

NCERT SOLUTIONS

CLASS - 10th



aglasem.com

Class : 10th
Subject : Mathematics
Chapter : 7
Chapter Name : निर्देशांक ज्यामिति

Exercise 7.1

Q1 बिन्दुओं के निम्नलिखित युग्मों के बीच की दूरियां ज्ञात कीजिए:

- (i) $(2, 3), (4, 1)$
- (ii) $(-5, -7), (-1, 3)$
- (iii) $(a, b), (-a, -b)$

Answer. (i) $A(2, 3), B(4, 1)$

बिंदु A तथा B की दूरी के लिए, दूरी सूत्र

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - 3)^2} \\ &= \sqrt{4 + 4} \\ &= \sqrt{8} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(ii) $A(-5, -7), B(-1, 3)$

बिंदु A तथा B की दूरी के लिए, दूरी सूत्र

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-1 + 5)^2 + (3 - 7)^2} \\ &= \sqrt{16 + 16} \\ &= \sqrt{32} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

(iii) $A(a, b), B(-a, -b)$

बिंदु A तथा B की दूरी के लिए, दूरी सूत्र

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-a - a)^2 + (-b - b)^2} \\ &= \sqrt{4a^2 + 4b^2} \\ &= \sqrt{4(a^2 + b^2)} \\ &= 2\sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}$$

Page : 177 , Block Name : प्रश्नावली – 7.1

Q2 बिन्दुओं $(0, 0)$ और $(36, 15)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। क्या अब आप अनुच्छेद 7.2 में दिए दोनों शहरों A और B के बीच की दूरी ज्ञात कर सकते हैं ?

Answer. $A(0, 0)$, $B(36, 15)$

बिंदु A तथा B की दूरी के लिए, दूरी सूत्र

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(36 - 0)^2 + (15 - 0)^2} \\ &= \sqrt{1296 + 225} \\ &= \sqrt{1521} \\ &= 39 \end{aligned}$$

दूरी सूत्र $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ का प्रयोग करके हम अनुच्छेद 7.2 में दिए दोनों शहरों A और B के बीच की दूरी ज्ञात कर सकते हैं।

Page : 177 , Block Name : प्रश्नावली – 7.1

Q3 निर्धारित कीजिए कि क्या बिंदु $(1, 5)$, $(2, 3)$ और $(-2, -11)$ संरेखी हैं।

Answer. माना बिंदु $A(1, 5)$, $B(2, 3)$ व $C(-2, -11)$ है

अब, दूरी सूत्र का प्रयोग करके,

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(2 - 1)^2 + (3 - 5)^2} \\ &= \sqrt{1 + 4} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (-11 - 3)^2} \\ &= \sqrt{16 + 196} \\ &= \sqrt{212} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - 1)^2 + (-11 - 5)^2} \\ &= \sqrt{9 + 256} \\ &= \sqrt{265} \end{aligned}$$

$$AB + BC = \sqrt{5} + \sqrt{212} \neq \sqrt{265} = AC$$

अतः बिंदु A, B, व C संरेख नहीं हैं

Page : 177 , Block Name : प्रश्नावली – 7.1

Q4 जाँच कीजिए कि क्या बिंदु $(5, -2)$, $(6, 4)$ और $(7, -2)$ एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।

Answer. माना बिंदु A, B व C $\triangle ABC$ के शीर्ष है अतः

$$A(5, -2), B(6, 4), C(7, -2)$$

दूरी सूत्र का प्रयोग करके,

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(6 - 5)^2 + (4 + 2)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 36}$$

$$= \sqrt{37}$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(7 - 6)^2 + (-2 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 36}$$

$$= \sqrt{37}$$

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(7 - 5)^2 + (-2 + 2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 0}$$

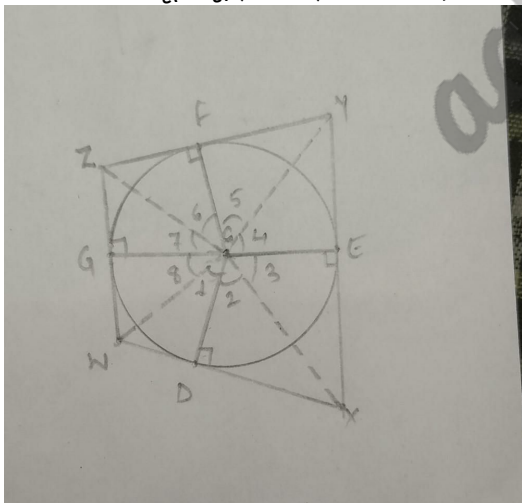
$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

यहाँ $AB = BC \neq AC$ है, अतः A, B, व C समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष है

Page : 177 , Block Name : प्रश्नावली – 7.1

Q5 किसी कक्षा में, चार मित्त्र बिंदुओं A, B, C और D पर बैठे हुए है, जैसाकि आकृति में दर्शाया गया है चंपा और चमेली कक्षा के अंदर आती है और कुछ मिनट तक देखने के बाद, चंपा चमेली से पूछती है, 'क्या तुम नहीं सोचती हो कि ABCD एक वर्ग है?' चमेली इससे सहमत नहीं है दूरी सूत्र का प्रयोग करके, बताइए कि इनमें कौन सही है।



Answer. आकृति के अनुसार $A(3, 4), B(6, 7), C(9, 4)$ व $D(6, 1)$ है

अब, दूरी सूत्र का प्रयोग करके,

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(6 - 3)^2 + (7 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 9}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(9 - 6)^2 + (4 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 9}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

$$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(6 - 9)^2 + (1 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 9}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

$$AD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(6 - 3)^2 + (1 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 9}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

चतुर्भुज ABCD की चारों भुजाएँ बराबर हैं अतः, यह एक समचतुर्भुज अथवा एक वर्ग हो सकता है इसलिए विकर्ण की दूरी ज्ञात करके इस तथ्य को स्पष्ट किया जा सकता है।

$$AC = \sqrt{(9 - 3)^2 + (4 - 4)^2} = \sqrt{36 + 0} = 6$$

$$AC = \sqrt{(6 - 6)^2 + (1 - 7)^2} = \sqrt{0 + 36} = 6$$

विकर्ण की दूरी भी समान है, अतः ABCD एक वर्ग है इसलिए चंपा सही है।

Page : 177 , Block Name : प्रश्नावली – 7.1

Q6 निम्नलिखित बिन्दुओं द्वारा बनने वाले चतुर्भुज का प्रकार (यदि कोई है तो) बताइए तथा अपने उत्तर के लिए कारण भी दीजिए:

(i) $(-1, -2), (1, 0), (-1, 2), (-3, 0)$

(ii) $(-3, 5), (3, 1), (0, 3), (-1, -4)$

(iii) $(4, 5), (6, 1), (1, 2)$

Answer. (i) $A(-1, -2), B(1, 0), C(-1, 2), D(-3, 0)$

दूरी सूत्र का प्रयोग करके,

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(1 + 1)^2 + (0 + 2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-1 - 1)^2 + (2 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{4+4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-3+1)^2 + (0-2)^2}$$

$$= \sqrt{4+4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$AD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-3+1)^2 + (0+2)^2}$$

$$= \sqrt{4+4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

चतुर्भुज की चारों भुजाएँ समान हैं, यह एक समचतुर्भुज या एक वर्ग हो सकता है अतः विकर्ण की दूरी ज्ञात करके इसको स्पष्ट कर सकते हैं।

$$AC = \sqrt{(-1+1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{0+16} = \sqrt{16} = 4$$

$$AC = \sqrt{(-3-1)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{16+0} = \sqrt{16} = 4$$

