

aglasem.com

कक्षा १०
गणित नोट्स

त्रिभुज

Key Notes and Important Questions with Answers

6
अध्याय

त्रिभुज

महत्त्वपूर्ण बिन्दु

1. दो त्रिभुज समरूप कहलाते हैं यदि उनके संगत कोण बराबर हों और उनकी संगत भुजाएं समानुपाती हों।

2. समरूप त्रिभुज के गुणधर्म :

ΔABC तथा ΔDEF

(*i*) **कोण–कोण–कोण समरूपता** : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ तथा $\angle C = \angle F$

(*ii*) **भुजा–कोण–भुजा समरूपता** :

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ तथा $\angle B = \angle E$

(iii) **भुजा–भुजा–भुजा समरूपता** : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

3. निम्न प्रमेयों का हल परीक्षा में पूछा जा सकता है।

***(i)* आधारभूत आनुपातिकता** : एक त्रिभुज की एक भुजा के समांतर खींची गई रेखा अन्य दो भुजाओं को जिन दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है वे बिन्दु भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करते हैं।

(*ii*) दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात किन्हीं दो संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

(*iii*) **पाइथागोरस प्रमेय** : एक समकोण त्रिभुज के कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।

(*iv*) **पाइथागोरस प्रमेय का विलोम** : यदि किसी त्रिभुज की भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

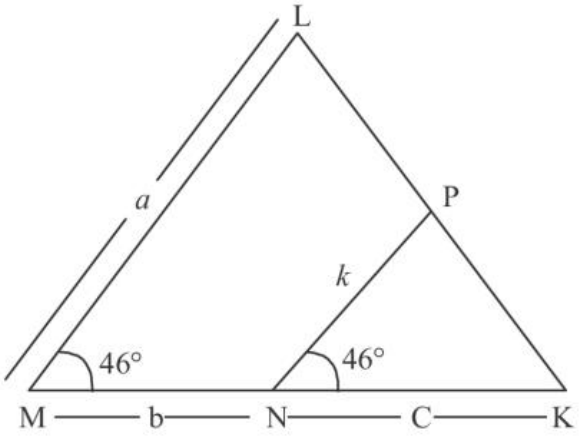
Important Questions with Solutions

अति लघुत्तरात्मक प्रश्न

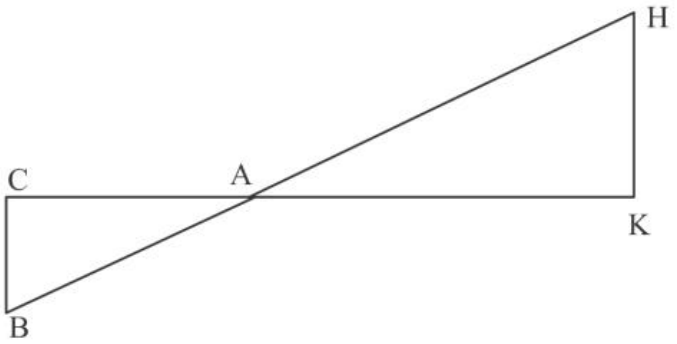
1. क्या त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 12 सेमी., 16 सेमी तथा 18 सेमी. एक समकोण त्रिभुज है?

2. यदि $\Delta ABC \sim \Delta QRP$, $\frac{ar(\triangle ABC)}{ar(\triangle PQR)} = \frac{9}{4}$, AB = 18 सेमी, BC = 15 सेमी, तो PR ज्ञात कीजिए।

3. दी गई आकृति में $\angle M = \angle N = 46°$, x को a, b तथा c के रूप में व्यक्त कीजिए।



4. दी गई आकृति में, $\Delta AHK \sim \Delta ABC$. यदि AK = 10 सेमी BC = 3.5 सेमी, तथा HK = 7 सेमी हो तो AC ज्ञात कीजिए।



5. यदि $\Delta DEF \sim \Delta RPQ$ तो क्या यह कहना..... सत्य होगा की $\angle D = \angle R$ और $\angle F = \angle P$ है?

