ഗണിതം

സ്റ്റാൻഡേർഡ്

X

ചോദ്യശേഖരം

കേരളസർക്കാർ
വിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

തയാറാക്കിയത്

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT)

വിദ്യാഭവൻ, പൂജപ്പുര, തിരുവനന്തപുരം 695 012
Phone: 0471 - 2341883, 2340323, e-mail: scertkerala@gmail.com

Prepared by:
State Council of Educational
Research & Training (SCERT)
Poojappura, Thiruvananthapuram -12,
Kerala. E-mail:scertkerala@gmail.com

Type setting by:
SCERT Computer Lab.

©
Government of Kerala
Education Department
2016

ആമുഖം

പൊതുപരീക്ഷയുടെ മാതൃകയിലുള്ള ചോദ്യങ്ങളുടെ ഒരു സമാഹാരമാണിത്. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും അനുബന്ധമായ പഠനനേട്ടം, ഉത്തരസൂചിക, സ്കോർ, സമയം എന്നിവ പ്രത്യേകം നല്കിയിട്ടുണ്ട്.

ഓരോ കുട്ടിക്കും സ്വന്തം പഠനമികവ് വിലയിരുത്തുന്നതിനും, കൂടുതൽ പരിശീലനത്തിനും, ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ പരീക്ഷയെ അഭിമുഖീകരിക്കുന്നതിനും ഈ ചെറുപുസ്തകം സഹായകരമാകും എന്നു പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു.

ആശംസകളോടെ,

ഡയറക്ടർ

ഉള്ളടക്കം

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ 5
2. വൃത്തങ്ങൾ 23
3. സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം 36
4. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ 43
5. ത്രികോണമിതി 63
6. സൂചകസംഖ്യകൾ 83
7. തൊടുവരകൾ 93
8. ഘനരൂപങ്ങൾ 105
9. ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും 124
10. ബഹുപദങ്ങൾ 142
11. സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക് 152

മാതൃക ചോദ്യപ്പേപ്പറുകൾ 156

1

സമാന്തരശ്രേണികൾ

1. പഠനനേട്ടം

1. പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ നിന്നും ശ്രേണികൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.
2. പദങ്ങളും പദസ്ഥാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ എഴുതുന്നു.

? 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽസംഖ്യകളിൽ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ ശ്രേണി എഴുതുക. ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

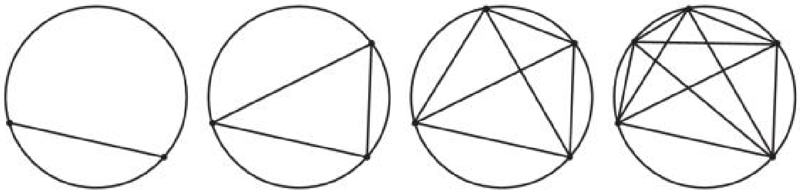
- എണ്ണൽസംഖ്യാശ്രേണി : 1, 2, 3, 4, 5, ... (1)
- അടുത്തടുത്ത രണ്ടു എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ ശ്രേണി : 1 + 2, 2 + 3, 3+ 4, 4 + 5, ... (1)
  : 3, 5, 7, 9, ...
- തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം : $n + (n + 1) = 2n + 1$ (1)

2. പഠനനേട്ടം

- പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽനിന്നും ശ്രേണികൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.
- ശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളും പദസ്ഥാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിത രീതിയിൽ എഴുതുന്നു.
- ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും പദങ്ങൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? ഒരു വൃത്തത്തിൽ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി അവ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു ഞാൺ വരയ്ക്കുന്നു. ഒരു ബിന്ദുകൂടി അടയാളപ്പെടുത്തി മൂന്നു ഞാണുകൾ വരയ്ക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ എണ്ണം 1 വീതം കൂട്ടി ഞാണുകൾ വരയ്ക്കുന്നു.

(a) ഓരോ ചിത്രത്തിലെയും ഞാണുകളുടെ എണ്ണം ശ്രേണിയായി എഴുതുക.
(b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.
(c) 10-ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?



(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

(a) 1 -ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം = 1

2-ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം = 1 + 2 = 3

3-ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം = 1 + 2 + 3 = 6 (1)

ഞാണുകളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ ശ്രേണി = 1, 3, 6, 10, ... (1)

(b) n-ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം = $1 + 2 + 3 + ... + n$

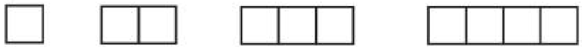
$= \frac{n(n+1)}{2}$ (1)

(c) 10-ാം ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകളുടെ എണ്ണം = $\frac{10 \times 11}{2} = 55$ (1)

3. പഠനനേട്ടം

- പ്രയോഗികസന്ദർഭങ്ങളിൽ നിന്നും ശ്രേണികൾ രൂപികരിക്കുന്നു.
- ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളും പദസ്ഥാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിത രീതിയിൽ എഴുതുന്നു.
- ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും നിശ്ചിത പദം കണക്കാക്കുന്നു.

ഒരേ നീളമുള്ള കമ്പുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുര പാറ്റേൺ തയ്യാറാക്കിയത് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന രീതിയിലാണ്.



(a) ഓരോ ചിത്രത്തിലും ഉപയോഗിച്ച കമ്പുകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ശ്രേണി എഴുതുക.

(b) ഓരോ ചിത്രത്തിലേയും സമചതുരം ഉൾപ്പടെയുള്ള ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.

(c) ഓരോ ശ്രേണിയുടെയും ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

(d) 10-ാം ചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെയും ചതുരങ്ങളുടെയും എണ്ണം കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

(a) 1-ാംചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം = 1 + 3 = 4

2-ാംചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം = $1 + 3 + 3 = 1 + 2 \times 3 = 7$

3-ാംചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം = $1 + 3 \times 3 = 10$

4-ാംചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം = $1 + 4 \times 3 = 13$

കമ്പുകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ശ്രേണി = 4, 7, 10, 13, ... (1)

(b) 1-ാംചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 1

2 ാംചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 2 +1 = 3

3-ാംചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 3 + 2 + 1 = 6

4-ാം ചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = 4 + 3 + 2 + 1 = 10

ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ശ്രേണി = 1, 3, 6, 10, ... (1)

(c) n-ാം ചിത്രത്തിലെ കമ്പുകങ്ങളുടെ എണ്ണം = $1 + n \times 3 = 3n+1$

n-ാം ചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം = $1 + 2 + 3 ... + n$

$= \frac{n(n+1)}{2}$ (1)

(d) 10-ാംചിത്രത്തിലെ കമ്പുകളുടെ എണ്ണം $= 3 \times 10 + 1 = 31$

10-ാംചിത്രത്തിലെ ചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം $= \frac{10 \times 11}{2} = 55$ (1)

4. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഒരു പദവും, അതിന്റെ പദസ്ഥാനവും പൊതുവ്യത്യാസവും ഉപയോഗിച്ച് ശ്രേണിയുടെ മറ്റു പദങ്ങൾ കണക്കാക്കാം.
- ശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും.

? പൊതു വ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 7-ാം പദം 52 ആണ്. ശ്രേണിയുടെ 15-ാം പദം എത്ര? ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകുമോ?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

- ശ്രേണിയുടെ 7-ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ 8 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 15-ാം പദം കിട്ടും

അതായത്, $x_{15} = x_7 + 8d$ (1)

$= 52 + 8 \times 6 = 100$ (1)

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമാകും.

പൊതുവ്യത്യാസമായ 6 ന്റെ ഗുണിതമല്ല 100. അതിനാൽ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 100 ആകില്ല. (1)

5. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണന ഫലമായിരിക്കും.
- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും, ഒരു പദവും അതിന്റെ പദസ്ഥാനവും ഉപയോഗിച്ച് മറ്റേതൊരു പദവും കണക്കാക്കാം.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 7-ാം പദം 34 ഉം 15-ാം പദം 66 ഉം ആണ്.

(a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

(b) ശ്രേണിയുടെ 20-ാം പദം എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

(a) 7-ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ 8 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 15-ാം പദം കിട്ടും.

$x_{15} = x_7 + 8d$ (1)

$66 = 34 + 8d$

$8d = 66 - 34 = 32$

$d = \frac{32}{8} = 4$ (1)

(b) 15-ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ 5 തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 20-ാം പദം കിട്ടും.

$$x_{20} = x_{15} + 5d$$
$$= 66 + 5 \times 4 = 86 \quad (1)$$

6. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളും പദസ്ഥാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിത രീതിയിൽ എഴുതുന്നു.
- സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതത്തിൽ നിന്നും നിശ്ചിത സ്ഥാനത്തുള്ള പദങ്ങൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

$\frac{17}{7}, \frac{20}{7}, \frac{23}{7}$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ,

(a) ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

(b) ഈ ശ്രേണിയിലെ എണ്ണൽസംഖ്യകളായ പദങ്ങളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക ഇതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയാണോ?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തര സൂചിക

(a) പൊതുവ്യത്യാസം $= \frac{20}{7} - \frac{17}{7} = \frac{3}{7}$ (1)

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $= \frac{17}{7} + (n-1)\frac{3}{7}$

$$x_n = \frac{3}{7}n + \frac{17}{7} - \frac{3}{7}$$

$$\frac{3}{7}n + 2 \quad (1)$$

(b)
$$x_n = \frac{3}{7}n + 2$$
$$x_7 = \frac{3}{7} \times 7 + 2 = 5$$
$$x_{14} = \frac{3}{7} \times 14 + 2 = 8$$
$$x_{21} = \frac{3}{7} \times 21 + 2 = 11$$

$x_n = \frac{3}{7} \times n + 2$ എന്നതിൽ

n ന് പകരം 7 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ വിലകൾ നൽകുമ്പോൾ

$$x_n = \frac{3}{7} \times 7m + 2$$
$$= 3m + 2$$ എന്നു കിട്ടും.

അതിനാൽ 5, 8, 11, ... എന്ന ശ്രേണി പൊതുവ്യത്യാസം 3 ആയ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയാണ്. (1)

7. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളും പദസ്ഥാനങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുന്നു.
- ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും നിശ്ചിത പദങ്ങൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

$\frac{17}{7}, \frac{31}{7}, \frac{45}{7}, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

(a) ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക

(b) ഈ ശ്രേണിയിൽ എണ്ണൽസംഖ്യകളായ പദങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമോ? ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

(a) പൊതുവ്യത്യാസം $= \frac{31}{7} - \frac{17}{7} = \frac{14}{7} = 2$ (1)

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $= \frac{17}{7} + (n - 1)\, 2$

$= 2n + \frac{17}{7} - 2$

$= 2n + \frac{3}{7}$ (1)

(b) n ഏത് എണ്ണൽസംഖ്യയായാലും $2n$ ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയായിരിക്കും അതിന്റെ കൂടെ $\frac{3}{7}$ കൂട്ടിയാൽ ഭിന്നസംഖ്യയുമായിരിക്കും. അതിനാൽ ഈ ശ്രേണിയിൽ എണ്ണൽസംഖ്യാപദമില്ല. (1)

8. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതു രണ്ടു പദങ്ങളുടെയും വ്യത്യാസം, പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെയും, പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമായിരിക്കും.

x_n ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദമാണ്. $x_a, x_b, x_c, \ldots$ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി ആയാൽ $a, b, c, \ldots$ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയായിരിക്കും എന്നു സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം d ആയാൽ,

$x_n - x_m = (n - m)d$ ആയിരിക്കും.

ആയതിനാൽ $x_b - x_a = (b - a)d$ (1)

$x_c - x_b = (c - b)d$ (1)

$x_a, x_b, x_c, \ldots$ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയായതിനാൽ,

$x_b - x_a = x_c - x_b$

അതായത് $(b - a)\, d = (c - b)d$ (1)

$b - a = c - b$

അതായത് $a, b, c, \ldots$ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്. (1)

9. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും, പദസ്ഥാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.
- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും ഒരു പദവും പദസ്ഥാനവും ഉപയോഗിച്ച് മറ്റേത് പദവും കണക്കാക്കാം.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദം 14 ഉം 14-ാം പദം 6 ഉം ആയാൽ ശ്രേണിയുടെ 20-ാം പദം എത്രയായിരിക്കും.

(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

$x_6 = 14;\ x_{14} = 6$

$x_{14} - x_6 = (14 - 6)\, d$

$6 - 14 = 8d$

$d = -1$ (1)

20-ാം പദം = 14 -ാം പദം + $6d$

$= 6 + 6 \times -1 = 0$ (1)

10. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പദസ്ഥാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിന്റെയും പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.
- ഒരു പദവും, പദസ്ഥാനവും പൊതുവ്യത്യാസവും കിട്ടിയാൽ ശ്രേണിയുടെ ഏത് പദവും കണക്കാക്കാം.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ m-ാംപദം n ഉം n-ാംപദം m ഉം ആണ്

(a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

(b) ശ്രേണിയുടെ $(m + n + p)$ -ാം പദം $-p$ ആണെന്ന് സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

(a) $x_m = n;\ x_n = m$

$x_m - x_n = (m - n)\, d$ (1)

$n - m = (m - n)\, d$

$d = \frac{n \quad m}{m \quad n} \quad \frac{m \quad n}{m \quad n} \quad 1$ (1)

(b) $x_{m+n+p} = x_m + (m + n + p - m)\, d$

$= n + (n + p) \times -1$

$= n - n - p = -p$ (1)

11. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും, ഒരു പദവും പദസ്ഥാനവും കിട്ടിയാൽ മറ്റേതൊരു പദവും കണക്കാക്കാം.

❓ ഒരു സമാന്തരശേണിയുടെ 5-ാം പദത്തിന്റെ 5 മടങ്ങ്, 8-ാം പദത്തിന്റെ 8 മടങ്ങിന് തുല്യമായാൽ ശ്രേണിയുടെ 13-ാം പദം എത്രയായിരിക്കും?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

- 5-ാം പദം, x_5
- 8-ാം പദം, $x_5 + 3d$ (1)

$$5x_5 = 8\,(x_5 + 3d) \quad (1)$$

$$5x_5 = 8x_5 + 24d$$

$$-3x_5 = 24d \quad (1)$$

$$x_5 = -8d$$

13-ാം പദം $x_5 + 8d = -8d + 8d = 0$ (1)

12. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്താം.

❓ 7, 11, 15, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ഒരു പൂർണവർഗവും പദമാകില്ല എന്ന് സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

- 7, 11, 15, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

  $$x_n = 4n + 7 - 4 = 4n + 3$$

  ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 ആണ്. (1)

  4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 തരുകയും 7 നെക്കാൾ വലിയ എല്ലാ എണ്ണൽസംഖ്യകളും ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളാകും. (1)

  ഏതൊരു എണ്ണൽസംഖ്യയും $4n$, $4n \pm 1$, $4n \pm 2$ എന്ന രൂപത്തിൽ എഴുതാം.

  $$(4n)^2 = 16n^2$$

  $$(4n \pm 1)^2 = 16n^2 \pm 8n + 1$$

  $$(4n \pm 2)^2 = 16n^2 \pm 16n + 4 \quad (1)$$

  $(4n)^2$, $(4n \pm 2)^2$ എന്നിവയെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം പൂജ്യമാണ്. $(4n \pm 1)^2$ നെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 1 ആണ്.

  അതായത് ഏതൊരു പൂർണവർഗത്തെയും 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0 അല്ലെങ്കിൽ 1 ആണ് കിട്ടുക.

7, 11,15 . . . എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 ആണ് കിട്ടുന്നത്. അതിനാൽ ഈ ശ്രേണിയിൽ പൂർണവർഗങ്ങളായ പദങ്ങൾ ഇല്ല. (1)

13. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്താം.

? ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $5n + b$ ആണ്. ഈ ശ്രേണിയിൽ പൂർണവർഗങ്ങളൊന്നും പദമല്ലെങ്കിൽ b ആകാവുന്ന 5 നേക്കാൾ കുറഞ്ഞ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെ?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

- ഏതൊരു എണ്ണൽസംഖ്യയും $5n$, $5n \pm 1$, $5n \pm 2$ എന്ന രൂപത്തിൽ ആയിരിക്കും.

  $(5n)^2 = 25n^2$, 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം = 0 (1)

  $(5n \pm 1)^2 = 25n^2 \pm 10n + 1$, 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം = 1 (1)

  $(5n \pm 2)^2 = 25n^2 \pm 20n + 4$, 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം = 4 (1)

  അതായത് ഏതു പൂർണവർഗങ്ങളെയും 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0, 1, 4 എന്നിവയാണ് കിട്ടുക. 2, 3 എന്നിവ ശിഷ്ടം ആകില്ല.

  $5n + b$ എന്ന ശ്രേണിയിൽ പൂർണവർഗമില്ലെങ്കിൽ b ആകാവുന്ന സംഖ്യകൾ 2, 3 എന്നിവയായിരിക്കും. (1)

14. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപത്തിൽ നിന്നും പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്താം.

? 10, 16, 22, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദങ്ങളുടെ തുക ഇതേ ശ്രേണിയിലെ പദമാകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക. പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസമോ?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം, $x_n = 6n + 4$

  ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 6 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 4 ആണ്. (1)

  n-ാം പദം, $x_n = 6n + 4$

  m-ാം പദം, $x_m = 6m + 4$

  $x_n + x_m = 6n + 4 + 6m + 4$ (1)

  $= 6(n + m) + 8 = 6(n + m) + 6 + 2$

  അതായത് $x_n + x_m$ നെ 6 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 2 കിട്ടും. അതിനാൽ $x_n + x_m$ ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല. (1)

  അതുപോലെ $x_n - x_m = (6n + 4) - (6m + 4)$

  $= 6n - 6m = 6(n - m)$ (1)

  $x_n - x_m$ നെ 6 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0 ആണ്. അതിനാൽ $x_n - x_m$ ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല. (1)

15. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപത്തിൽ നിന്നും ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്താം.

? 7, 11, 15, ... എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ വർഗങ്ങൾ ഒന്നും ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളാകില്ല എന്നു സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $= 4n + 3$. (1)

  ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 കിട്ടും.

  $$x_n^2 = (4n+3)^2 = 16n^2 + 24n + 9$$
  $$= 16n^2 + 24n + 8 + 1 \qquad (1)$$

  x_n^2 നെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 1 കിട്ടുന്നു. അതിനാൽ x_n^2 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാകില്ല. (1)

16. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസവും ഒരു പദവും ഉപയോഗിച്ച് ബീജഗണിത രൂപം കണ്ടെത്താം.
- ബീജഗണിതരൂപം ഉപയോഗിച്ച് പദങ്ങളുടെ പദസ്ഥാനം കണക്കാക്കാം.

? 5, 12, 19, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ എത്രാമത്തെ പദമാണ് 110?

(സ്കോർ: 2, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- പൊതുവ്യത്യാസം = 7

  ആദ്യ പദത്തിന്റെ കൂടെ n തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 110 കിട്ടുന്നു എങ്കിൽ,

  $$5 + 7n = 110 \qquad (1)$$
  $$7n = 110 - 5 = 105$$
  $$n = \frac{105}{7} = 15$$

  അതായത് $x_1 + 15\,d = 110 = x_{16}$ (1)

  അതായത് ശ്രേണിയുടെ 16-ാം പദമാണ് 110

17. പഠനനേട്ടം

- ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് ശ്രേണികളെ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നു.

? 11, 19, 27, ...

50, 55, 60, ...

എന്നിവ രണ്ടു സമാന്തരശ്രേണികളാണ്. ഈ ശ്രേണികളുടെ ഒരേ പദസ്ഥാനത്ത് ഏതെങ്കിലും സംഖ്യ പൊതുവായ പദമാകുമോ? ഉണ്ടെങ്കിൽ പദസ്ഥാനമേത്? പദമേത്?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- 11, 19, 27, ... ന്റെ $x_n = 8n + 11 - 8 = 8n + 3$ (1)
- 50, 55, 60, ... ന്റെ $x_n = 5n + 50 - 5 = 5n + 45$ (1)

രണ്ടു ശ്രേണികളുടെയും n -ാം പദങ്ങൾ തുല്യമായാൽ,

$$8n + 3 = 5n + 45 \quad (1)$$

$$8n - 5n = 45 - 3 = 42$$

$$3n = 42$$

$$n = \frac{42}{3} = 14 \quad (1)$$

രണ്ടു ശ്രേണികളുടെയും 14-ാം പദങ്ങൾ തുല്യമാണ്.

14-ാം പദം = $8 \times 14 + 3 = 112 + 3 = 115$

18. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച്, ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

? –74, –68, –62, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ന്യൂനസംഖ്യകളായ എത്ര പദങ്ങൾ ഉണ്ട്? ആദ്യത്തെ അധിസംഖ്യയായ പദമേത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

- പൊതുവ്യത്യാസം = 6
- ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം = $6n + -74 - 6$

$$x_n = 6n - 80 \quad (1)$$

പൂജ്യം ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമായാൽ $6n - 80 = 0$

$$6n = 80 \quad (1)$$

$$n = \frac{80}{6} = 13 + \frac{2}{6} \quad (1)$$

ഇവിടെ n ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയാകുന്നില്ല. അതിനാൽ പൂജ്യം ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല. എന്നാൽ പൂജ്യം വരെ ഈ ശ്രേണിയിൽ 13 പദങ്ങൾ ഉണ്ട്.

അതായത് ഈ ശ്രേണിയിൽ ന്യൂനസംഖ്യകളായ 13 പദങ്ങൾ ഉണ്ട്. (1)

ആദ്യത്തെ അധിസഖ്യാപദം $= x_{14}$

$= 6 \times 14 - 80$

$= 84 - 80 = 4$ (1)

19. പഠനനേട്ടം

- ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത കണ്ടെത്തുന്നു. ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ തിരിച്ചറിയുന്നു.

? 9, 16, 23, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഇതേ ശ്രേണിയിലെ പദമാകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

- 9, 16, 23, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം = $7n + 2$ (1)

  ഈ ശ്രേണിയിലെ രണ്ടു പദങ്ങൾ $7n + 2$, $7m + 2$ (1)

  $(7n + 2)(7m + 2) = 49mn + 14n + 14m + 4$ (1)

  $(7n + 2)(7m + 2)$ നെ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 4 കിട്ടും. എന്നാൽ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 2 ആണ് കിട്ടുന്നത്. അതിനാൽ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല. (1)

20. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ മൂന്നു പദങ്ങളിൽ ഒന്നാമത്തെയും മൂന്നാമത്തെയും പദങ്ങളുടെ തുക രണ്ടാംപദത്തിന്റെ ഇരട്ടിയായിരിക്കും.