विकर्ण की दूरी भी समान है, अतः ABCD एक वर्ग है इसलिए चंपा सही है।

(ii) $(-3, 5)$, $(3, 1)$, $(0, 3)$, $(-1, -4)$

दूरी सूत्र का प्रयोग करके,

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(3+3)^2 + (1-5)^2}$$

$$= \sqrt{36+16}$$

$$= \sqrt{52}$$

$$= 2\sqrt{13}$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(0+3)^2 + (3-1)^2}$$

$$= \sqrt{9+4}$$

$$= \sqrt{13}$$

$$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-1-0)^2 + (-4-3)^2}$$

$$= \sqrt{1+49}$$

$$= \sqrt{50}$$

चतुर्भुज की चारों भुजाएँ समान हैं, यह एक समचतुर्भुज या एक वर्ग हो सकता है अतः विकर्ण की दूरी ज्ञात करके इसको स्पष्ट कर सकते हैं।

$$AC = \sqrt{(4-4)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2$$

$$AC = \sqrt{(1-7)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$AB = CD, BC = AD$ और $AD \neq BD$ अतः ABCD एक समांतर चतुर्भुज है।

Page : 178 , Block Name : प्रश्नावली – 7.1

Q7 x-अक्ष पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जो $(2, -5)$ और $(-2, 9)$ से समदूरस्थ है।

Answer. माना बिंदु $P(x, 0)$, x-अक्ष पर कोई बिंदु है जो $A(2, -5)$ और $B(-2, 9)$ से समान दूरी पर है।

अतः $PA = PB$

दूरी सूत्र का प्रयोग करके,

$$PA = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - x)^2 + (-5 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{4 + x^2 - 4x + 25}$$

$$= \sqrt{x^2 - 4x + 29}$$

$$PB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-2 - x)^2 + (9 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{4 + x^2 + 4x + 81}$$

$$= \sqrt{x^2 + 4x + 85}$$

$$\rightarrow PA = PB$$

$$\rightarrow \sqrt{x^2 - 4x + 29} = \sqrt{x^2 + 4x + 85}$$

दोनों ओर का वर्ग करने पर

$$x^2 - 4x + 29 = x^2 + 4x + 85$$

अब, यदि $x=4$ है, तो

$$QR = \sqrt{(4 - 0)^2 + (6 - 1)^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$$

$$PR = \sqrt{(4 - 5)^2 + (6 + 3)^2} = \sqrt{1 + 81} = \sqrt{82}$$

अब, यदि $x=-4$ है, तो

$$QR = \sqrt{(-4 - 0)^2 + (6 - 1)^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$$

$$PR = \sqrt{(-4 - 5)^2 + (6 + 3)^2} = \sqrt{81 + 81} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2}$$

Page : 178 , Block Name : प्रश्नावली – 7.1

Q8 y का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए बिंदु $P(2, -3)$ और $Q(10, y)$ के बीच की दूरी 10 मात्रक है।

Answer. दूरी सूत्र का प्रयोग करके,

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$10 = \sqrt{(10 - 2)^2 + (y + 3)^2}$$

$$= \sqrt{y^2 + 6y + 73}$$

$$100 = y^2 + 6y + 73$$

$$y^2 + 6y - 27 = 0$$

$$(y+9)(y-3)=0$$

$$y = -9, 3$$

Page : 178 , Block Name : प्रश्नावली – 7.1

Q9 यदि $Q(0, 1)$ बिन्दुओ $P(5, -3)$ और $R(x, 6)$ से समदूरस्थ है, तो x के मान ज्ञात कीजिए दूरियां QR और PR भी ज्ञात कीजिए।

Answer. दूरी सूत्र का प्रयोग करके,

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(5 - 0)^2 + (-3 - 1)^2} = \sqrt{(x - 0)^2 + (6 - 1)^2}$$

$$\sqrt{25 + 16} = \sqrt{x^2 + 25}$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4, -4$$

अब, $x = 4$

$$QR = \sqrt{(4 - 0)^2 + (6 - 1)^2} = \sqrt{41}$$

$$PR = \sqrt{(4 - 5)^2 + (6 + 3)^2} = \sqrt{82}$$

अब, $x = -4$

$$QR = \sqrt{(-4 - 0)^2 + (6 - 1)^2} = \sqrt{41}$$

$$PR = \sqrt{(-4 - 5)^2 + (6 + 3)^2} = \sqrt{162}$$

Page : 178 , Block Name : प्रश्नावली – 7.1

Q10 x और y में एक ऐसा संबंध ज्ञात कीजिए कि बिंदु (x, y) बिन्दुओ $(3, 6)$ और $(-3, 4)$ से समदूरस्थ हो।

Answer. माना $P = (x, y)$, $A(3, 6)$ और $B(-3, 4)$ से समान दूरी अर्थात समदूरस्थ है

$$\therefore PA = PB$$

$$\sqrt{(3 - x)^2 + (6 - y)^2} = \sqrt{(-3 - x)^2 + (4 - y)^2}$$

$$\sqrt{9 + x^2 - 6x + 36 + y^2 - 12y} = \sqrt{9 + x^2 + 6x + 16 + y^2 - 8y}$$

$$9 + x^2 - 6x + 36 + y^2 - 12y = 9 + x^2 + 6x + 16 + y^2 - 8y$$

$$-12x - 4y = -20$$

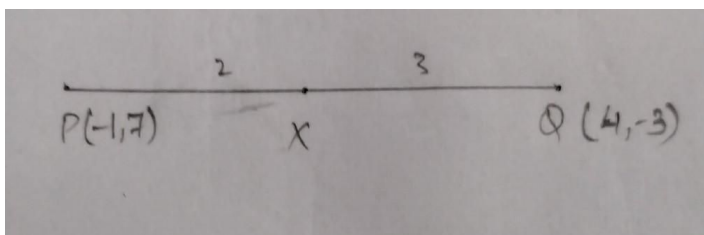
$$3x + y = 5$$

Page : 178 , Block Name : प्रश्नावली – 7.1

Exercise 7.2

Q1 उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओ $(-1, 7)$ और $(4, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है।

Answer.



विभाजन सूत्र द्वारा

$$= \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

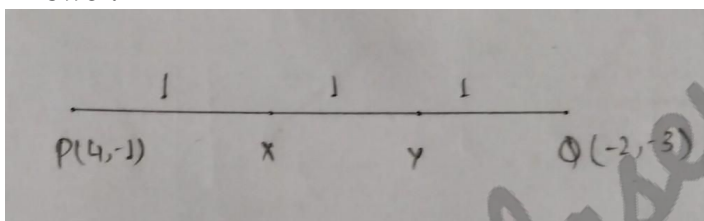
$$\text{बिंदु X के निर्देशांक} = \frac{2 \times 4 + 3 \times (-1)}{2 + 3}, \frac{2 \times (-3) + 3 \times 7}{2 + 3}$$

$$= \frac{8 - 3}{5}, \frac{-6 + 21}{5}$$

Page : 184 , Block Name : प्रश्नावली – 7.2

Q2 बिन्दुओं $(4, -1)$ और $(-2, -3)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को सम-तिरभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Answer.



