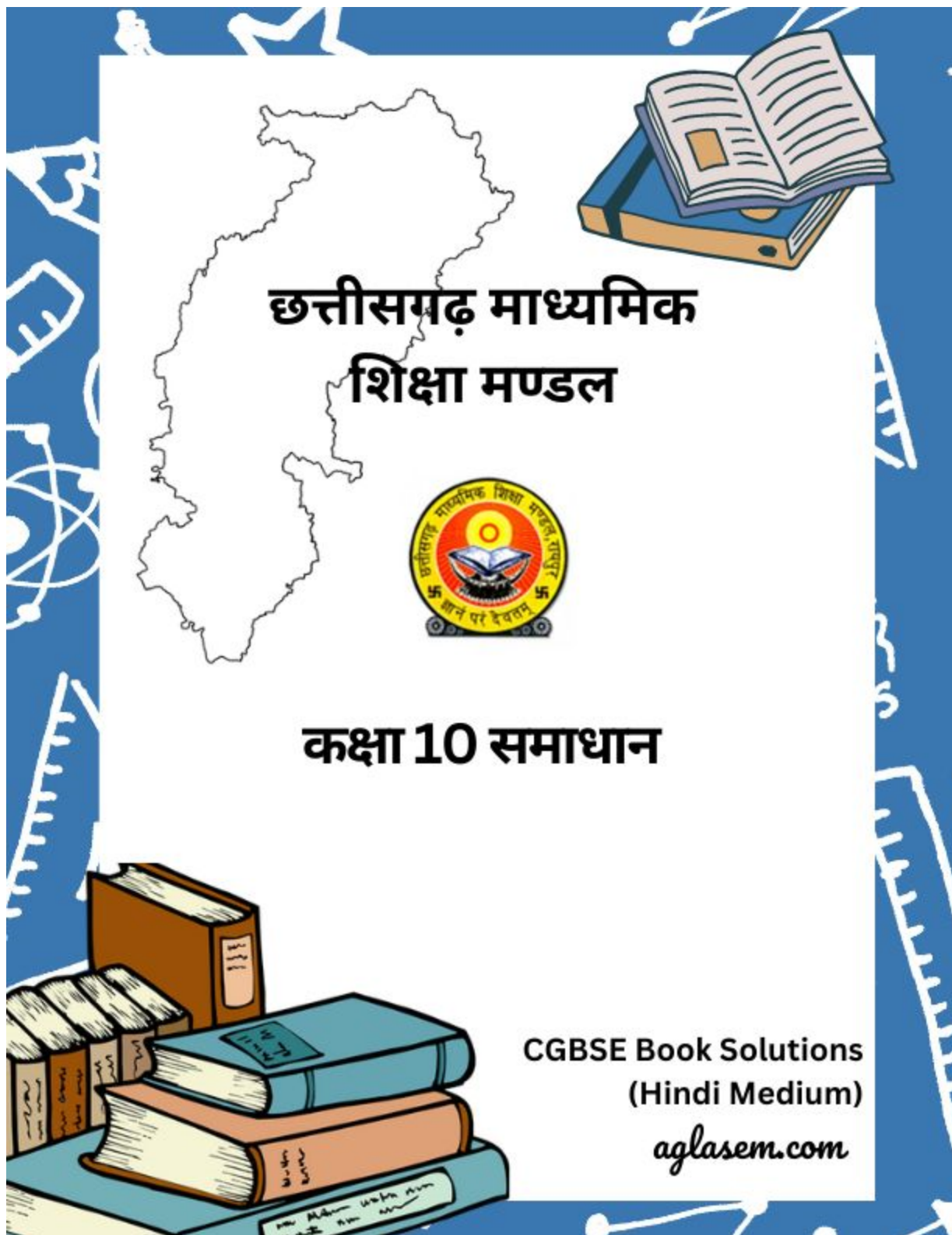


CG Board Class 10 Maths Book Solutions



CG Board Class 10 Math : Part 2 Solutions

Chapter 11

ज्यामितीय आकृतियों में समरूपता

करके देखें:-

Page No.:243

प्रश्न 1. 12 सेमी. लंबे एक रेखाखंड को 36 सेमी. लम्बा रेखाखण्ड बनाने के लिए स्केल गुणक क्या होगा ? इसी तरह 12 सेमी. के रेखाखण्ड की लम्बाई को 6 सेमी. करना हो तो स्केल गुणक क्या होना चाहिए ?

उत्तर- रेखाखण्ड की लम्बाई = 12 सेमी.

$$36 = 12 \times 3$$

∴ 36 सेमी. लम्बा बनाने के लिए स्केल गुणक 3 होगा ।

इसी तरह $6 = 12 \times \frac{1}{2}$

अतः 12 सेमी. लम्बे रेखाखण्ड को 6 सेमी. करने के लिए स्केल गुणक $\frac{1}{2}$ होगा । उत्तर

Page No.:243

सोचे एवं चर्चा करें -

प्रश्न 1. (i) आपको अपनी किताब में बने भारत के नक्शे (20 सेमी. x 20 सेमी.) को दीवार (3 मी. x 2 मी.) पर बनाना है । क्या आप स्केल गुणक 1 मी. = 12 सेमी. लेकर यह बना सकते हैं ?

(ii) यदि नहीं तो क्यों ?

(iii) स्केल गुणक अधिकतम कितना लिया जाए ताकि नक्शा 6 मी. x 4 मी. दीवार पर बनाया जा सके ?

हल - (i) नहीं ।

(ii) किताब में बना नक्शा 20 सेमी. x 20 सेमी. का है । 1 मी. = 12 सेमी. लेने पर ; चूँकि 12 20 का गुणनखण्ड नहीं है । अतः इसे वांछित स्केल गुणक में नहीं लिया जा सकता ।

(iii) दीवार का क्षेत्रफल = 6 मी. x 4 मी.

$$= 600 \text{ सेमी.} \times 400 \text{ सेमी.}$$

अब चूँकि नक्शा 20 सेमी. x 20 सेमी. का है ।

$$\therefore 20 \times 20 = 400 \text{ सेमी.}$$

अतः स्केल गुणक 20 लेने पर नक्शा 400 सेमी. x 400 सेमी. की नाप का हो जाएगा जिसे 600 सेमी. x 400 सेमी. की दीवार पर आसानी से बनाया जा सकेगा । उत्तर

Page No.:244

प्रश्न 1. खेत के नक्शे को 1 सेमी: 10 मी. स्केल किया गया है। नक्शे में खेत का माप 3 सेमी. x 4 सेमी. है। खेत का वास्तविक क्षेत्रफल वर्गमीटर में ज्ञात कीजिए?

हल: दिया है: पैमाना 1 सेमी = 10 मीटर

नक्शे में खेत की माप = 3 सेमी x 4 सेमी

∴ खेत का वास्तविक क्षेत्रफल = (3 x 10 मी.) x (4 x 10 मीटर)

$$= 30 \text{ मीटर} \times 40 \text{ मीटर}$$

$$= 30 \times 40 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 1200 \text{ वर्ग मीटर। उत्तर}$$

Page No.:244

प्रश्न 2. आपके पास 3600 वर्ग सेमी क्षेत्रफल की वर्गाकार पेंटिंग है। स्केल गुणक 0.1 लेते हुए पेंटिंग को स्केल करें। स्केलिंग करने के बाद भुजा का माप ज्ञात कीजिए ?

हल: दिया है: पेंटिंग का आकार वर्गाकार है।

और पेंटिंग का क्षेत्रफल = 3600 वर्ग सेमी

स्केल गुणक = 0.1 है।

∴ स्केल गुणक 1 से कम है अतः आकार को छोटा करना है।

∴ पेंटिंग का क्षेत्रफल = 3600 वर्ग सेमी

$$= 60 \text{ सेमी} \times 60 \text{ सेमी}$$

⇒ स्केलिंग करने पर पेंटिंग का क्षेत्रफल

$$= (60 \times 0.1 \text{ सेमी}) \times (60 \times 0.1 \text{ सेमी})$$

$$= 6.0 \text{ सेमी} \times 6.0 \text{ सेमी}$$

स्पष्ट है कि स्केलिंग के बाद आयकताकार पेंटिंग की भुजा की माप = 6 सेमी। उत्तर

Page No.:244

प्रश्न 3. किसी शहर के नक्शे में रेल्वे स्टेशन से एयरपोर्ट (हवाई अड्डा) की दूरी 3 सेमी है। यदि नक्शे का पैमाना 2 सेमी : 7 किमी है तो रेल्वे स्टेशन से एयरपोर्ट की वास्तविक दूरी किमी में क्या होगी ?

हल दिया है: रेल्वे स्टेशन से एयरपोर्ट की दूरी = 3 सेमी

∴ पैमाना : 2 सेमी = 7 किमी

∴ स्केल का गुणक = $\frac{7}{2}$ होगा।

अतः रेल्वे स्टेशन से एयरपोर्ट की दूरी

$$= 3 \times \frac{7}{2} \text{ किमी}$$

$$= \frac{21}{2} \text{ किमी} = 10.5 \text{ किमी। उत्तर}$$

सोचे एवं चर्चा करें -

Page No.:244

प्रश्न 1. क्या सभी वर्ग समरूप होते हैं?

उत्तर- हाँ क्योंकि वे समकोणीय होते हैं। (AA समरूपता)

Page No.:244

प्रश्न 2. क्या सभी वृत्त समरूप होते हैं ?

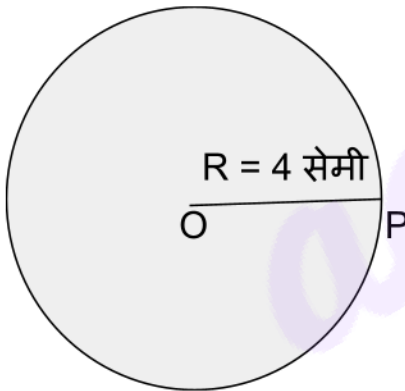
उत्तर - हाँ क्योंकि सभी वृत्तों को मात्र उनकी त्रिज्याओं को घटाकर या बढ़ाकर एक - दूसरे के बराबर किया जा सकता है।

Page No.:250

प्रश्न 1. एक वृत्ताकार मैदान की त्रिज्या 52 मीटर है। इस मैदान का नक्शा कागज पर बनाइए जिसमें पैमाना 13 मीटर : 1 सेमी हो। नक्शे में मैदान की त्रिज्या क्या होगी ?