? $2x + 1, 4x - 1, 5x + 1, ...$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

(a) x എത്ര?

(b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(c) ഈ ശ്രേണിയിലെ എത്രാം പദമാണ് 195

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

- a, b, c ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ മൂന്നു പദങ്ങളായാൽ, $2b = a + c$ ആയിരിക്കും

  അതായത് $2(4x - 1) = 2x + 1 + 5x + 1$ (1)

$$8x - 2 = 7x + 2$$
$$8x - 7x = 2 + 2$$
$$x = 4 \quad (1)$$

ശ്രേണി: 9, 15, 21, ...

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = 6n + 3$

$$6n + 3 = 195 \quad (1)$$
$$6n = 195 - 3$$
$$= 192$$
$$n = \frac{192}{6}$$
$$= 32 \quad (1)$$

32 -ാം പദമാണ് 195.

21. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ, പദങ്ങളുടെ തുകയെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മധ്യപദം കിട്ടും.

? ഒമ്പത് വശങ്ങൾ ഉള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്. ഈ ബഹുഭുജത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ 100° ആകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 10 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

ഒമ്പത് വശങ്ങൾ ഉള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക = 7×180 (1)

സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 5-ാം പദം $\frac{7 \times 180}{9} = 140$ (1)

ആദ്യപദം 100° ആയാൽ,

$x_5 = x_1 + 4d$

$140 = 100 + 4d$

$d = 10$ (1)

9-ാം കോൺ, $x_9 = x_5 + 4d$

$140 + 4 \times 10 = 180$ (1)

180° ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോൺ ആകില്ല. അതിനാൽ ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ 100° ആകുന്നില്ല (1)

22. പഠനനേട്ടം

- 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ n എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക $\frac{n(n \quad 1)}{2}$ ആയിരിക്കും.

(a) ആദ്യത്തെ 25 എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?

(b) ആദ്യത്തെ 25 ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?

(c) ആദ്യത്തെ 25 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

(a) $1 + 2 + 3 + ...+ 25 = \frac{25 \times 26}{2} = 25 \times 13 = 325$ (1)

(b) $2 + 4 + 6 + ...+ 50 = 2\,(1 + 2 + 3 + ... + 25) = 2 \times \frac{25 \times 26}{2} = 650$ (1)

(c) $1 + 3 + 5 . . . + 49 = (2 - 1) + (4 - 1) + (6 - 1) + ... + (50 - 1)$

$2 + 4 + 6 + ...+ 50 - (1 + 1 + . . . +1)$ (1)

$= 2\,(1 + 2 + 3 + . . .+ 25) - (1 \times 25)$

$= 650 - 25 = 625$ (1)

23. പഠനനേട്ടം

- തുടർച്ചയായ n എണ്ണൽസംഖ്യകളടടെ തുക $\frac{n(n \quad 1)}{2}$ ആയിരിക്കും.

ആദ്യത്തെ n ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക n^2 ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

- $1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n \quad 1)}{2}$ (1)
- $1 + 3 + 5 + ... + 2n - 1 = (2 - 1) + (4 - 1) + (6 - 1) + ... (2n - 1)$ (1)

$= (2 + 4 + 6 ... + 2n) - \underbrace{(1 \quad 1 \quad 1 \quad ... \quad 1)}_{n \text{ തവണ}}$

$$= 2\,(1 + 2 + 3 \ldots + n) - (1 \times n) \qquad (1)$$

$$= 2\,\frac{n(n \quad 1)}{2} - n = n^2 + n - n = n^2 \qquad (1)$$

24. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം $an + b$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{an(n+1)}{2} + bn$ ആയിരിക്കും

❓ 5, 8, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

- 5, 8, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ
  n -ാം പദം, $x_n = 3n + 2$ (1)

$$x_1 = 3 \times 1 + 2$$

$$x_2 = 3 \times 2 + 2$$

$$x_3 = 3 \times 3 + 2$$

$$x_{25} = 3 \times 25 + 2 \qquad (1)$$

$$x_1 + x_2 + \ldots x_{25} = 3\,(1 + 3 + \ldots + 25) + 2 \times 25 \qquad (1)$$

$$= 3 \times \frac{25 \quad 26}{2} + 50 \qquad (1)$$

$$= 1025$$

25. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെയും, സ്ഥാനവ്യത്യാസത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ്.
- ആദ്യ പദം x_1 ഉം n-ാം പദം x_n ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{n}{2}\,(x_1 + x_n)$ ആയിരിക്കും.

❓ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 6-ാംപദം 40, 9-ാംപദം 58

(a) ശ്രേണിയുടെ 25-ാം പദം എത്ര?

(b) ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

(c) ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

(a)

$$x_9 = x_6 + 3d \qquad (1)$$

$$58 = 40 + 3d$$

$$3d = 58 - 40 = 18$$

$$d = 6$$

$x_1 = x_6 - 5d = 40 - 5 \times 6 = 10$ (1)

$x_{25} = x_6 + 19d = 40 + 19 \times 6 = 154$ (1)

(b)ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക $= \frac{25}{2} (x_1 + x_{25})$

$= \frac{25}{2} (10 + 154))$

$= \frac{25}{2} \times 164 = 2050$ (1)

(c) n -ാം പദം, $x_n = 6n + 4$

ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $= \frac{n}{2} (x_1 + x_n)$

$= \frac{n}{2} (10 + 6n + 4)$

$= n (3n + 7)$

$= 3n^2 + 7n$ (1)

26. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം $an + b$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{an(n \quad 1)}{2} + bn$ ആയിരിക്കും.

❓ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $6n + 3$ ആണ് ശ്രേണിയുടെ,

(a) ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

(b) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

$x_n = 6n + 3$ (1)

(a) ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക $= \frac{6 \quad 20 \quad 21}{2} + 3 \times 20$ (1)

$= 1260 + 60 = 1320$ (1)

(b) ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{6n \quad n \quad 1}{2} + 3 \times n$ (1)

$= 3n^2 + 3n + 3n$

$= 3n^2 + 6n$ (1)

27. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാംപദം $an + b$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{an\,(n \quad 1)}{2} + bn$ ആയിരിക്കും.

❓ (a) 1 മുതൽ 20 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?

(b) പൊതുവ്യത്യാസം 7 ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക 1530 ആണ്. ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

(a) $1 + 2 + 3 + ... + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$ (1)

(b) പൊതുവ്യത്യാസം 7 ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ, $x_n = 7n + b$ ആയാൽ,

ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക $= 7 \times 210 + b \times 20 = 1530$ (1)

$1470 + b \times 20 = 1530$

$20b = 60$ (1)

$b = 3$

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $= 7n + 3$ (1)

28. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം $an+b$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{an(n+1)}{2} + bn$ ആയിരിക്കും.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക 250, ആദ്യത്തെ 16 പദങ്ങളുടെ തുക 592.

(a) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(b) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക

(സ്കോർ: 5, സമയം: 10 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തര സൂചിക**

(a) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = an + b$

ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക, $a \times \frac{10 \times 11}{2} + b \times 10 = 250$

$\frac{11}{2}a + b = 25$ ———— (1) (1)

ആദ്യത്തെ 16 പദങ്ങളുടെ തുക, $a \times \frac{16 \times 17}{2} + b \times 16 = 592$

$\frac{17}{2}a + b = 37$ ———— (2) (1)

$(2) - (1) \Rightarrow 3a = 12$

$a = 4$ (1)

$\Rightarrow \frac{11}{2} \times 4 + b = 25$

$b = 3$ (1)

ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം, $x_n = an + b$

$= 4n + 3$ (1)

(b) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം, $= \frac{an(n+1)}{2} + bn$

$$= \frac{4n(n+1)}{2} + 3n$$

$$= 2n\ (n + 1) + 3n$$

$$= 2n^2 + 2n + 3n$$

$$= 2n^2 + 5n \qquad (1)$$

29. പഠനനേട്ടം

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n- ാം പദം $an + b$ ആയാൽ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{an(n \quad 1)}{2}$ + bn ആയിരിക്കും.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ $(n + 1)$ പദങ്ങളുടെ തുക $pn^2 + qn + r$ ആയാൽ $p + r = q$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ $(n + 1)$ പദങ്ങളുടെ തുകയാകുന്ന ബഹുപദം ഏത്?

a) $2n^2 + 3n + 4$ b) $2n^2 + 3n + 1$

(സ്കോർ: 5, സമയം: 10 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n -ാം പദം, $x_n = an + b$ (1)
- ആദ്യത്തെ $(n + 1)$ പദങ്ങളുടെ തുക $= \frac{a(n+1)(n+2)}{2} + b\ (n + 1)$ (1)

$$= \frac{a}{2}\ (n^2 + 3n + 2) + bn + b$$

$$= \frac{a}{2}\ n^2 + (\frac{3}{2}\ a + b)\ n + a + b$$

$$= pn^2 + q\ n + r$$

$$p = \frac{a}{2},\ q = \frac{3}{2}\ a + b,\ r = a + b$$

$$p + r = \frac{a}{2} + a + b = \frac{3}{2}\ a + b = q \qquad (1)$$

$$p + r = q$$

(a) $2n^2 + 3n + 4$ ൽ $2+4 \neq 3$. അതിനാൽ $2n^2 + 3n + 4$ എന്ന ബഹുപദം സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ $(n + 1)$ പദങ്ങളുടെ തുകയാകില്ല. (1)

(b) $2n^2 + 3n + 1$ ൽ $2 + 1 = 3$

$2n^2 + 3n + 1$ എന്ന ബഹുപദം സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ $(n + 1)$ പദങ്ങളുടെ തുകയാകും. (1)

30. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ടു പദങ്ങളും അവയുടെ പദസ്ഥാനവും ഉപയോഗിച്ച് നിശ്ചിത പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ ഒമ്പത് പദങ്ങളുടെ തുക 261, അടുത്ത ആറു പദങ്ങളുടെ തുക 444.

a) ആദ്യത്തെ പദവും പൊതുവ്യത്യാസവും കാണുക.

b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

c) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

a) ആദ്യത്തെ ഒമ്പത് പദങ്ങളുടെ തുക = 261

മധ്യപദം, 5-ാംപദം, $x_5 = \frac{261}{9} = 29$ (1)

ആദ്യത്തെ പതിനഞ്ച് പദങ്ങളുടെ തുക = 261 + 444 = 705 (1)

മധ്യപദം, 8-ാംപദം, $x_8 = \frac{705}{15} = 47$

$$x_8 = x_5 + 3d$$

$$3d = x_8 - x_5 = 47 - 29 = 18$$

$$d = \frac{18}{3} = 6 \quad (1)$$

$$x_1 = x_5 - 4d = 29 - 4 \times 6 = 5 \quad (1)$$

b) $x_n = 6n - 1$

c) $s_n = 3n^2 + 2n$ (1)

31. പഠനനേട്ടം

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നിശ്ചിത പദങ്ങളുടെ തുകയിൽനിന്നും ശ്രേണി രൂപീകരിക്കുന്ന രീതി കണ്ടെത്തുന്നു.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക 230 ഉം ആദ്യത്തെ 16 പദങ്ങളുടെ തുക 560

a) ആദ്യത്തെ പദവും പൊതുവ്യത്യാസവും കാണുക.

b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

c) തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

a) ആദ്യത്തെ പത്ത് പദങ്ങളുടെ തുക =

$$\frac{10}{2}(x_1 + x_{10}) = 230$$

$$x_1 + x_{10} = 46 \text{ .... (1)}$$

ആദ്യത്തെ പതിനാറ് പദങ്ങളുടെ തുക =

$$\frac{16}{2}(x_1 + x_{16}) = 560$$

$$x_1 + x_{16} = 70 \text{ .... (2)} \quad (1)$$

$(2) - (1) \Rightarrow \quad x_{16} - x_{10} = 24$

$6d = 24$

$d = 4$ (1)

$(1) \Rightarrow \quad x_1 + x_{10} = 46$

$x_1 + x_1 + 9d = 46$

$2x_1 = 46 - 9d = 10$ (1)

$x_1 = 5$ (1)

(b) $x_n = 4n + 1$

(c) $s_n = 3n^2 + 3n$ (1)

32. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടു സമാന്തരശ്രേണികളുടെ തുകകൾ തമ്മിൽ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നു.

പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ രണ്ടു സമാന്തരശ്രേണികളുടെ 5-ാം പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 8 ആണ്.

a) ആദ്യത്തെ പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര?

b) ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

a) 1-ാം ശ്രേണി: $a, a + 4, a + 8, a + 12, a + 16, ...$

2-ാം ശ്രേണി: $b, b + 4, b + 8, b + 12, b + 16, ...$ (1)

5-ാം പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം $= (a + 16) - (b + 16) = 8$

$a - b = 8$ (1)

(b)
$$\begin{array}{l} a + (a+4) + (a+8) + (a+12) + ... + a + 76 \\ b + (b+4) + (b+8) + ((b+12) + ... + b + 76 \\ \hline 8 + 8 + 8 + 8 + ... + 8 \end{array}$$ (1)

20-ാം പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം $= 8 \times 20$

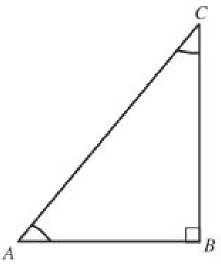
$= 160$ (1)

2

വൃത്തങ്ങൾ

1. പഠനനേട്ടം

വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തത്തിലെ മറ്റേതൊരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാലും കിട്ടുന്നത് മട്ടകോണാണ്.



ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC മട്ടത്രികോണമാണ്.

(a) AC വ്യാസമായി വൃത്തം വരച്ചാൽ B യുടെ സ്ഥാനം എവിടെ ആയിരിക്കും?

(b) BC വ്യാസമായി വൃത്തം വരച്ചാൽ A യുടെ സ്ഥാനം എവിടെ ആയിരിക്കും?

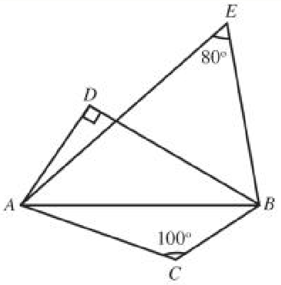
(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

- വൃത്തത്തിൽ (1)
- വൃത്തത്തിന് പുറത്ത് (1)

2. പഠനനേട്ടം

- അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോണാണ്.



ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസമായി വൃത്തം വരച്ചാൽ C, D, E ഇവയുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി എഴുതുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

- C യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിന് അകത്ത് (1)
- D യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിൽ (1)
- E യുടെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിന് പുറത്ത് (1)

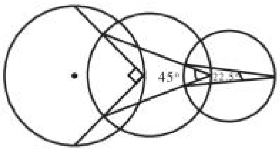
3. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ ഏത് ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.

❓ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ $22\frac{1}{2}^{\circ}$ കോൺ, കോൺമാപിനി ഉപയോഗിക്കാതെ വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

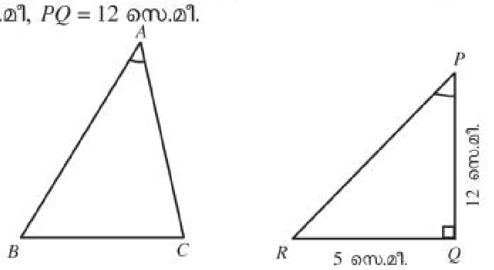


- 90° കോൺ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- 45° കോൺ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- $22\frac{1}{2}^{\circ}$ കോൺ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)

4. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചാപം മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകൾ തുല്യം. അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ ആയിരിക്കും.

❓ ചിത്രത്തിൽ ΔABC, ΔPQR എന്നിവയിൽ $BC = QR$, $\angle A = \angle P$; $\angle Q = 90^{\circ}$, $QR = 5$ സെ.മീ, $PQ = 12$ സെ.മീ.



ത്രികോണം ABC യുടെ പരിവൃത്ത വ്യാസം കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $QR = BC$ എന്നീ വശങ്ങൾ ചേർന്ന് നിൽക്കും എന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നതിന് (1)
- $\angle A = \angle P$ എന്നീ കോണുകൾ ഒരേ വൃത്തത്തിലെ കോൺ എന്നറിയുന്നതിന് (1)
- PR പരിവൃത്തവ്യാസം എന്നറിയുന്നതിന്, ഈ പരിവൃത്തമാണ് ΔABC യുടെ പരിവൃത്തം എന്നറിയുന്നതിന്. (1)
- വ്യാസം = $PR = \sqrt{12^2 \quad 5^2} = \sqrt{169} = 13$ സെ.മീ (1)

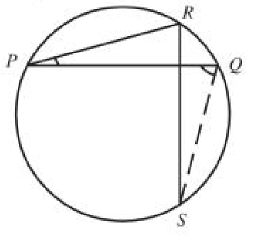
5. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്ന രണ്ടു ഭാഗങ്ങളിൽ ഓരോന്നിലേയും കോണുകളെല്ലാം തുല്യമാണെന്നു മനസ്സിലാക്കുന്നു.

❓ PQ, RS എന്നിവ ഒരു വൃത്തത്തിലെ പരസ്പര ലംബമായ ഞാണുകളാണ്. $\angle QPR = 50^{\circ}$ ആയാൽ $\angle PQS$ ന്റെ അളവെന്ത്?

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

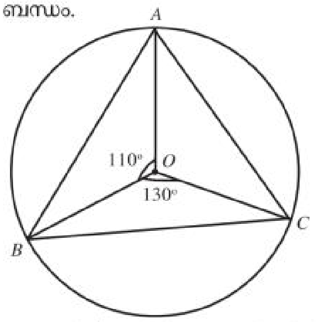
ഉത്തര സൂചിക



- ചിത്രം വരച്ച് അളവ് രേഖപ്പെടുത്തുന്നതിന്. (1)
- $\angle PRS = 90 - 50 = 40^{\circ}$ (1)
- $\angle PQS = 40^{\circ}$ (1)

6. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം കേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും, വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്ത കേന്ദ്രമാണ്. $\angle BOC = 130°$, $\angle AOB = 110°$ എങ്കിൽ $\angle AOC$ എത്ര? ത്രികോണം ABC യുടെ എല്ലാ കോണളവുകളും കാണുക.

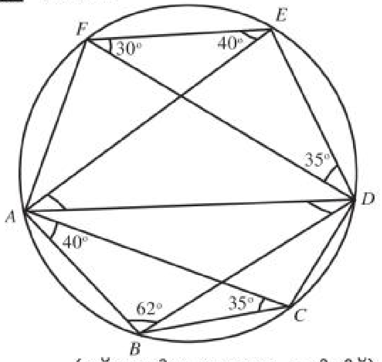
(സ്കോർ 3, സമയം 3 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- $\angle A = \frac{130}{2} = 65°$ (1)
- $\angle C = \frac{110}{2} = 55°$ (1)
- $\angle B = 180 - (65 + 55) = 60°$ (1)

7. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം കേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും, വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.



ഷഡ്ഭുജം $ABCDEF$ ന്റെ എല്ലാ കോണളവുകളും കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 5 മിനിട്ട്)

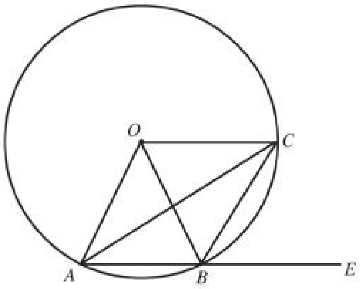
ഉത്തര സൂചിക

- $\angle EFD = \angle EAD = 30°$
- $\angle FEA = \angle FDA = 40°$
- $\angle FDE = \angle FAE = 35°$ (1)
- $\angle BAC = \angle BDC = 45°$
- $\angle ABD = \angle ACD = 62°$
- $\angle ACB = \angle ADB = 35°$ (1)

$\angle A = 148°$
$\angle B = 100°$
$\angle C = 97°$ (1)
$\angle D = 155°$
$\angle E = 115°$
$\angle F = 105°$ (1)

8. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. AB വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണും. $\angle OAB$ യുടെ സമഭാജിയാണ് AC. $\angle OAB = 56^o$

(a) OC, AB യ്ക്ക് സമാന്തരം എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(b) $\angle ABC$, $\angle OBE$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

(a) $\angle OAC = \angle BAC$ (സമഭാജി) (1)

$\angle OAC = \angle OCA$ (സമപാർശ്വത്രികോണം)

$\therefore \angle BAC = \angle OCA$

$\therefore AB$ സമാന്തരം OC (1)

(b) $\angle AOC = 180 - 56 = 124^o$

$\angle ABC = \frac{360 \quad 124}{2}$

$= \frac{236}{2} = 118^o$ (1)

$\angle CBE = 180 - 118 = 62^o$

$\angle COB = 2 \times 28 = 56^o$

$\angle AOB = 124 - 56 = 68^o$ (1)

$\angle OBA = 180 - (56 + 68)$

$= 180 - 124 = 56^o$

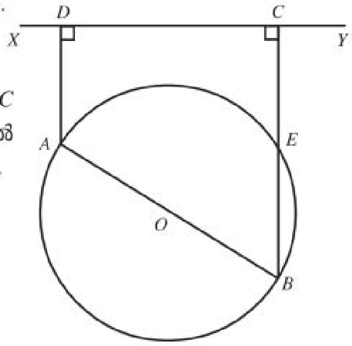
$\therefore \angle OBC = 180 - (56 + 62)$ (1)

$= 180 - 118 = 62^o$

$\therefore \angle OBE = 62 + 62 = 124^o$

9. പഠനനേട്ടം

- അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോണാണ്.



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്ത കേന്ദ്രമാണ്. AD യും BC യും XY യ്ക്ക് ലംബമാണ്. CB വൃത്തത്തെ E യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. $CE = AD$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$\angle AEB = 90^\circ$ (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ) (1)

$\angle AEC = 90^\circ$

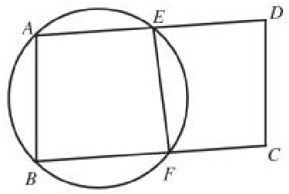
$\therefore AECD$ ഒരു ചതുരമാകുന്നു (1)

$\therefore AD = CE$ (1)

10. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം ഒരു വൃത്തത്തിൽ ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.

ചിത്രത്തിൽ $ABCD$ ഒരു സാമാന്തരികം ആണ്. A, B, E, F വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. $\angle DEF = 80^\circ$ ആയാൽ ചതുർഭുജം $AEFB$ യുടെ എല്ലാ കോണളവുകളും കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ 4, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$\angle AEF = 180 - 80 = 100^\circ$ (1)

$\angle ABF = 180 - 100 = 80^\circ$ (1)

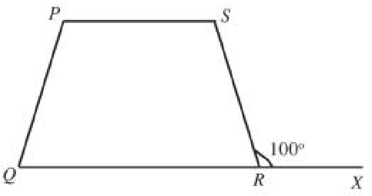
$\angle A = 180 - 80 = 100^\circ$ (1)

$\angle EFB = 180 - 100 = 80^\circ$ (1)

11. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിൽ ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.