माना दिये गये बिन्दुओं से बने रेखाखण्ड को A तथा B सम तिरभाजित करते हैं।

विभाजन सूत्र द्वारा

$$= \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

$$\text{बिंदु X के निर्देशांक} = \frac{1 \times -2 + 2 \times 4}{2 + 1}, \frac{1 \times (-3) + 2 \times -1}{2 + 1}$$

$$= 2, \frac{-5}{3}$$

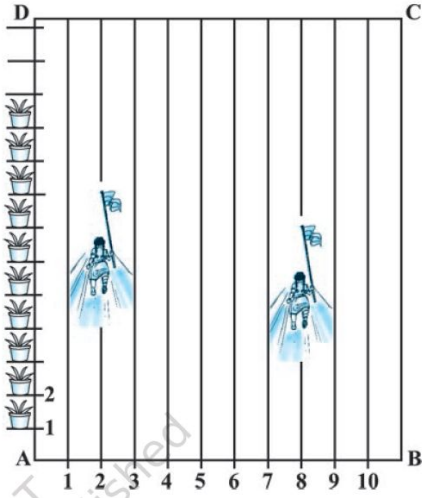
$$\text{बिंदु Y के निर्देशांक} = \frac{2 \times -2 + 1 \times 4}{2 + 1}, \frac{2 \times (-3) + 1 \times -1}{2 + 1}$$

$$= 0, \frac{-7}{3}$$

Page : 184 , Block Name : प्रश्नावली – 7.2

Q3 आपके स्कूल में खेल-कूद किर्याकलाप आयोजित करने के लिए, एक आयताकार मैदान ABCD में, चूने से परस्पर 1m की दूरी पर पंक्तिया बनाई गई है AD के अनुदिश परस्पर 1m की दूरी पर 100 गमले रखे गए हैं, जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है निहारिका दूसरी पंक्ति में AD के $\frac{1}{4}$ भाग के बराबर की दूरी दौड़ती है और वहा एक हरा झंडा गाड़ देती है प्रीत आठवीं पंक्ति में AD के $\frac{1}{5}$ भाग के बराबर की दूरी दौड़ती है और वहा एक लाल झंडा गाड़ देती है। दोनों झंडों के बीच की दूरी क्या है? यदि रश्मि को एक नीला झंडा इन

दोनों झंडों को मिलाने वाले रेखाखंड पर ठीक आधी दूरी (बीच में) पर गाड़ना हो तो उसे अपना झंडा कहा गाड़ना चाइये?



Answer. निहारिका द्वारा गाड़े गए झंडे के निर्देशांक, $P = \left(2, \frac{1}{4} \times 100\right) = (2, 25)$

परीत द्वारा गाड़े गए झंडे के निर्देशांक, $Q = \left(8, \frac{1}{5} \times 100\right)$

$= (98, 20)$

झंडों के बीच दूरी, $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$= \sqrt{(8 - 2)^2 + (20 - 25)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 25}$$

$$= \sqrt{61}$$

रश्मि द्वारा गाड़े गए झंडे के निर्देशांक = PQ के मध्य बिंदु के निर्देशांक

$$R = \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}$$

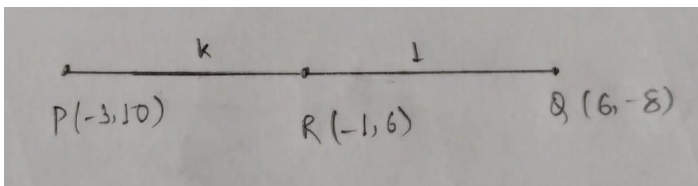
$$= \frac{2 + 8}{2}, \frac{25 + 20}{2}$$

$$= (5, 22.5)$$

Page : 184 , Block Name : प्रश्नावली – 7.2

Q4 बिन्दुओं $(-3, 10)$ और $(6, -8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को बिंदु $(-1, 6)$ किस अनुपात में विभाजित करता है।

Answer.



माना बिंदु R, P तथा Q को जोड़ने वाले रेखाखंड को $m:1$ अनुपात में विभाजित करता है विभाजन सूत्र से बिंदु R के निर्देशांक,

$$R(x, y) = \frac{m \times 6 + 1x_1}{m + 1}, \frac{m \times (-8) + 1 \times 10}{m + 1}$$

$$(-1, 6) = \frac{6m - 3}{m + 1}, \frac{-8m + 10}{m + 1}$$

तुलना करने पर,

$$\frac{6m - 3}{m + 1} = -1 \text{ और } \frac{-8m + 10}{m + 1} = 6$$

$$6m - 3 = -m - 1$$

$$7m = 2$$

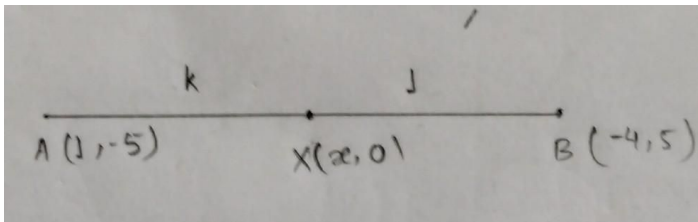
$$m = \frac{2}{7}$$

अतः बिंदु R, P तथा Q को जोड़ने वाले रेखाखंड को 2:7 के अनुपात में विभाजित करता है

Page : 184 , Block Name : परश्नावली – 7.2

Q5 वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदुओं A (1, -5) और B (-4, 5) को मिलाने वाला रेखाखंड x-अक्ष से विभाजित होता है इस विभाजन बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

Answer.



माना बिंदु X, A तथा B को जोड़ने वाले रेखाखंड को m:1 अनुपात में विभाजित करता है विभाजन सूत्र से बिंदु P के निर्देशांक,

$$X(x, y) = \frac{m \times -4 + 1 \times 1}{m + 1}, \frac{m \times (5 + 1 \times -5)}{m + 1}$$

$$(x, 0) = \frac{-4m + 1}{m + 1}, \frac{5m - 5}{m + 1}$$

तुलना करने पर,

$$\frac{-4m + 1}{m + 1} = x \text{ और } \frac{5m - 5}{m + 1} = 0$$

$$m = 1$$

$$\frac{-4 + 1}{1 + 1} = x$$

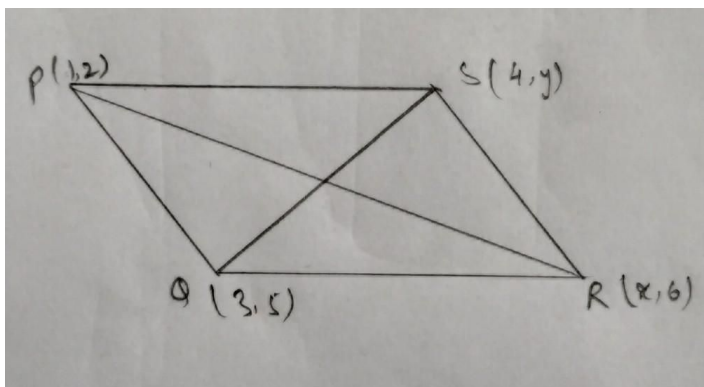
$$x = \frac{-3}{2}$$

अतः बिंदु X, A तथा B को जोड़ने वाले रेखाखंड को 1:1 के अनुपात में विभाजित करता है

Page : 184 , Block Name : परश्नावली – 7.2

Q6 यदि बिंदु (1, 2), (4, y), (x, 6) और (3, 5) इसी क्रम में लेने पर, एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हो तो x और y ज्ञात कीजिए।

Answer.