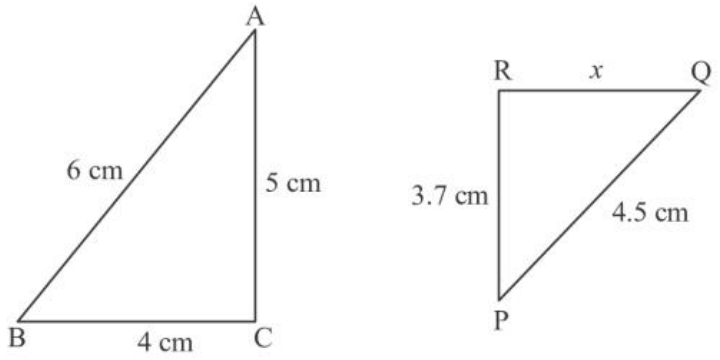
6. यदि दो समरूप त्रिभुजों के संगत माध्यिकों का अनुपात 5 : 7 हो तो इनकी भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

7. एक समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल उसके परिमाप बराबर है। यदि त्रिभुज की प्रत्येक भुजा एक सम संख्या हो तो कर्ण की लम्बाई 10cm हो तो त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए।

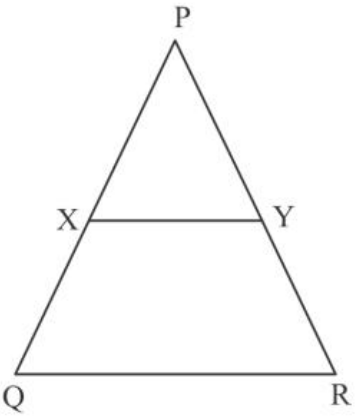
8. एक हवाई जहाज एक हवाई अड्डे से पश्चिम की ओर 2100 km/hr की चाल से उड़ता है। इसी समय एक अन्य हवाई जहाज उसी हवाई अड्डे से दक्षिण की ओर 2000 km/hr की चाल से उड़ता है। 1 घंटे बाद दोनों हवाई जहाजों के बीच की दूरी कितनी होगी?

9. दो समरूप त्रिभुजों ΔABC तथा DEF का क्षेत्रफल क्रमशः 225 cm^2 तथा 81 cm^2 है। यदि बड़े त्रिभुज ΔABC की सबसे बड़ी भुजा 30 cm हो तो छोटे त्रिभुज ΔDEF की सबसे बड़ी भुजा ज्ञात कीजिए।

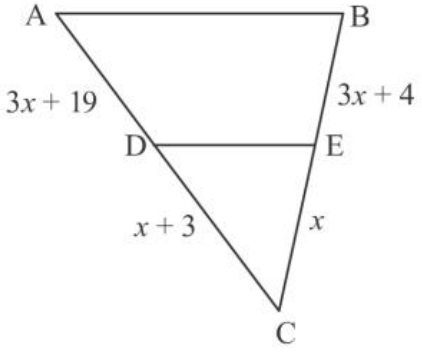
10. दिए गए चित्र में, यदि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



11. दिए गए चित्र में, $XY \parallel QR$ तथा $\frac{PX}{XQ}=\frac{PY}{YR}=\frac{1}{2}$, तो XY : QR ज्ञात कीजिए।



12. दिए गए चित्र में, यदि $DE \parallel AB$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

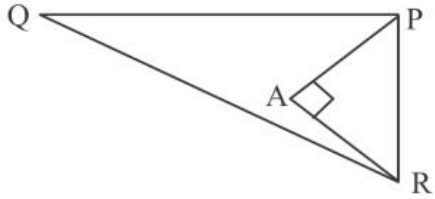


13. यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, BC = 3EF तथा ar ($\Delta ABC$) = 117$cm^2$ तो ar(ΔDEF) ज्ञात कीजिए।

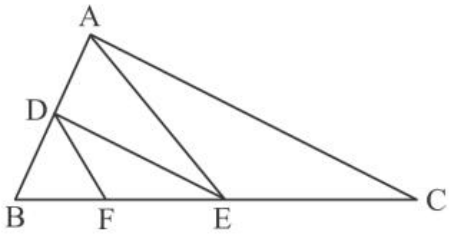
14. यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ हो और $\angle A = 45°$, $\angle F = 56°$ तो $\angle C$ ज्ञात कीजिए।

