

$$\text{तो } C \text{ का 1 दिन का अकेले का काम} = \left[\frac{1}{18} - \left(\frac{1}{24} - x\right)\right]$$

$$A \text{ और } C \text{ मिलकर 12 दिन में} = 1 \text{ काम}$$

$$\therefore A \text{ और } C \text{ मिलकर 1 दिन में} = \frac{1}{12} \text{ काम}$$

$$\therefore A \text{ का 1 दिन का अकेले का काम} = \frac{1}{12} - \left[\frac{1}{18} - \left(\frac{1}{24} - x\right)\right]$$

$$\text{अतः } \frac{1}{12} - \left[\frac{1}{18} - \left(\frac{1}{24} - x\right)\right] = x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} - \frac{1}{18} + \frac{1}{24} - x = x$$

$$\Rightarrow \frac{6-4+3}{72} = 2x$$

$$\Rightarrow \frac{5}{12} = 2x$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{144} \text{ काम}$$

$$\therefore A \text{ का 1 दिन का अकेले का काम} = \frac{5}{144} \text{ काम}$$

$$\Rightarrow A \text{ द्वारा अकेले पूरा काम को करने में लगा दिन} = \frac{144}{5} \text{ दिन}$$

$$= 28 \frac{4}{5} \text{ दिन} \quad \text{उत्तर}$$

Page No.147

प्रश्न 16. किसी काम को पूरा करने में 15 व्यक्तियों को 16 दिन लगते हैं। कितने व्यक्ति उस काम के चौथाई भाग को 15 दिन में पूरा कर सकते हैं?

हल: प्रथम स्थिति में -

$$\therefore 15 \text{ व्यक्ति } 1 \text{ काम} = 16 \text{ दिन}$$

$$\therefore 15 \text{ व्यक्ति } \frac{1}{16} \text{ काम} = 1 \text{ दिन}$$

द्वितीय स्थिति में -

$$\text{माना } x \text{ व्यक्ति } \frac{1}{4} \text{ काम} = 15 \text{ दिन}$$

$$x \text{ व्यक्ति } \frac{1}{60} \text{ काम} = 1 \text{ दिन}$$

$\therefore$ व्यक्तियों की संख्या एवं उसके द्वारा किये गये कार्य की मात्रा समानुपाती होंगे।

$\therefore$ व्यक्तियों की संख्या : व्यक्तियों की संख्या :: काम : काम

$$\Rightarrow 15 : x :: \frac{1}{16} : \frac{1}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{x} = \frac{1/16}{1/60}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{x} = \frac{1}{16} \times \frac{60}{1}$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ व्यक्ति उत्तर}$$

Page No.147

प्रश्न 17. किसी कैम्प में 120 सैनिकों के लिए 60 दिन की खाद्य सामग्री पर्याप्त थी। यदि 40 दिन बाद 40 सैनिक अन्यत्र चले गए तो शेष खाद्य सामग्री बचे हुए सैनिकों के लिए कितने दिन चलेगी?

हल: $\therefore$ राशन की नियत सामग्री रहने पर राशन खपत कुछ सैनिक के चले जाने पर अधिक दिनों तक चलेगी।

$\therefore$ राशन की खपत और दिनों की संख्या व्युत्क्रमानुपाती होगी।

माना प्रति व्यक्ति प्रतिदिन राशन खपत = K ग्राम है।

तब 120 सैनिकों द्वारा राशन खपत = 120 K ग्राम स्पष्ट है। 120 K राशन 60 दिनों में खपत हो जाती है।

अब 40 दिनों में खपत हो चुकी राशन = 40 K ग्राम

शेष बचत राशन = $120K - 40K = 80 K$ ग्राम

माना 40 दिन के बाद शेष सैनिक $(120-40) = 80$ सैनिक द्वारा बचत राशन x दिनों के लिए पर्याप्त है।

तब राशन की खपत राशन के खपत होने का समय

$$120K : 80K :: x : 60$$

$$\Rightarrow \frac{120K}{80K} = \frac{x}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{x}{60}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \times 60}{2} = 90 \text{ दिन उत्तर}$$

Page No.147

प्रश्न 18. यदि 11 मकड़ियाँ 11 दिनों में 11 जालें बनाती हैं तो बताइए 1 मकड़ी 1 जाल बनाने में कितने दिन लगेगी।

हल: $\because$ 11 मकड़ियाँ 11 जाले 11 दिनो में

$$\therefore 11 \text{ मकड़ियाँ } 1 \text{ जाल} = \frac{11}{11} = 1 \text{ दिन}$$

माना 1 मकड़ी 1 जाल x दिन

$\therefore$ मकड़ियों की संख्या एवं जाल निर्माण में दिनों की संख्या व्युत्क्रमानुपाती होगा।

$\therefore$ मकड़ियों की संख्या : मकड़ियों की संख्या $::$ दिनों की संख्या : दिनों की संख्या

$$\Rightarrow 11 : 1 :: x : 1$$

$$\Rightarrow \frac{11}{1} = \frac{x}{1}$$

$$\Rightarrow x = 11 \text{ दिन उत्तर}$$

प्रश्न 19. 6 दो नल एक टंकी को पूरा भरने में 6 घण्टे का समय लेते हैं। यदि एक नल को खोलने पर 10 घण्टे में पूरा भर लेता है। तो बताइए केवल दूसरा नल खोलने पर टंकी भरने में कितना समय लगेगा।

हल: माना दो नल A व B है।

प्रश्नानुसार, A व B संयुक्त रूप से 6 घंटे में भरते हैं = पूरा टंकी

$$\Rightarrow A \text{ व } B \text{ संयुक्त रूप से 1 घंटे में भरेंगे} = \frac{1}{6} \text{ टंकी}$$

परन्तु A द्वारा अकेले 10 घंटे में भरते हैं = पूरी टंकी A द्वारा अकेले 1 घंटे में भरेंगे = $\frac{1}{10}$ टंकी

$$B \text{ द्वारा अकेले 1 घंटे में भरेंगे} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10} \right) \text{ टंकी}$$

$$= \left(\frac{5-3}{30} \right) \text{ टंकी} = \frac{2}{30} \text{ टंकी}$$

$$\therefore B \text{ द्वारा अकेले } 1 \times 15 \text{ घंटे में} = 1 \text{ टंकी}$$

अतः दूसरे नल को खोलने पर पूरी टंकी को भरने में 15 घंटे लगेगे। **उत्तर**