बिंदु $P(1, 2)$, $Q(4, y)$, $R(x, 6)$ और $S(3, 5)$

PR का मध्य बिंदु = QS का मध्य बिंदु

$$\frac{1+x}{2}, \frac{2+6}{2} = \frac{3+4}{2}, \frac{5+y}{2}$$

अब, $\frac{1+x}{2}, \frac{7}{2}$

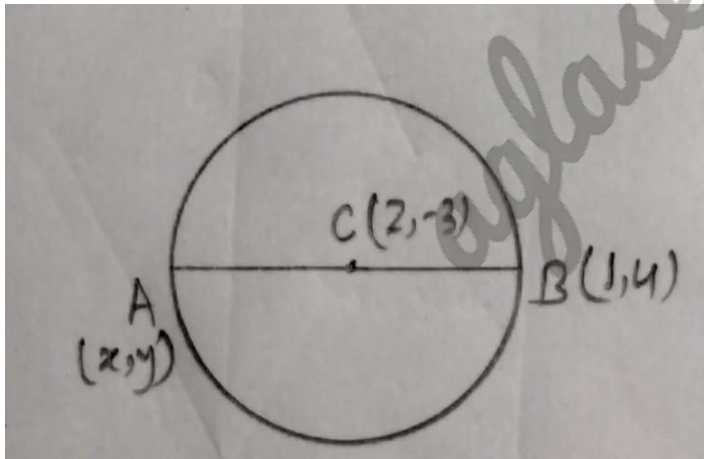
और, $\frac{5+y}{2}, \frac{8}{2}$

$x=6, y=3$

Page : 184 , Block Name : प्रश्नावली – 7.2

Q7 बिंदु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहां AB एक वृत्त का व्यास है जिसका केंद्र $(2, -3)$ है तथा B के निर्देशांक $(1, 4)$ है।

Answer.



माना वृत्त का केंद्र C है अतः C के निर्देशांक $(2, -3)$ और A के निर्देशांक (x, y) है

अब AB के मध्यबिंदु के निर्देशांक = C के निर्देशांक

$$\left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2} \right), (2, -3)$$

तुलना करने पर,

$$\frac{x+1}{2} = 2 \text{ और } \frac{y+4}{2} = -3$$

$x+1=4$ और $y+4=-6$

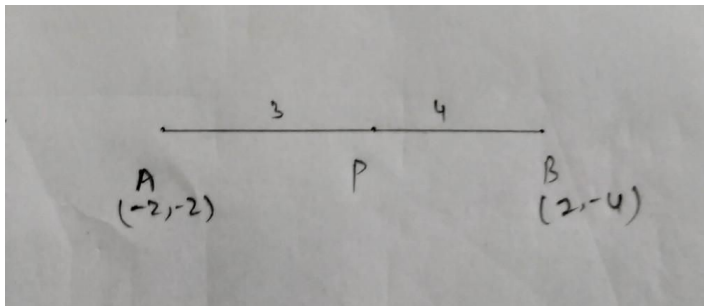
$x=3$ और $y=-10$

बिंदु A के निर्देशांक = $(3, -10)$

Page : 184 , Block Name : प्रश्नावली – 7.2

Q8 यदि A और B क्रमशः $(2, -2)$ और $(2, -4)$ हो तो बिंदु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ताकि $AP = \frac{3}{7}AB$ हो और P रेखाखंड AB पर स्थित हो।

Answer.



$$A(2, -2), B(2, -4), AP = \frac{3}{7}AB$$

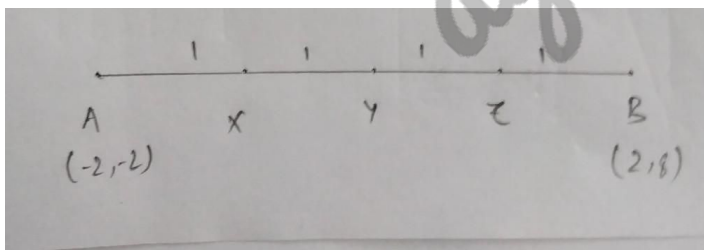
बिंदु P के निर्देशांक,

$$\begin{aligned} &= \frac{3 \times 2 + 4 \times (-2)}{3 + 4}, \frac{3 \times (-4) + 4 \times (-2)}{3 + 4} \\ &= \frac{6 - 8}{7}, \frac{-12 - 8}{7} \\ &= \frac{-2}{7}, \frac{-20}{7} \end{aligned}$$

Page : 184 , Block Name : परश्नावली – 7.2

Q9 बिन्दुओं A $(-2, 2)$ और B $(2, 8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Answer.



$$A(-2, 2), B(2, 8), AP : DB = 1 : 3$$

क्योंकि बिंदु X, Y और Z, A, B को जोड़ने वाले रेखाखंड को चार बराबर भागों में विभाजित करते हैं

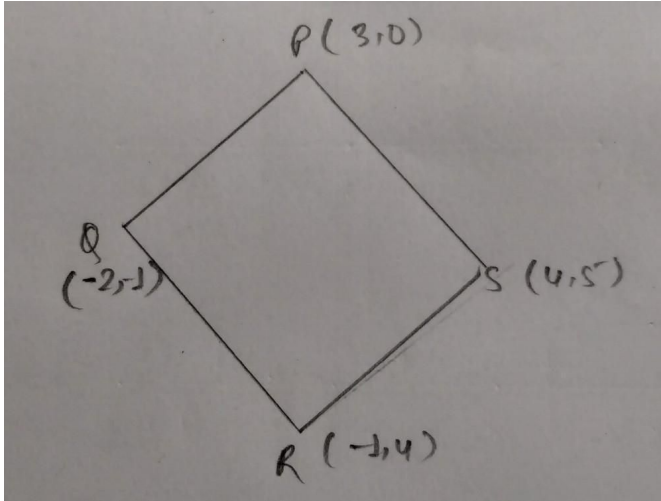
$$\begin{aligned} \text{बिंदु X के निर्देशांक} &= \left(\frac{1 \times 2 + 3 \times (-2)}{1 + 3}, \frac{1 \times 8 + 3 \times 2}{1 + 3} \right) \\ &= \left(\frac{-4}{4}, \frac{14}{4} \right) \\ &= \left(-1, \frac{7}{2} \right) \end{aligned}$$

Page : 184 , Block Name : परश्नावली – 7.2

Q10 एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में $(3, 0)$, $(4, 5)$, $(-1, 4)$ और $(-2, -1)$ है।

[संकेत: समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (उसके विकर्ण का गुणनफल)]

Answer.