15. यदि दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात 2 : 3 हो तो उनके संगत ऊँचाईयों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

16. दिए गए चित्र में, $PQ = 24cm$, $QR = 26cm$, $\angle PAR = 90°$, $PA = 6cm$ तथा $AR = 8cm$ तो $\angle QPR$ ज्ञात कीजिए।

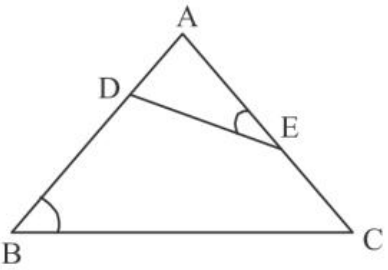


17. दिए गए चित्र में, $DE \parallel AC$ तथा $DF \parallel AE$ है। सिद्ध कीजिए $\frac{FE}{BF} = \frac{EC}{BE}$ है।

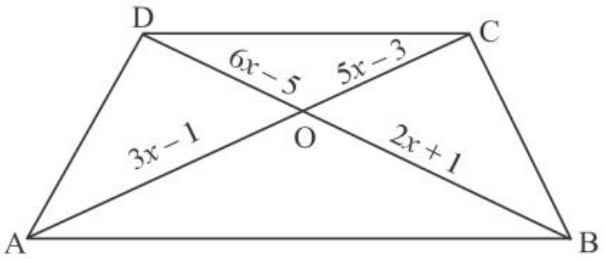


18. त्रिभुज ABC में, $AD \perp BC$ इसी प्रकार है कि $AD^2 = BD \times CD$ सिद्ध कीजिए ΔABC एक समकोण त्रिभुज है।

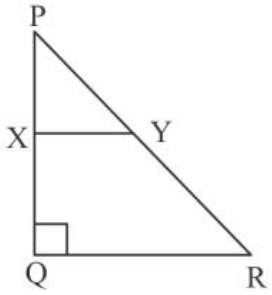
19. दिए गए चित्र में, D तथा E, भुजाओं AB तथा CA पर दो बिंदु इस प्रकार हैं कि $\angle B = \angle AED$ है। सिद्ध करो कि $\Delta ABC \sim \Delta AED$ हैं।



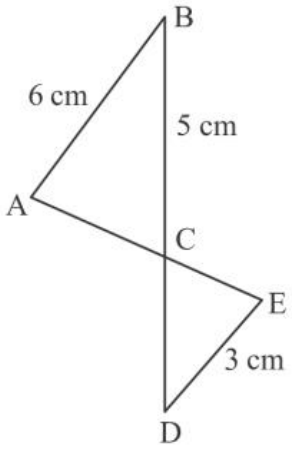
20. दिए गए चित्र में AB || DC तथा विकर्ण AC और BD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $OA = 3x - 1$, $OB = 2x + 1$, $OC = 5x - 3$ और $OD = 6x - 5$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



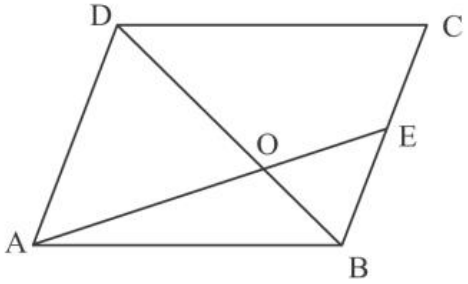
21. दिए गए चित्र में, त्रिभुज PQR एक समकोण त्रिभुज है जिसमें LQ = 90° तथा XY || QR है। यदि PQ = 6cm, PY = 4cm तथा PX : XQ = 1 : 2 तो PR और QR की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



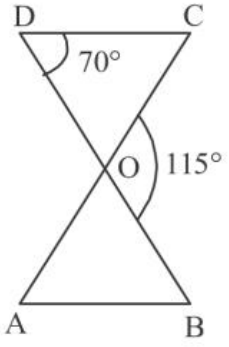
22. दिए गए चित्र में, AB || DE. CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