हल:- दिया है: मैदान की त्रिज्या $r = 52$ मीटर

∴ पैमाना : 13 मीटर : 1 सेमी



$$\text{स्केल गुणक} = \frac{1}{13}$$

$$\text{अतः मैदान की त्रिज्या} = 52 \times \frac{1}{13} = 4 \text{ सेमी।} \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:250

प्रश्न 2. किसी आयत की दो आसन्न भुजाओं का माप क्रमशः 5 सेमी और 7.5 सेमी है। निम्न स्केल गुणक मानते हुए नए आयतों की भुजाओं का माप और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए-

(i) 0.8 (ii) 1.2 (iii) 1.0.

स्केल गुणक '1' मानने पर मिला आयत क्या वास्तविक आयत के सर्वांगसम है ?

हल: दिया है: आयत की आसन्न भुजाएँ
लम्बाई = 5 सेमी
चौड़ाई = 7.5 सेमी।

(i) स्केल गुणक = 0.8 लेने पर
लम्बाई = $5 \times 0.8 = 4.0$ सेमी
चौड़ाई = $7.5 \times 0.8 = 6.00$ सेमी।

(ii) स्केल गुणक = 1.2 लेने पर
लम्बाई = $5 \times 1.2 = 6.0$ सेमी
चौड़ाई = $7.5 \times 1.2 = 9.00$ सेमी।

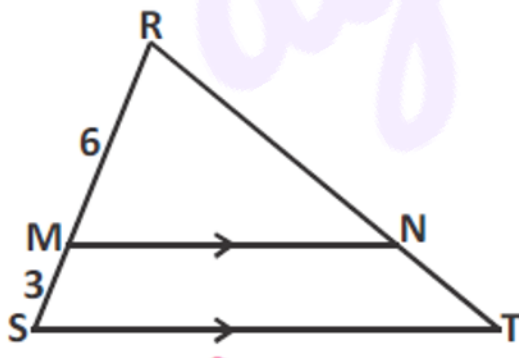
(iii) स्केल गुणक 1.0 लेने पर
लम्बाई = $5 \times 1.0 = 5$ सेमी
चौड़ाई = $7.5 \times 1.0 = 7.5$ सेमी।

स्पष्ट है कि स्केल गुणक 1.0 लेने पर लम्बाई एवं चौड़ाई का माप नहीं बदलता है।
अतः इस माप का आयत वास्तविक आयत के सर्वांगसम होगा।

Page No.:250

प्रश्न 3. आकृति में $MN \parallel ST$ तब निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए -

(i) $\frac{TN}{NR}$ (ii) $\frac{TR}{NR}$ (iii) $\frac{TN}{RT}$.



हल: दिया है: $MN \parallel ST$

$RM = 6$ $MS = 3$
 $\therefore MN \parallel ST$

$$\therefore \frac{RM}{MS} = \frac{RN}{NT}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{RN}{NT}$$

$$\therefore \frac{RN}{NT} = \frac{2}{1}$$

$$(i) \frac{NT}{RN} = \frac{1}{2} \quad \text{उत्तर}$$

$$(ii) \frac{TR}{NR} = \frac{SR}{MR}$$

$$= \frac{SM + MR}{MR} = \frac{3 + 6}{6}$$

$$= \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \quad \text{उत्तर}$$

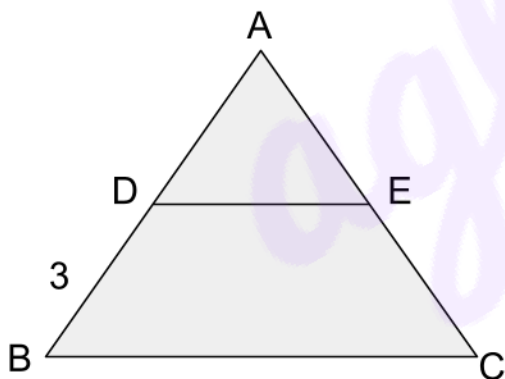
$$(iii) \frac{TN}{RT} = \frac{SM}{SR} = \frac{SM}{SM + MR}$$

$$= \frac{3}{3 + 6} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:250

प्रश्न 4. आधारभूत समानुपातिक प्रमेय (Basic proportionality theorem) का उपयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिन्दु से होकर दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

हल: दिया है: $\triangle ABC$ में बिंदु D AB का मध्य बिंदु है तथा $DE \parallel BC$



सिद्ध करना है : E AC का मध्य बिंदु है।

उपपत्ति : $\because$ बिंदु D AB का मध्य बिंदु है।

$$\therefore AD = DB$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{1}{1} \quad \dots\dots\dots(1)$$

अब $\because DE \parallel BC$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

(आधारभूत अनुपातिकता का प्रमेय से)

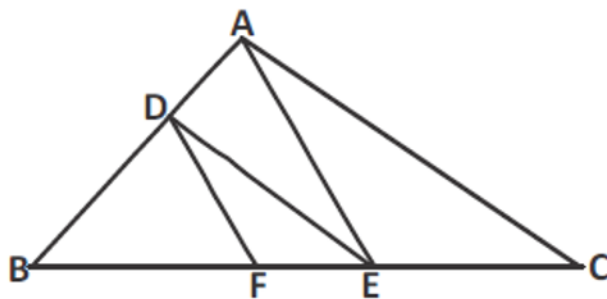
$$\Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{AE}{EC} \quad [\text{समी. 1 से}]$$

$$\Rightarrow AE = EC$$

$\therefore E$ AC का मध्य बिंदु है। सिद्ध हुआ।

Page No.:250

प्रश्न 5. आकृति में $DF \parallel AE$ और $DE \parallel AC$ है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ है।



हल: दिया है:- $\triangle ABC$ में $DF \parallel AE$ $DE \parallel AC$

सिद्ध करना है : $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$

उपपत्ति: $\because \triangle ABC$ में $DF \parallel AE$ (दिया है)

$$\therefore \frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FE} \quad \dots\dots\dots(1)$$

(आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय से)

इसी प्रकार $\triangle ABC$ में $DE \parallel AC$

$$\therefore \frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC} \quad \dots\dots\dots(2)$$

(आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय से)

समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC} \quad \text{सिद्ध हुआ।}$$

Page No.:250

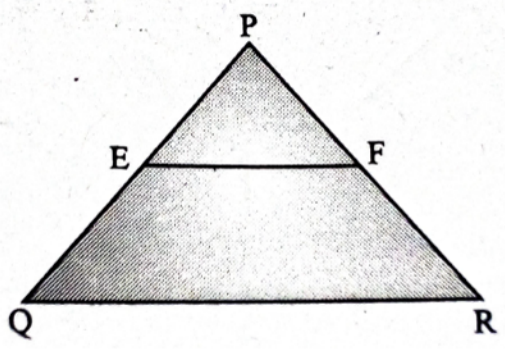
प्रश्न 6. किसी $\triangle PQR$ की भुजाओं PQ और PR पर क्रमशः बिन्दु E और F स्थित है। निम्नलिखित में से प्रत्येक स्थिति के लिए बताइए कि क्या $EF \parallel QR$ है-

(i) $PE = 3.9$ सेमी $EQ = 3$ सेमी $PF = 3.6$ सेमी और $FR = 2.4$ सेमी।

(ii) $PE = 4$ सेमी $QE = 4.5$ सेमी $PF = 8$ सेमी और $RF = 9$ सेमी।

(iii) $PQ = 1.28$ सेमी $PR = 2.56$ सेमी $PE = 0.18$ सेमी और $PF = 0.36$ सेमी।

हल:



(i) $\because$ PE = 3.9 सेमी EQ = 3 सेमी PF = 3.6 सेमी और FR = 2.4 सेमी।

$$\therefore \frac{PE}{EQ} = \frac{3.9}{3} = 1.3$$

$$\text{तथा } \frac{PF}{FR} = \frac{3.6}{2.4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\therefore \frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR}$$

अतः EF $\neq$ QR अर्थात् नहीं। **उत्तर**

(ii) PE = 4 सेमी QE = 4.5 सेमी. PF = 8 सेमी RF = 9 सेमी।

$$\begin{aligned}\therefore \frac{PE}{QE} &= \frac{4}{4.5} \\ &= \frac{40}{45} = \frac{8}{9} \\ \frac{PF}{RF} &= \frac{8}{9}\end{aligned}$$

स्पष्ट है कि $\frac{PE}{QE} = \frac{PF}{RF}$ अतः EF $\parallel$ QR होगा। **उत्तर**

(iii) PQ = 1.28 सेमी PR = 2.56 सेमी

PE = 0.18 सेमी और PF = 0.36 सेमी।

अतः EQ = PQ - PE = 1.28 - 0.18 = 1.10

$$\therefore \frac{PE}{EQ} = \frac{0.18}{1.10} = \frac{18}{110} = \frac{9}{55}$$

$\Rightarrow$ तथा FR = PR - PF = 2.56 - 0.36

$$\Rightarrow = 2.20$$

$$\Rightarrow \frac{PE}{EQ} = \frac{0.36}{2.20}$$

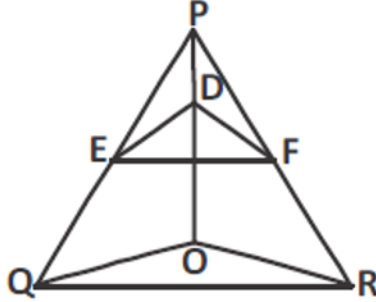
$$= \frac{36}{220}$$

$$= \frac{9}{55}$$

स्पष्ट है कि $\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$

$\therefore$ EF $\parallel$ QR होगा। **उत्तर**

प्रश्न 7. आकृति में $DE \parallel OQ$ और $DF \parallel OR$ है दर्शाइये कि $EF \parallel QR$ है।



हल: दिया है: $\triangle PQR$ में $DE \parallel OQ$ $DF \parallel OR$

सिद्ध करना है: $EF \parallel QR$

$\therefore \triangle OPQ$ में

$DE \parallel OQ$

$$\therefore \frac{PD}{DO} = \frac{PE}{EQ} \quad \dots\dots(1)$$

(आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय से)