शीर्ष, $P(3, 0)$, $S(4, 5)$, $R(-1, 4)$ और $Q(-2, -1)$

$$PR = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$QS = \sqrt{(-2 - 4)^2 + (-1 - 5)^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (उसके विकर्ण का गुणनफल)

$$= \frac{1}{2} PR \cdot QS$$

$$= 0.5 \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$$

$$= 24 \text{ वर्ग इकाई}$$

Page : 184 , Block Name : परश्नावली - 7.2

Exercise 7.3

Q1 उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष है:

(i) $(2, 3)$, $(-1, 0)$, $(2, -4)$

(ii) $(-5, -1)$, $(3, -5)$, $(5, 2)$

Answer. (i) त्रिभुज के शीर्ष $A(2, 3)$, $B(-1, 0)$, $C(2, -4)$

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [2(0 - (-4)) + (-1)(-4 - 3) + 2(3 - 0)]$$

$$= \frac{1}{2} [8 + 7 + 6]$$

$$= \frac{21}{2}$$

$$= 10.5 \text{ वर्ग इकाई}$$

(ii) त्रिभुज के शीर्ष $A(-5, -1), (3, -5), (5, 2)$

त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [(-5)(-5 - 2) + 3(2 - (-1)) + 5(-1 - (-5))] \\ &= \frac{1}{2} [35 + 9 + 20] \\ &= \frac{64}{2} \\ &= 32 \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$

Page : 188 , Block Name : प्रश्नावली – 7.3

Q2 निम्नलिखित में से प्रत्येक में 'k' का मान ज्ञात कीजिए, ताकि तीनों बिंदु संरेखी हो:

- (i) $(7, -2), (5, 1), (3, k)$
- (ii) $(8, 1), (k, -4), (2, -5)$

Answer. (i) $A(7, -2), B(5, 1), C(3, k)$

यदि तीनों बिंदु संरेख है, तो इनसे निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा अतः

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)] \\ 0 &= \frac{1}{2} [7(1 - k) + 5(k + 2) + 3(-2 - 1)] \\ 0 &= \frac{1}{2} [7 - 7k + 5k + 10 - 9] \\ 8 - 2k &= 0 \\ -2k &= -8 \\ k &= 4 \end{aligned}$$

(ii) $(8, 1), (k, -4), (2, -5)$

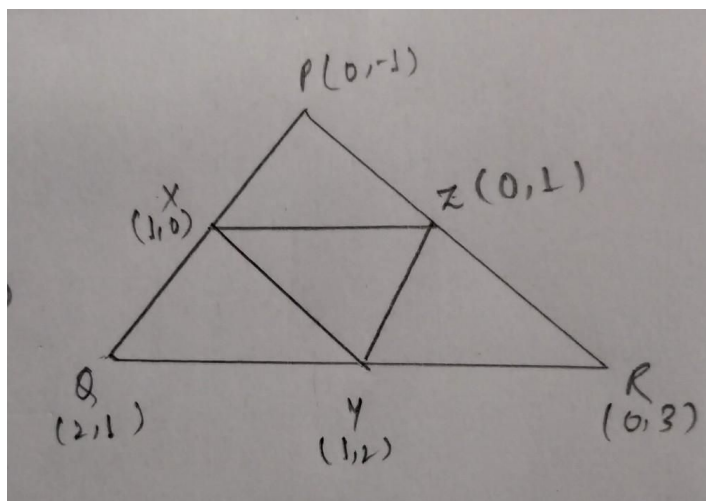
यदि तीनों बिंदु संरेख है, तो इनसे निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा अतः

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} &= 0 \\ \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)] &= 0 \\ \frac{1}{2} [8(-4 + 5) + k(-5 - 1) + 2(1 + 4)] &= 0 \\ 8 - 6k + 10 &= 0 \\ -6k &= -18 \\ k &= 3 \end{aligned}$$

Page : 188 , Block Name : प्रश्नावली – 7.3

Q3 शीर्षों $(0, -1), (2, 1), (0, 3)$ वाले त्रिभुज की भुजाओं के मध्य-बिन्दुओं से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए
 इस क्षेत्रफल का दिए हुए त्रिभुज के क्षेत्रफल के साथ अनुपात ज्ञात कीजिए।

Answer.



$$\text{PQ के मध्यबिंदु X के निर्देशांक} = \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$= \frac{0 + 2}{2}, \frac{-1 + 1}{2}$$

$$= (1, 0)$$

$$\text{QR के मध्यबिंदु Y के निर्देशांक} = \frac{2 + 0}{2}, \frac{1 + 3}{2}$$

$$= (1, 2)$$

$$\text{PR के मध्यबिंदु Z के निर्देशांक} = \frac{0 + 0}{2}, \frac{-1 + 3}{2}$$

$$= (0, 1)$$

$$\triangle PQR \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)] = 0$$

$$= \frac{1}{2} [1 (2 - 1) + 1 (1 - 0) + 0 (0 - 1)]$$

$$= \frac{1}{2} [1 + 1 + 0]$$

$$= 1 \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\triangle XYZ \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)] = 0$$

$$= \frac{1}{2} [0 (1 - 3) + 2 (3 + 1) + 0 (-1 - 1)]$$

$$= \frac{1}{2} [0 + 8 + 0]$$

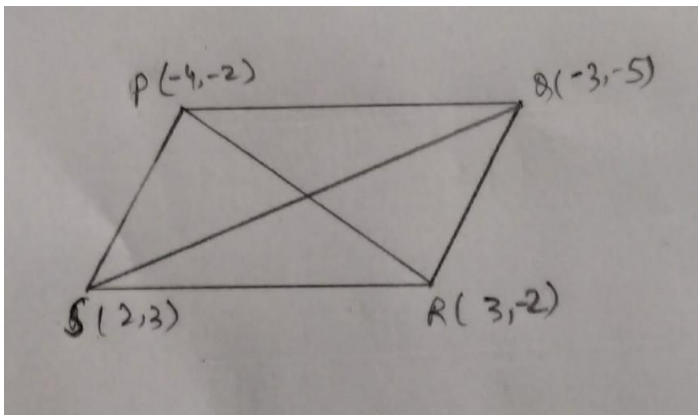
$$= 4 \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\text{अतः, XYZ का क्षेत्रफल / PQR का क्षेत्रफल} = \frac{1}{4}$$

Page : 188 , Block Name : प्रश्नावली - 7.3

Q4 उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में $(-4, -2)$, $(-3, -5)$, $(3, -2)$ और $(2, 3)$ है।

Answer.



चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल = $\triangle PQR$ का क्षेत्रफल + $\triangle PRS$ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}\triangle PQR \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0 \\ &= \frac{1}{2} [-4(-5 + 2) + (-3)(-2 + 2) + 3(-2 + 5)] \\ &= \frac{1}{2} [12 + 0 + 9] \\ &= \frac{21}{2} \text{ वर्ग इकाई}\end{aligned}$$

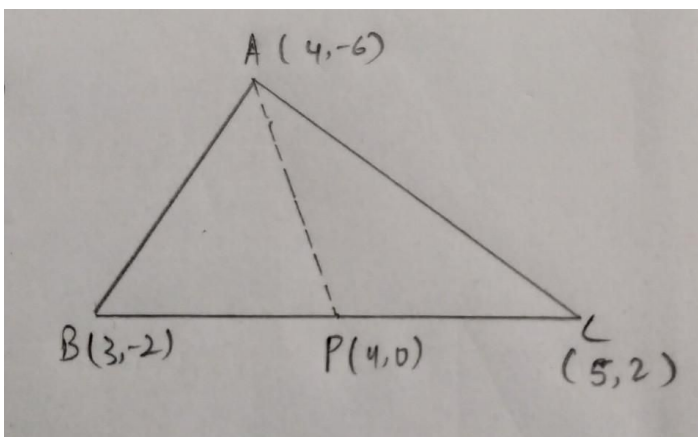
$$\begin{aligned}\triangle PRS \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0 \\ &= \frac{1}{2} [(-4)(-2 - 3) + 3(3 + 2) + 2(-2 + 2)] \\ &= \frac{1}{2} [20 + 15 + 0] \\ &= \frac{35}{2} \text{ वर्ग इकाई}\end{aligned}$$

$$\text{चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल} = \frac{21}{2} + \frac{35}{2} = 28 \text{ वर्ग इकाई}$$

Page : 188 , Block Name : प्रश्नावली - 7.3

Q5 कक्षा IX में आपने पढ़ा है कि किसी त्रिभुज की एक मधिका उसे बराबर क्षेत्रफलो वाले दो त्रिभुज में विभाजित करती है उस त्रिभुज ABC के लिए इस परिणाम का सत्यापन कीजिए जिसके शीर्ष $A(4, -6)$, $B(3, -2)$ और $C(5, 2)$ है।

Answer.