23. दिए गए चित्र में, AB CD एक समचतुर्भुज है। AE रेखा खण्ड BD को 1 : 2. में विभाजित करता है। यदि BE = 1.5cm हो तो BC ज्ञात कीजिए।

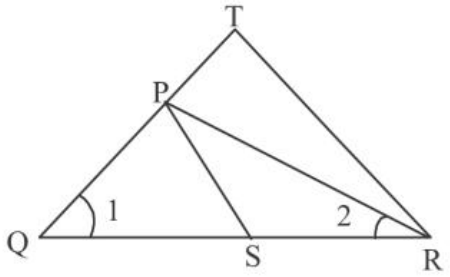


24. दिए गए चित्र में, ΔODC ~ ΔOBA, ∠BOC = 115° तथा ∠CDO = 70° हो तो ज्ञात कीजिए (i) ∠DOC, (ii) ∠DCO, (iii) ∠OAB और (iv) ∠OBA.



25. यदि दो समबाहु त्रिभुजों ΔABC तथा ΔPQR का परिमाप क्रमशः 144m और 96m हो तो $ar(\Delta ABC) : ar(\Delta PQR)$ ज्ञात कीजिए।

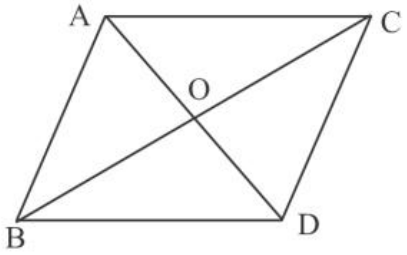
26. दिए गए चित्र में, $\frac{QR}{QS}=\frac{QT}{PR}$ तथा $\angle 1 = \angle 2$ हो तो सिद्ध कीजिए $\Delta PQS \sim \Delta TQR$



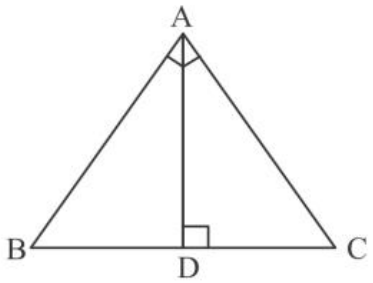
27. एक समबाहु ΔABC में $AD \perp BC$ है। सिद्ध कीजिए $3BC^2 = 4AD^2$ है।

28. त्रिभुज ABC में, $\angle ACB = 90°$ तथा $CD \perp AB$ हो तो सिद्ध कीजिएः $\frac{BC^2}{AC^2}=\frac{BD}{AD}$.

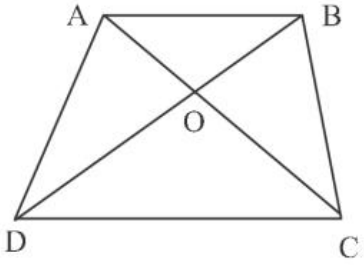
29. निम्न आकृति में, ΔABC और ΔDBC एक ही आधार पर BC पर हैः AD और BC एक दूसरे को O पर काटते हैं सिद्ध कीजिए $\frac{\text{क्षेत्रफल } (\Delta ABC)}{\text{क्षेत्रफल } (\Delta DBC)}=\frac{AO}{DO}$



30. निम्न आकृति में, D त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिंदु इस प्रकार है कि $\angle ADC = \angle BAC$ । सिद्ध कीजिए $\frac{CA}{CD}=\frac{CB}{CA}$



31. निम्न आकृति में, ABCD एक समलम्ब है जिसमें AB || DC है। विकर्ण AC और BD एक दूसरे को 0 पर प्रतिछेदित करते हैं। सिद्ध कीजिए $\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{DO}$

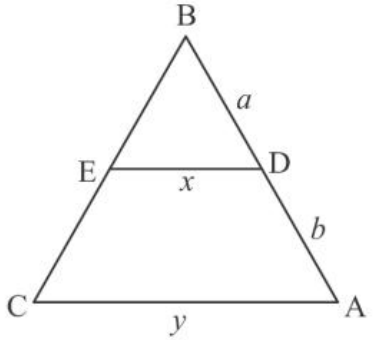


32. यदि AD और PS त्रिभुज ABC तथा त्रिभुज PQR की माध्यिकाएँ हैं जहाँ त्रिभुज ABC ~ त्रिभुज PQR हो तो सिद्ध कीजिए $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS}$.