इसी प्रकार $\triangle OPR$ में

$DF \parallel OR$

$$\therefore \frac{PD}{DO} = \frac{PF}{FR} \quad \dots\dots(2)$$

(आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय से)

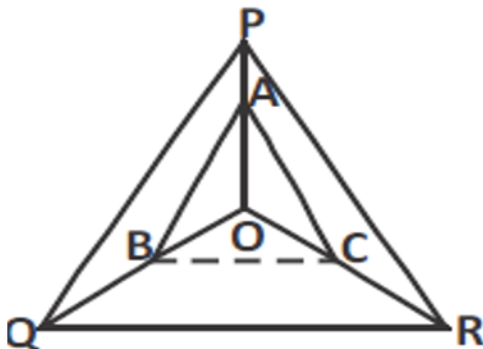
समी. (1) व (2) से

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$$

$$\therefore EF \parallel QR$$

(आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय से) सिद्ध हुआ।

प्रश्न 8. चित्र में OP OQ और OR पर क्रमशः तीन बिंदु A B और C इस प्रकार स्थित है कि $AB \parallel PQ$ और $AC \parallel PR$ है। दर्शाइये कि $BC \parallel QR$ है।



हल: दिया है: चित्र में बिन्दु A B C क्रमशः OP OQ व OR में स्थित है।

और AB || PQ तथा AC || PR

सिद्ध करना है: BC || QR

∴ AB || PQ

$$\therefore \frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ} \dots\dots\dots(1)$$

(आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय से)

इसी प्रकार

∴ AC || PR

$$\therefore \frac{OA}{AP} = \frac{OC}{CR} \dots\dots\dots(2)$$

(आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय से)

समी. (1) व (2) से

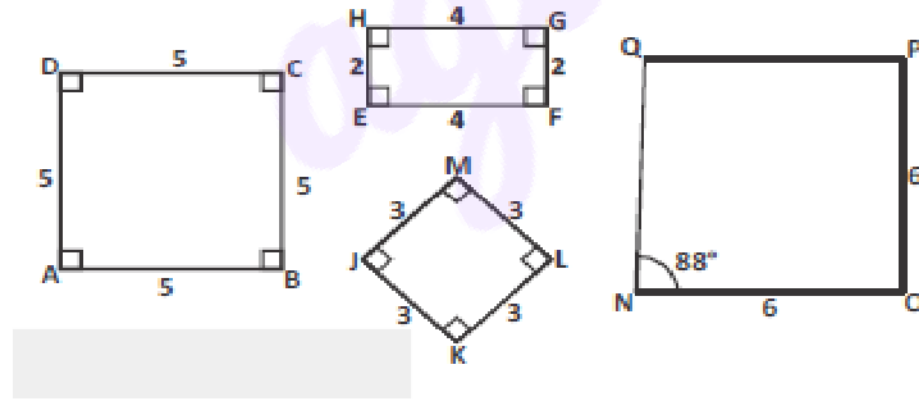
$$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$$

∴ Δ OQR में आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय से
BC || QR सिद्ध हुआ।

करके देखें -

Page No.:252

प्रश्न 1. क्या दिए गए चतुर्भुज समरूप है ? कारण सहित लिखिए -



(i) ABCD और EFGH

उत्तर - नहीं क्योंकि दोनों चतुर्भुज में संगत भुजाओं का अनुपात एकसमान नहीं है।

(ii) ABCD और JKLM

उत्तर- हाँ क्योंकि दोनों चतुर्भुजों के संगत कोण बराबर (90°) हैं तथा संगत भुजाएँ समानुपाती हैं।

(iii) ABCD और NOPQ

उत्तर- नहीं क्योंकि चतुर्भुज ABCD का $\angle A = 90^\circ$ है जबकि उसका संगत कोण (चतुर्भुज NOPQ में) $\angle N = 88^\circ$ है।

(iv) JKLM और NOPQ

उत्तर- नहीं क्योंकि संगत कोण बराबर नहीं है। (90° तथा 88°)

Page No.:252

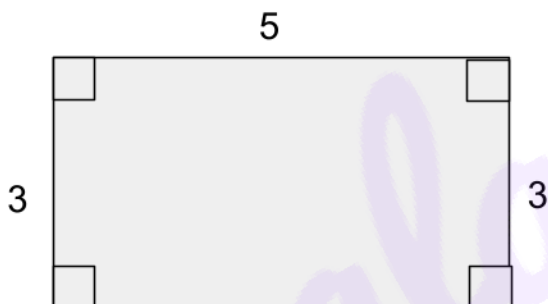
प्रश्न 2. क्या EFGH और JKLM समरूप हैं ? कारण बताइए।

उत्तर- नहीं क्योंकि संगत भुजाएँ समानुपाती नहीं हैं।

Page No.:252

प्रश्न 3. EFGH के समरूप एक चतुर्भुज बनाइए।

उत्तर -



Page No.:253

प्रश्न 1. क्या सभी समरूप आकृतियाँ सर्वांगसम भी होती हैं ? कारण सहित समझाइए।

उत्तर - सभी समरूप आकृतियों का सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं है। क्योंकि सर्वांगसम आकृतियों में संगत कोणों और संगत भुजाओं दोनों का बराबर होना आवश्यक है जबकि समरूप आकृतियों में संगत भुजाओं का बराबर होना आवश्यक नहीं है केवल उनका अनुपात बराबर होना चाहिए। उदाहरण के लिए दुनिया के सभी वर्ग समरूप होते हैं पर वे सर्वांगसम भी हों आवश्यक नहीं है।

Page No.:255

1. दिए गए चित्र में बहुभुज समरूप है तो निम्न के मान ज्ञात कीजिए।

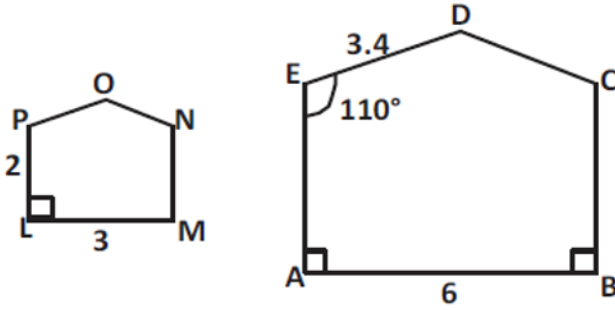
(i) OP

(ii) EA

(iii) $m \angle OPL$

(iv) $m \angle LMN$

(v) बहुभुज DEABC ~ ?



(vi) बहुभुज BCDEA ~ बहुभुज

NOPLM कथन ठीक नहीं लिखा है। इसे ठीक करके लिखे।

हल: दिया है: □ OPLMN ~ □ DEABC

∴ समरूप बहुभुज की समरूप भुजाओं का अनुपात समान होगा।

$$\therefore \frac{OP}{DE} = \frac{PL}{EA} = \frac{LM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{ON}{DC}$$

$$(i) \therefore \frac{OP}{DE} = \frac{PL}{EA} = \frac{LM}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{OP}{3.4} = \frac{2}{EA} = \frac{3}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{OP}{3.4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore OP = \frac{1}{2} \times 3.4 = 1.7$$

$$(ii) \text{ तथा } \frac{2}{EA} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore EA = 2 \times 2 = 4$$

$$(iii) \therefore \angle OPL = \angle DEA$$

(समरूप बहुभुज के संगत कोण बराबर होते हैं)

$$\therefore m \angle OPL = m \angle DEA$$

$$\Rightarrow m \angle OPL = 110^\circ \text{ उत्तर}$$

$$(iv) \angle LMN = \angle ABC$$

(समरूप पंचभुज के संगत कोण हैं)

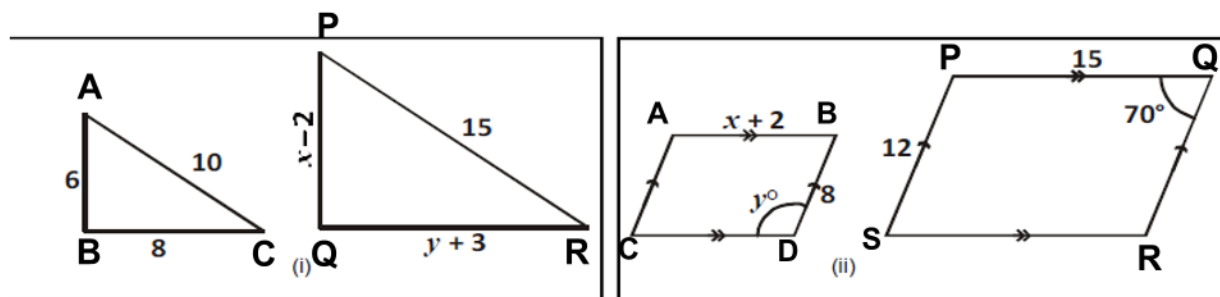
$$\Rightarrow m \angle LMN = m \angle ABC$$

$$\Rightarrow m \angle LMN = 90^\circ (\because m \angle ABC = 90^\circ) \text{ उत्तर}$$

$$(v) \text{ बहुभुज DEABC} \sim \text{बहुभुज OPLMN} \text{ उत्तर}$$

$$(vi) \text{ बहुभुज BCDEA} \sim \text{बहुभुज MNOPL} \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 2. चित्र (i) के त्रिभुज और (ii) के समांतर चतुर्भुज समरूप है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



हल: चित्र (i) में दिया गया त्रिभुज समरूप है अतः इनकी संगत भुजाओं का अनुपात समान होगा।

चित्रानुसार - $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$

$$\therefore \frac{6}{x-2} = \frac{8}{y+3} = \frac{10}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{x-2} = \frac{8}{y+3} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{6}{x-2} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2(x-2) = 3 \times 6$$

$$\Rightarrow x-2 = \frac{3 \times 6}{2} = 9$$

$$\Rightarrow x = 9 + 2 = 11$$

तथा $\frac{8}{y+3} = \frac{2}{3}$

$$2 \times (y+3) = 3 \times 8$$

$$y+3 = \frac{3 \times 8}{2}$$

$$y+3 = 12$$

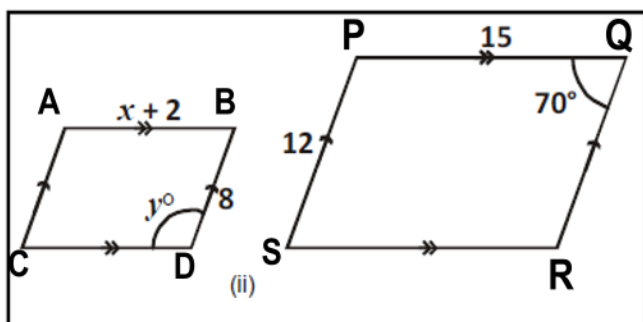
$$y = 12 - 3$$

$$y = 9$$

अतः $x = 11$

$y = 9$. **उत्तर**

चित्र (ii) में दिया गया चतुर्भुज समरूप है अतः इनकी संगत भुजाओं का अनुपात भी समान होगा।