ചക്രിയ ചതുർഭുജം $PQRS$ ൽ QR പുറത്തേക്ക് X വരെ നീട്ടിയിരിക്കുന്നു. $\angle SRX = 100^\circ$, $\angle RPS = 50^\circ$ ആയാൽ $\angle RPQ$ വിന്റെ അളവെന്ത്?



(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$\angle SRQ = 180 - 100 = 80^\circ$ (1)

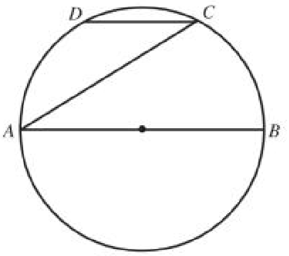
$\angle SPQ = 180 - 80 = 100^\circ$ (1)

$\angle RPQ = 100 - 50 = 50^\circ$ (1)

12. പഠനനേട്ടം

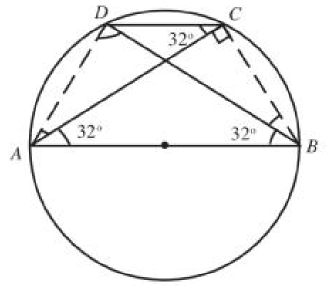
- അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ.

ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും CD, AB യ്ക്ക് സമാന്തരവുമാണ്. $\angle CAB = 32^\circ$ ആയാൽ $\angle ADC$, $\angle DAC$ ഇവ കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ 4, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

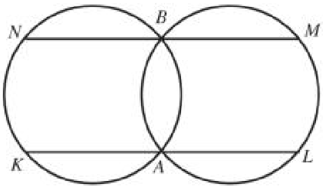


$\angle ACB$	= $\angle ADB$	=	90°	(1)
$\angle CAB$	= $\angle ACD$	=	32°	
$\angle DCA$	= $\angle DBA$	=	32°	(1)
$\angle DAB$	= $90 - 32$	=	58°	(1)
$\angle CDB$	= 32°			
$\angle ADC$	= $90 + 32$	=	122°	
$\angle DAC$	= $58^\circ - 32^\circ$			(1)
	= 26°			

13. **പഠനനേട്ടം**

- ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിൽ ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ എതിർ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.

? രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ A യിലും B യിലും പരസ്പരം മുറിച്ച് കടക്കുന്നു. KAL, NBM എന്നിവ സമാന്തരവരകളാണ്. $KLMN$ ഒരു സാമാന്തരികമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ 4, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$\angle N$	=	x	(1)
$\angle BAL$	=	x	(1)
$\angle M$	=	$180 - x$	(1)

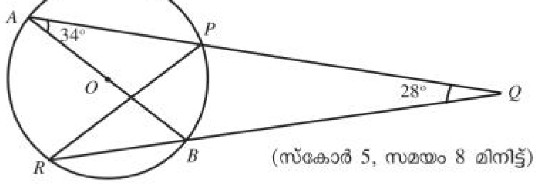
$\therefore$ $KLMN$ സമാന്തരികമാണ് (1)

14. **പഠനനേട്ടം**

- ചാപം കേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം തിരിച്ചറിയുന്നു.

? ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും A, P, B, R വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളും ആണ്.

AP, RB എന്നിവ നീട്ടിയത് Q വിൽ മുട്ടുന്നു. $\angle PRB$, $\angle PBR$, $\angle BPR$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

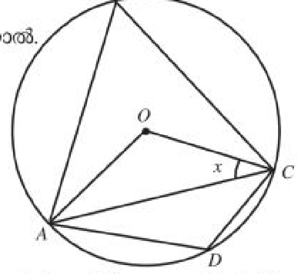
ഉത്തര സൂചിക

$\angle PAB$	= $\angle PRB$	=	34°	(1)
$\angle APB$	= 90°			
$\angle ARB$	= 90°			(1)
$\therefore ARP$	= $90 - 34 = 56^\circ$			(1)

$\angle ABP = 56^\circ$
$\angle RPQ = 180 - (28 + 34) = 118^\circ$
$\angle APR = 62 = \angle ABR$
$\angle PBR = 62 + 56 = 118^\circ$ (1)
$\angle RAP = 180 - 118 = 62^\circ$
$\angle RAB = 62 - 34 = 28^\circ$
$\angle BPR = 28^\circ$ (1)

15. പഠനനേട്ടം

- ചാപകേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും, വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാകുകയും, $\angle OCA = x$ ആയാൽ.

a) $\angle OAC$ എത്ര?

b) $\angle OCA + \angle ABC = 90^\circ$ എന്ന് തെളി യിക്കുക.

c) $\angle ADC - \angle OCA = 90^\circ$ എന്ന് തെളി യിക്കുക.

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

(1) $\angle OAC = x$ (1)
$\angle AOC = 180 - 2x$ (1)

$$\angle B = \frac{180 - 2x}{2} = 90 - x$$

(2) $\angle OCA + \angle ABC = x + 90 - x = 90^\circ$ (1)

(3) $\angle ADC = 180 - (90 - x)$
$= 90 + x$ (1)
$\angle ADC - \angle OCA = 90 + x - x = 90^\circ$ (1)

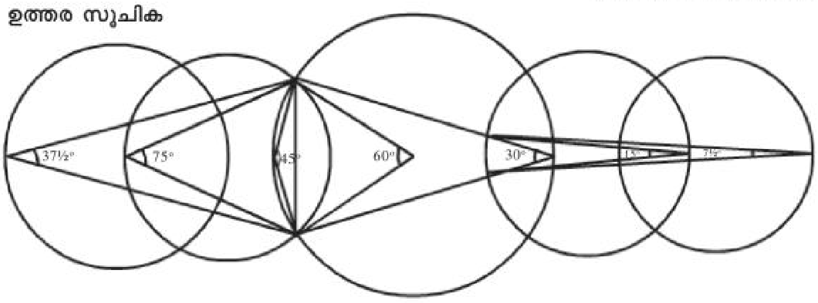
16. പഠനനേട്ടം

- ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ശിഷ്ടചാപത്തിലെ കോൺ.

ഒരു സമഭുജത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ ഒരു മൂല കേന്ദ്രമായി മറ്റ് മൂലകളിലൂടെ കടന്ന് പോകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കോമ്പസും സ്കെയിലും മാത്രം ഉപയോഗിച്ച്. 30°, 15°, $7\frac{1}{2}^\circ$, 150°, 75° എന്നിവ നിർമിക്കുക.

(സ്കോർ 5, സമയം 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക



- ഓരോ കോണും നിർമിക്കുന്നതിന് (1 മാർക്ക് വീതം)

17. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ശിഷ്ട ചാപത്തിലെ കോൺ.

❓ 5 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ 35°, 72°, 73° കോണളവുള്ള ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക.

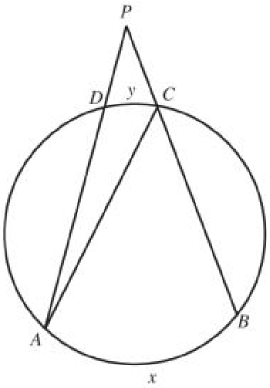
(സ്കോർ 4, സമയം 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

- വൃത്തം കൃത്യമായി വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- 70°, 144°, എന്നിവ കേന്ദ്രത്തിൽ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന് (1)
- വശങ്ങൾ അളന്നെഴുതുന്നതിന് (1)

18. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം ശിഷ്ടചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.



❓ ചിത്രത്തിൽ ചാപം AXB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 100° ആണ്. ചാപം CYD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 30° ആണ്.

$\angle CAD$ എത്ര? $\angle ACB$ എത്ര? ത്രികോണം APC യുടെ കോണുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക

(സ്കോർ 4, സമയം 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

$\angle CAD = \frac{30}{2} = 15^\circ$ (1)

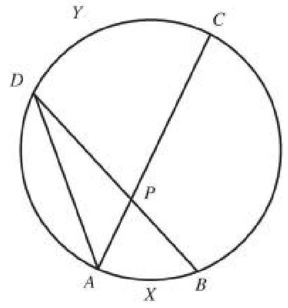
$\angle ACB = \frac{100}{2} = 50^\circ$ (1)

$\angle PCA = 180 - 50 = 130^\circ$ (1)

$\angle P = 35^\circ$ (1)

19. പഠനനേട്ടം

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം ശിഷ്ടചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.



ചിത്രത്തിൽ ചാപം AXB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 40° ആണ്, ചാപം CYD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 70° ത്രികോണം APD യുടെ കോണളവുകൾ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

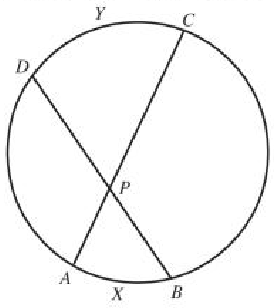
$$\angle D = \frac{40}{2} = 20^o \qquad (1)$$

$$\angle A = \frac{70}{2} = 35^o \qquad (1)$$

$$\angle APD = 180 - (35 + 20)$$
$$= 125^o \qquad (1)$$

20. **പഠനനേട്ടം**

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം ശിഷ്ടചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.



ചിത്രത്തിൽ ചാപം AXB യുടെയും ചാപം DYC യുടെയും കേന്ദ്രകോണുകളുടെ തുകയുടെ പകുതിയാണ് $\angle APB$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

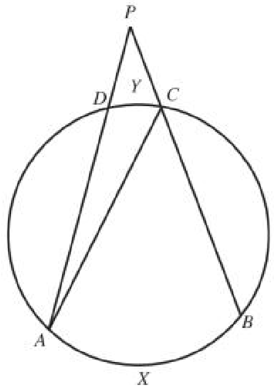
$$\angle ADP = \frac{\text{ചാപം } AXB \text{ യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ}}{2} \qquad (1)$$

$$\angle DAC = \frac{\text{ചാപം } DYC \text{ യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ}}{2} \qquad (1)$$

$$\angle APB = \angle ADP + \angle DAC \qquad (1)$$

21. **പഠനനേട്ടം**

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം ശിഷ്ടചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.



ചിത്രത്തിൽ ചാപം AXB യുടെ കേന്ദ്രകോണിൽ നിന്നും ചാപം DYC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ കുറച്ചതിന്റെ പകുതിയാണ് $\angle APB$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

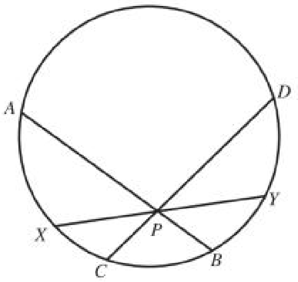
$$\angle ACB = \frac{\text{ചാപം } AXB \text{ യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ}}{2} \quad (1)$$

$$\angle DAC = \frac{\text{ചാപം } CYD \text{ യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ}}{2} \quad (1)$$

$$\angle P = \angle ACB - \angle DAC \quad (1)$$

22. പഠനനേട്ടം

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ രണ്ടു ഞാണുകളുടെയും ഭാഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലം തുല്യമാണ്.



ചിത്രത്തിൽ AB, CD, XY ഞാണുകൾ P യിൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. $AP = 9$ സെ.മീ, $AB = 13$ സെ.മീ, $PD = 12$ സെ.മീ ആയാൽ CD കണക്കാക്കുക. $PX = PY$ ആയാൽ XY യുടെ നീളം എന്ത്?

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

$$PA \times PB = PC \times PD$$

$$9 \times 4 = PC \times 12$$

$$PC = 3$$

$$CD = 12 + 3 = 15 \quad (1)$$

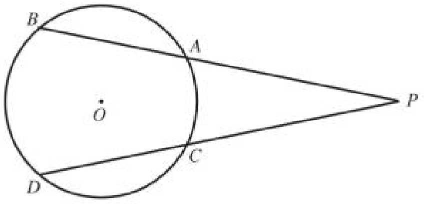
$$PX \times PY = 36 \quad (1)$$

$$PX = PY = \sqrt{36} = 6 \text{ സെ.മീ.} \quad (1)$$

23. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ AB, CD ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിന് പുറത്ത് P യിൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ $PA \times PB = PC \times PD$ ആയിരിക്കും.

ചിത്രത്തിൽ $PA = 3$ സെ.മീ., $AB = 9$ സെ.മീ, $PC = 4$ സെ.മീ. ആയാൽ CD എത്ര?



(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

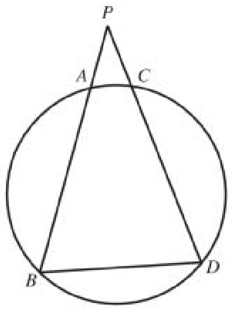
ഉത്തരസൂചിക

$PA \times PB$	$=$	$PC \times PD$	
3×12	$=$	$4\,(4 + CD)$	(1)
36	$=$	$16 + 4\,CD$	(1)
CD	$=$	5 സെ.മീ.	(1)

24. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ AB, CD ഞാണുകൾ പുറത്ത് P യിൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ $PA \times PB = PC \times PD$ ആയിരിക്കും.

ചിത്രത്തിൽ $PA = PC$ ആണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ PB, PD എന്നീ വശങ്ങൾ വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



(സ്കോർ 5, സമയം 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

$PA \times PB$	$=$	$PC \times PD$	(1)
PA	$=$	PC	(1)
$\therefore PB$	$=$	PD	(1)
$\therefore AB$	$=$	CD	(1)

തുല്യഞാണുകൾ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് തുല്യ അകലത്തിലാണ്. (1)

25. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഓരോ ഞാണിന്റെയും ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം 5 സെ.മി, വീതി 4 സെ.മീ. അതേ പരപ്പളവുള്ള ഒരു വശം 7 സെ.മീ. ആയ മറ്റൊരു ചതുരം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

- കൃത്യമായി ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- നീളം + വീതി ഞാണായി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- വൃത്തത്തിൽ $PC = 7$ ആയി ഞാൺ വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)
- PC, PD വശമായി ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)

26. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിനെ അതിന് ലംബമായ ഒരു ഞാൺ മുറിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഞാണിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗമാണ്.

$\sqrt{7}$ സെ.മീ നീളമുള്ള വര വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

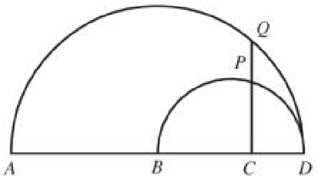
ഉത്തരസൂചിക

- $7 + 1 = 8$ സെ.മീ വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന് (2)
- ലംബം വരയ്ക്കുന്നതിന് (1)

27. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിനെ അതിന് ലംബമായ ഒരു ഞാൺ മുറിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഞാണിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗമാണ്.

ചിത്രത്തിൽ $AD = 10$ സെ.മീ, $BD = 6$ സെ.മീ, $CD = 2$ സെ.മീ, PQ കാണുക.



(സ്കോർ 4, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

$AC = 8$ സെ.മീ

$AC \times CD = CQ^2$ (1)

$8 \times 2 = 16$

$CQ = \sqrt{16} = 4$ (1)

$BC \times CD = CP^2$

$4 \times 2 = CP^2$

$CP = \sqrt{8}$ (1)

$PQ = 4 - \sqrt{8}$ (1)

28. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഓരോ ഞാണിന്റെയും ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

? നീളം 5 സെ.മീ, വീതി 3 സെ.മീ ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക. അതിന് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

• കൃത്യമായി ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന്	(1)
• നീളം + വീതി വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന്	(1)
• ലംബം വരയ്ക്കുന്നതിന്	(1)
• സമചതുരം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന്	(1)

29. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഓരോ ഞാണിന്റെയും ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

? വശങ്ങൾ 6 സെ.മീ, 7 സെ.മീ, 8 സെ.മീ അളവോട് കൂടിയ ത്രികോണം നിർമിച്ച് അതിന് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

• കൃത്യമായി ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതിന്	(1)
• പരപ്പളവിന് തുല്യമായ ചതുരം വരയ്ക്കുന്നതിന്	(1)
• നീളം + വീതി വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന്	(1)
• ലംബം വരക്കുന്നതിന്	(1)
• സമചതുരം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന്	(1)

30. പഠനനേട്ടം

- വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഓരോ ഞാണിന്റെയും ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

? കർണം 7 .സെ.മീ ആയ സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 4 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

7 സെ.മീ. നീളമുള്ള വര വരച്ച് അത് വ്യാസമായി അർധവൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിന്	(1)
കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് വ്യാസത്തിന് ലംബം വരയ്ക്കുന്നതിന്	(1)
സമപാർശ്വത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതിന്	(1)

3

സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

1. പഠനനേട്ടം

- സാധ്യതയെ സംഖ്യയായി വിശദീകരിക്കുന്നു.
- വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

ഒരാളോട് ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യ പറയാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു. പറയുന്ന സംഖ്യ പൂർണ വർഗമല്ലാതിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

(സ്കോർ : 3, സമയം: 3 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ആകെ രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ : 90 (1)

ആകെ രണ്ടക്ക പൂർണവർഗങ്ങൾ:6 (1)

പൂർണവർഗങ്ങളല്ലാത്ത രണ്ടക്ക സംഖ്യകൾ:90-6=84

സാധ്യത $= \frac{84}{90} = \frac{42}{45}$ (1)

2. പഠനനേട്ടം

- സാധ്യതയെ സംഖ്യയായി വിശദീകരിക്കുന്നു.
- വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

ഒരു സഞ്ചിയിൽ 10 നീലപന്തും 12 മഞ്ഞ പന്തുമുണ്ട്. മറ്റൊരു സഞ്ചിയിൽ 15 നീല പന്തും 7 മഞ്ഞ പന്തുമുണ്ട്.

a) ആദ്യത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ അത് മഞ്ഞ പന്താകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

b) രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നെടുത്താലോ?

c) രണ്ട് സഞ്ചിയിലേയും പന്തുകൾ ഒരു സഞ്ചിയിലാക്കി അതിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ അത് മഞ്ഞ പന്താകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

(സ്കോർ : 4 സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

a) ആദ്യത്തെ സഞ്ചിയിലെ ആകെ പന്തുകൾ $= 10+12=22$

മഞ്ഞ പന്തുകൾ $= 12$

മഞ്ഞ പന്തെടുക്കുവാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{12}{22} = \frac{6}{11}$ (1)

b) രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിലെ ആകെ പന്തുകൾ $= 15+7=22$

ആകെ മഞ്ഞ പന്തുകൾ $= 7$

മഞ്ഞ പന്തെടുക്കുവാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{7}{22}$ (1)

c) ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം = $22 + 22 = 44$

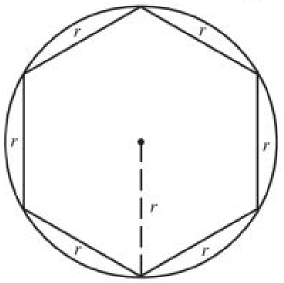
മഞ്ഞ പന്തുകൾ = $12 + 7 = 19$ (1)

മഞ്ഞ പന്തെടുക്കുവാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{19}{44}$ (1)

3. പഠനനേട്ടം

- സാധ്യതയെ സംഖ്യയായി വിശദീകരിക്കുന്നു.
- വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിന് മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിലായി ഒരു സമഷഡ്ഭുജം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ ചിത്രത്തിൽ കണ്ണടച്ചൊരു കുത്തിട്ടാൽ അത് സമഷഡ്ഭുജത്തിനകത്ത് തന്നെയായിരിക്കാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക.



(സ്കോർ : 4 സമയം: 3 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = r^2 (1)

സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{\sqrt{3}r^2}{4} \times 6 = \frac{3\sqrt{3}\,r^2}{2}$ (1)

സാധ്യത = $\frac{\frac{3\sqrt{3}\,r^2}{2}}{r^2} = \frac{3\sqrt{3}\,r^2}{2} \quad \frac{1}{r^2}$ (1)

$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (1)

4. പഠനനേട്ടം

- സാധ്യതയെ സംഖ്യയായി വിശദീകരിക്കുന്നു.
- വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിന് മാർഗ്ഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.

ഒരു പെട്ടിയിൽ 1,2,3,4 എന്നീ സംഖ്യകളെഴുതിയ നാല് കടലാസുകക്ഷണങ്ങളും മറ്റൊരുപെട്ടിയിൽ 1,2,3 എന്നെഴുതിയ മൂന്ന് കടലാസുകക്ഷണങ്ങളുണ്ട്. ഓരോ പെട്ടി യിൽനിന്നും ഓരോ കടലാസെടുത്താൽകിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ തുക മൂന്നിന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്? രണ്ടിന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യതയോ?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

രണ്ട് പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോ കടലാസുകക്ഷണങ്ങളെടുത്താൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യാ ജോടികൾ.

(1, 1) (2, 1) (3, 1) (4, 1)

(1, 2) (2, 2) (3, 2) (4, 2)   12 എണ്ണം (1)

(1, 3) (2, 3) (3, 3) (4, 3)

തുക മൂന്നിന്റെ ഗുണിതമാകുന്ന ജോടികൾ (1)

(2,1) (1,2) (4,2) (3,3) - 4 എണ്ണം (1)

സാധ്യത = $\frac{4}{12}$ $\frac{1}{3}$

തുക രണ്ടിന്റെ ഗുണിതമാകുന്ന ജോടികൾ

(1,1) (3,1) (1,3) (2,2) (3,3) (4,2) -6 എണ്ണം (1)

സാധ്യത = $\frac{6}{12}$ $\frac{1}{2}$ (1)

5. പഠനനേട്ടം

- പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർഥിക്കുന്നു.

? ഒരു സഞ്ചിയിൽ 6 ചുവന്ന മുത്തുകളും 4 പച്ചമുത്തുകളുമുണ്ട്. മറ്റൊരു സഞ്ചിയിൽ ചുവന്ന മുത്തുകളും പച്ചമുത്തുകളും ഈരണ്ടെണ്ണം കൂടുതലാണ്. ചുവന്ന മുത്തു കിട്ടാൻ സാധ്യത കൂടുതൽ ഏത് സഞ്ചിയിൽ നിന്ന് എടുക്കുമ്പോഴാണ്?