33. त्रिभुज ABC में AD एक माध्यिका है, तो सिद्ध कीजिए कि $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

34. दिए गए चित्र में DE || AC है, निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

$x = \frac{a+b}{ay}$ या $x = \frac{ay}{a+y}$

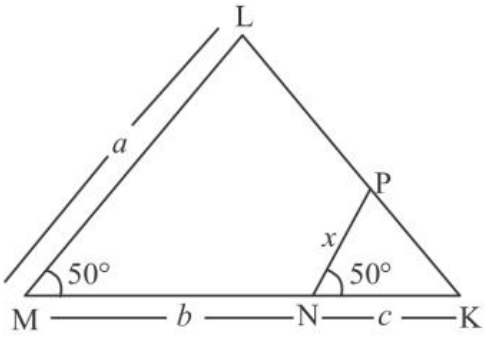


35. सिद्ध करो कि एक सम चतुर्भुज के विकर्णों के वर्गों का योग उसकी भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।

36. एक बिजली के खम्बे पर 6 मी. की ऊँचाई पर एक बल्ब लगाया गया है। अगर 1.5 मी. लम्बी महिला की परछाई 3 मी. हो तो खम्बे से महिला की दूरी ज्ञात कीजिए।

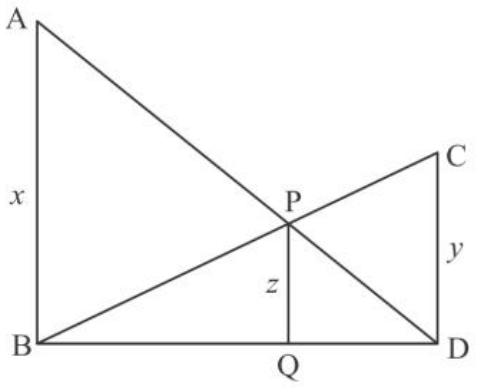
37. दो खम्बे जिनकी ऊँचाईयाँ क्रमशः a मीटर तथा b मीटर तथा हैं, आपस में p मीटर की दूरी पर स्थित हैं। सिद्ध करो कि इन खम्बों के शीर्षों को इनके सम्मुख खम्बों के पादों को मिलाने वाली रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु की ऊँचाई $\frac{ab}{a+b}$ मीटर है।

38. दिए गए चित्र में a, b, c के रूप में x का मान ज्ञात कीजिए।

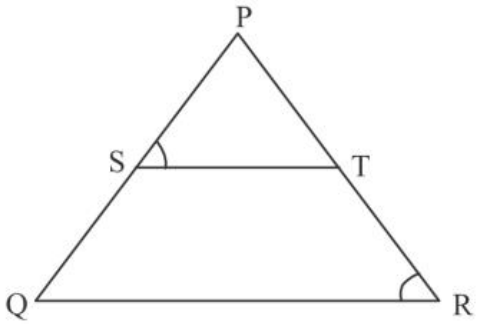


39. दिए गए चित्र में AB || PQ || CD, AB = x CD = y तथा PQ = z है तो सिद्ध कीजिए,

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}$$

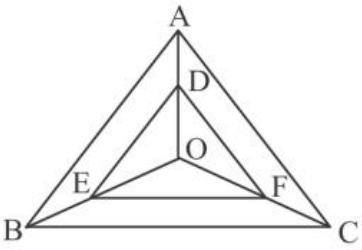


40. दिए गए चित्र में, $\frac{PS}{SQ}=\frac{PT}{TR}$ तथा $\angle PST = \angle R$ सिद्ध कीजिए त्रिभुज PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