चित्रानुसार नामकरण करने पर

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QR} = \frac{CD}{SR} = \frac{AC}{PS}$$

$$\Rightarrow \frac{x+2}{15} = \frac{8}{QR} = \frac{CD}{SR} = \frac{AC}{12}$$

उपरोक्त से

$$\frac{8}{QR} = \frac{AC}{12}$$

यह अनुपात बराबर तब होगा जब $AC = 8$ तथा $QR = 12$ हो।

$$\therefore \frac{AC}{QR} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{x+2}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x + 2 = \frac{2}{3} \times 15 = 10$$

$$\Rightarrow x = 10 - 2$$

$$\Rightarrow x = 8$$

तथा $\angle B = 70^\circ$ (संगत कोण है)

$$\text{परन्तु } y + \angle B = 180^\circ$$

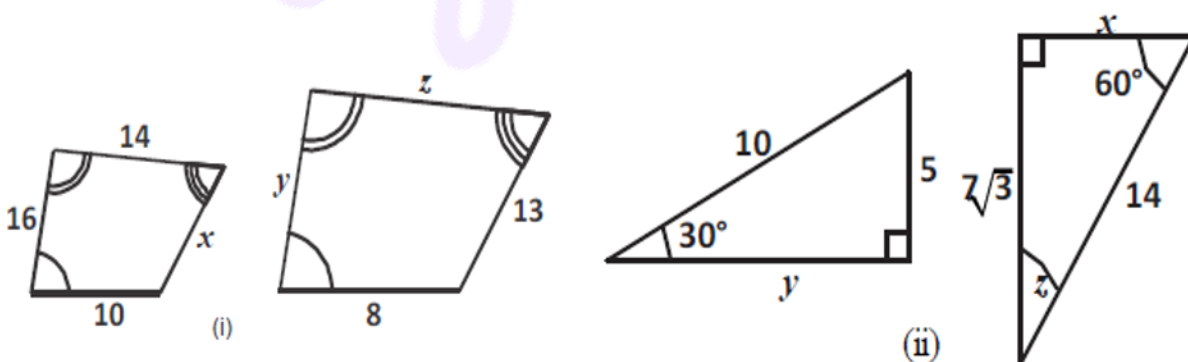
$$\Rightarrow y + 70^\circ = 180^\circ$$

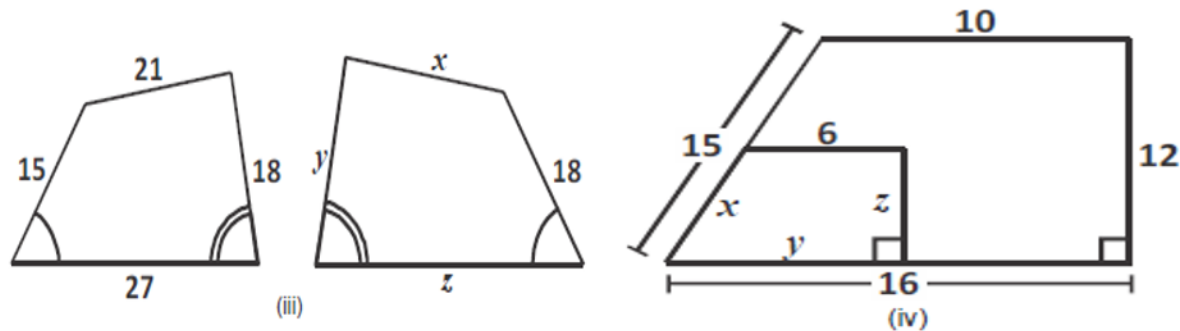
$$y = 180^\circ - 70^\circ$$

अतः $x = 8$ $y = 110^\circ$. उत्तर

Page No.:255

प्रश्न 3. नीचे दिए गए प्रत्येक चित्र के दोनों बहुभुज समरूप हैं तो प्रत्येक में xy और z का मान ज्ञात कीजिए।





हल: चित्र (i) में दोनों चतुर्भुज समरूप है अतः इनकी संगत भुजाओं का अनुपात समान होगा। उपरोक्त से

$$\therefore \frac{x}{13} = \frac{14}{z} = \frac{16}{y} = \frac{10}{8}$$

$$\frac{x}{13} = \frac{10}{8}$$

$$x = \frac{10}{8} \times 13 = \frac{5 \times 13}{4} = \frac{65}{4}$$

$$x = 16.25$$

$$\therefore z = \frac{8}{10} \times 14 = \frac{8 \times 7}{5} = \frac{56}{5} = 11.2$$

$$\text{तथा } y = \frac{8}{10} \times 16 = \frac{8 \times 8}{5} = \frac{64}{5} = 12.8$$

अतः $x = 16.25$ $y = 12.8$ $z = 11.2$ **उत्तर**

चित्र (ii) में दोनों त्रिभुज समरूप है अतः इनकी संगत भुजाओं का अनुपात समान होगा।

$$\therefore \frac{5}{x} = \frac{y}{7\sqrt{3}} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{5}{7} \text{ तथा } \frac{y}{7\sqrt{3}} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow 5x = 5 \times 7 \quad y = \frac{5}{7} \times 7\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \times 7}{5} \quad y = 5\sqrt{3}$$

अतः $x = 7$ $y = 5\sqrt{3}$ **उत्तर**

चित्र (iii) में दोनों चतुर्भुज समरूप है अतः इनकी संगत भुजाओं का अनुपात समान होगा।

$$\frac{z}{27} = \frac{y}{18} = \frac{18}{15} = \frac{x}{21}$$

$$\Rightarrow \frac{z}{27} = \frac{y}{18} = \frac{6}{5} = \frac{x}{21}$$

$$\therefore \frac{z}{27} = \frac{6}{5} \quad \therefore \frac{y}{18} = \frac{6}{5} \text{ तथा } \frac{x}{21} = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow z = \frac{6 \times 27}{5} \quad y = \frac{6 \times 18}{5} \quad x = \frac{6 \times 21}{5}$$

$$\Rightarrow z = 6 \times 5.4 \quad y = 6 \times 3.36 \quad x = 6 \times 4.2$$

$$\Rightarrow z = 32.4 \quad y = 21.6 \quad x = 25.2$$

अतः $x = 25.2$ $y = 21.6$ $z = 32.4$ **उत्तर**

चित्र (iv) में दोनों चतुर्भुज समरूप हैं अतः इनकी संगत भुजाओं का अनुपात समान होगा।

$$\therefore \frac{y}{16} = \frac{z}{12} = \frac{6}{10} = \frac{x}{15}$$

$$\therefore \frac{x}{15} = \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{3}{5} \times 15 = 9$$

इसी प्रकार

$$\frac{y}{16} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{5} \times 16 = \frac{48}{5} = 9.6$$

$$\text{तथा } \frac{z}{12} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow z = \frac{3}{5} \times 12 = \frac{36}{5} = 7.2$$

अतः $x = 9$ $y = 9.6$ $z = 7.2$ उत्तर

Page No.:255

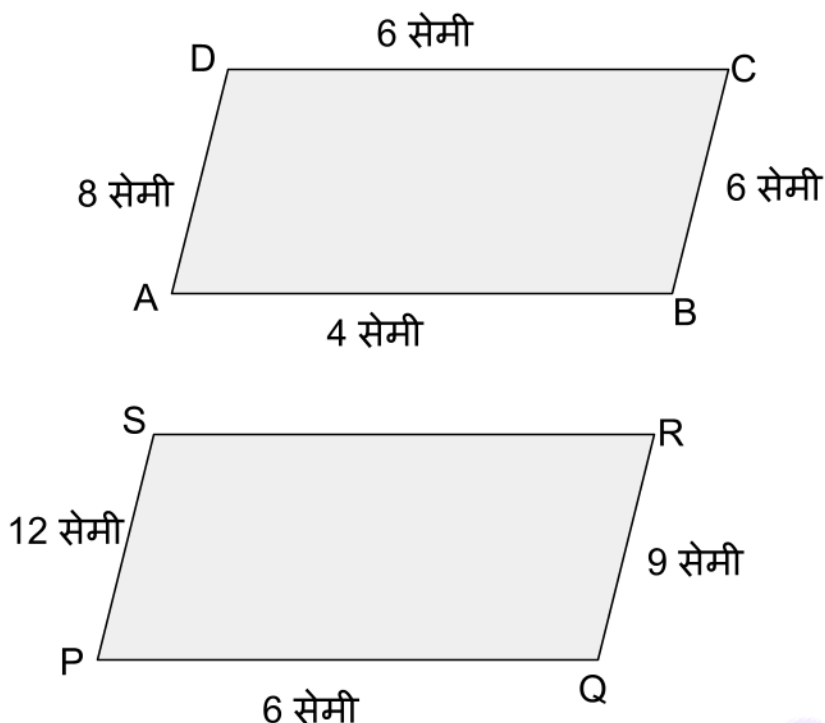
प्रश्न 4. एक चतुर्भुज की भुजाओं का माप 4 सेमी. 6 सेमी. 6 सेमी. व 8 सेमी. है। दूसरा चतुर्भुज जो पहले चतुर्भुज के समरूप है उसकी भुजाओं का माप 6 सेमी. 9 सेमी. 9 सेमी. और 12 सेमी. है।

(i) स्केल गुणक क्या होगा ? (दूसरे चतुर्भुज का पहले चतुर्भुज से)।

(ii) दोनों चतुर्भुजों का परिमाप ज्ञात कीजिए।

(iii) इनके परिमाणों का अनुपात क्या है ? (दूसरे चतुर्भुज का पहले चतुर्भुज से)।

हल:



माना $\square ABCD \sim \square PQRS$

दिया है : $AB = 4$ सेमी $BC = 6$ सेमी $CD = 6$ सेमी $DA = 8$ सेमी ।

तथा $PQ = 6$ सेमी $QR = 9$ सेमी $RS = 9$ सेमी $SP = 12$ सेमी ।

(i) स्केल गुणक = दूसरे चतुर्भुज का पहले चतुर्भुज से

$$= \frac{PQ}{AB} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5 \quad \text{उत्तर}$$

(ii) $\square ABCD$ का परिमाप

$$= AB + BC + CD + DA$$

$$= 4 + 6 + 6 + 8$$

$$= 24 \text{ सेमी}$$

$\square PQRS$ का परिमाप

$$= PQ + QR + RS + SP$$

$$= 6 + 9 + 9 + 12$$

$$= 36 \text{ सेमी} \quad \text{उत्तर}$$

$$(iii) \frac{\square PQRS \text{ का परिमाप}}{\square ABCD \text{ का परिमाप}} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Page No.:256

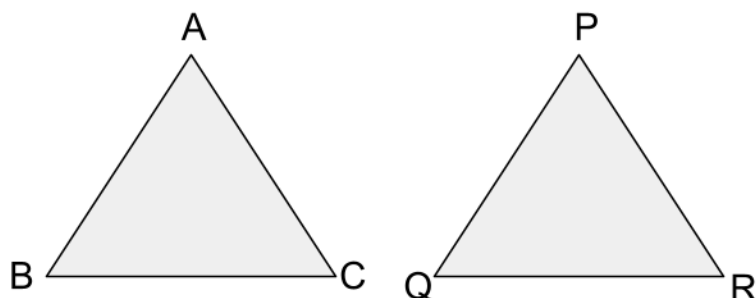
प्रश्न 5. निम्नलिखित के लिए उदाहरण दें एवं उनके कारण लिखिए-

(i) यदि दो बहुभुज सर्वांगसम हैं तो वे समरूप होंगे ही।

(ii) यदि दो बहुभुज समरूप हैं तो जरूरी नहीं कि वे सर्वांगसम हो ।

(iii) ऐसे ही तीन और कथन सोचकर लिखें।

हल :



(i) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ हो तब

(a) इनके संगत कोणों का मान बराबर होगा ।

$$\angle A = \angle P \quad \angle B = \angle Q \quad \angle C = \angle R$$

(b) इनकी संगत भुजाओं का माप बराबर होगा ।

$$AB = PQ \quad BC = QR \quad AC = PR$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{1}{1} \quad \frac{BC}{QR} = \frac{1}{1} \quad \frac{AC}{PR} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} = \frac{1}{1}$$

स्पष्ट है कि सर्वांगसम त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात समान होता है ।

$\therefore$ समरूपता के दोनों शर्तों का पालन हो रहा है ।

अतः यदि दो बहुभुज सर्वांगसम है तो वे समरूप होंगे ही ।

सिद्ध हुआ ।

(ii) माना $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ तब

(a) $\angle A = \angle P \quad \angle B = \angle Q \quad \angle C = \angle R$

$$(b) \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

अब समरूपता एवं सर्वांगसमता का प्रथम शर्त एक जैसा ही है कि इनके संगत कोण बराबर होने चाहिए किन्तु समरूपता के दूसरे शर्त में भुजाओं का अनुपात 1:1 हो तो वे त्रिभुज सर्वांगसम होंगे। किन्तु 1:1 को छोड़ किसी भी अनुपात में भुजाएँ हो तो वे केवल समरूप होंगे।

(iii) उपरोक्त दो कथनों का उपयोग करके अन्य कथन छात्र स्वयं अपने सोच से लिखें।

करके देखें

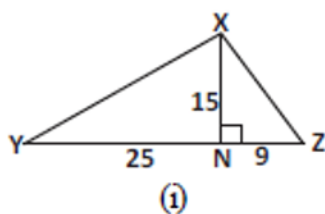
Page No.:259

प्रश्न 1. इन त्रिभुजों में समरूपता की जाँच कीजिए कि कौनसी कसौटी का उपयोग हुआ ।

(i) $\triangle YXN$ और $\triangle XNZ$

हल: $\triangle YXN$ और $\triangle XNZ$ में

$\angle XNY = \angle XNZ = 90^\circ$ [प्रत्येक समकोण]



$$\Delta YXN \text{ में } \frac{XN}{YN} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

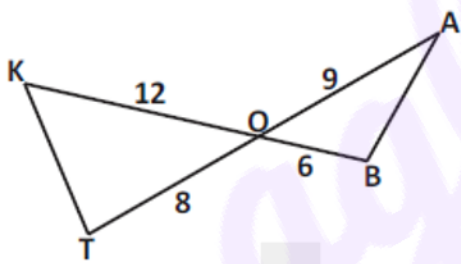
$$\Delta XNZ \text{ में } \frac{NZ}{XN} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \frac{XN}{YN} = \frac{NZ}{XN}$$

$\therefore \Delta YXN \sim \Delta XNZ$ [SAS समरूपता कसौटी]

(ii) ΔOAB और ΔOKT .

हल: ΔOAB और ΔOKT में



$\angle KOT = \angle AOB$ [सम्मुख कोण]

$$\frac{OA}{OK} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

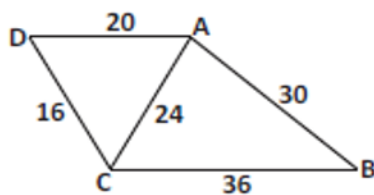
$$\frac{OB}{OT} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \frac{OA}{OK} = \frac{OB}{OT}$$

अतः $\Delta OAB \sim \Delta OKT$. [SAS समरूपता कसौटी]

(iii) ΔADC और ΔACB

हल: ΔADC और ΔACB में



$$\frac{AC}{BC} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

$$\text{तथा } \frac{CD}{AC} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

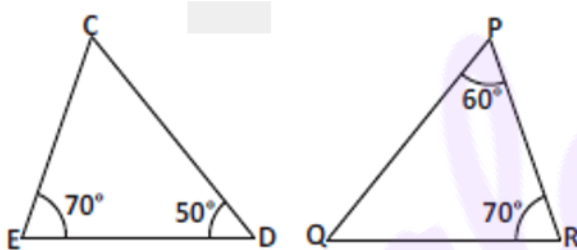
$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{2}{3}$$

अतः $\triangle ADC \sim \triangle ACB$

[SSS समरूपता कसौटी]

(iv) $\triangle CED$ और $\triangle PRQ$

हल: $\triangle CED$ में



$$\angle E = 70^\circ$$

$$\angle D = 50^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle C &= 180^\circ - (\angle E + \angle D) \\ &= 180 - (70 + 50) \\ &= 180 - 120 \\ &= 60^\circ \end{aligned}$$

अब $\triangle CED$ और $\triangle PRQ$ में

$$\angle E = \angle R = 70^\circ$$

$$\angle P = \angle C = 60^\circ$$

$\therefore \triangle CED \sim \triangle PRQ$ [AA समरूपता कसौटी]

करके देखें

Page No.:261

प्रश्न 1. यदि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात 25:9 है तो उनकी संगत भुजाओं का अनुपात क्या होगा ?

हल: दिए गए समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात = 25:9

$$\therefore \text{उनकी संगत भुजाओं का अनुपात} = \sqrt{25} : \sqrt{9} \\ = 5 : 3. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:261

प्रश्न 2. त्रिभुज TFR और त्रिभुज SPM समरूप हैं जिनका स्केल गुणक 7: 4 हैं। इनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा ?

हल: $\Delta TFR \sim \Delta SPM$

स्केल गुणक = 7: 4

$\therefore$ इनकी संगत भुजाओं का अनुपात 7: 4

अतः इनके क्षेत्रफलों का अनुपात = 49 : 16. उत्तर

Page No.:261

प्रश्न 3. $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$ जहाँ $PQ = 3XY$ है। इनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा ?

हल : $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$

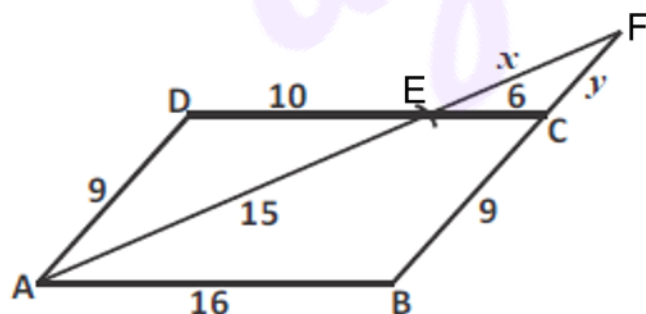
अब $PQ = 3XY$

$$\Rightarrow \frac{PQ}{XY} = \frac{3}{1}$$

$\therefore$ इनके क्षेत्रफलों का अनुपात = $3^2 : 1^2 = 9 : 1$. उत्तर

Page No.:261

प्रश्न 1. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। x और y का मान ज्ञात कीजिए।



हल:- $\because$ ABCD एक समांतर चतुर्भुज है।

$\therefore AB \parallel DC$ अतः $AB \parallel EC$

$$\frac{EF}{FA} = \frac{FC}{FB} = \frac{FC}{AB} \quad (\text{समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ})$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{9} = \frac{6}{16}$$

(आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{9} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{8} \times 15 \text{ तथा } y = \frac{3}{8} \times 9$$

$$\Rightarrow x = \frac{45}{8} \quad y = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow x = 5.62 \quad y = 3.37 \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:261

प्रश्न 2. एक समलंब चतुर्भुज ABCD जिसमें AB || DC है के विकर्ण परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि AB = 2CD हो तो त्रिभुज AOB और COD के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।

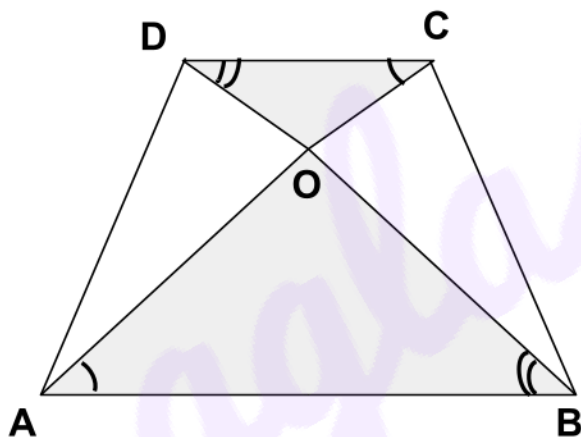
हल :