(സ്കോർ: 4 , സമയം: 3 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ഒന്നാമത്തെ സഞ്ചിയിലെ ചുവന്ന മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 6

ഒന്നാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നും ചുവന്ന മുത്തുകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{6}{10}$ (1)

രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിലെ ചുവന്ന മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 6 + 2 = 8 (1)

രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നും ചുവന്ന മുത്തുകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{8}{14}$ (1)

$\frac{6}{10} > \frac{8}{14}$

$\therefore$ സാധ്യത കൂടുതൽ ഒന്നാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നെടുക്കുമ്പോഴാണ്. (1)

6. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യക്ത സമർഥിക്കുന്നു.

? ഒരാളോട് ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യ പറയാനാവശ്യപ്പെടുന്നു.

(1) ഇതിലെ അക്കങ്ങൾ രണ്ടും വ്യത്യസ്തമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

(2) ആദ്യത്തെ അക്കം വലുതും രണ്ടാമത്തെ അക്കം ചെറുതുമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

(3) ആദ്യത്തെ അക്കം ചെറുതും രണ്ടാമത്തെ അക്കം വലുതുമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

(സ്കോർ: 6, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ ആകെ 90 എണ്ണം

അക്കങ്ങൾ തുല്യമായവ :

11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 - 9 എണ്ണം (1)

അതായത്, അക്കങ്ങൾ വ്യത്യസ്തമായവ - 81 എണ്ണം (1)

സാധ്യത $= \frac{81}{90} = \frac{9}{10}$ (1)

ആദ്യത്തെ അക്കം വലുതും രണ്ടാമത്തെഅക്കം ചെറുതുമായ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = \frac{9 \quad 10}{2}$

$= 45$

സാധ്യത $= \frac{45}{90} \quad \frac{1}{2}$ (1)

10	– 1
20 21	– 2
30 31 32	– 3
40 41 42 43	– 4
....	
90 91 92 93 99	– 9

$\frac{9 \quad 10}{2} = 45$

ആദ്യത്തെ അക്കം ചെറുതും രണ്ടാമത്തെ അക്കം വലുതുമായ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം

$= 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{8 \quad 9}{2}$ (1)

$= 36$

സാധ്യത $= \frac{36}{90} \quad \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ (1)

7. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർഥിക്കുന്നു.

? ഒരു ക്ലാസ്സിൽ 60 കുട്ടികളുണ്ട്. അതിൽ 30 പേർ ആൺകുട്ടികളാണ്. മറ്റൊരു ക്ലാസ്സിൽ 50 കുട്ടികളുണ്ട് അതിൽ 25 പേർ ആൺകുട്ടികളാണ്. ഓരോ ക്ലാസ്സിൽ നിന്നും ഓരോ കുട്ടികളെ മാത്രം തെരെഞ്ഞെടുത്താൽ

1) അത് രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

2) അതിൽ ഒരു പെൺകുട്ടിയെങ്കിലും ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ആദ്യത്തെ ക്ലാസ്സിലെ ആകെ കുട്ടികൾ = 60

ആൺകുട്ടികൾ = 30

പെൺകുട്ടികൾ = 30

രണ്ടാമത്തെ ക്ലാസ്സിലെ ആകെ കുട്ടികൾ = 50

ആൺകുട്ടികൾ = 25

പെൺകുട്ടികൾ = 25

1) രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{30 \times 25}{60 \times 50}$ (1)

$= \frac{750}{3000}$

$= \frac{1}{4}$ (1)

2) ഒരു പെൺകുട്ടിയെങ്കിലും ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{30 \times 25 + 30 \times 25 + 30 \times 25}{3000}$ (1)

$= \frac{2250}{3000}$

$= \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ (1)

8. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർത്ഥിക്കുന്നു.

ഒരു പാത്രത്തിൽ 4 കറുത്ത മുത്തുകളും, 6 വെളുത്ത മുത്തുകളും, 10 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പാത്രത്തിൽ 7 കറുത്ത മുത്തുകളും, 5 വെളുത്തമുത്തുകളും, 8 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. പാത്രങ്ങളിലേക്ക് നോക്കാതെ രണ്ടു പാത്രത്തിൽനിന്നും ഓരോ മുത്തുവീതമെടുത്താൽ

(a) രണ്ടും ഒരേ നിറമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

(b) രണ്ടും വ്യത്യസ്ത നിറമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

(c) ഒരു കറുത്ത മുത്തെങ്കിലും ഉണ്ടാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

4 B	7 B
6 W	5 W
10 R	8 R

രണ്ടു പാത്രങ്ങളിലും മുത്തുകൾ 20 വീതമുണ്ട്.

ആകെ ഫലങ്ങൾ $= 20 \times 20 = 400$ (1)

(a) ഒരേ നിറം ലഭിക്കുന്നതിനുള്ള ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം $= 4 \times 7 + 6 \times 5 + 10 \times 8$

$= 138$

സാധ്യത $= \frac{138}{400}$ (1)

(b) വ്യത്യസ്ത നിറമാകാനുള്ള സാധ്യത $= 1 - \frac{138}{400}$

$= \frac{262}{400}$ (1)

(c) ഒരു കറുത്ത മുത്തെങ്കിലും ആകുന്ന ഫലങ്ങൾ

$= 4 \times 7 + 4 \times 5 + 4 \times 8 + 6 \times 7 + 10 \times 7$

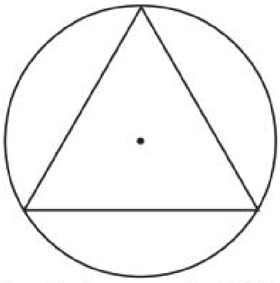
$= 28 + 20 + 32 + 42 + 70$ (1)

$= 192$

സാധ്യത $= \frac{192}{400} = \frac{12}{25}$ (1)

9. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത സമർഥിക്കുന്നു.



ഒരു വൃത്തത്തിൽ പരമാവധി വലിയ ഒരു സമഭുജ ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ചിത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ കുത്ത് ത്രികോണത്തിന കത്താകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര? ത്രികോണത്തിന് പുറത്താകുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ വശം $\sqrt{3}\,r$ ആയിരിക്കും.

ആകെ ഫലങ്ങൾ $= \pi r^2$ (1)

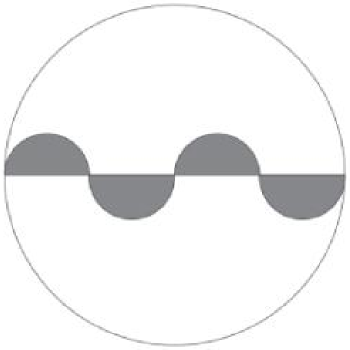
അനുകൂല ഫലങ്ങൾ $= \frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{3}r)^2 \quad = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3r^2$ (1)

കുത്ത് ത്രികോണത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \quad 3r^2}{r^2} \quad \frac{3\sqrt{3}}{4}$ (1)

കുത്ത് ത്രികോണത്തിന് പുറത്താകുന്നതിനുള്ള സാധ്യത $= 1 - \frac{3\sqrt{3}}{4}$ (1)

10. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്ന തിന്റെ ആവശ്യകത സമർത്ഥിക്കുന്നു.



ചിത്രത്തിൽ കറുപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന നാല് വൃത്തഭാഗങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണ്. ചിത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കുത്തി ട്ടാൽ കുത്ത് കറുപ്പിച്ച വൃത്തഭാഗങ്ങളിൽ വരാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

(സ്കോർ : 3 , സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

കറുത്ത വൃത്തഭാഗത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ

അനുകൂല ഫലങ്ങൾ $= 4 \times \frac{r^2}{2} = 2\pi r^2$ (1)

ആകെ ഫലങ്ങൾ $= \pi(4r)^2 = 16\pi r^2$ (1)

സാധ്യത $= \frac{2 \; r^2}{16 \; r^2} = \frac{1}{8}$ (1)

11. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യക്ത സമർഥിക്കുന്നു.

ഒരു വർഷത്തിലെ കലണ്ടറിൽ ഡിസംബർ മാസത്തിൽ 5 ഞായറാഴ്ച വരുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ഡിസംബർ മാസത്തിൽ 31 ദിവസങ്ങളാണ് ഉള്ളത്.
അതായത് 4 മുഴുവൻ ആഴ്ചകളും 3 ദിവസങ്ങളും.
ഈ മൂന്നു ദിവസങ്ങൾ ആകാവുന്നത്.

ഞായർ	തിങ്കൾ	ചൊവ്വ
തിങ്കൾ	ചൊവ്വ	ബുധൻ
ചൊവ്വ	ബുധൻ	വ്യാഴം
ബുധൻ	വ്യാഴം	വെള്ളി
വ്യാഴം	വെള്ളി	ശനി
വെള്ളി	ശനി	ഞായർ
ശനി	ഞായർ	തിങ്കൾ

ആകെ ഫലങ്ങൾ = 7 (1)

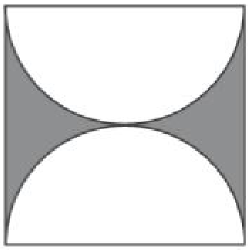
അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = 3 (1)

സാധ്യത = $\frac{3}{7}$ (1)

12. പഠനനേട്ടം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിന്റെ ആവശ്യക്ത സമർത്ഥിക്കുന്നു.

ഒരു സമചതുരത്തിനകത്ത് രണ്ടു അർദ്ധ വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ കുത്ത് കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്ത് വരാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?



(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം a ആയാൽ

വൃത്തഭാഗങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് = $\pi \frac{a}{2}^{2} = \frac{a^2}{4}$ (1)

കറുപ്പിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4}{4} a^2$ (1)

സാധ്യത = $\frac{4 - a^2}{a^2} = \frac{4}{4}$ (1)

4

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

1. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നതിന്.

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ എല്ലാം 8 സെന്റീമീറ്റർ വീതം വർധിപ്പിച്ചപ്പോൾ പരപ്പളവ് 1225 ച.സെ.മി ആയി. ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശം x എന്നെടുത്ത് ഒരു സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക. വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

- ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = x
- വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശം $= x + 8$
- പരപ്പളവ് $= (x + 8)^2 = 1225$ (1)

$x + 8 = 35$

$x = 35 - 8 = 27$ (1)

- ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = 27 സെന്റിമീറ്റർ
- വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = 35 സെന്റിമീറ്റർ (1)

2. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നതിന്.

രണ്ട് അധിസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം '6' ആണ്. അവയുടെ ഗുണനഫലം 216 ആണ്. സംഖ്യകൾ ഏവ?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

സംഖ്യകൾ x, $x + 6$

ഗുണനഫലം: $x(x + 6) = 216$ (1)

$x^2 + 6x = 216$

$x^2 + 6x + 9 = 216 + 9 = 225$

$(x + 3)^2 = 225$ (1)

$x + 3 = 15$

$x = 15 - 3 = 12$

സംഖ്യകൾ: 12, 18 (1)

3. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നതിന്.

ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തിന്റെ 2 മടങ്ങിൽ നിന്ന് ഒരു സെന്റിമീറ്റർ കുറച്ചതാണ് അതിന് ലംബമായ വശം, 2 മടങ്ങിനോട് ഒരു സെന്റിമീറ്റർ കൂട്ടിയതാണ് കർണം. ചെറിയ വശം x എന്നെടുത്ത് അതിന് ലംബമായ വശവും കർണവും x ഉപയോഗിച്ച് എഴുതുക. മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ചെറിയ വശം $= x$

രണ്ടാമത്തെ ലംബ വശം $= 2x - 1$

കർണം $= 2x + 1$ (1)

$x^2 + (2x - 1)^2 = (2x + 1)^2$ (1)

$x^2 + 4x^2 - 4x + 1 = 4x^2 + 4x + 1$

$x^2 - 8x = 0$ (1)

$x(x - 8) = 0$

$x = 0$ അല്ലെങ്കിൽ $x = 8$

വശങ്ങൾ 8 സെന്റിമീറ്റർ, 15 സെന്റിമീറ്റർ, 17 സെന്റിമീറ്റർ (1)

4. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നതിന്.

ചുറ്റളവ് 100 മീറ്ററും പരപ്പളവ് 600 ചതുരശ്രമീറ്ററുമായ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക. (സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ചുറ്റളവ് = 100 മീറ്റർ

നീളം + വീതി = 50 മീറ്റർ

നീളം $= 25 + x$

വീതി $= 25 - x$ (1)

പരപ്പളവ്, $(25 + x)(25 - x) = 600$

$25^2 - x^2 = 600$ (1)

$x^2 = 625 - 600 = 25$

$x = 5$ (1)

വശങ്ങൾ, $25 + 5 = 30$ മീറ്റർ

$25 - 5 = 20$ മീറ്റർ (1)

5. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യയുടെ ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം 4 ആണ്. ഈ സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ അക്ക തുകയുടെയും ഗുണനഫലം 238 ആണ്.

a) സംഖ്യയുടെ 10 ന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം x ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്?

b) രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് സംഖ്യ കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

സംഖ്യയുടെ 10 ന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം = x

സംഖ്യ = $10x + 4$ (1)

സംഖ്യയുടെയും അക്കതുകയുടെയും

ഗുണനഫലം = $(x + 4)(10x + 4) = 238$ (1)

$$10x^2 + 44x + 16 = 238$$

$$10x^2 + 44x - 222 = 0$$

$$5x^2 + 22x - 111 = 0$$

$$x = \frac{-22 \pm \sqrt{22^2 - 4 \times 5 \times -111}}{2 \times 5}$$ (1)

$$= \frac{-22 \pm \sqrt{2704}}{10}$$

$$= \frac{-22 \pm 52}{10}$$

സംഖ്യ = 34 (1)

6. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നു.

1 മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ എത്ര എണ്ണൽസംഖ്യകൾ കൂട്ടിയാലാണ് 465 കിട്ടുക?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

തുടർച്ചയായ n എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക: $\frac{n(n+1)}{2} = 465$ (1)

$$n^2 + n = 930$$

$$n^2 + n + \frac{1}{4} = 930 + \frac{1}{4}$$ (1)

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3721}{4}$$

$$n+\frac{1}{2} = \frac{61}{2} \qquad (1)$$

$$n = 30$$

1 മുതൽ 30 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യയുടെ തുകയാണ് 465 (1)

7. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

❓ ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 12 ആണ് ഈ സംഖ്യയോട് 36 കൂട്ടിയപ്പോൾ അക്കങ്ങൾ പരസ്പരം മാറിയ മറ്റൊരു സംഖ്യ കിട്ടി. എങ്കിൽ സംഖ്യ ഏത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

അക്കങ്ങൾ: $x, \frac{12}{x}$ (1)

സംഖ്യയോട് 36 കൂട്ടിയപ്പോൾ അക്കങ്ങൾ പരസ്പരം മാറിയ സംഖ്യകിട്ടും.

അതുകൊണ്ട് , $10x \quad \frac{12}{x} \quad 36 = 10 \quad \frac{12}{x} \quad x$ (1)

$$10x^2 + 12 + 36x = 120 + x^2$$

$$9x^2 + 36x = 108$$

$$x = 2 \qquad (1)$$

$$x^2 + 4x = 12$$

$$(x + 2)^2 = 16$$

$$x + 2 = 4 \qquad (1)$$

സംഖ്യ = 26 (1)

8. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

❓ ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യയിലെ ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തെക്കാൾ 3 കൂടുതലാണ്. സംഖ്യയുടെയും അക്ക തുകയുടെയും ഗുണനഫലം അക്കതുകയുടെ രണ്ട് മടങ്ങിന്റെ വർഗത്തിന് തുല്യമാണ്. സംഖ്യ ഏത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

അക്കങ്ങൾ: x, x +3

സംഖ്യ: $10x + x + 3 = 11x + 3$ (1)

സംഖ്യയുടെയും അക്കതുകയുടെയും ഗുണനഫലം: $2x \quad 3 \quad 11x \quad 3 \qquad 4x \quad 6^{\,2}$ (1)

$$22x^2+39x+9 = 16x^2 + 48x + 36$$

$$6x^2-9x-27 = 0$$

$$2x^2-3x-9 = 0 \qquad (1)$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times -9}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9+72}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{81}}{4}$$

$$= \frac{3+9}{4}$$

$$x = \frac{3+9}{4} = \frac{12}{4} = 3 \qquad (1)$$

(-ve സംഖ്യ സ്വീകാര്യമല്ല)

സംഖ്യ = 36 (1)

9. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് ജ്യാമിതിയപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

? സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു തോട്ടത്തിന് ചുറ്റും പുറത്ത്കൂടി 2 മീറ്റർ വീതിയിൽ ഒരു പാത വെട്ടിയിരിക്കുന്നു. പാതയുടെ മാത്രം പരപ്പളവ് 116 ചതുരശ്ര മീറ്റർ ആണ്. തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശം = x.

പാതയുൾപ്പെടെയുള്ള സ്ഥലത്തിന്റെ വശം = $x + 4$. (1)

പാതയുടെ പരപ്പളവ് = $(x \quad 4)^2 \quad x^2 \quad 116$

$$x^2 + 8x + 16 - x^2 = 116 \qquad (1)$$

$$8x + 16 = 116$$

$$x = \frac{116-16}{8} = 12.5 \text{ മീറ്റർ}$$

തോട്ടത്തിന്റെ വശം = 12.5 മീറ്റർ (1)

10. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് ജ്യാമിതിയപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിനോട് ചേർന്ന് 8 സെന്റിമീറ്റർ വീതിയിൽ ഒരു ചതുരം മുറിച്ച് മാറ്റി. ബാക്കി വരുന്ന ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 84 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആയാൽ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

സമചതുരത്തിന്റെ വശം = x

ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ = x , $x-8$ (1)

പരപ്പളവ് = $x(x-8) = 84$

$x^2 - 8x = 84$ (1)

$x^2 - 8x+16 = 84+16$

$(x-4)^2 = 100$ (1)

$x - 4 = 10$

$x = 14$

സമചതുരത്തിന്റെ വശം = 14 സെന്റിമീറ്റർ (1)

11. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് ജ്യാമിതിയ പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയുടെ 3 മടങ്ങിനെക്കാൾ 3 മീറ്റർ കൂടുതലാണ്. അതിന്റെ വികർണം നീളത്തെക്കാൾ ഒരു മീറ്റർ കൂടുതലാണ്. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക

ചതുരത്തിന്റെ വീതി = x .

നീളം = $3x + 3$

= $3x + 4$ (1)

$(3x+4)^2 = x^2 + (3x+3)^2$ (1)

$9x^2 + 24x + 16 = x^2 + 9x^2 + 18x + 9$

$x^2 - 6x = 7$

$x^2 - 6x + 9 = 16$ (1)

$(x-3)^2 = 16$

$x - 3 = 4$

$x = 4 + 3 = 7$ (1)

ചതുരത്തിന്റെ നീളം = $3 \times 7 + 3 = 24$ മീറ്റർ

വീതി = 7 മീറ്റർ

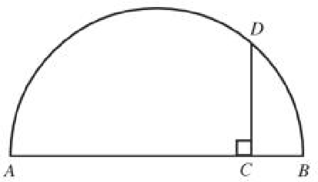
12. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക സന്ദർഭ ങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ചിത്രത്തിൽ AB അർധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. CD = 10 സെന്റിമീറ്ററും BC യുടെ നീളം ACയുടെ നീളത്തെക്കാൾ 15 സെന്റിമീറ്റർ കുറവുമാണ്. AB യുടെ നീളം എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക



$AC \times CB = CD^2$ (1)

$AC = x$

$x(x-15) = 10^2$

$x^2 - 15x = 100$ (1)

$x^2 - 15x + \frac{225}{4} = 100 + \frac{225}{4}$

$(x - \frac{15}{2})^2 = \frac{625}{4}$ (1)

$x - \frac{15}{2} = \frac{25}{2}$

$x = \frac{25}{2} + \frac{15}{2} = 20$

$\therefore AB = 20 + 5 = 25$ സെന്റിമീറ്റർ (1)

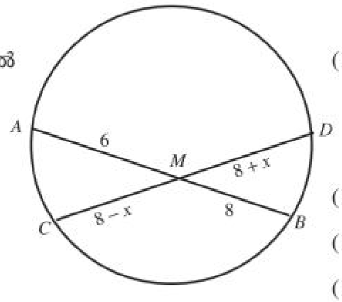
13. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക സന്ദർഭ ങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു വൃത്തത്തിലെ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ 'M' ൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. MA = 6 സെന്റി മീറ്ററും, MB = 8 സെന്റിമീറ്ററും, CD = 16 സെന്റിമീറ്ററും ആകുന്നു. MC, MD എന്നിവ കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തരസൂചിക



$CD = 16$ സെന്റിമീറ്റർ

$MC = 8 - x, MD = 8 + x$ എങ്കിൽ (1)

$MA \times MB = MC \times MD$

$6 \times 8 = (8-x)(8+x)$

$48 = 64 - x^2$ (1)

$x^2 = 16, x = 4$ (1)

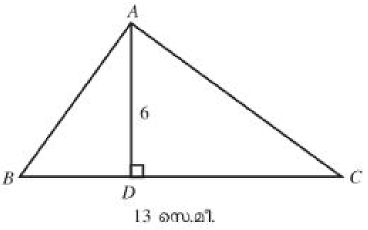
$MC = 8 - 4 = 4$ സെന്റിമീറ്റർ (1)

$MD = 8 + 4 = 12$ സെന്റിമീറ്റർ

14. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC യുടെ മട്ടമൂലയിൽ നിന്ന് എതിർ വശത്തേക്ക് വരച്ച ലംബമാണ് AD. BC = 13 സെന്റിമീറ്ററും, AD = 6 സെന്റിമീറ്ററും ആകുന്നു.



(a) BD = x എന്നെടുത്ത് DC യുടെ നീളം x ഉൾപ്പെടുന്ന രീതിയിൽ എഴുതുക.

(b) ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച BD, DCഎന്നിവ കാണുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

BD = x എന്നെടുത്താൽ

$$DC = 13 - x$$

$$BC \times DC = AD^2 \qquad (1)$$

$$x(13 - x) = 6^2$$

$$13x - x^2 = 36$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \times 1 \times 36}}{2 \times 1} \qquad (1)$$

$$\therefore \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} \qquad (1)$$

$$\frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} \quad \frac{13 \pm 5}{2}$$

BC, DC എന്നിവയുടെ നീളങ്ങൾ = 9 സെന്റിമീറ്റർ , 4 സെന്റിമീറ്റർ

15. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങളിൽ പരിഹാരങ്ങളുടെ സ്വഭാവം കാണുന്നു.

ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക $\frac{2}{3}$ ആകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

സംഖ്യ= x ആയാൽ വ്യുൽക്രമം $\frac{1}{x}$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{2}{3} \text{ എന്നെടുത്താൽ} \qquad (1)$$

$$(x^2 + 1) \times 3 = 2x$$

$$3x^2 - 2x + 3 = 0 \qquad (1)$$

$$x = \frac{+2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4\times3\times3}}{4\times3}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4-36}}{12}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{-32}}{12}$$ (1)

ഇതിന്റെ പരിഹാരം കാണാൻ സാധിക്കില്ലല്ലോ.

$\therefore$ ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക $\frac{2}{3}$ ആകില്ല. (1)

16. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നു.

❓ ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക $\frac{13}{6}$ ആണ്. സംഖ്യ ഏത്?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

സംഖ്യ x ആയാൽ വ്യുൽക്രമം $= \frac{1}{x}$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{13}{6}$$

$$(x^2 + 1) \times 6 = 13x$$

$$6x^2 - 13x + 6 = 0$$ (1)

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4\times6\times6}}{2\times6}$$

$$= \frac{13 \pm \sqrt{169-144}}{12}$$

$$= \frac{13 \pm \sqrt{25}}{12}$$

$$= \frac{13 \pm 5}{12}$$ (1)

സംഖ്യ $= \frac{3}{2}$ അല്ലെങ്കിൽ $\frac{2}{3}$ (1)

17. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നു.

❓ തുക 12 ആയ രണ്ട് സംഖ്യയുടെ വ്യുൽക്രമങ്ങളുടെ തുക $\frac{3}{8}$ ആണ്. സംഖ്യകൾ ഏവ?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

സംഖ്യകൾ $6 + x$, $6 - x$ എന്നെടുത്താൽ (1)

$$\frac{1}{6+x} + \frac{1}{6-x} = \frac{3}{8} \quad (1)$$

$$12 \times 8 = 3\,(36 - x^2)$$

$$96 = 108 - 3x^2 \quad (1)$$

$$3x^2 = 12\ x^2 = 4$$

$x = 2$ അല്ലെങ്കിൽ -2

സംഖ്യകൾ $= 6 + 2 = 8, 6 - 2 = 4$(1)

18. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുത്തുന്ന ഗണിതപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

? പൊതുവ്യത്യാസം 20 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യുൽക്രമങ്ങളുടെ തുക $\frac{1}{24}$ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

പദങ്ങൾ $x - 10$, $x + 10$ (1)

$$\frac{1}{x-10} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{2x}{x^2\ \ 100} = \frac{1}{24} \quad (1)$$

$$2x \times 24 = x^2 - 100 \quad (1)$$

$$x^2 - 48x = 100$$

$$x^2 - 48x + 24^2 = 100 + 576$$

$$(x - 24)^2 = 676 \quad (1)$$

$$x - 24 = \pm 26$$

$x = 26 + 24 =$ അല്ലെങ്കിൽ $x = -26 + 24$ (1)

ആദ്യപദം $= 40$ അല്ലെങ്കിൽ -12

19. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

? ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും വ്യത്യാസം ഏത് അധിസംഖ്യയുമാകാമെന്ന് സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

$$\text{സംഖ്യ} = x$$

$$\text{വ്യുൽക്രമം} = \frac{1}{x} \qquad (1)$$

$$x - \frac{1}{x} = k \text{ എങ്കിൽ} \qquad (1)$$

$$x^2 - kx - 1 = 0$$

$$x = \frac{+k \pm \sqrt{k^2 + 4}}{2}$$

k ഏത് സംഖ്യ ആയാലും $k^2 + 4$ അധിസംഖ്യയായിരിക്കും. (1)

20. പഠനനേട്ടം

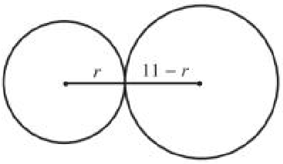
- ജ്യാമിതീയപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണാൻ രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യം എന്ന ആശയം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ ബാഹ്യസ്പർശികളാണ് അവയുടെ കേന്ദ്രങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 11 സെന്റീമീറ്റർ ആണ്. അവയുടെ പരപ്പളവുകളുടെ തുക 65π ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ ആണ്. ആരങ്ങൾ കാണുക. (സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ഒന്നാമത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = r എങ്കിൽ

രണ്ടാമത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = $11 - r$ (1)



പരപ്പളവുകളുടെ തുക:

$$\pi r^2 + \pi(11 - r)^2 = 65\pi$$

$$= r^2 + 121 - 22r + r^2 = 65$$

$$2r^2 - 22r = -56 \ (1)$$

$$r^2 - 11r = -28 \qquad (1)$$

$$r^2 - 11r + \left(\frac{11}{2}\right)^2 = -28 + \frac{121}{4}$$

$$\left(r - \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \qquad (1)$$

$$r - \frac{11}{2} = \frac{3}{2}$$

$$r = \frac{3 + 11}{2} = 7 \text{ സെ.മീ.}$$

ഒന്നാമത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = 7 സെ.മീ.

രണ്ടാമത്തെ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = 11 − 7= 4 സെ.മീ. (1)

21. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ വിവിധ ഗണിതമേഖലകളിൽ പ്രയോഗിക്കുന്നു.

❓ $2n^2 + 5n$ എന്നത് സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ തുകയെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബീജഗണിതമാണ്. 1375 ഈ ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ എത്ര പദങ്ങളുടെ തുകയാണ്?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

$$2n^2 + 5n = 1375$$

$$2n^2 + 5n - 1375 = 0 \qquad (1)$$

$$n = \frac{5 \quad \sqrt{5^2 \quad 4 \quad 2 \quad 1375}}{2 \quad 2} \qquad (1)$$

$$= \frac{5 \quad \sqrt{25 \quad 11000}}{4}$$

$$= \frac{5 \quad 105}{4} \qquad (1)$$

$$n = \frac{100}{4} = 25$$

ആദ്യത്തെ തുടർച്ചയായ 25 പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 1375. (1)

22. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരങ്ങളുടെ സ്വഭാവ പ്രത്യേകത ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നങ്ങക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

? $x^2 + ax + b = 0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന് ഒരു പരിഹാരം മാത്രമേയുള്ളുവെങ്കിൽ $a^2 = 4b$ എന്ന് സമർഥിക്കുക

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

$x^2 + ax + b = 0$

ഒരു പരിഹാരം മാത്രമേ ഉള്ളൂ. അതായത്, ഇത് ഒരു പൂർണവർഗമാണ് (1)

$$\therefore \quad \frac{a}{2}^{\ 2} = b \qquad (1)$$

$$\frac{a^2}{4} = b$$

$$a^2 = 4b \qquad (1)$$

23. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ വിവിധ ഗണിത മേഖലകളിൽ പ്രയോഗിക്കുന്നു.

? തുടർച്ചയായ എണ്ണൽസംഖ്യകൊണ്ട് ഉണ്ടാക്കിയ ഈ സംഖ്യാപാറ്റേണിലെ എത്രാമത്തെ വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യയാണ് 210?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

1

2 3

4 5 6

7 8 9 10

....

....

■ **ഉത്തരസൂചിക**

$$\frac{n(n \quad 1)}{2} = 210 \qquad (1)$$

$$n^2 + n = 420$$

$$n^2 + n + \frac{1}{4} = 420 + \frac{1}{4} \qquad (1)$$

$$n \quad \frac{1}{2} \quad ^2 = \frac{1681}{4} \qquad (1)$$

$$n + \frac{1}{2} = \frac{41}{2}$$

$$n = \frac{41 \quad 1}{2} \quad 20 = 20$$

20-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യയാണ് 210 (1)

24. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച് പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്നു.

7, 11, 15,... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ തുടർച്ചയായ ഏതാനും പദങ്ങളുടെ തുക 240 ആകുമോ? സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

$sn = 2n^2 + 5n = 240$ എന്നെടുത്താൽ

$$sn^2 + 5n - 24 = 0 \qquad (1)$$

$$n = \frac{5 \quad \sqrt{5^2 \quad 4 \quad 2 \qquad 24}}{2 \quad 2}$$

$$= \frac{5 \quad \sqrt{25 \quad 1920}}{4} \qquad (1)$$

$$= \frac{5 \quad \sqrt{1945}}{4} \qquad (1)$$

$\sqrt{1945}$ ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യയല്ലാത്തത് കൊണ്ട് 'n' എണ്ണൽസംഖ്യയായി കിട്ടില്ല. 'n' എണ്ണൽസംഖ്യയാവണം. അതുകൊണ്ട്, 240 തുകയാവില്ല. (1)

25. പഠനനേട്ടം

- ബഹുപദങ്ങളും രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

$2x$-x^2 എന്ന ബഹുപദത്തിൽ x ആയി ഏതെങ്കിലും സംഖ്യ എടുത്താൽ 2 കിട്ടുമോ? $\frac{1}{2}$ കിട്ടുമോ?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

$$2x - x^2 = 2 \qquad (1)$$

$$x^2 - 2x = -2$$

$$x^2 - 2x + 1 = -2 + 1$$

$$(x - 1)^2 = -1 \qquad (1)$$

ഒരു സംഖ്യയുടെയും വർഗം ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ലല്ലോ.

x ഏതു സംഖ്യയായാലും, $2x - x^2 = 2$ ആകില്ല. (1)

$$2x - x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2x = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 2x + 1 = -\frac{1}{2} + 1$$

$$(x - 1)^2 = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$\therefore 2x - x = \frac{1}{2}$ ആവും. (1)

26. പഠനനേട്ടം

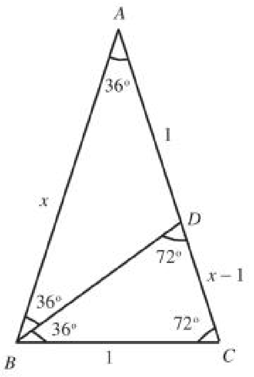
- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്ന രീതി വിവിധ ഗണിത മേഖലകളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ത്രികോണം ABC യിൽ AB = AC യും $\angle A = 36^o$ യും ആകുന്നു. $\angle B$ യുടെ സമഭാജി AC യെ D യിൽ മുട്ടുന്നു. $\frac{BC}{CD} = x$ എന്നെടുത്താൽ $x = 1 + \frac{1}{x}$ എന്ന് സമർഥിക്കുക; x കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ ഉത്തരസൂചിക

ത്രികോണം ABC യുടെയും ത്രികോണം BCD യുടെയും കോണുകൾ തുല്യമാണ്. BC = 1 യൂണിറ്റ്. AC = AB = x എന്ന് എടുത്താൽ.



$$\frac{x\ \ 1}{1} = \frac{1}{x} \quad (1)$$

$$x = 1 + \frac{1}{x} \quad (1)$$

$$x = \frac{x\ \ 1}{x}$$

$$x^2 = x + 1$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \quad (1)$$

$x = \frac{1\ \ \sqrt{1\ \ (\ \ 4)}}{2} = \frac{1\ \ \sqrt{5}}{2}$ ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ല.

$x = \frac{1\ \ \sqrt{5}}{2}$ (1)

27. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

A എന്ന പട്ടണത്തിൽ നിന്നു B എന്ന പട്ടണത്തിലേക്ക് 180 കിലോമീറ്റർ ദൂരമുണ്ട്. ഒരു സൈക്കിൾ യാത്രക്കാരൻ A യിൽ നിന്നും B യിലേക്കുള്ള പകുതി ദൂരം ഒരു നിശ്ചിത വേഗത്തിലും അടുത്ത പകുതി ദൂരം അതിനെക്കാൾ മണിക്കൂറിൽ 15 കിലോമീറ്റർ കൂടിയ വേഗത്തിലുമാണ് സഞ്ചരിച്ചത്. യാത്രക്ക് 5 മണിക്കൂർ സമയമെടുത്തു. എങ്കിൽ ഓരോ പകുതിയിലും യാത്രയുടെ വേഗത കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

$$\frac{90}{x} + \frac{90}{x \quad 15} = 5 \qquad (1)$$

$$90x + 1350 + 90x = 5x^2 + 75x$$

$$5x^2 - 105x - 1350 = 0 \qquad (1)$$

$$x^2 - 21x - 270 = 0$$

$$= \frac{21 \quad \sqrt{(\ 21)^2 \quad 4 \quad 1 \quad\quad 270}}{2 \quad 1} \qquad (1)$$

$$= \frac{21 \quad \sqrt{1521}}{2}$$

$$= \frac{21 \quad 39}{2} \text{ ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ല.} \qquad (1)$$

$$x = \frac{60}{2} = 30$$

ആദ്യപകുതിയിലെ വേഗത: 30 കി.മീറ്റർ/മണിക്കൂർ

രണ്ടാംപകുതിയിലെ വേഗത: 45 കി.മീറ്റർ/മണിക്കൂർ (1)

28. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാം കൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു യാത്രക്കാരൻ അയാളുടെ യാത്രയുടെ പകുതിദൂരം ഒരേ വേഗത്തിലും അടുത്ത പകുതി ദൂരം ആദ്യവേഗത്തെക്കാൾ മണിക്കൂറിൽ 15 കിലോമീറ്റർ കൂടിയ വേഗത്തിലുമാണ് സഞ്ചരിച്ചത്. യാത്രയുടെ ശരാശരി വേഗം മണിക്കൂറിൽ 36 കിലോമീറ്റർ ആയിരുന്നു. ഓരോ പകുതിയിലേയും യാത്രയുടെ വേഗം എന്തായിരുന്നു.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x \quad 15} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} \qquad (1)$$

$$(2x + 15) \times 18 = x^2 + 15x$$

$$x^2 + 15x - 36x - 270 = 0 \qquad (1)$$

$$x = \frac{21 \quad \sqrt{441 \quad 4 \quad\quad 270}}{2 \quad 1} \qquad (1)$$

$$= \frac{21 \quad \sqrt{1521}}{2}$$

$$= \frac{21 \quad 39}{2}$$

$$x = \frac{60}{2} = 30 \qquad (1)$$

ആദ്യപകുതിയിലെ വേഗം മണിക്കൂറിൽ 30 കിലോമീറ്റർ

രണ്ടാം പകുതിയിലെ വേഗം മണിക്കൂറിൽ 45 കിലോമീറ്റർ (1)

29. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ വില 2 രൂപ കുറച്ചിരുന്നുവെങ്കിൽ അയാൾക്ക് 360 രൂപ ഉപയോഗിച്ച് കളിപ്പാട്ടം 2 എണ്ണം കൂടുതൽ വാങ്ങാമായിരുന്നു. കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ വില എന്ത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ വില $= x$ എന്നെടുത്താൽ

360 രൂപയ്ക്കുവാങ്ങുന്ന കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ എണ്ണം $= \frac{360}{x}$ (1)

വില 2 രൂപ കുറച്ചാൽ

360 രൂപയ്ക്കുവാങ്ങുന്ന കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ എണ്ണം $= \frac{360}{x\ \ 2}$ (1)

വ്യത്യാസം: $\frac{360}{x\ \ 2} - \frac{360}{x} = 2$

$360x - 360x + 720 = 2x^2 - 4x$

$2x^2 - 4x = 720$

$x^2 - 2x = 360$ (1)

$x^2 - 2x + 1 = 361$

$(x^2 - 1)^2 = 361$

$x - 1 = 19$ (1)

$x = 20$

കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ വില: 20 രൂപ. (1)

30. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

രാജുവിന് ഒരു ജോലി ചെയ്യാനെടുക്കുന്ന ദിവസത്തെക്കാൾ 16 ദിവസം കൂടുതൽ വേണം രവിക്ക് ആ ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ. രണ്ടുപേരും ഒരുമിച്ച് ആ ജോലി ചെയ്യുകയാണെങ്കിൽ 15 ദിവസം കൊണ്ട് തീരും. രാജുവിന് തനിച്ച് ആ ജോലി തീർക്കാൻ എത്ര ദിവസം വേണം?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

രാജുവിന് ജോലിചെയ്യാൻ വേണ്ട ദിവസം $= x$ (1)

രവിക്ക് ജോലിചെയ്യാൻ വേണ്ട ദിവസം $= x + 16$

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{x\ \ 16} = \frac{1}{15}$ (1)

$(2x + 16) \times 15 = x^2 + 16x$

$x^2 + 16 - 30x = 240$ (1)

$x^2 - 14x = 240$

$x^2 - 14x + 49 = 269$ (1)

$(x^2 - 7)^2 = 269$ (1)

$x - 7 = 17$

$x = 17 + 7 = 24$

രാജുവിന് ജോലി തീർക്കാൻ വേണ്ട ദിവസം = 24

31. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

A,B എന്നീ രണ്ട് കാറുകളിൽ ഒരു ലിറ്റർ പെട്രോൾ ഉപയോഗിച്ച് A എന്ന കാർ സഞ്ചരിക്കുന്നതിനെക്കാൾ 5 കിലോമീറ്റർ കൂടുതൽ സഞ്ചരിക്കും B എന്ന കാർ. 400 കിലോമീറ്റർ സഞ്ചരിക്കാൻ A എന്ന കാർ ഉപയോഗിച്ച പെട്രോളിന്റെ അളവിനെക്കാൾ 4 ലിറ്റർ കുറവാണ് B എന്ന കാർ ഉപയോഗിച്ചത്. A എന്ന കാർ ഒരു ലിറ്റർ കൊണ്ട് സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ഒരു ലിറ്റർ പെട്രോൾ ഉപയോഗിച്ച് A എന്ന കാർ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം= x

B എന്ന കാർ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം= $x+5$

$$\frac{400}{x}-\frac{400}{x+5}=4$$ (1)

$$400x \quad 2000 \quad 400x \quad 4x^2 \quad 20x$$

$$4x^2+20x=2000$$

$$x^2+5x=500$$ (1)

$$x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=500+\frac{25}{4}$$

$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{2025}{4}$$ (1)

$$x+\frac{5}{2}=\frac{45}{2}$$

$$x=\frac{45-5}{2}=20$$ (1)

ഒരു ലിറ്റർ പെട്രോൾ ഉപയോഗിച്ച് A എന്ന

കാർ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം = 20 കിലോമീറ്റർ (1)

32. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന രീതി പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.

ഒരു നിശ്ചിത ചുറ്റളവും പരപ്പളവുമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുമ്പോൾ ചുറ്റളവ് 50 സെന്റിമീറ്റർ എന്നതിന് പകരം 52 സെന്റിമീറ്റർ എന്നാണെടുത്തത്. അപ്പോൾ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 18 സെന്റിമീറ്റർ എന്ന് കിട്ടി. എങ്കിൽ യഥാർത്ഥ ചതുരത്തിന്റെ നീളം എത്രയായിരുന്നു.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിട്ട്)

(1)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ചുറ്റളവ് = 52

നീളം + വീതി = 26

വശങ്ങൾ: 18, 26 − 18 = 8 (1)

പരപ്പളവ്: 18 × 8 = 144 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ

ചുറ്റളവ് = 50

നീളം + വീതി = 25

നീളം $= x$, വീതി $= 25 - x$ (1)

പരപ്പളവ്: $x(25 - x) = 144$

$x^2 \quad 25x \quad 144 \quad 0$

$x = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \times 144}}{2 \times 1}$ (1)

$= \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{2}$

$= \frac{25 \pm \sqrt{49}}{2}$ (1)

$= \frac{25 \pm 7}{2}$

$x = \frac{25 \pm 7}{2} = 16$ അല്ലെങ്കിൽ $\frac{25 - 7}{2} = \frac{18}{2} = 9$

വശങ്ങൾ: 16 സെന്റിമീറ്റർ, 9 സെന്റിമീറ്റർ

33. പഠനനേട്ടം

- ബഹുപദങ്ങളും രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

$x^2 - 2x + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ x ആയി ഏത് സംഖ്യ എടുത്താലും കിട്ടുന്ന സംഖ്യ 5 നെക്കാൾ കുറയില്ല എന്ന് സമർഥിക്കുക. ഏത് സംഖ്യ x ആയി എടുത്താലാണ് 5 തന്നെ കിട്ടുക?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 5 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

$p(x) = x^2 - 2x + 6$

$= x^2 - 2x + 1 + 5$

$= (x-1)^2 + 5$ (1)

$(x-1)^2$ വർഗമായതിനാൽ $(x-1)^2$ ആവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ = 0 (1)

$\therefore$ $x^2 - 2x + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ x ആയി ഏത് സംഖ്യ എടുത്താലും കിട്ടുന്ന സംഖ്യ 5 നെക്കാൾ കുറയില്ല. (1)

$x = 1, (x-1)^2 = 0, (x-1)^2 + 5 = 5$ (1)

34. പഠനനേട്ടം

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുന്ന രീതി മറ്റു പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു ടാങ്കിൽ വെള്ളം നിറയ്ക്കാൻ ഒരു വലിയ കുഴലും പുറത്തേക്ക് ഒഴുക്കികളയാൻ ഒരു ചെറിയ കുഴലുമുണ്ട്. ചെറിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് പുറത്തേക്ക് ഒഴുക്കികളയാൻ എടുക്കുന്ന സമയത്തെക്കാൾ 1 മിനിറ്റ് സമയം കുറച്ചു മതി വലിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് ടാങ്ക് നിറയ്ക്കാൻ. ഈ രണ്ട് കുഴലും ഒരുമിച്ച് ഉപയോഗിച്ചാൽ 56 മിനിറ്റ് കൊണ്ട് ടാങ്ക് നിറയും. വലിയ കുഴൽ മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ടാങ്ക് നിറയാനെടുക്കുന്ന സമയം കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ചെറിയ കുഴൽ ഉപയോഗിച്ച് വെള്ളം പുറത്തേക്ക് ഒഴുക്കികളയാൻ വേണ്ട സമയം $= x$ എങ്കിൽ

വലിയ കുഴൽ ഉപോഗിച്ച് വെള്ളം നിറക്കാൻ വേണ്ട സമയം $= x-1$ (1)

രണ്ട് കുഴലും ഒരുമിച്ച് ഉപയോഗിച്ചാൽ

$$= \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{56}$$ (1)

$$(x-x+1)\times 56 = x^2 - x$$

$$x^2 - x - 56 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4\times -56}}{2}$$ (1)

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1+224}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm 15}{2}$$ ന്യൂനസംഖ്യയാവില്ല

$$x = \frac{1 \pm 15}{2} = 8$$ മിനിട്ട്

വലിയ കുഴൽ മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ടാങ്ക് നിറയാനെടുക്കുന്ന സമയം = 7 മിനിട്ട്.