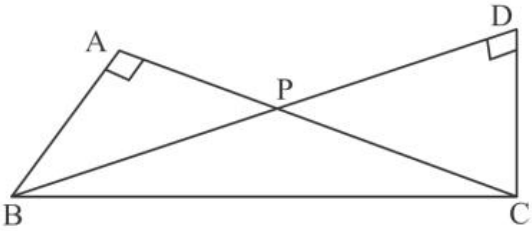
41. त्रिभुज ABC, $\angle C$ पर समकोण हैं। बिंदु P तथा Q भुजाओं CA तथा CB पर क्रमशः स्थित हैं। सिद्ध कीजिए $AQ^2 + BP^2 = AB^2 + PQ^2$

42. निम्न आकृति में, बिंदु O को त्रिभुजों के शीर्षों से मिलाया गया है। बिंदु D जो AO पर स्थित है, से $DE \parallel AB$ तथा बिंदु E जो OB पर स्थित है, से $EF \parallel BC$ खींची गई है। तो सिद्ध कीजिए $DF \parallel AC$



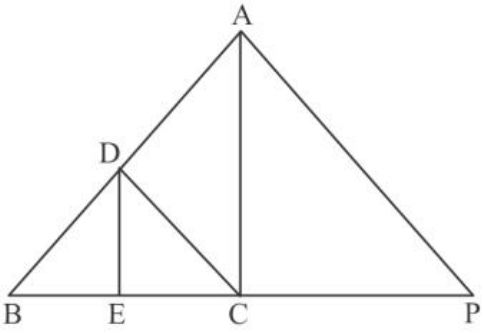
43. एक समबाहु ABC में, $AD \perp BC$, तो सिद्ध कीजिए $3AB^2 = 4AD^2$

44. समकोण त्रिभुज BAC और BDC क्रमशः A और D पर समकोण बनाती है तथा उभयनिष्ठ भुजा BC के एक ही ओर स्थित हैं। यदि भुजाएँ AC और BD एक दूसरे को P पर काटती हैं, तो सिद्ध करो कि $AP \times PC = DP \times PB$

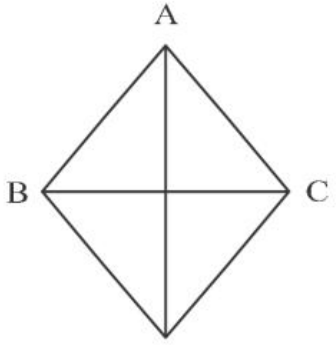


45. एक समकोण त्रिभुज में कर्ण की लम्बाई 25 सेमी है और बाकी दो भुजाओं में से एक भुजा दूसरी भुजा से 5 सेमी लम्बी है तो बाकी दोनों भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

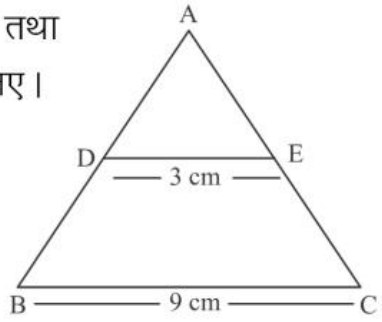
46. दिए गए चित्र में, $DE \parallel AC$ तथा $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ हों तो सिद्ध कीजिए $DC \parallel AP$.



47. चतुर्भुज AB CD में $\angle B = 90°$, $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$ है तो सिद्ध कीजिए $\angle ACD = 90°$



48. दिए गए चित्र में, DE ∥ BC, DE = 3 सेमी, BC = 9 सेमी तथा ar(ΔADE) = 30 cm^2. ar(BCED) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



49. पाइथागोरस प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए

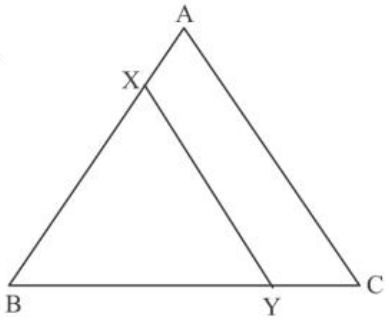
50. यदि एक समबाहु त्रिभुज PQR में S भुजा QR का समत्रिभाजन बिन्दु है, तो सिद्ध करो कि: $9PS^2 = 7PQ^2$.

51. त्रिभुज ΔPQR में, PD ⊥ QR, D भुजा QR पर स्थित है। यदि PQ = a, PR = b, QD = c तथा DR = d और a, b, c, d ..... धनात्मक इकाई हों तो सिद्ध कीजिए $(a + b)(a - b) = (c + d)(c - d)$.