दिया
जिसमें
है)

⇒

△

∠



है : □ ABCD समलम्ब चतुर्भुज है
AB || DC तथा AB = 2 CD (दिया)

$$\frac{AB}{CD} = \frac{2}{1} \quad \dots\dots\dots(1)$$

OAB तथा △ OCD में

$$\angle OAB = \angle OCD$$

(AB || DC जिसे AC काटती है)

जिसकी संगत कोण है)

इसी प्रकार $\angle OBA = \angle ODC$

(AB || DC जिसे BD काटती है जिसकी संगत कोण है)

$$\therefore \triangle OAB \cong \triangle OCD$$

(को. को. समरूपता है)

$$\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$$

(समरूप त्रिभुज की संगत भुजाएँ)

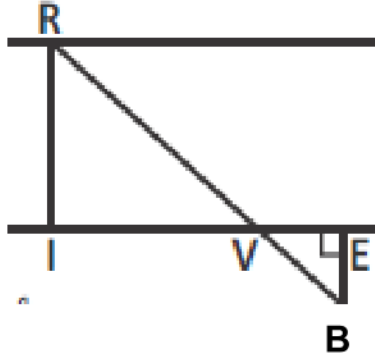
$$\therefore \frac{\text{क्षेत्रफल}(\triangle OAB)}{\text{क्षेत्रफल}(\triangle OCD)} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{4}{1}$$

अतः क्षेत्रफल (△ OAB) : क्षेत्रफल (△ OCD)

= 4 : 1 उत्तर

Page No.:261

प्रश्न 3. चित्र में यदि $IV = 36$ मीटर $VE = 20$ मीटर और $EB = 15$ मीटर दिया है। तो नदी की चौड़ाई (RI) कितनी होगी ?



हल : चित्रानुसार दोनों त्रिभुज समरूप होंगे क्योंकि

$$\angle I = \angle E \text{ (प्रत्येक } 90^\circ)$$

$$\angle IVR = \angle BVE$$

(शिर्षाभिमुख कोण है)

$$\therefore \triangle RIV \sim \triangle BEV$$

(को. को. समरूपता)

$$\Rightarrow \frac{RV}{BV} = \frac{IV}{VE} = \frac{RI}{BE}$$

$$\Rightarrow \frac{RV}{BV} = \frac{36}{20} = \frac{RI}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{36}{20} = \frac{RI}{15}$$

$$\Rightarrow RI = \frac{36}{20} \times 15$$

$$\Rightarrow RI = 9 \times 3$$

$$\therefore RI = 27 \text{ मीटर। उत्तर}$$

Page No.:261

प्रश्न 4. यदि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल बराबर हों तो सिद्ध कीजिए कि वे त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

हल: दिया है: $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

तथा क्षेत्रफल ($\triangle ABC$) = क्षेत्रफल ($\triangle PQR$) ... (1)

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PQR$ (दिया है)

$$\therefore \frac{\text{क्षेत्रफल}(\triangle ABC)}{\text{क्षेत्रफल}(\triangle PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2$$

[समी. (1) से]

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow AB = PQ$$

इसी प्रकार $BC = QR$ $AC = PR$

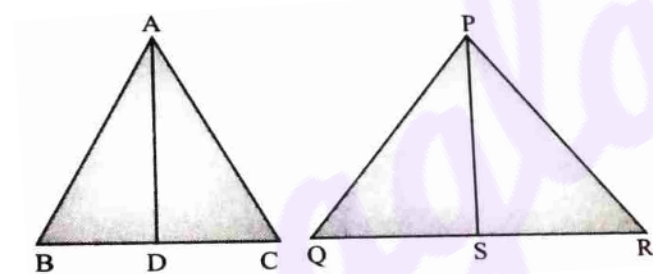
$\therefore$ दोनों त्रिभुज की संगत भुजाएँ बराबर है।

अतः $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ सिद्ध हुआ।

Page No.:261

प्रश्न 5. सिद्ध कीजिए कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत माधिकाओं के अनुपात का वर्ग होता है।

हल: दिया है: $\triangle ABC \sim \triangle PQR$



माना BC व QR के मध्य बिंदु क्रमशः D व S है।

तब AD व PS क्रमशः $\triangle ABC$ व $\triangle PQR$ के माधिकाएं है।

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PQR$$

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{तथा } \frac{\text{क्षेत्रफल}(\triangle ABC)}{\text{क्षेत्रफल}(\triangle PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2 \dots\dots\dots(2)$$

अब $\triangle ADB$ व $\triangle PSQ$ में

$$\angle B = \angle Q$$

(समरूप त्रिभुज की संगत कोण है)

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} \quad [\text{समी. 1 से}]$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}QR}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QS}$$

$$\therefore \triangle ADB \sim \triangle PSQ$$

(भु. को. भु. समरूपता)

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QS} = \frac{AD}{PS}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS} \dots\dots\dots(3)$$

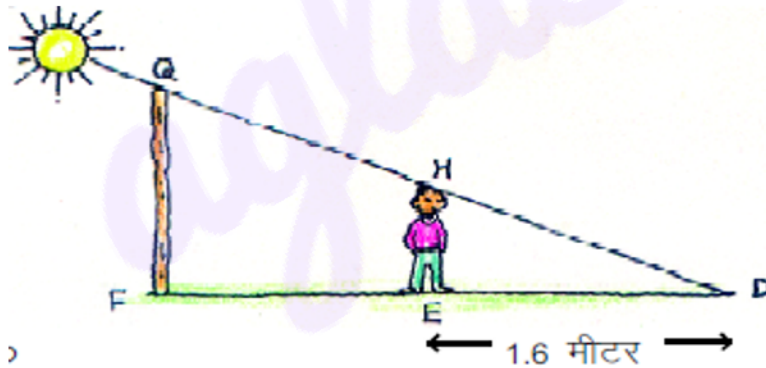
अतः समीकरण (1) (2) व (3) से

$$\frac{\text{क्षेत्रफल}(\triangle ABC)}{\text{क्षेत्रफल}(\triangle PQR)} = \left(\frac{AD}{PS}\right)^2$$

अन्य माधिकाओं के लिए भी इसी प्रकार सिद्ध किया जा सकता है। सिद्ध हुआ।

Page No.:261

प्रश्न 6. शाहिद एक खंभे की लम्बाई का अनुमान लगाते समय इस प्रकार खड़ा होता है कि उसके सिर H की छाया व खंभे के शिखर Q की छाया एक ही बिन्दु D पर पड़ती है। यदि DE=1.6 मीटर और DF = 4.4 मीटर हो तो खंभे की लम्बाई क्या होगी जबकि शाहिद की लम्बाई = 1.2 मीटर है ?



हल: यदि
शाहिद
उन्नयन कोण समान हो।

तो $\triangle QFD$ व $\triangle HED$ में

$$\angle QFD = \angle HED = 90^\circ$$

$$\angle D = \angle D$$

(एक ही समय पर सूर्य का उन्नयन कोण)

$$\Rightarrow \triangle QFD \sim \triangle HED \text{ (को. को. समरूपता)}$$

$$\Rightarrow \frac{QF}{HE} = \frac{FD}{ED} = \frac{QD}{HD}$$

किसी समय पर
और खम्बे का

$$\Rightarrow \frac{QF}{1.2} = \frac{4.4}{1.6} = \frac{QD}{HD}$$

$$\text{अब } \frac{QF}{1.2} = \frac{4.4}{1.6} = \frac{44}{16}$$

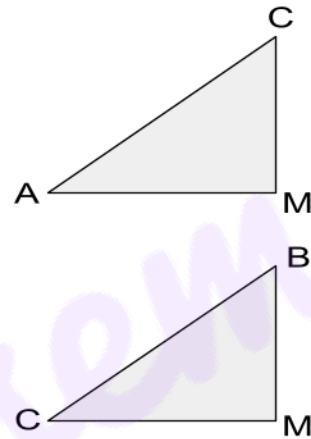
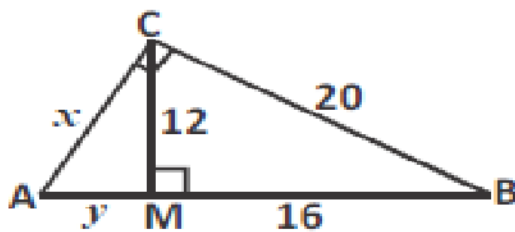
$$\Rightarrow QF = \frac{44}{16} \times 1.2$$

$$\therefore QF = 11 \times 0.3 = 3.3 \text{ मीटर। उत्तर}$$

Page No.:261

प्रश्न 7. (i) चित्र में कौन-से दो त्रिभुज $\triangle ABC$ के समरूप हैं ? नाम लिखिए।

(ii) x और y का मान क्या होगा ?



हल: चित्रानुसार $\triangle ACB$ व $\triangle CMB$ में

$$\angle ACB = \angle CMB \text{ (प्रत्येक } 90^\circ)$$

$$\angle B = \angle B \text{ (उभयनिष्ठ कोण)}$$

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle CMB$ (को. को. समरूपता)

स्पष्ट है कि $\triangle AMC$ व $\triangle BMC$ दोनों $\triangle ABC$ के समरूप हैं। **उत्तर**

$$(ii) \because \triangle ACB \sim \triangle CMB$$

$$\text{व } \triangle ACB \sim \triangle AMC$$

$$\therefore \triangle AMC \sim \triangle BMC$$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AM}{CM} = \frac{CM}{BM}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{12} = \frac{12}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{4} \times 20 = 15 \quad y = \frac{3}{4} \times 12 = 9$$

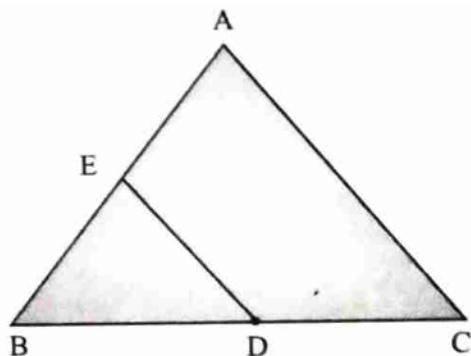
$$\text{अतः } x = 15 \quad y = 9. \quad \text{उत्तर}$$

Page No.:261

प्रश्न 8. ABC और BDE दो समबाहु त्रिभुज इस प्रकार हैं कि D भुजा BC का मध्य बिन्दु है। त्रिभुजों ABC और BDE के क्षेत्रफलों का अनुपात है -

(i) 2 : 1 (ii) 1 : 2 (iii) 4:1 (iv) 1:4.