35. **പഠനനേട്ടം**

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം കാണുന്ന രീതി പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം പകർത്തി എഴുതിയപ്പോൾ x ഇല്ലാത്ത സംഖ്യ 30 ന് പകരം −30 എന്നെഴുതിപ്പോയി പരിഹാരമായി കിട്ടിയത് 15, −2. ശരിയായ പ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരം എന്തൊക്കെയാണ്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിട്ട്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

$ax^2 + bx - 30 = 0$

$x = 15,\quad 225a + 15b - 30 = 0 \qquad 15a + b = 2$ (1) (1)

$x = -2 \quad 4a - 2b - 30 = 0 \qquad 2a - b = 15$ (2) (1)

$(1) + (2) \rightarrow 17a = 17,\quad a = 1$

$$2\times 1-b=15 \quad b=-13$$ (1)

സമവാക്യം = $x^2-13x-30=0$

ശരിയായ സമവാക്യം = $x=\frac{13\pm\sqrt{169-120}}{2}$ (1)

$$x=\frac{13\pm 7}{2}$$

$x=\frac{13+7}{2}=10$ അല്ലെങ്കിൽ $\frac{13-7}{2}=3$ (1)

ശരിയായ പ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരം 10 അല്ലെങ്കിൽ 3

5

ത്രികോണമിതി

1. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

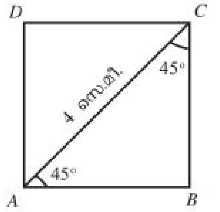
❓ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിന് 4 സെന്റിമീറ്റർ നീളം ഉണ്ട്. അതിന്റെ ചുറ്റളവും, പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ΔABC യുടെ കോണുകൾ 45°, 45°, 90° ആണ്.

45^0		45^0		90^0
1	:	1	:	$\sqrt{2}$
↓		↓		↓
$2\sqrt{2}$		$2\sqrt{2}$		4



(1)

ഒരുവശം $= 2\sqrt{2}$ സെ.മി

ചുറ്റളവ് $= 4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ സെ.മീ. (1)

പരപ്പളവ് $= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$ ച.സെ.മീ. (1)

2. പഠനനേട്ടം

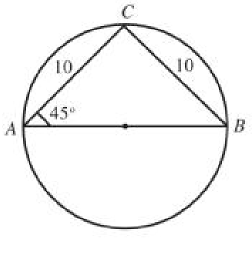
ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

❓ AB വ്യാസമായ വൃത്തത്തിലെ തുല്യനീളമുള്ള രണ്ടു ഞാണുകളാണ് AC, BC. ഞാണുകളുടെ നീളം 10 സെന്റിമീറ്റർ ആയാൽ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

45^0		45^0		90^0
1	:	1	:	$\sqrt{2}$
↓		↓		↓
10		10		$10\sqrt{2}$



വ്യാസം AB $= 10\sqrt{2}$ സെ.മി (1)

ആരം $= 5\sqrt{2}$ സെ.മി (1)

പരപ്പളവ് $= \pi r^2 = \pi \times 5\sqrt{2}^{\,2} = 50\pi$ ച സെ.മി (1)

3. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ΔABC യിൽ AB = 10 സെന്റിമീറ്റർ. AC = 8 സെന്റിമീറ്റർ, $\angle A = 45^\circ$

(a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?

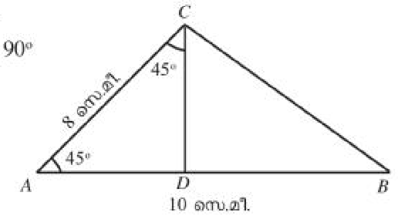
(b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

(a) AB ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

ΔADC യിൽ കോണുകൾ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$



45°		45°		90°
1	:	1	:	$\sqrt{2}$
↓		↓		↓
$4\sqrt{2}$		$4\sqrt{2}$		8

CD = AD = $4\sqrt{2}$ സെ.മീ (1)

(b) പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{2}$

= $20\sqrt{2}$ ച സെ.മീ (1)

4. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു വശം 12 സെന്റിമീറ്റർ ഒരു കോൺ 135°.

(a) സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എത്ര?

(b) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

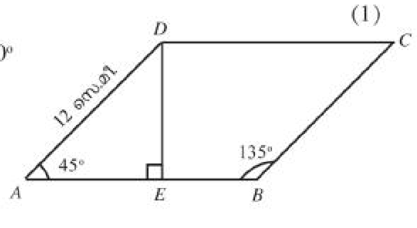
■ **ഉത്തരസൂചിക**

(a) ABCD സമഭുജസാമാന്തരികളാണ്.

AB = AD = 12 സെ.മീ., $\angle B = 135^\circ$

$\angle A = 180 - 135 = 45^\circ$ (1)

ΔADE യുടെ കോണുകൾ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$



45°		45°		90°
1	:	1	:	$\sqrt{2}$
↓		↓		↓
$6\sqrt{2}$		$6\sqrt{2}$		12

DE = $6\sqrt{2}$ സെ.മീ. (1)

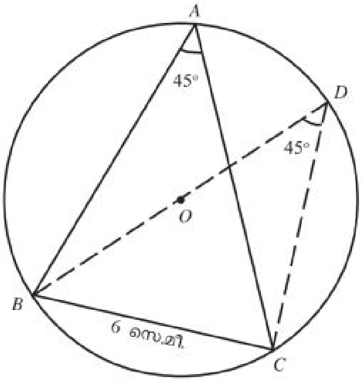
(b) സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $12 \times 6\sqrt{2}$

= $72\sqrt{2}$ ച.സെ.മീ. (1)

5. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ΔABC യിൽ $\angle A = 45^\circ$, BC = 6 സെന്റിമീറ്റർ ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം എത്ര?



(സ്കോർ: 4, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

(a) വ്യാസം BD വരച്ച് CD യോജിപ്പിക്കുക (1)

BCD യുടെ കോണുകൾ 45°, 45°, 90°

45°		45°		90°	
1	:	1	:	$\sqrt{2}$	
↓		↓		↓	
6		6		$6\sqrt{2}$	(1)

BD = $6\sqrt{2}$ സെ.മി (1)

6. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിന് 12 സെന്റിമീറ്റർ നീളം ഉണ്ട്. വികർണം ഒരു വശവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 30° ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും കണക്കാ ക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

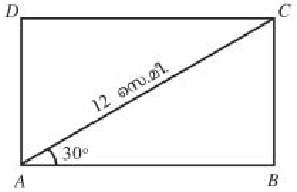
■ **ഉത്തരസൂചിക**

ABCD ഒരു ചതുരമാണ്.

AC = 12 സെ.മി., $\angle BAC = 30^\circ$

ΔABC യുടെ കോണുകൾ 30°, 60°, 90°

30°		60°		90°
1	:	$\sqrt{3}$	:	2
↓		↓		↓
6		$6\sqrt{3}$		12



$AB = 6\sqrt{3}$ സെ.മീ.

$BC = 6$ സെ.മീ.

ചുറ്റളവ് $= 2(6 + 6\sqrt{3}) = (12 + 12\sqrt{3})$ സെ.മീ. (1)

പരപ്പളവ് $= 6 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ. (1)

7. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ΔABC യിൽ $AB = 20$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle A = 30^\circ$, $AC = 12$ സെന്റിമീറ്റർ

(a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?

(b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

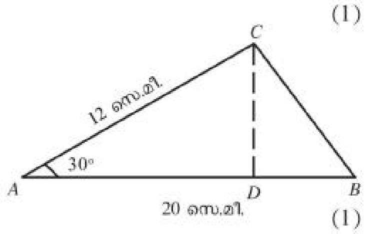
(സ്കോർ: 3, സമയം: 4 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക

(a) AB ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

ΔADC യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ (1)

30°		60°		90°
1	:	$\sqrt{3}$	:	2
↓		↓		↓
6		$6\sqrt{3}$		12



CD = 6 സെ.മി (1)

(b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60$ ച.സെ.മി. (1)

8. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ΔABC യിൽ $AB = 8$ സെന്റിമീറ്റർ, $BC = 10$ സെന്റിമീറ്റർ, $\angle B = 60^\circ$

(a) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് എത്ര?

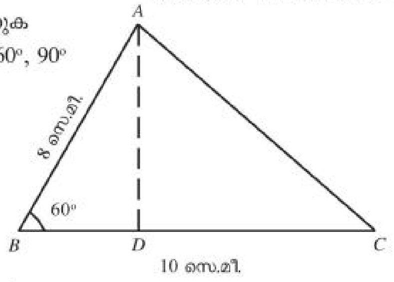
(b) AC യുടെ നീളം എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

(a) BC ക്ക് ലംബമായി AD വരയ്ക്കുക

ΔADB യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

30°		60°		90°
1	:	$\sqrt{3}$	:	2
↓		↓		↓
4		$4\sqrt{3}$		8



(1)

BD = 4 സെ.മി., $AD = 4\sqrt{3}$ സെ.മി

ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$ ച സെ.മി. (1)

(b) $BC = 10$ സെന്റിമീറ്റർ

$CD = 10 - 4 = 6$ സെന്റിമീറ്റർ (1)

ΔADC യിൽ $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$= \left(4\sqrt{3}\right)^2 + 6^2$

$= 48 + 36 = 84$

$AC = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} =$ സെന്റിമീറ്റർ (1)

9. **പഠനനേട്ടം**

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 150° യും അതിന്റെ എതിർവശം 3 സെന്റിമീറ്ററുമാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം എത്ര?

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ΔABC യിൽ

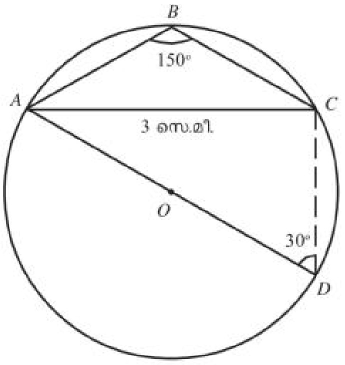
$\angle B = 150^\circ$, $AC = 3$ സെന്റിമീറ്റർ

വ്യാസം AD വരച്ച്, CD യോജിപ്പിക്കുക

$\angle ADC = 180 - 150 = 30^\circ$ (1)

$\angle ACD = 90^\circ$

ΔADC യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$



30°		60°		90°
1	:	$\sqrt{3}$	:	2
↓		↓		↓
3		$3\sqrt{3}$		6

(1)

വ്യാസം, AD = 6 സെ.മി (1)

10. **പഠനനേട്ടം**

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ΔABC യിൽ AB = 12 സെന്റിമീറ്റർ. $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$

(a) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക?

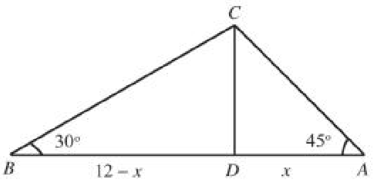
(b) $30^\circ, 45^\circ, 105^\circ$ കോണുകളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കാണുക.

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

Δ BDC യുടെ കോണുകൾ 30° , 60°, 90°

30^0	60^0	90^0
1 :	$\sqrt{3}$:	2
↓	↓	↓
x	$x\sqrt{3}$	$2x$



(1)

$$x\sqrt{3} = 12 - x$$

$$x\left(\sqrt{3}+1\right) = 12$$

$$x = \frac{12}{\sqrt{3}+1} = \frac{12\left(\sqrt{3}-1\right)}{3-1} = 6(\sqrt{3}-1)$$ (1)

പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2}\times 12\times 6\left(\sqrt{3}-1\right)$

$= 36\ \left(\sqrt{3}-1\right)$ ച.സെ.മി. (1)

(b) AD = x, BD = $\sqrt{3}\,x$, AB = $\left(\sqrt{3}+1\right)x$ സെന്റിമീറ്റർ (1)

BC = $2x$, AC = $\sqrt{2}\,x$

AC : BC : AB = $x : 2x : \left(\sqrt{3}+1\right)x$

$= \sqrt{2} : 2 : \sqrt{3} + 1$ (1)

11. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു സമഭുജസമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു വശം 10 സെ.മി.യും ഒരു കോൺ 120° യുമാണ്

(a) സമഭുജസമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക?

(b) വികർണങ്ങളുടെ നീളം കാണു ക.

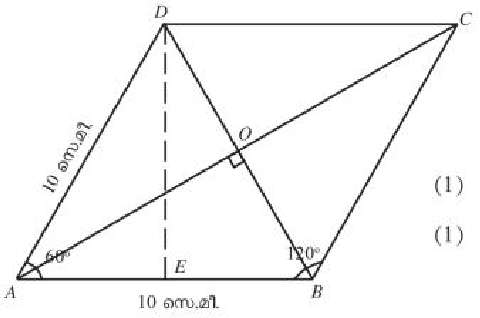
(സ്കോർ: 5, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

Δ AED യിൽ $\angle A = 60^\circ$, $\angle AED = 90^\circ$, $\angle ADE = 30^\circ$

AD = 10 സെ.മി.

30°	60°	90°
1 :	$\sqrt{3}$:	2
↓	↓	↓
5	$5\sqrt{3}$	10



(1)

AE = 5സെ.മീ., DE = $5\sqrt{3}$ സെ.മീ. (1)

(a) പരപ്പളവ് $= 10 \times 5\sqrt{3} = 50\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ. (1)

ΔAOB യുടെ കോണുകൾ $30^o, 60^o, 90^o$

30°	60°	90°
1 :	$\sqrt{3}$:	2
↓	↓	↓
5	$5\sqrt{3}$	10

(1)

OA = $5\sqrt{3}$ സെ.മി.; OB = 5 സെ.മി

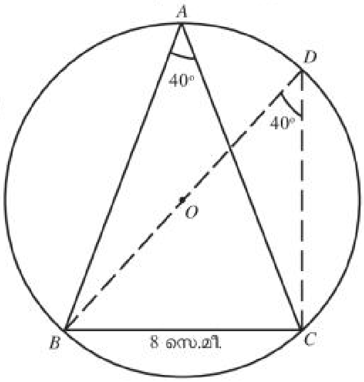
AC = $10\sqrt{3}$ സെ.മി.; BD = 10 സെ.മി (1)

12. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കോണുകളുടെ സൈൻ അളവുകൾക്ക് ആനുപാതിക മാണ്.

ΔABC യിൽ $\angle A = 40^o$, BC = 8 സെ.മീ.
ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം കണക്കാക്കുക.
[Sin 40 = 0.64]

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)



■ **ഉത്തരസൂചിക**

വ്യാസം BD വരച്ച്, CD യോജിപ്പിക്കുക.

ΔBCD യിൽ $\angle D = 40^o$ (1)

$\sin 40 = \frac{BC}{BD} = \frac{8}{BD}$ (1)

$BD = \frac{8}{\sin 40} = \frac{8}{0.64} = 12.5$ സെ.മി. (1)

13. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കോണുകളുടെ സൈൻ അളവുകൾക്ക് ആനുപാതിക മാണ്.

Δ ABC യിൽ $\angle A = 50^o$, $\angle B = 70^o$, AB = 6 സെ.മീ.

(a) ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം കണക്കാക്കുക.

(b) AC, BC എന്നിവ കണക്കാക്കുക.

[sin 60° = 0.87; sin 50° = 0.77; sin 70° = 0.94;]

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

(a) വ്യാസം AD വരച്ച്, BD യോജിപ്പിക്കുക. (1)

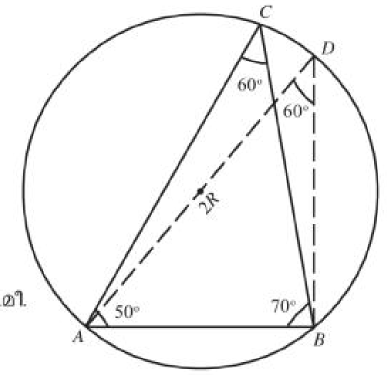
$\sin 60 = \frac{AB}{AD} = \frac{6}{AD}$ (1)

$2R = AD = \frac{6}{\sin 60} = \frac{6}{0.87} = 6.9$ (1)

$BC = 2R, \sin 50 = 6.9 \times 0.77$

$= 5.31$ സെ.മീ. (1)

$AC = 2R.\sin 70 = 6.9 \times 0.94 = 6.49$ സെ.മീ. (1)



14. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്നും മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

Δ ABC യിൽ AB = 10 സെ.മീ., AC = 6 സെ.മീ., $\angle A = 70°$

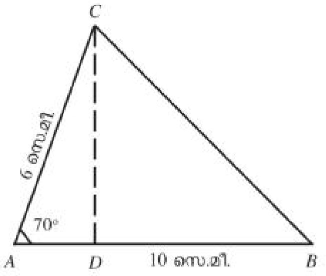
(a) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

(b) BC യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

[cos 70° = 0.34; sin 70° = 0.94]

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**



$\sin 70° = \frac{CD}{6}$

$CD = 6 \times \sin 70$

$= 6 \times 0.94 = 5.64$ സെ.മീ. (1)

$\cos 70° = \frac{AD}{6}$

$AD = 6 \times \text{Cos } 70° = 6 \times 0.34 = 2.04$ സെ.മീ. (1)

$BD = 10 - 2.04 = 7.96$ സെ.മീ. (1)

$BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{(5.64)^2 + (7.96)^2}$

$= \sqrt{31.81 + 63.36} = \sqrt{95.17}$ സെ.മീ. (1)

15. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്നും മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണ മീതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ΔABC യിൽ $\angle A = 60°$, $\angle B = 45°$, AB = 10 സെ.മീ.

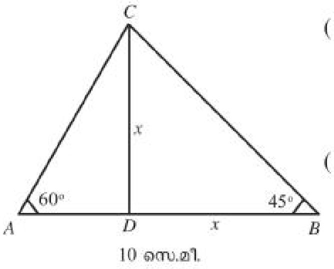
a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേയ്ക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?

(b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

(a) AB ക്ക ലംബം CD വരയ്ക്കുക



CD = x ആയാൽ BD = x; AD = $\frac{\sqrt{3}x}{3}$ (1)

$\frac{\sqrt{3}x}{3} + x = 10$

$\sqrt{3}x + 3x = 30$ (1)

$x = \frac{30}{3+\sqrt{3}} = \frac{30(3-\sqrt{3})}{6}$

$= 5(3-\sqrt{3})$ സെ.മീ. (1)

(b) പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times 10 \times 5(3-\sqrt{3})$

= $25(3-\sqrt{3})$ ച.സെ.മീ. (1)

16. പഠനനേട്ടം

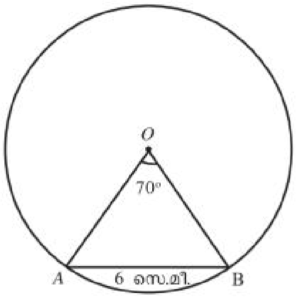
വൃത്തത്തിലെ ഞാണിന്റെ നീളവും കേന്ദ്രകോണും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സൈൻ ഉപയോഗിച്ച് പറയാമെന്ന് സമർത്ഥിക്കുന്നു.

❓ 'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ഞാണാണ് AB.

$\angle AOB = 70°$, AB = 16 സെ.മീ. വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം എത്ര?

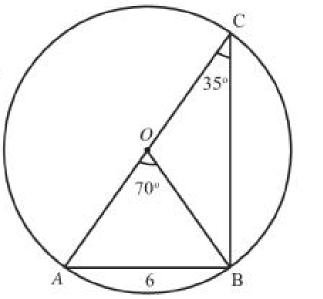
[sin 35° = 0.57]

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)



■ **ഉത്തരസൂചിക**

വ്യാസം AC വരച്ച്, BC യോജിപ്പിക്കുക.



$\sin 35° = \frac{AB}{AC}$ (1)

$AC = \frac{AB}{\sin 35} \quad \frac{6}{0.57}$ (1)

= 10.52 സെ.മീ. (1)

17. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ΔABC യിൽ $\angle A = \angle B = 30^\circ$, AB = 12 സെ.മീ.

(a) ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്ര?

(b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

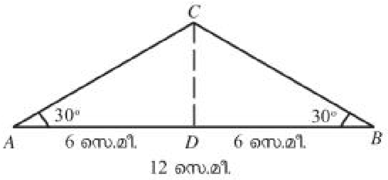
(c) $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം എന്ത്?

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ΔACD യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

30°		60°		90°
1	:	$\sqrt{3}$	:	2
↓		↓		↓
$2\sqrt{3}$		6		$4\sqrt{3}$



(1)

CD = $2\sqrt{3}$ സെ.മീ.

AC = $4\sqrt{3}$ സെ.മീ.

BC = $4\sqrt{3}$ സെ.മീ. (1)

(a) Δ ABC യുടെ ചുറ്റളവ് = $4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 12 = (12 + 8\sqrt{3})$ സെ.മീ. (1)

(b) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ 12 $2\sqrt{3}$ = $12\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ. (1)

(c) AC = BC = $4\sqrt{3}$, AB = 12 സെ.മീ.

അംശബന്ധം = $4\sqrt{3} : 4\sqrt{3} : 12 = 1 : 1 : \sqrt{3}$ (1)

18. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

Δ ABC യിൽ AB = 8 സെ.മീ., $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$

(a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?

(b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(c) $45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം എഴുതുക?

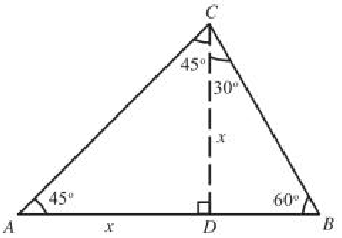
(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

AB ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക

Δ ADC യിൽ,

45°		45°		90°
1	:	1	:	$\sqrt{2}$
↓		↓		↓
x		x		$\sqrt{2}\,x$



(1)

Δ BDC യിൽ,

30°	60°	90°
1 :	$\sqrt{3}$:	2
↓	↓	↓
$\frac{x}{3}\sqrt{3}$	x	$\frac{2x}{3}\sqrt{3}$

(1)

$$AB = x + \frac{x}{3}\sqrt{3} = 8$$

$$x(3+\sqrt{3}) = 24$$

$$x = \frac{24}{3+\sqrt{3}} = 4(3-\sqrt{3})$$ (1)

Δ ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2}\times 8\times 4(3-\sqrt{3}) = 16(3-\sqrt{3})$ ച. സെ.മി. (1)

$AC = \sqrt{2}\,x$, $BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$: $AB = x + \frac{x\sqrt{3}}{3}$

$$BC : AC : AB = \frac{2\sqrt{3}}{3}x : \sqrt{2}\,x : x\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} : \sqrt{2} : 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= 2\sqrt{3} : 3\sqrt{2} : 3 + \sqrt{3}$$

$$= 2 : \sqrt{6} : \sqrt{3} + 1$$ (1)

19. പഠനനേട്ടം

വരകളുപയോഗിച്ച് കോണുകളുടെ വലുപ്പം അളക്കാനുള്ളരീതികളായി സൈൻ, കൊസൈൻ, ടാൻ എന്നിവയെ വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നു.