$A(4, -6)$, $B(3, -2)$ और $C(5, 2)$

$$\text{BC के मध्यबिंदु P के निर्देशांक} = \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$= \frac{3+5}{2}, \frac{-2+2}{2}$$

$$= (4, 0)$$

$\triangle ABP$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [4(-2-0) + 3(0+5) + 4(-6+2)]$$

$$= \frac{1}{2} [-8 + 18 - 16]$$

$$= \frac{21}{2} (-6)$$

$$= -3 = 3 \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\triangle ACP \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [4(2-0) + 5(0+6) + 4(-6-2)]$$

$$= \frac{1}{2} [8 + 30 - 32]$$

$$= \frac{6}{2}$$

$$= 3 \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\triangle ABP \text{ का क्षेत्रफल} = \triangle ACP \text{ का क्षेत्रफल}$$

Page : 188 , Block Name : प्रश्नावली – 7.3

Exercise 7.4

Q1 बिन्दुओ $A(2, -2)$ और $B(3, 7)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को रेखा $2x + y - 4 = 0$ जिस अनुपात में विभाजित करते हैं उसे ज्ञात कीजिए।

Answer. माना A और B, रेखाखंड $2x+y-4=0$ को $m:1$ में विभाजित करते हैं।

$$\text{उस बिंदु के निर्देशांक} = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \left(\frac{3m+2}{m+1}, \frac{7m-2}{m+1} \right)$$

क्योंकि यह बिंदु रेखा पर स्थित है, अतः

$$2 \left(\frac{3m+2}{m+1} \right) + \frac{7m-2}{m+1} - 4 = 0$$

$$\frac{6m+4+7m-2-4m-4}{m+1} = 0$$

$$9m-2=0$$

$$m = \frac{2}{9}$$

Page : 188 , Block Name : प्रश्नावली – 7.4

Q2 x और y में एक संबंध ज्ञात कीजिए, यदि बिंदु (x, y) , $(1, 2)$ और $(7, 0)$ संरेखी है।

Answer. $A(x, y)$, $B(1, 2)$, $C(7, 0)$

A, B तथा C संरेखी है अतः इनसे निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा

अतः $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = 0

$$\frac{1}{2}[x(2 - 0) + (0 - y) + 7(y - 2)] = 0$$

$$2x - y + 7y - 14 = 0$$

$$2x + 6y = 14$$

$$x + 3y - 7 = 0$$

Page : 188 , Block Name : प्रश्नावली – 7.4

Q3 बिन्दुओं $(6, -6)$, $(3, -7)$ और $(3, 3)$ से होकर जाने वाले वृत्त का केंद्र ज्ञात कीजिए।

Answer. $A(6, -6)$, $B(3, -7)$, $C(3, 3)$

माना वृत्त का केंद्र O है, अतः $OA = OB = OC$ त्रिज्यायें हैं

अब $OA = OB$

$$\sqrt{(x - 6)^2 + (y + 6)^2} = \sqrt{(x - 3)^2 + (y + 7)^2}$$

$$\sqrt{x^2 + 36 - 12x + y^2 + 36 + 12y} = \sqrt{x^2 + 9 - 6x + y^2 + 49 + 14y}$$

दोनों ओर वर्ग करने पर,

$$x^2 + 36 - 12x + y^2 + 36 + 12y = x^2 + 9 - 6x + y^2 + 49 + 14y$$

$$72 - 12x + 12y = 58 - 6x + 14y$$

$$-6x - 2y = 58 - 72$$

$$6x - 2y + 14 = 0$$

$$x = 7 - 3x \rightarrow (1)$$

इसी प्रकार $OA = OC$

$$\sqrt{(x - 6)^2 + (y + 6)^2} = \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 3)^2}$$

$$\sqrt{x^2 + 36 - 12x + y^2 + 36 + 12y} = \sqrt{x^2 + 9 - 6x + y^2 + 49 + 14y}$$

दोनों ओर वर्ग करने पर,

$$x^2 + 36 - 12x + y^2 + 36 + 12y = x^2 + 9 - 6x + y^2 + 9 - 6y$$

$$72 - 12x + 12y = 18 - 6x - 6y$$

$$-6x + 18y = 18 - 72$$

$$-6x + 18y = -54$$

$$x - 3y = 9$$

$$x - 3(7 - 3x) = 9$$

$$x - 21 + 9x = 9$$

$$10x = 30$$

$$x = 3$$

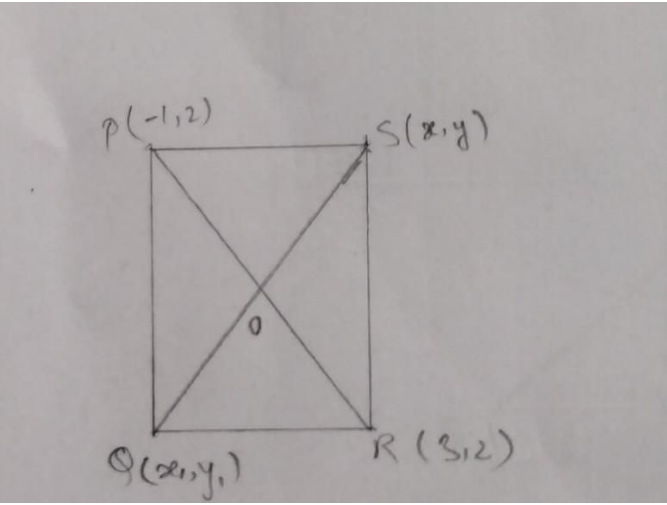
$$\text{और } y = 7 - 3x = 7 - 3 \times 3 = -2$$

इस प्रकार वृत्त का केंद्र $O(3, -2)$ है

Page : 188 , Block Name : प्रश्नावली – 7.4

Q4 किसी वर्ग के दो सम्मुख शीर्ष $(-1,2)$ और $(3,2)$ हैं। वर्ग के अन्य दोनों शीर्ष ज्ञात कीजिये।

Answer.