हल: दिया है: $\triangle ABC$ व $\triangle BDE$ समबाहु त्रिभुज हैं।
और BC का मध्य बिन्दु D है।



∴

$\triangle BDE$ में

$$BD = DE = BE$$

बिंदु E BA का भी मध्य बिंदु होगा।

तब $DE \parallel CA$ होगा।

$$\therefore BD = \frac{1}{2} BC \text{ तथा } BE = \frac{1}{2} BA$$

अब $\triangle BDE$ व $\triangle BCA$ में

$$\angle B = \angle B \text{ (उभयनिष्ठ कोण)}$$

$$\angle BDE = \angle BCA$$

(संगत कोण $DE \parallel CA$)

$$\therefore \frac{\text{क्षेत्रफल}(\triangle BDE)}{\text{क्षेत्रफल}(\triangle BCA)} = \left(\frac{BD}{BC}\right)^2 = \left(\frac{BE}{BA}\right)^2 = \left(\frac{DE}{CA}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\text{क्षेत्रफल}(\triangle BDE)}{\text{क्षेत्रफल}(\triangle BCA)} = \left(\frac{\frac{1}{2}BC}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

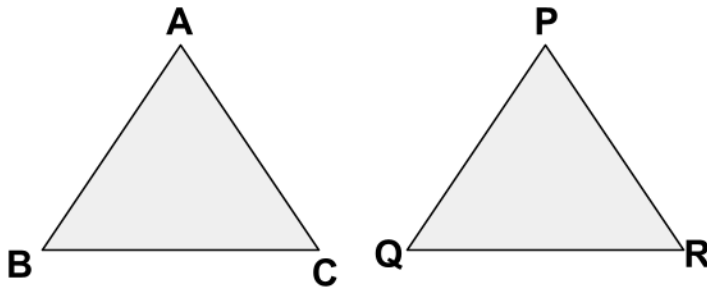
$$\Rightarrow \text{क्षेत्रफल}(\triangle ABC) : \text{क्षेत्रफल}(\triangle BDE) = 4:1 \text{ उत्तर}$$

Page No.:261

प्रश्न 9. दो समरूप त्रिभुजों में $9ar(ABC) = 16ar(PQR)$ है तो $\frac{AB}{PQ}$ का मान होगा -

(i) 4:3 (ii) 16:3 (iii) 3 : 4 (iv) 9 : 4.

हल:



दिया है: $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

$$\therefore \frac{\text{क्षेत्रफल}(\triangle ABC)}{\text{क्षेत्रफल}(\triangle PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2 \dots\dots(1)$$

परन्तु $9 (\text{क्षेत्रफल}(\triangle ABC)) = 16 (\text{क्षेत्रफल}(\triangle PQR))$

$$\Rightarrow \frac{\text{क्षेत्रफल}(\triangle ABC)}{\text{क्षेत्रफल}(\triangle PQR)} = \frac{16}{9} \dots\dots\dots(2)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \frac{16}{9} \text{ [समी. (1) व (2) से]}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow AB : PQ = 4 : 3 \quad \text{उत्तर}$$

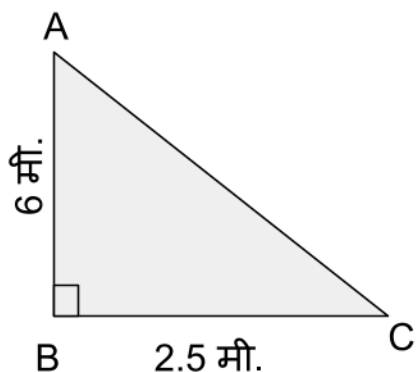
करके देखें -

Page No.:263

प्रश्न 1. एक सीढ़ी किसी दीवार पर इस प्रकार टिकी हुई है कि निचला सिरा दीवार से 2.5 मीटर की दूरी पर है तथा इसका ऊपरी सिरा भूमि से 6 मीटर की ऊँचाई पर बनी एक खिड़की तक पहुँचता है। सीढ़ी की लम्बाई क्या होगी ?

हल: माना AB दीवार एवं AC सीढ़ी है।

$$BC = 2.5 \text{ मी.}$$



यदि खिड़की A पर हो तब $AB = 6$ मी.

$AC = ?$

$\angle B = 90^\circ$

$\therefore$ समकोण त्रिभुज ABC में पाइथागोरस प्रमेय से

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 6^2 + (2.5)^2$$

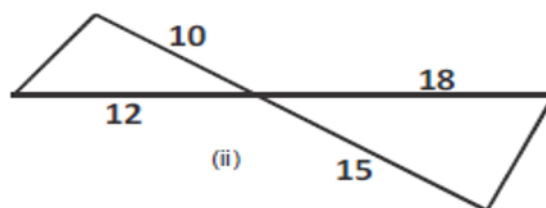
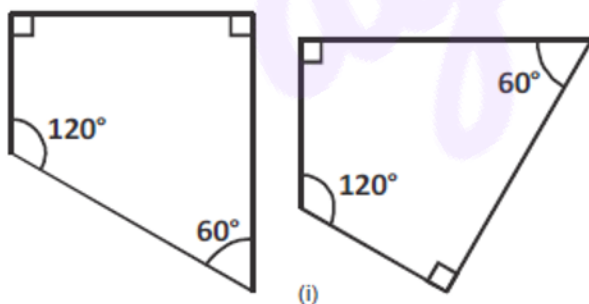
$$= 36 + 6.25 = 42.25$$

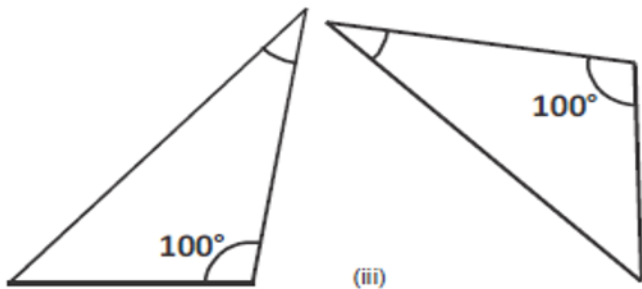
$$\therefore AC = \sqrt{42.25} = 6.5 \text{ मी.}$$

अतः सीढ़ी की लम्बाई 6.5 मी. होगी। **उत्तर**

Page No.:265

प्रश्न 1. निम्नलिखित आकृतियों का कौन सा युग्म समरूप नहीं है और क्यों ?





उत्तर- चित्र (i) में निरूपित चतुर्भुज युग्म समरूप नहीं है क्योंकि पहला चतुर्भुज समलम्ब चतुर्भुज है पर दूसरा चतुर्भुज समलम्ब नहीं है।

चित्र (ii) में निरूपित चतुर्भुज युग्म समरूप है क्योंकि संगत भुजाओं का एक युग्म का अनुपात समान है अर्थात् $\frac{12}{18} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ तथा इनके द्वारा अंतरित कोण भी समान

होगा क्योंकि ये शिर्षाभिमुख कोण हैं। चित्र (iii) में निरूपित त्रिभुज युग्म समरूप नहीं है। क्योंकि संगत कोण का केवल एक युग्म समान है। अतः अन्य संगत कोणों की समानता के बारे में कुछ कहा नहीं जा सकता।

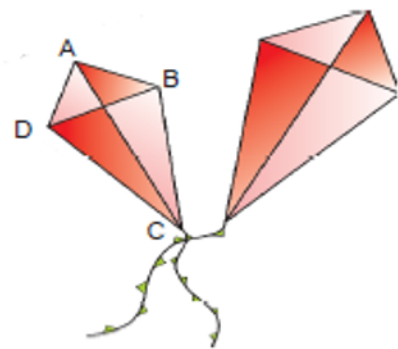
Page No.:265

प्रश्न 2. मेघा ने दो समरूप पतंगें बनाईं। बड़ी पतंग का विकर्ण छोटी पतंग के विकर्ण का 1.5 गुना है। तब

(i) स्केल गुणक क्या होगा?

(ii) बड़ी पतंग के विकर्णों की माप ज्ञात कीजिए। जबकि $BD = 40$ सेमी।

और $AC = 68$ सेमी।



हल: ∵ दोनों पतंगें समरूप हैं।

∴ संगत विकर्ण का अनुपात समान होगा।

⇒ बड़ी पतंग का विकर्ण = $1.5 \times$ छोटी पतंग का विकर्ण

⇒ $\frac{\text{बड़ी पतंग का विकर्ण}}{\text{छोटी पतंग का विकर्ण}} = 1.5$

(i) ∴ स्केल गुणक = 1.5

(ii) ∴ बड़ी पतंग का पहला विकर्ण

$$= 40 \times 1.5 = 60.0$$

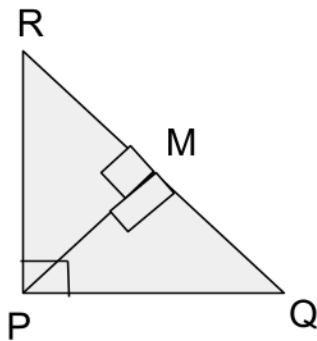
$$= 60 \text{ सेमी}$$

तथा बड़ी पतंग का दूसरा विकर्ण = $68 \times 1.5 = 102.0$

$$= 102 \text{ सेमी। उत्तर}$$

Page No.:265

प्रश्न. 3 एक समकोण ΔPQR में कोण P समकोण है तथा QR पर बिंदु M इस प्रकार स्थित है कि $PM \perp QR$ पर दर्शाइए कि- $PM^2 = QM.MR$.
हल: दिया है: ΔPQR में



$$\angle P = 90^\circ$$

तथा $PM \perp QR$

$$\therefore \angle PMR = \angle PMQ = 90^\circ$$

ΔPQR में

$$\angle QPR = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PQR + \angle PRM = 90^\circ \quad \dots\dots\dots(1) \quad (\angle PRM = \angle PRQ)$$