❓ ഒരു സമപഞ്ചഭുജത്തിന്റെ ഒരു വശം 6 സെ.മി ആയാൽ, അതിന്റെ വികർണത്തിന്റെ നീളം എത്രയായിരിക്കും? [$\sin 18^\circ = 0.31$]

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

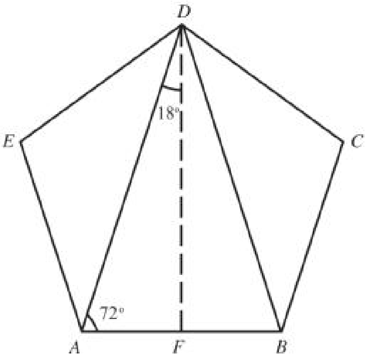
ABCDE ഒരു സമപഞ്ചഭുജമാണ്.

ΔADF ന്റെ കോണുകൾ

18°, 72°, 90° ആണ് (1)

$$\sin 18^\circ = \frac{3}{AD}$$ (1)

$$AD = \frac{3}{\sin 18} = \frac{3}{0.31} = 9.68$$ സെ.മീ. (1)



20. പഠനനേട്ടം

വരകളുപയോഗിച്ച് കോണുകളുടെ വലുപ്പം അളക്കാനുള്ളരീതികളായി സൈൻ, കൊസൈൻ, ടാൻ എന്നിവയെ വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നു.

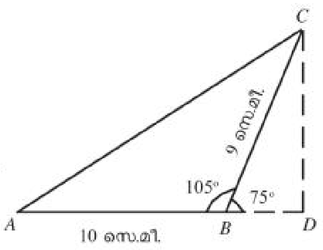
ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങൾ 9 സെ.മീ., 10 സെ.മീ എന്നിവയും അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 105° യുമാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.
[$\sin 75^\circ = 0.97$]

(സ്കോർ: 3, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ΔBDC യിൽ, $\angle CBD = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

$\sin 75^\circ = \frac{CD}{9}$ (1)



$0.97 = \frac{CD}{9}$

$CD = 0.97 \times 9 = 8.73$ സെ.മീ. (1)

പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2}$ 10 8.77

$= 43.65$ ച.സെ.മീ. (1)

21. പഠനനേട്ടം

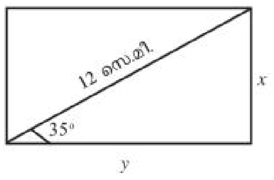
കോണുകളുടെ വലുപ്പം അളക്കാനുള്ള രീതികളായി സൈൻ, കൊസൈൻ, ടാൻ എന്നിവയെ വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നു.

ചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിന് 12 സെ.മീ. നീളമുണ്ട്. വികർണം ഒരു വശവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 35° ആണ്. ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.
[$\sin 35^\circ = 0.57, \cos 35^\circ = 0.82$]

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ചതുരത്തിന്റെ വീതി x ഉം നീളം y ഉം ആയാൽ



$\sin 35^\circ = \frac{x}{12}$

$x = 12 \times \sin 35 = 12 \times 0.57 = 6.84$ സെ.മീ. (1)

$\cos 35^\circ = \frac{y}{12}$

$y = 12 \times \cos 35 = 12 \times 0.82 = 9.84$ സെ.മീ. (1)

ചുറ്റളവ് $= 2(6.84 + 9.84) = 2 \times 16.68 = 33.36$ സെ.മീ. (1)

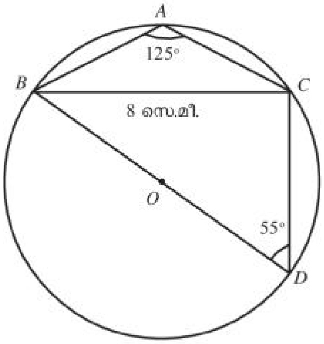
22. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കോണുകളുടെ സൈൻ അളവുകൾക്ക് ആനുപാതികമാണെന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നു.

ΔABC യിൽ $\angle A = 125^\circ$, BC = 8 സെ.മീ.
ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തവ്യാസം കണക്കാക്കുക. [sin 55 = .82]

(സ്കോർ: 3, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക



വ്യാസം BD വരച്ച് CD യോജിപ്പിക്കുക (1)

ΔBCD യിൽ $\sin 55^\circ = \dfrac{BC}{BD}$ (1)

$BD = \dfrac{BC}{\sin 55^\circ} = \dfrac{8}{0.82} = 9.76$ സെ.മീ. (1)

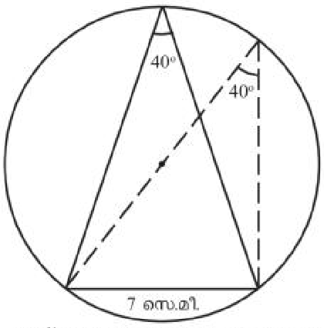
23. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കോണുകളുടെ സൈൻ അളവുകൾക്ക് ആനുപാതികമാണെന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നു.

10 സെ.മീ. വ്യാസമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു കട്ടികടലാസിൽ നിന്നും ഒരു കോൺ 40° യും അതിന്റെ എതിർവശം 7 സെന്റിമീറ്ററുമായ ഒരു ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ സാധ്യമാണോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക. [$\sin 40^\circ = 0.64$]

(സ്കോർ: 4, സമയം: 7 മിനിറ്റ്)

■ ഉത്തരസൂചിക



ഒരു കോൺ 40° യും എതിർവശം 7 സെ.മീ. ആയ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം $= \dfrac{7}{\sin 40}$ (1)

(1)

$= \dfrac{7}{0.64} = 10.93$ സെ.മീ. (1)

കട്ടികടലാസിന്റെ വ്യാസം 10 സെ.മീ. ആണ്. ഇത് 10.93 സെന്റിമീറ്ററിനേക്കാൾ കുറവാണ്. ത്രികോണം മുറിച്ചെടുക്കാൻ സാധ്യമല്ല. (1)

24. പഠനനേട്ടം

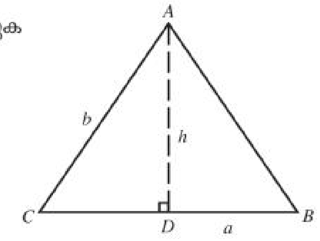
ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

വശങ്ങൾ a, b എന്നിവയും അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ C യുമായ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

(സ്കോർ: 2, സമയം: 3 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ΔABC യിൽ, BC ക്ക് ലംബം AD വരയ്ക്കുക



$$\sin C = \frac{h}{b} \quad (1)$$

$$h = b \sin C$$

$$\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} ah$$

$$= \frac{1}{2} ab \sin C \quad (1)$$

25. **പഠനനേട്ടം**

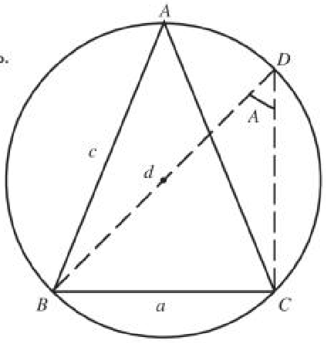
ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കോണുകളുടെ സൈൻ അളവുകൾക്ക് ആനുപാതിക മാണ്.

❓ പരിവൃത്തവ്യാസം d ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ A, B, C എന്നിവയായാൽ, ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 3, സമയം: 5 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

വ്യാസം BD വരച്ച് CD യോജിപ്പിക്കുക.



$\angle BDC = A;\ BC = a$

$\sin A = \frac{a}{BD} = \frac{a}{d}$

$a = d \sin A$ (1)

അതുപോലെ $b = d \sin B^o$ (1)

$c = d \sin C^o$ എന്നുകിട്ടും

26. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

❓ ഒരു സമപാർശ്വലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങൾ 10 സെ.മി., 6 സെ.മീ. എന്നിവയും ഒരു പാർശ്വവശം 8 സെന്റിമീറ്ററും ആണ്. ഒരു കോൺ 110° ആയാൽ

(a) സമാന്തരവശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?

(b) സമപാർശ്വ ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

[sin 70 = 0.94]

(സ്കോർ: 3, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

സമപാർശ്വലംബകം ABCD യിൽ

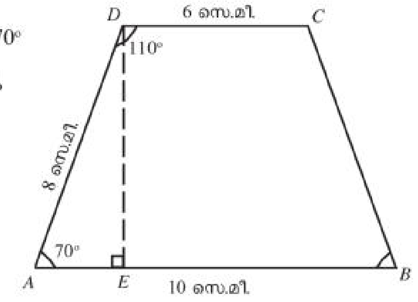
$AB = 10$ സെ.മീ.

$CD = 6$ സെ.മീ.

$AD = 8$ സെ.മീ.

$\angle ADC = 110^\circ$, $\angle A = 180 - 110 = 70^\circ$

AB ക്ക് ലംബമായി DE വരയ്ക്കുക



$\sin 70^\circ = \frac{DE}{8}$ (1)

$0.94 = \frac{DE}{8}$

$DE = 0.94 \times 8 = 7.52$ സെ.മീ. (1)

ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times DE \times (AB + CD)$

$= \frac{1}{2} \times 7.52\ (10 + 6)$

$= 60.16$ ച.സെ.മീ. (1)

27. പഠനനേട്ടം

ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ΔABC യിൽ $AB = 8$ സെ.മീ., $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 70^\circ$

(a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?

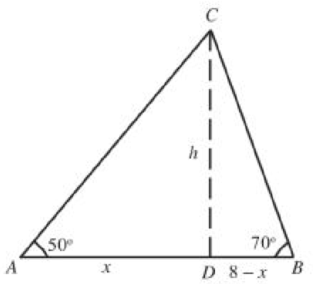
(b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

[$\tan 50^\circ = 1.2$, $\tan 70^\circ = 2.75$]

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

AB ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക



$\tan 50^\circ = \frac{h}{x}$ (1)

$h = x \tan 50^\circ$

$\tan 70^\circ = \frac{h}{8 - x}$

$h = (8 - x) \tan 70^\circ$

$x \tan 50^\circ = (8 - x) \tan 70^\circ$ (1)

$x \tan 50^\circ = 8 \times \tan 70^\circ - x \tan 70^\circ$ (1)

$x \tan 50 + x \tan 70^\circ = 8 \times \tan 70^\circ$

$x = \frac{8 \quad \tan 70^\circ}{\tan 50^\circ \quad \tan 70^\circ}$ (1)

$h = x \tan 50^\circ$

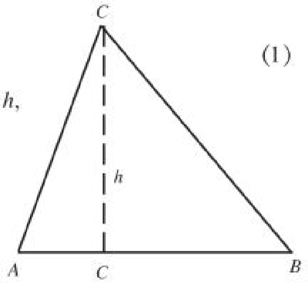
$$= \frac{8 \quad \tan 70^o \quad \tan 50^o}{\tan 50^o \quad \tan 70^o}$$

$$= \frac{8 \quad 2.75 \quad 1.2}{2.75 \quad 1.2}$$

= 6.68 സെ.മീ. (1)

പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times 8 \times 6.68$

= 26.72 ച.സെ.മീ. (1)



ΔABC യിൽ C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ഉയരം h,

$$h = \frac{c.\tan A \quad \tan B}{\tan A + \tan B}$$

$$\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2}ch = \frac{1}{2}c^2 \frac{\tan A.\tan B}{\tan A + \tan B}$$

28. പഠനനേട്ടം

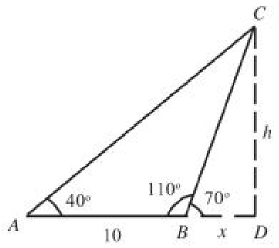
ത്രികോണത്തിന്റെ ചില അളവുകളിൽ നിന്ന് മറ്റു ചില അളവുകൾ കണക്കാക്കാൻ ത്രികോണമിതി അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

? ΔABC യിൽ AB = 10 സെ.മീ., $\angle$A = 40°, $\angle$B = 110° ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. [tan 40° = 0.84, tan 70° = 2.75]

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ΔBDC യിൽ, $\angle$CBD = 70°



$$\tan 70^o = \frac{h}{x}$$ (1)

$$h = x \tan 70$$

$$\tan 40^o = \frac{h}{10+x}$$

$$h = (10 + x) \tan 40^o$$

$$x \tan 70^o = (10 + x) \tan 40^o$$

$$x (\tan 70^o - \tan 40^o) = 10 \tan 40^o$$ (1)

$$x = \frac{10 \tan 40^o}{\tan 70^o \quad \tan 40^o}$$ (1)

$$h = x \tan 70^o$$

$$= \frac{10 \tan 40^o \tan 70^o}{\tan 70^o \quad \tan 40^o}$$ (1)

$$\text{പരപ്പളവ്} = \frac{1}{2} \times 10 \times h$$

$$= \frac{1}{2} \quad 10 \quad \frac{10 \tan 40^o \tan 70^o}{\tan 70^o \quad \tan 40^o}$$

$$= \frac{1}{2} \quad \frac{100 \quad 0.84 \quad 2.75}{2.75 \quad 0.84}$$ = 60.47 ച.സെ.മീ. (1)

29. പഠനനേട്ടം

നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

സൂര്യനെ 40° മേൽ കോണിൽ കാണുന്ന സമയത്ത് ഒരു കൊടിമരത്തിന്റെ നിഴലിന് 15 മീറ്റർ നീളം ഉണ്ട്.

(a) കൊടിമരത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

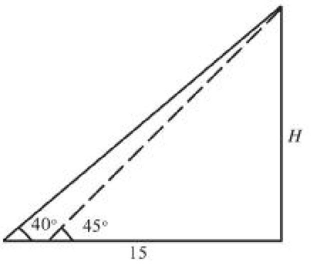
(b) സൂര്യനെ 45° മേൽ കോണിൽ കാണുമ്പോൾ കൊടിമരത്തിന്റെ നിഴലിന് എത്ര നീളം കാണും?

[tan 40° = 0.84; sin 40° = 0.64]

(സ്കോർ: 4, സമയം: 6 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

കൊടി മരത്തിന്റെ ഉയരം H ആയാൽ



$\tan 40^\circ = \frac{H}{15}$ (1)

$H = 15 \times \tan 40^\circ$

$= 15 \times 0.84 = 12.60$ മീറ്റർ (1)

മേൽകോൺ 45° ആകുമ്പോൾ നിഴലിന്റെ നീളം = H = 12.6 മീറ്റർ (1)

30. പഠനനേട്ടം

നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന രണ്ടു കെട്ടിടങ്ങൾക്കിടയിൽ 20 മീറ്റർ അകലം ഉണ്ട്. ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് 50° കീഴ്ക്കോണിലും, വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം 25° മേൽകോണിലും കാണുന്നു.

(a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.

(b) ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

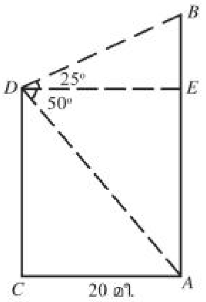
(c) വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

[tan 50 = 1.2, tan 25 = 0.4]

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ΔADE യിൽ (1)



$\tan 50^\circ = \frac{AE}{DE}$ (1)

$AE = 20 \times \tan 50^\circ$

$= 20 \times 1.2 = 24$ മീറ്റർ (1)

ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം = 24 മീറ്റർ

ΔBED യിൽ

$$\tan 25^o = \frac{BE}{20}$$

$$BE = 20^o \times \tan 25^o$$

$$= 20 \times 0.47 = 9.4 \text{ മീറ്റർ} \quad (1)$$

വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം $= 24 + 9.4$

$= 33.4$ മീറ്റർ (1)

31. പഠനനേട്ടം

നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

❓ പുഴയുടെ തീരത്തുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ അഗ്രം മറുതീരത്ത് നിന്ന് ഒരാൾ 70° മേൽ കോണിൽ കാണുന്നു. അയാൾ 20 മീറ്റർ കൂടി പുറകിലോട്ട് നീങ്ങി നോക്കിയപ്പോൾ മരത്തിന്റെ അഗ്രം 55° മേൽകോണിലാണ് കാണുന്നത്. ആളുടെ ഉയരം 1.4 മീറ്റർ ആണ്.

(a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.

(b) മരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

(c) പുഴയുടെ വീതി കണക്കാക്കുക

[$\tan 70^o = 2.75$; $\tan 55^o = 1.43$]

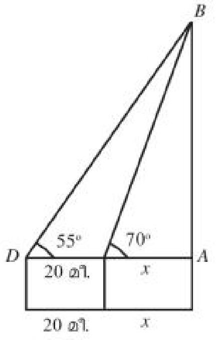
(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ΔABC യിൽ

$$\tan 70^o = \frac{AB}{x}$$

$$AB = x \tan 70^o \quad (1)$$



ΔABD യിൽ

$$\tan 55^o = \frac{AB}{x \;\; 20}$$

$$AB = (x + 20) \tan 55^o$$

$$x \tan 70^o = (x + 20) \tan 55^o \quad (1)$$

$$x \tan 70^o = x \tan 55^o + 20 \tan 55^o$$

$$x (\tan 70^o - \tan 55^o) = 20 \tan 55^o$$

$$x = \frac{20 \quad \tan 55^o}{\tan 75^o \quad \tan 55^o}$$

$$= \frac{20 \quad 1.43}{2.75 \quad 1.43} = \frac{28.6}{1.32} = 21.67 \quad (1)$$

$AB = x \tan 70 = 21.67 \times 2.75 = 59.59$ മീറ്റർ

മരത്തിന്റെ ഉയരം $= 59.59 + 1.4 = 60.99$ മീറ്റർ

പുഴയുടെ വീതി $= 21.67$ മീറ്റർ (1)

32. **പഠനനേട്ടം**

നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

80 മീറ്റർ വീതിയുള്ള ഒരു പുഴയിൽ ഒരു ടവർ കുത്തനെ സ്ഥാപിച്ചിരിക്കുന്നു. പുഴയുടെ ഇരു തീരങ്ങളിൽ നിന്നും ടവറിന്റെ അഗ്രം 55°, 65° മേൽകോണുകളിലാണ് കാണുന്നത്.

(a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.

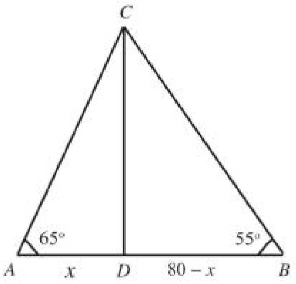
(b) ജലനിരപ്പിൽ നിന്നും ടവറിന്റെ മുകളറ്റത്തേക്ക് എത്ര ഉയരം കാണും?

(c) ടവറിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും ഓരോ തീരത്തേക്കും എത്ര ദൂരം കാണും?

[tan 55° = 1.43; tan 65° = 2.14]

(സ്കോർ: 5, സമയം: 9 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**



ചിത്ര ത്തിൽ നിന്നും

$CD = x \tan 65^\circ$

$CD = (80 - x) \tan 55^\circ$

$x \tan 65^\circ = (80 - x) \tan 55^\circ$

$x \tan 65^\circ + x \tan 55^\circ = 80 \tan 55^\circ$ (1)

$$x = \frac{80 \tan 55^\circ}{\tan 65^\circ \quad \tan 55^\circ}$$

$$= \frac{80 \quad 1.43}{2.14 \quad 1.43} = \frac{114.4}{3.57} = 32$$ മീറ്റർ (1)

$CD = x \tan 65^\circ$

$= 32 \times 2.14$

$= 68.48$ മീറ്റർ (1)

ടവറിന്റെ ഉയരം = 68.48 മീറ്റർ (1)

ടവറിന്റെ ചുവട്ടിൽ ഒരു തീരത്തേക്കുള്ള ദൂരം, $x = 32$ മീറ്റർ

മറു തീരത്തേക്കുള്ള ദൂരം = 80 − 32 = 48 മീറ്റർ (1)

33. **പഠനനേട്ടം**

നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി ഉപയോഗിച്ച് കണക്കാക്കുന്ന രീതി വിശദീകരിക്കുന്നു.

ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും ദൂരെയുള്ള 40 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് 55° കീഴ്കോണിലും മുകളറ്റം 35° കീഴ് കോണിലും കാണുന്നു.

(a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.

(b) ഗോപുരത്തിൽ നിന്നും കെട്ടിടത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം കണക്കാക്കുക.

(c) ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക

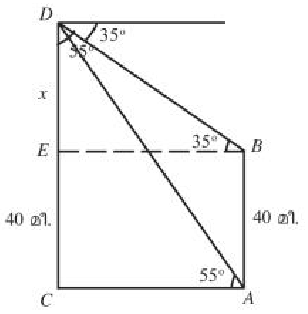
[tan 55° = 1.43; tan 35° = 0.7]

(സ്കോർ: 5, സമയം: 8 മിനിറ്റ്)

■ **ഉത്തരസൂചിക**

ഗോപുരം $\Rightarrow$ $CD = 40 + x$

കെട്ടിടം $\Rightarrow$ AB



ΔBED യിൽ

$$\tan 35^\circ = \frac{x}{BE}$$

$$BE = \frac{x}{\tan 35^\circ} \qquad (1)$$

ΔACD യിൽ

$$\tan 55^\circ = \frac{40+x}{AC}$$

$$AC = \frac{40 \quad x}{\tan 55^\circ}$$

$$BE = AC \Rightarrow \frac{x}{\tan 35^\circ} = \frac{40 \quad x}{\tan 55^\circ} \qquad (1)$$

$$x \tan 55^\circ = (40 + x) \tan 35^\circ$$

$$x (\tan 55^\circ - \tan 35^\circ) = 40 \tan 35^\circ$$

$$x = \frac{40 \quad \tan 35^\circ}{\tan 55^\circ \quad \tan 35^\circ}$$

$$= \frac{40 \times 0.7}{1.43 - 0.7}$$

$$= \frac{28}{0.73} = 3835 \qquad (1)$$

ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം $= CD = 40 + \ x$

$= 40 + 38.35 = 78.35$ മീറ്റർ (1)

കെട്ടിടത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം $= BE = \frac{x}{\tan 35^\circ} = \frac{38.35}{0.7}$

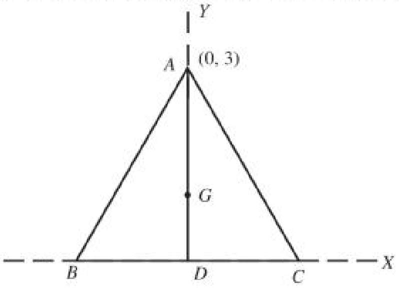
$= 54.8$ മീറ്റർ (1)

6

സൂചകസംഖ്യകൾ

1. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.