माना वर्ग के अन्य दो शीर्ष (x,y) तथा (p,q) हैं।

चूँकि वर्ग की सभी भुजायें बराबर होती हैं

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2}$$

$$x^2 + 1 + 2x + y^2 + 4 - 4y = x^2 + 9 - 6x + y^2 + 4 - 4y$$

$$x=1$$

वर्ग में अंतः कोण समान तथा 90° के होते हैं

$$PQ^2 + QR^2 = PR^2$$

$$(1+1)^2 + (y-2)^2 + (1-3)^2 + (y-2)^2 = (3+1)^2 + (2-2)^2$$

$$4 + y^2 + 4 - 4y + 4 + y^2 - 4y + 4 = 16$$

$$y(y-4)=0$$

$$y=0,4$$

चूँकि वर्ग के विकर्ण बराबर होते हैं तथा एक दूसरे को समद्विभाजित भी करते हैं PR और QS के मध्य बिंदु के निर्देशांक बराबर होंगे।

$$\frac{-1+3}{2}, \frac{2+2}{2} = \frac{x+p}{2}, \frac{y+q}{2}$$

$$\frac{1+p}{2} = 1$$

$$p=1$$

$$\frac{y+q}{2} = 2$$

$$y+q=4$$

अब $y=0$ रखने पर

$$q=4$$

तथा $y=4$ रखने पर

$$q=0$$

अतः अन्य शीर्ष $(1,0)$ तथा $(1,4)$ हैं।

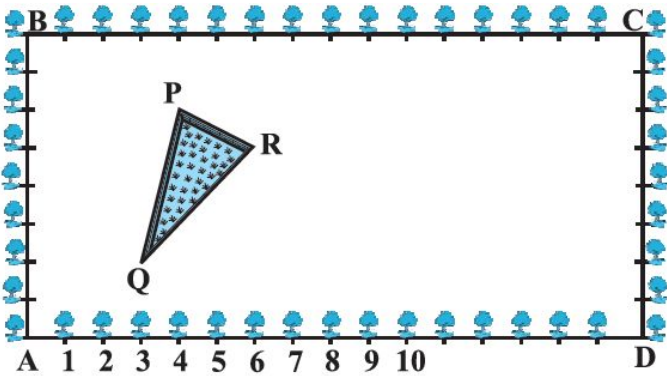
Q5 कृष्णानगर के एक सेकेंडरी स्कूल के कक्षा X के विद्यार्थियों को उनके बागवानी किरयाकलाप के लिए, एक आयताकार भूखंड दिया गया है गुलमोहर की पौध को परस्पर 1m की दूरी पर इस भूखंड की परिसीमा पर लगाया जाता है इस भूखंड के अंदर एक त्रिभुजाकार

घास लगा हुआ लॉन है, जैसाकि आकृति में दर्शाया गया है विधार्थियों को भूखंड के शेष भाग में फूलों के पौधे के बीज बोने है ।

(i) A को मूलबिंदु मानते हुए, त्रिभुज के शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात कीजिए

(ii) यदि मूलबिंदु C हो, तो $\triangle PQR$ के निर्देशांक क्या होंगे?

साथ ही, उपरोक्त दोनों स्थितियों में, त्रिभुज के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए आप क्या देखते है?



Answer. (i) A को मूल-बिंदु लेने पर x-अक्ष AD और AB y-अक्ष होगा अतः $P(4, 6)$, $Q(3, 2)$ और $R(6, 5)$ होंगे $\triangle PQR$ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [4 (2 - 5) + 3 (5 - 6) + 6 (6 - 2)] \\ &= \frac{1}{2} [-12 - 3 + 24] \\ &= \frac{1}{2} \times 9 \\ &= \frac{9}{2} \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$

(ii) यदि मूल-बिंदु C है तो AD x-अक्ष और y-अक्ष AB होगा अतः $P(12, 2)$, $Q(13, 6)$ और $R(10, 3)$ होंगे $\triangle PQR$ का क्षेत्रफल

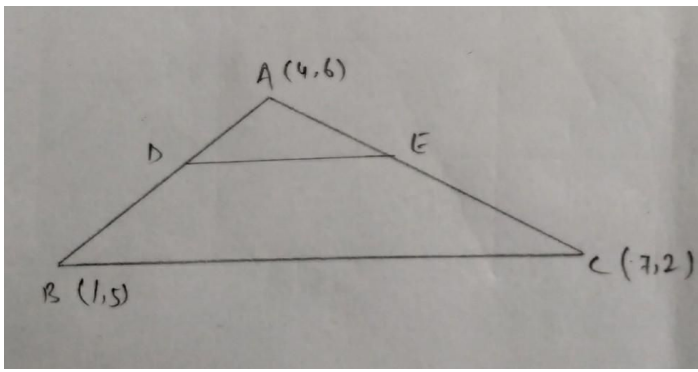
$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [12 (6 - 3) + 13 (3 - 2) + 10 (2 - 6)] \\ &= \frac{1}{2} [36 + 13 - 40] \\ &= \frac{9}{2} \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$

दोनों स्थितियों में त्रिभुजों का क्षेत्रफल समान है ।

Page : 189 , Block Name : प्रश्नावली – 7.4

Q6 एक त्रिभुज ABC के शीर्ष $A(4, 6)$, $B(1, 5)$ और $C(7, 2)$ है भुजाओं AB और AC को क्रमशः D और E पर प्रतिच्छेद करते हुए एक रेखा इस प्रकार खींची गई है कि $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{4}$ है $\triangle ADE$ का क्षेत्रफल परिकलित कीजिए और इसकी तुलना $\triangle ABC$ के क्षेत्रफल से कीजिए ।

Answer. $A(4, 6)$, $B(1, 5)$, $C(7, 2)$



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{4}$$

माना $AD=x, AB=4x$

$$BD=AB-AD=4x-x=3x$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{1}{3}$$

इसी प्रकार, $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{3}$

इसलिये बिंदु D तथा E भुजाओं AB और AC को 1:3 के अनुपात में विभाजित करते हैं

$$\text{बिंदु D के निर्देशांक} = \left(\frac{1 \times 1 + 3 \times 4}{1 + 3}, \frac{1 \times 5 + 3 \times 6}{1 + 3} \right) = \left(\frac{13}{4}, \frac{23}{4} \right)$$

$$\text{बिंदु E के निर्देशांक} = \left(\frac{1 \times 7 + 3 \times 4}{1 + 3}, \frac{1 \times 2 + 3 \times 6}{1 + 3} \right)$$

$$= \left(\frac{19}{4}, \frac{20}{4} \right)$$

$$= \left(\frac{19}{4}, 5 \right)$$

$\triangle ADE$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} \left[4 \left(\frac{23}{4} - \frac{20}{4} \right) + \frac{13}{4} \left(\frac{20}{4} - 6 \right) + \frac{19}{4} \left(6 - \frac{23}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[3 - \frac{13}{4} + \frac{19}{16} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{48 - 52 + 19}{16} \right]$$

$$= \frac{15}{32} \text{ वर्ग इकाई}$$

$\triangle ABC$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [4(5 - 2) + 1(2 - 6) + 7(6 - 5)]$$

$$= \frac{1}{2} [12 - 4 + 7]$$

$$= \frac{15}{2} \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\text{अब, } \triangle ADE \text{ का क्षेत्रफल} / \triangle ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\frac{15}{32}}{\frac{15}{2}} = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

Page : 189 , Block Name : प्रश्नावली – 7.4

Q7 मान लीजिये $A(4, 2)$, $B(6, 5)$ और $C(1, 4)$ एक त्रिभुज ABC के शीर्ष हैं।

(i) A से होकर जाने वाली मध्यिका BC से D पर मिलती है। बिंदु D के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

(ii) AD पर स्थित ऐसे बिंदु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए कि $AP:PD=2:1$ हो।