52. एक समलब ABCD में AB ∥ DC तथा DC = 2AB है यदि EF को AB के सामातंर खींचते हुए AD को F में तथा BC को E में इस प्रकार प्रतिच्छेद करता है कि $\frac{BE}{BC} = \frac{3}{4}$ विकर्ण DB, EF को G पर प्रतिच्छेद करता है। सिद्ध कीजिए 7 EF = 10AB.

53. सिद्ध कीजिए की दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

54. दिए गए चित्र में, XY ∥ AC इस प्रकार है कि XY त्रिभुज ABC को दो बराबर क्षेत्रफलों में बाँटता है। सिद्ध कीजिए $\frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$



55. ABCD एक समांतर चतुर्भुज में शीर्ष D से एक रेखा इस प्रकार खीचीं गई है कि वह रेखा भुजा BA तथा BC को E तथा F पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए:

$$\frac{DA}{AE} = \frac{FB}{BE} = \frac{FC}{CD}.$$

56. सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

उत्तरमाला

1. नहीं

2. 16 सेमी

3. $x = \frac{ac}{b+c}$

4. 5 सेमी

5. $\angle D = \angle R$ सत्य, $\angle F = \angle P$ असत्य

6. 5 : 7

7. 24 सेमी

8. 2900 कि. मी.

9. 18 सेमी

10. $x = 3$

11. 1 : 3

12. $x = 2$

13. 13 वर्ग सेमी

14. 56°

15. 2 : 3

16. 90°

20. $x = 2$

21. PR = 12 सेमी, QR = $6\sqrt{3}$ सेमी

22. 2.5 सेमी

23. 3 सेमी

24. 65°, 45°, 45°, 70°

25. 9 : 4

34. $x = \frac{ay}{a+b}$

36. 9 मी.

38. $x = \frac{ac}{b+c}$

45. 15 सेमी, 20 सेमी

48. 240 वर्ग सेमी

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

त्रिभुज

समय : 50 मिनट *अंक : 20*

खण्ड–अ

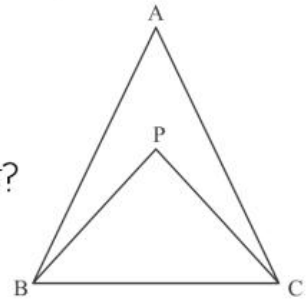
1. यदि एक समचतुर्भुज के विकणों की लम्बाई क्रमशः 16 सेमी तथा 12 सेमी है। समचतुर्भुज के भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए। **1**

2. एक समबाहु त्रिभुज ABC, $AD \perp BC$ तथा $\frac{AD^2}{BC^2} = x$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। **1**

खण्ड–ब

3. त्रिभुज ABC में, यदि $DE \parallel BC$, $AD = x + 1$, $DB = x - 1$, $AE = x + 3$ तथा $EC = x$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। **2**

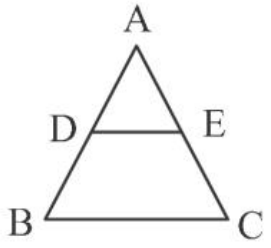
4. दिए गए चित्र में, क्या ΔABC, ΔPBC के समरूप है? यदि हाँ तो कारण बताइये। **2**



खण्ड–स

5. PQR एक समकोण त्रिभुज हे जिसमें $\angle Q = 90°$ है। यदि QS = SR, तो सिद्ध कीजिएः $PR^2 = 4PS^2 - 3PQ^2$. **3**

6. दिए गए चित्र में, $DE \parallel BC$ तथा $AD : DB = 5 : 4$, तो $\frac{\text{Area } (\Delta DFE)}{\text{Area } (\Delta CFB)}$ बताइये।



खण्ड–द

7. पाइथागोरस प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए। 4

8. ΔLMN एक समबाहु त्रिभुज है, O भुजा MN का समत्रिभाजन बिन्दु है, तो सिद्ध करो $\frac{LO^2}{LM^2} = \frac{7}{9}$. 4

□□□