❓ ത്രികോണം ABC സമഭുജത്രികോണമാണ്. A (0, 3), AD ഉയരമാണ്. G മധ്യമ കേന്ദ്രവും D ആധാര ബിന്ദുവാണ്. B, C, D, G ഇവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 9 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- D അധാരബിന്ദു $\therefore$ സൂചകസംഖ്യ (0, 0) (1)

  G, AD യെ 2 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്നു.

  $\therefore$ G യുടെ സൂചകസംഖ്യ (0, 1) (1)

ത്രികോണം ADB 30^0, 60^0, 90^0 മട്ടത്രികോണം

$\therefore BD = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$\therefore$ B യുടെ സൂചകസംഖ്യ $(-\sqrt{3}, 0)$ (1)

$\therefore$ C യുടെ സൂചകസംഖ്യ $(\sqrt{3}, 0)$ (1)

2. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച്, രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം കണ്ടെത്തുന്നു.

❓ (4, −5) എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും 5 യൂണിറ്റ് അകലത്തിലുള്ള x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക. y അക്ഷത്തിലെയും ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യ എഴുതുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

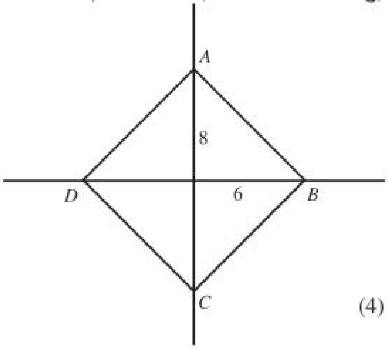
- (4, −5) ൽ നിന്നും 5 യൂണിറ്റ് അകലത്തിൽ x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു (4, 0) (1)
- (4, −5) ൽ നിന്നും 5 യൂണിറ്റ് അകലത്തിൽ y അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ = (0, −2), (0, −8) (1 + 1)

3. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

$ABCD$ സമഭുജസാമാന്തരികമാണ്. വികർണങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു ആധാരബിന്ദുവാണ്. വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 8 യൂണിറ്റും 6 യൂണിറ്റും ആണ്. മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ: 4, സമയം: 4 മിനിട്ട്)



ഉത്തര സൂചിക

- ചിത്രം ഉപയോഗിച്ച് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്നു.
  (3, 0), (−3, 0), (0, 4), (0, −4)

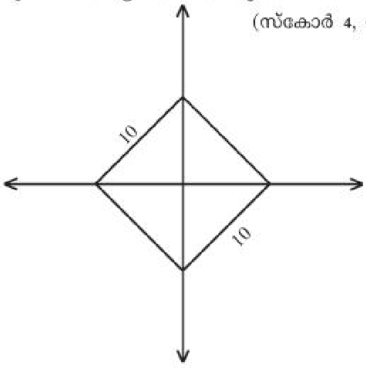
(4)

4. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

വശം 10 യൂണിറ്റ് ആയതും വികർണങ്ങൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു ആധാരബിന്ദുവുമായ സമചതുരത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 4 മിനിട്ട്)



ഉത്തര സൂചിക

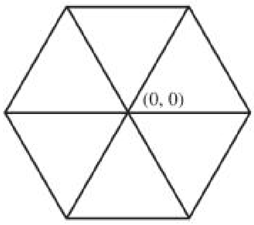
- $(0, 5\sqrt{2})$ $(0, -5\sqrt{2})$, $(5\sqrt{2}, 0)$, $(-5\sqrt{2}, 0)$

(4)

5. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

ഒരു വശം 6 യൂണിറ്റായ സമഷഡ്ഭുജം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ആധാരബിന്ദു, വികർണങ്ങളുടെ സംഗമബിന്ദു ആണ്. അതിന്റെ എല്ലാ മൂലകളുടെയും സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.



(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

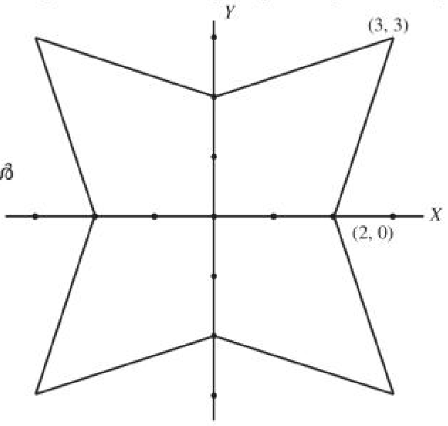
ഉത്തര സൂചിക

- (6, 0) (0, 6) (1)
- 30°, 60°, 90° മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് (4)

സൂചകസംഖ്യകൾ $(3, 3\sqrt{3})$, $(-3, 3\sqrt{3})$, $(3, -3\sqrt{3})$ $(-3, -3\sqrt{3})$ എന്നിവ കാണുന്നതിന്

6. പഠനനേട്ടം

- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.



❓ മറ്റ് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

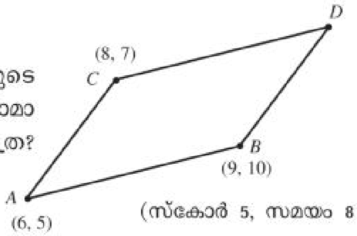
(സ്കോർ 4, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- (−2, 0) , (0, 2), (0, −2) എന്നിവ കാണുന്നതിന് (2)
- (3, −3) , (−3, −3), (−3, 3) എന്നിവ കാണുന്നതിന് (2)

7. പഠനനേട്ടം

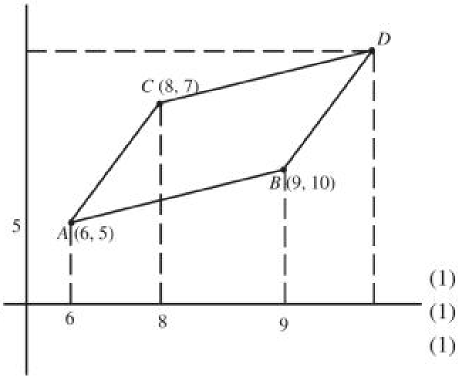
- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.



❓ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാം മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. സാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം എത്ര? വികർണങ്ങളുടെ നീളം എഴുതുക.

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക



A, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യ വ്യത്യാസം = 2

B, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യ വ്യത്യാസം = 2

D യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = 11

A, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യ വ്യത്യാസം $7 - 5 = 2$

B, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യ വ്യത്യാസം = 2 (1)

D യുടെ y സൂചകസംഖ്യ $= 10 + 2 = 12$ (1)

D യുടെ സൂചകസംഖ്യ (11, 12) (1)

$AB = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{24} = CD$

$AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = BD$ (1)

$AD = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{74}$, $BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ (1)

8. പഠനനേട്ടം

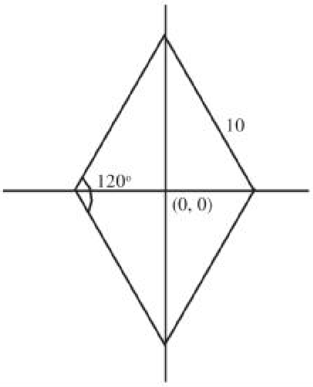
- x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് പലതരം രൂപങ്ങളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

10 യൂണിറ്റ് വശമുള്ള ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ സൂചകാക്ഷങ്ങളാണ്. ഒരു കോൺ 120° ആയാൽ മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

(സ്കോർ 4, സമയം 6 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- സമഭുജ സാമാന്തരികം രണ്ട് സമഭുജ ത്രികോണങ്ങൾ ചേർന്നതാണെന്ന് കണ്ട് 30°, 60°, 90° മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ആരം ഉപയോഗിച്ച് ഒരു വികർണം 10, രണ്ടാം വികർണം $10\sqrt{3}$ എന്നു കാണുന്നു. സൂചകസംഖ്യകൾ
  (5, 0) (–5, 0) , $(0, 5\sqrt{3})$, $(0, -5\sqrt{3})$



(4)

9. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

(–5, 8), (6, –4) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിലുള്ള x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യ ഏത്?

(സ്കോർ 4, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചകസംഖ്യകൾ 0 ആയിരിക്കും. അതിനാൽ x അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു $(x\ ,\ 0)$

$(x\ ,\ 0)$ $(-5,\ 8)$ തമ്മിലുള്ള അകലം $= \sqrt{(x\quad 5)^2\quad 8^2}$ (1)

$(x\ ,\ 0)$ $(6,\ -4)$ തമ്മിലുള്ള അകലം $= \sqrt{(x-6)^2+(-4)^2}$ (1)

$$(x + 5)^2 + 8^2 = (x - 6) + (-4)^2$$

$$x^2 + 10x + 25 + 64 = x^2 - 6x + 36 + 16 \quad (1)$$

$$16x = 36 + 16 - 25 - 64 = 52 - 89 = -37$$

$$x = \frac{37}{16}$$

സൂചകസംഖ്യ $\left(\frac{-37}{16}, 0\right)$ (1)

10. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

$A\,(4, 5)$, $B\,(4, 2)$, $C\,(8, 2)$ ഒരു മട്ടത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. അതിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക. പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

(സ്കോർ 4, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

(4, 5) (4, 2) തമ്മിലുള്ള അകലം = 5 − 2 = 3

(4, 2) (8, 2) തമ്മിലുള്ള അകലം = 8 − 4 = 4

(4, 5) (8, 2) തമ്മിലുള്ള അകലം = $\sqrt{(4 \quad 8)^2 \quad (5 \quad 2)^2}$ = $\sqrt{4^2 \quad 3^2}$ = 5 (1)

3, 4, 5 ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളാണ്. കാരണം $3^2 + 4^2 = 5^2$ (1)

പരിവൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (6, 3.5) (1)

പരിവൃത്ത ആരം = 2.5 യൂണിറ്റ് (1)

11. പഠനനേട്ടം

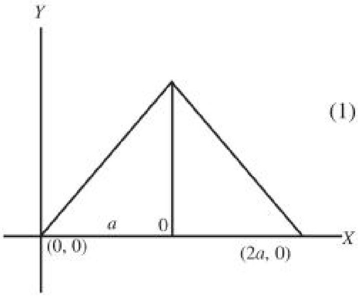
- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

? സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എല്ലാം ഒരേ സമയം ഭിന്നസംഖ്യകൾ ആകില്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ 3, സമയം 5 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

- സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം x സൂചകാക്ഷമായി കരുതുക. (1)



സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം $2a$ സെ.മീ. ആയാൽ സൂചകസംഖ്യകൾ (0, 0), $(2a, 0)$, $(0, \sqrt{3}\,a)$ എന്ന് ലഭിക്കും. ഉയരം ഒരു വശത്തിന്റെ പകുതിയുടെ $\sqrt{3}$ മടങ്ങായതിനാൽ എല്ലായ്പ്പോഴും ഒരു മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യയിൽ അഭിന്നകം ഉണ്ടാകും. (2)

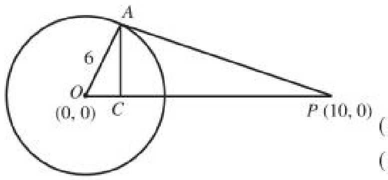
12. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

? ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായ 6 യൂണിറ്റ് ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് PA. P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (10, 0). ആയാൽ തൊടുവരകളുടെ നീളം എത്ര? A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഏവ?

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക



(0, 0), (10, 0) തമ്മിലുള്ള അകലം = 10

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = 6

∴ മൂന്നാമത്തെ വശം = $\sqrt{10^2 + 6^2}$ =

$\sqrt{100 + 36}$ = $\sqrt{64}$ = 8 (1)

$OC \times OP = r^2$ (1)

$OC = \frac{r^2}{OP} = \frac{36}{10} = 3.6$ (1)

$AC = \sqrt{6^2 + (3.6)^2} = \sqrt{36 - 12.96} = \sqrt{23.04} = 4.8$ (1)

A സൂചകസംഖ്യ (3.6, 4.8)

13. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് (12, 5). ഈ വൃത്തത്തിലെ മറ്റ് നാല് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് (12, 5)

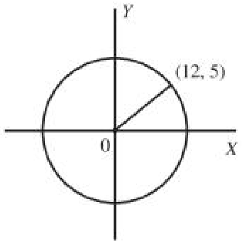
വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ

(13, 0), (0, 13), (−13, 0) (0, −13)

(12, 5) (12, −5) (−12, −5) (−12, 5)

(5, 12) (5, −12) (−5, 12) (−5, 12)



ഏതെങ്കിലും നാലെണ്ണം എഴുതിയാൽ (4)

ആരം കണ്ടുപിടിച്ചാൽ (1)

14. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുക.

(2, 3) കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് (8, 11).

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

b) വൃത്തത്തിലെ 4 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(സ്കോർ 5, സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

ആരം = (2, 3), (8, 11) തമ്മിലുള്ള അകലം

$= \sqrt{(8 \quad 2)^2 \quad (11 \quad 3)^2}$ (1)

$= \sqrt{6^2 \quad 8^2} = 10$

(2, 3) ൽ നിന്നും 10 യൂണിറ്റ് അകലത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ

(12, 3), (−8, 3), (2, 13), (2, −7) കൂടാതെ (2, 3) ൽ നിന്നും x സൂചകസംഖ്യ 6 y സൂചകസംഖ്യ 8 മാറിയാൽ കിട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കൾ

(2 + 6, 3 + 8) ; (2 + 6, 3 − 8) ; (2 − 6, 3 + 8) ; (2 − 6, 3 − 8)

$\Rightarrow$ (8, 11) ; (8, −5) ; (−4, 11) ; (−4, −5)

കൂടാതെ

(2 + 8, 3 + 6) ; (2 + 8, 3 − 6) ; (2 − 8, 3 + 6) ; (2 − 8, 3 - 6)

$\Rightarrow$ (10, 9) ; (10, −3) ; (−6, 9) ; (−6, −3)

ഏതെങ്കിലും 4 ബിന്ദുക്കൾ എഴുതിയാൽ (4)

15. പഠനനേട്ടം

- സംഖ്യാജോടികൾ ഉപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി പലതരം രൂപങ്ങൾ

നിർമിക്കുന്നു.

❓ $A\ (2, 3)$, $B\ (-2, 3)$, $C\ (-2, -3)$, $D\ (2, -3)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ സൂചകാക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് അടയാളപ്പെടുത്തുക. അവ ക്രമമായി യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന് ഉചിതമായ പേര് നൽകുക.

(സ്കോർ 4 സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നതിന്	(1)
ബിന്ദുക്കൾ കൃത്യമായി അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്	(2)
യോജിപ്പിച്ച് പേര് കണ്ടെത്തി എഴുതുന്നതിന്	(1)

16. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം കണ്ടെത്തുന്നു.

❓ $(4, 2)$, $(7, 5)$, $(9, 7)$, എന്നീ മൂന്ന് ബിന്ദുക്കളും ഒരു വരയിലാണ് എന്ന് സമർഥിക്കുക.

(സ്കോർ 4 സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$(4, 2)$, $(7, 5)$ അകലം കാണുന്നതിന്	(1)
$(7, 5)$, $(9, 7)$ അകലം കാണുന്നതിന്	(1)
$(4, 2)$, $(9, 7)$ അകലം കാണുന്നതിന്	(1)
ചെറിയ രണ്ട് അകലങ്ങളുടെ തുക വലിയ അകലമെന്ന് കണ്ടെത്തുന്നതിന്	(1)

17. പഠനനേട്ടം

- ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് അവ നിശ്ചയിക്കുന്ന ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ വിവിധ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

❓ $(2, 5)$, $(6, 5)$ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ലംബസമഭാജിയിലാണ് P. P യുടെ x സൂചകസംഖ്യയും y സൂചകസംഖ്യയും തുല്യമെങ്കിൽ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(സ്കോർ 5 സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

ഒരു വരയുടെ ലംബസമഭാജിയിലെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും അതിന്റെ രണ്ടറ്റത്തേക്കും ഒരേ അകലമായിരിക്കും എന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നതിന് (1)

P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (a, a) എന്നെടുത്താൽ (a, a), $(2, 3)$

തമ്മിലുള്ള അകലം. $= \sqrt{(a\quad 2)^2\quad (a\quad 5)^2}$ (1)

(a, a) $(6, 5)$ തമ്മിലുള്ള അകലം $= \sqrt{(a\quad 6)^2\quad (a\quad 5)^2}$ (1)

അകലം തുല്യമാണ്.

$\sqrt{(a\quad 2)^2\quad (a\quad 3)^2} = \sqrt{(a\quad 6)^2\quad (a\quad 5)^2}$

$(a-2)^2 + (a-3)^2 = (a-6)^2 + (a-5)^2$ (1)

$a^2 - 4a + 4a^2 - 6a + 9 = a^2 - 12a + 36 + a^2 - 10a + 25 - 4a - 6a + 12a + 10a$

$= 36 + 25 - 9 - 4$

$12a = 48$

$a = \frac{48}{12} = 4$

P യുടെ സൂചകസംഖ്യ (4, 4) (1)

18. പഠനനേട്ടം

- ശീർഷകങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് അവ നിശ്ചയിക്കുന്ന ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ വിവിധ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

(9, 3) , (7, −1) (1, −1) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വഴി കടന്ന് പോകുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക.

(സ്കോർ 5 സമയം 8 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (x, y) എന്നെടുത്താൽ

(9, 3) (x, y) തമ്മിലുള്ള അകലം

$\sqrt{(x\quad 9)^2\quad (y\quad 3)^2}$

(7, −1) (x, y) തമ്മിലുള്ള അകലം (1)

$\sqrt{(x\quad 7)^2\quad (y\quad 1)^2}$

എല്ലാ അകലങ്ങളും തുല്യമാണ്.

$\therefore\ \sqrt{(x\quad 7)^2\quad (y\quad 1)^2} = \sqrt{(x\quad 1)^2\quad (y\quad 1)^2}$ (1)

$(x-7)^2 = (x-1)^2$

$x^2 - 14x + 49 = x^2 - 2x + 1$

$12x + 48$

$\therefore\ x = \frac{48}{12} = 4$ (1)

$\sqrt{(x\quad 9)^2\quad (y\quad 3)^2} = \sqrt{(x\quad 1)^2\quad (y\quad 1)^2}$

$(x-9)^2 + (y-3)^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2$

$x = 4$ ആയാൽ

$(4-9)^2 + y^2 - 6y + 9 = (4-7)^2 + y^2 + 2y + 1$ (1)

$25 + y^2 - 6y + 9 = 9 + y^2 - 2y + 1$

$8y^2 = 24$

$y = \frac{24}{8} = 3$

കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യ (4, 3)

$\therefore$ ആരം (4, 3) (1, −1) തമ്മിലുള്ള അകലം

$= \sqrt{(4\quad 1)^2\quad (3\quad 1)^2} = \sqrt{3^2\quad 4^2} = 5$ (1)

19. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം കണ്ടെത്തുന്നു.

(x, y) എന്ന ബിന്ദു (7, 5), (4, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിലാണ്. $6x + 4y = 49$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സ്കോർ 4 സമയം 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

(x, y) , $(7, 5)$ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുന്നതിന്

$\sqrt{(x-7)^2+(y-5)^2}$ (1)

(x, y) , $(4, 3)$ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്നതിന്

$\sqrt{(x-4)^2+(y-3)^2}$ (1)

അകലം തുല്യമാണ്.

$(x-7)^2 + (y-5)^2 = (x-4)^2 + (y-3)^2$

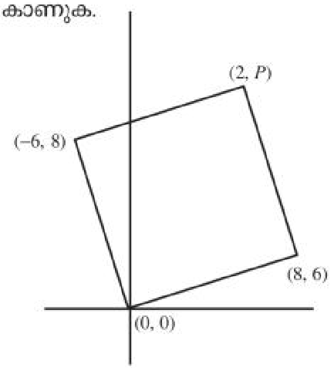
എന്നതിൽ നിന്നും

$6x + 4y = 49$ ലേക്ക് എത്തിചേരുന്നതിന് (2)

20. പഠനനേട്ടം

- സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗം കണ്ടെത്തുന്നു.

ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ തന്നിരിക്കുന്നു. നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യ $(2, P)$ ആയാൽ P യുടെ വില കാണുക. സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.



(സ്കോർ 4 സമയം 7 മിനിട്ട്)

ഉത്തര സൂചിക

$(-6, 8)$ $(2, P)$ തമ്മിലുള്ള അകലം

$= \sqrt{(-6-2)^2+(8-P)^2}$

$(8, 6)$ $(2, P)$ തമ്മിലുള്ള അകലം (1)

$= \sqrt{(8-2)^2+(6-P)^2}$

അകലം തുല്യമാണ്.

$8^2 + (8-P)^2 = 6^2 + (6-P)^2$ (1)

$64 + 64 - 16P + P^2 = 36 + 36 - 12P + P^2$

$4P = 56$

$P = \frac{56}{4} = 14$ (1)

$(0, 0)$ $(8, 6)$ തമ്മിലുള്ള അകലം

$= \sqrt{8^2 \quad 6^2} = 10$

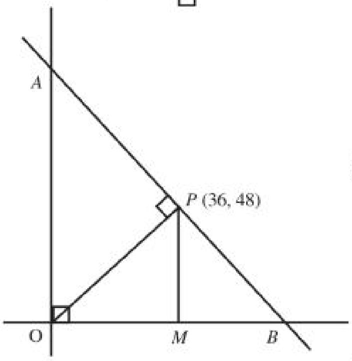
പരപ്പളവ് $= 10^2 = 100$ (1)

21. പഠനനേട്ടം

- ശീർഷങ്ങളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് അവ നിശ്ചയിക്കുന്ന ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ വിവിധ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

ചിത്രത്തിൽ *P* യുടെ സൂചകസംഖ്യ (36, 48) ആയാൽ *A, B, M* ഇവയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(സ്കോർ 4 സമയം 7 മിനിട്ട്)



ഉത്തര സൂചിക

ത്രികോണം OMP മട്ടത്രികോണം

$\therefore \quad OP = \sqrt{48^2 + 36^2} = 60$

ത്രികോണം PAO, OMP സദൃശമാണ്. (1)

$= \frac{OA}{OP} = \frac{OP}{PM} \therefore \quad OA = \frac{OP^2}{PM} = \frac{60^2}{48} = 75$

തികോണം OMP, OPB സദൃശമാണ്. 1

$= \frac{OB}{OP} = \frac{OP}{OM} \therefore OB = \frac{OP^2}{OM} = \frac{60^2}{36} = 100$ (1)

M ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (36, 0) (1)

A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (0, 75) (1)

B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (100, 0) (1)