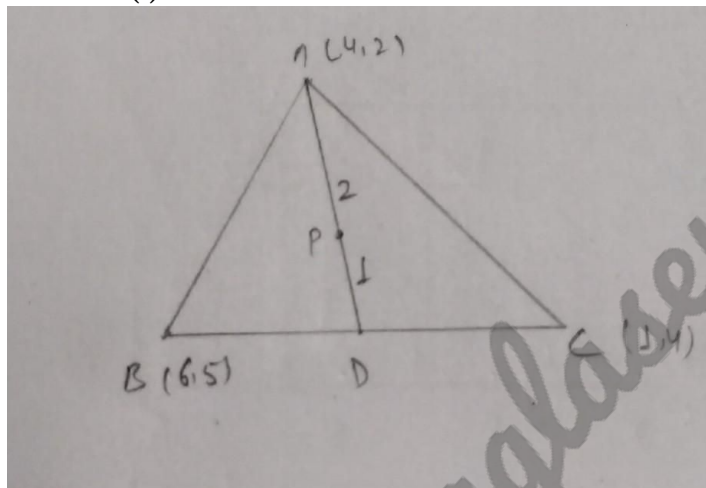
(iii) मध्यिकाओं BE और CF पर ऐसे बिन्दुओं Q और R के निर्देशांक ज्ञात कीजिए कि $BQ:QE=2:1$ हो और $CR:RF=2:1$ हो।

(iv) आप क्या देखते हैं।

(नोट: वह बिंदु जो तीनों मध्यिकाओं में सार्वनिष्ठ हो, उस त्रिभुज का केंद्रक कहलाता है और यह प्रत्येक मध्यिका को 2:1 के अनुपात में विभाजित करता है)

(v) यदि $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ और (x_3, y_3) त्रिभुज ABC के शीर्ष हैं, तो इस त्रिभुज के केंद्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Answer. (i)



बिंदु D के निर्देशांक = BC के मध्य बिंदु के निर्देशांक

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ &= \left(\frac{6 + 1}{2}, \frac{5 + 4}{2} \right) \\ &= \left(\frac{7}{2}, \frac{9}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) बिंदु D के निर्देशांक} &= \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right) \\ &= \left(\frac{2 \times \frac{7}{2} + 1 \times 4}{2 + 1}, \frac{2 \times \frac{9}{2} + 1 \times 2}{2 + 1} \right) \\ &= \left(\frac{11}{3}, \frac{11}{3} \right) \end{aligned}$$

(iii) B से होकर जाने वाली मध्यिका AC को E पर विभाजित करते हैं अतः E, AC का मध्यबिंदु है।

$$\begin{aligned} \text{बिंदु E के निर्देशांक} &= \left(\frac{4+1}{2}, \frac{2+4}{2} \right) \\ &= \left(\frac{5}{2}, 3 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{AE, पर स्थित बिंदु Q के निर्देशांक} &= \left(\frac{2 \times \frac{5}{2} + 1 \times 6}{2+1}, \frac{2 \times 3 + 1 \times 5}{2+1} \right) \\ &= \left(\frac{11}{3}, \frac{11}{3} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{F, AB का मध्यबिंदु है, अतः, F के निर्देशांक} &= \left(\frac{4+6}{2}, \frac{2+5}{2} \right) \\ &= \left(5, \frac{7}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CF पर स्थित बिंदु R के निर्देशांक} &= \left(\frac{2 \times 5 + 1 \times 1}{2+1}, \frac{2 \times \frac{7}{2} + 1 \times 4}{2+1} \right) \\ &= \left(\frac{11}{3}, \frac{11}{3} \right) \end{aligned}$$

(iv) P,Q और R तीनों बिन्दुओं के निर्देशांक समान हैं

(v) $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ और $C(x_3, y_3)$ त्रिभुज के शीर्ष हैं, A से होकर जाने वाली मध्यिका BC से D पर मिलती है इसलिए BC का मध्यबिंदु D है

$$\text{बिंदु D के निर्देशांक} = \left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2} \right)$$

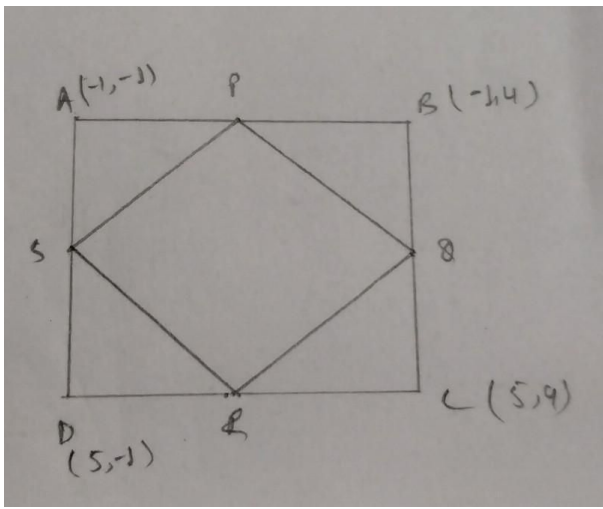
माना O त्रिभुज का केन्द्रक है, और $AO:OD=2:1$

$$\begin{aligned} \text{बिंदु O के निर्देशांक} &= \left(\frac{2 \times \frac{x_2 + x_3}{2} + 1 \times x_1}{2+1}, \frac{2 \times \frac{y_2 + y_3}{2} + 1 \times y_1}{2+1} \right) \\ &= \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right) \end{aligned}$$

Page : 189 , Block Name : प्रश्नावली – 7.4

Q8 बिन्दुओं और से एक आयत ABCD बनता है P,Q,R और S क्रमशः भुजाओं AB,BC,CD और DA के मध्य बिंदु हैं क्या चतुर्भुज PQRS एक वर्ग है? क्या यह एक आयत है? क्या यह एक समचतुर्भुज है? सकारण उत्तर दीजिए।

Answer.



$$\text{बिंदु P के निर्देशांक} = \frac{-1 - 1}{2}, \frac{-1 + 4}{2}$$

$$= \left(-1, \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{बिंदु Q के निर्देशांक} = \left(\frac{-1 + 5}{2}, \frac{4 + 4}{2}\right)$$

$$= (2, 4)$$

$$\text{बिंदु R के निर्देशांक} = \left(\frac{5 + 5}{2}, \frac{-1 + 4}{2}\right)$$

$$= \left(5, \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{बिंदु S के निर्देशांक} = \left(\frac{-1 + 5}{2}, \frac{-1 - 1}{2}\right)$$

$$= (2, -1)$$

$$\text{PQ की लम्बाई} = \sqrt{(-1 - 2)^2 + \left(\frac{3}{2} - 4\right)^2}$$

$$= \sqrt{9 + \frac{25}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{61}{4}}$$

$$\text{QR की लम्बाई} = \sqrt{(2 - 5)^2 + \left(4 - \frac{3}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{9 + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{61}{4}}$$

$$\text{PS की लम्बाई} = \sqrt{(5 - 2)^2 + \left(\frac{3}{2} + 1\right)^2} = \sqrt{9 + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{61}{4}}$$

$$\text{SP की लम्बाई} = \sqrt{(2 + 1)^2 + \left(-1 - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{9 + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{61}{4}}$$

चतुर्भुज PQRS की सभी भुजाएँ समान हैं, परन्तु विकर्ण की लम्बाई समान नहीं है अतः यह एक समचतुर्भुज है

aglasem.com