(समकोण त्रिभुज में न्यूनकोण योग)

ΔPMR में

$$\angle PMR = 90^\circ$$

($\because PM \perp QR$ दिया है)

$$\Rightarrow \angle PRM + \angle RPM = 90^\circ \quad \dots\dots\dots(2)$$

समी. (1) व (2) से

$$\angle PQR + \angle PRM = \angle PRM + \angle RPM$$

$$\Rightarrow \angle PQR = \angle RPM \quad \dots\dots\dots(3)$$

अब ΔPMR व ΔPMQ में

$$\angle PMR = \angle PMQ$$

(प्रत्येक कोण 90°)

तथा $\angle RPM = \angle PQR$ [समी. (3) से]

$$\therefore \Delta PMR \sim \Delta PMQ$$

(को. को. समरूपता से)

$$\Rightarrow \frac{PR}{PQ} = \frac{RM}{PM} = \frac{PM}{QM}$$

(समरूप त्रिभुज की संगत भुजाएँ)

$$\Rightarrow \frac{RM}{PM} = \frac{PM}{QM}$$

$$\Rightarrow PM \cdot PM = QM \cdot RM$$

$$\text{अतः } PM^2 = QM \cdot MR.$$

सिद्ध हुआ।

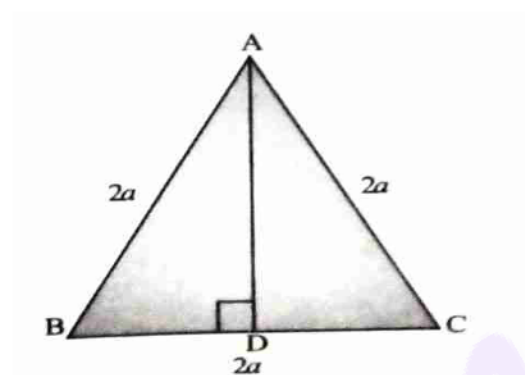
Page No.:265

प्रश्न. 4 एक समबाहु त्रिभुज $\triangle ABC$ की भुजा $2a$ है। उसके प्रत्येक शीर्षलम्ब की लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल:- माना $\triangle ABC$ में

$$AB = BC = CA = 2a \quad \text{अतः } BD = DC = \frac{2a}{2} = a$$

$$AD \perp BC$$



$\therefore \triangle ABC$ समबाहु है।

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

अब $\triangle ADB$ व $\triangle ADC$ में

$$\angle ADB = \angle ADC$$

(प्रत्येक कोण 90°)

$$\angle B = \angle C \text{ (प्रत्येक कोण } 60^\circ)$$

$$\therefore \triangle ADB \sim \triangle ADC$$

(को. को. समरूपता से)

$$\Rightarrow BD = DC$$

$$\Rightarrow BD = DC = \frac{BC}{2} = \frac{2a}{2} = a$$

$\triangle ADB$ में पाइथागोरस प्रमेय से

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$(2a)^2 = AD^2 + a^2$$

$$AD^2 = (2a)^2 - a^2$$

$$AD^2 = 4a^2 - a^2$$

$$AD^2 = 3a^2$$

$$\therefore AD = a\sqrt{3} \text{ इकाई}$$

समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक शीर्षलम्ब समान होते हैं।

∴ सभी शीर्षलंबों की लम्बाई $a\sqrt{3}$ इकाई होगी। उत्तर

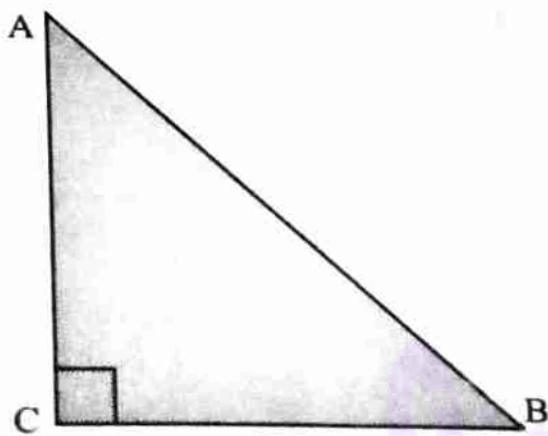
Page No.:265

प्रश्न. 5 $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $\angle C = 90^\circ$ है। सिद्ध कीजिए $AB^2 = 2 AC^2$ है।

हल: दिया है: $\triangle ABC$ समद्विबाहु त्रिभुज है

तथा $\angle C = 90^\circ$

सिद्ध करना है: $AB^2 = 2 AC^2$



∴ $\triangle ACB$ समकोण समद्विबाहु है

∴ $AC = BC$ (1)

अब पाइथागोरस प्रमेय से

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = AC^2 + AC^2 \text{ [समी. 1 से]}$$

$$AB^2 = 2AC^2 \text{ सिद्ध हुआ।}$$

Page No.:265

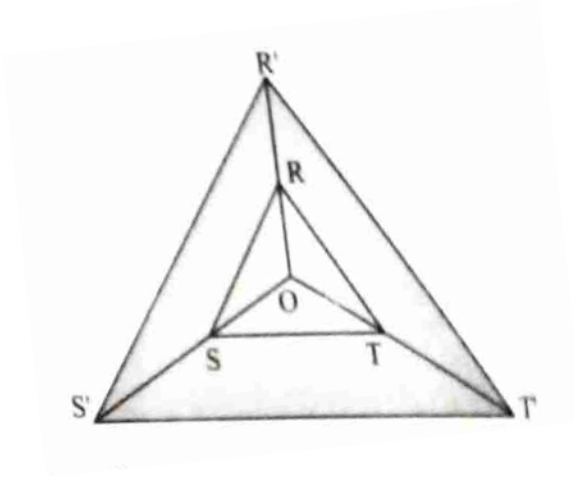
प्रश्न. 6 यदि दिए गए चित्र में

$$OR' = 2. OR$$

$$OS' = 2. OS$$

$$OT' = 2. OT$$

सिद्ध कीजिए कि $\triangle RST \sim \triangle R'S'T'$



हल: दिया है: ΔSTR व $\Delta S'T'R'$ में

$$OR' = 2. OR$$

$$\Rightarrow \frac{OR'}{OR} = \frac{2}{1} \dots\dots\dots(1)$$

$$OS' = 2. OS$$

$$\Rightarrow \frac{OS'}{OS} = \frac{2}{1} \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{तथा } OT' = 2. OT$$

$$\Rightarrow \frac{OT'}{OT} = \frac{2}{1} \dots\dots\dots(3)$$

समी. (1) (2) व (3) से

$$\frac{OR'}{OR} = \frac{OS'}{OS} = \frac{OT'}{OT} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore \frac{OR'}{OR} = \frac{OS'}{OS} \text{ से}$$

$$\frac{R'S'}{RS} = \frac{OR'}{OR} = \frac{OS'}{OS} \dots\dots\dots(4)$$

इसी प्रकार $\frac{OR'}{OR} = \frac{OT'}{OT}$ से

$$\frac{R'T'}{RT} = \frac{OR'}{OR} = \frac{OT'}{OT} \dots\dots\dots(5)$$

तथा $\frac{OS'}{OS} = \frac{OT'}{OT}$ से

$$\frac{S'T'}{ST} = \frac{OS'}{OS} = \frac{OT'}{OT} \dots\dots\dots(6)$$

समी. (4) (5) व (6) से

$$\frac{R'S'}{RS} = \frac{R'T'}{RT} = \frac{S'T'}{ST}$$

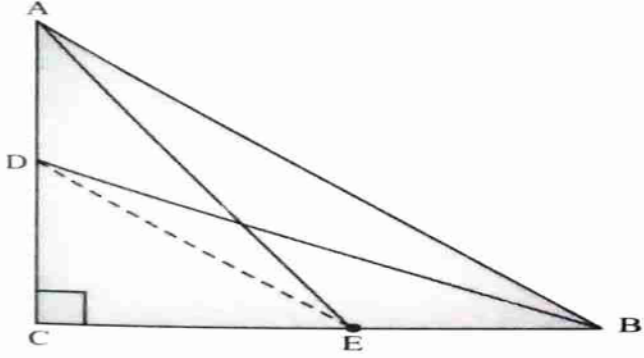
$$\therefore \Delta R'S'T' \sim \Delta RST.$$

(संगत भुजाएँ आनुपातिक है अर्थात् भु. भु. समरूपता से) सिद्ध हुआ।

Page No.:265

प्रश्न. 7 एक त्रिभुज ABC जिसमें $\angle C$ समकोण है। भुजाओं CA और CB पर क्रमशः बिंदु D और E स्थित हैं। सिद्ध कीजिए - $AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2$.

हल: $\because \Delta ABC$ समकोण त्रिभुज है।



$$\angle C = 90^\circ$$

$\therefore \Delta ACE$ समकोण त्रिभुज होगा।

$$\Rightarrow AE^2 = AC^2 + CE^2 \dots\dots\dots(1)$$

(पाइथागोरस प्रमेय से)

अब ΔDCB से

$$BD^2 = DC^2 + CB^2 \dots\dots\dots(2)$$

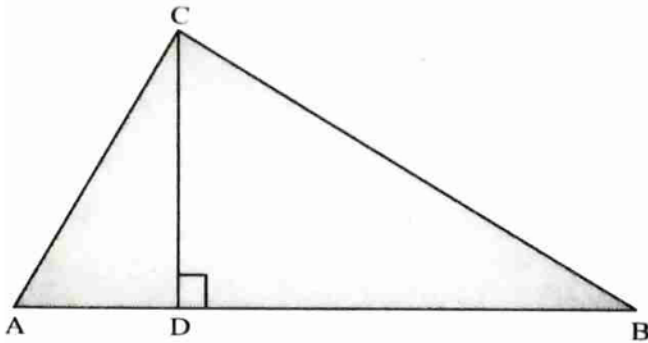
समी. (1) व (2) को जोड़ने पर

$$\begin{aligned} AE^2 + BD^2 &= (AC^2 + CE^2) + (DC^2 + CB^2) \\ &= AB^2 + DE^2 \quad (\Delta ACB \text{ में } AB^2 = AC^2 + CB^2) \\ &\quad \Delta DCE \text{ में } DE^2 = DC^2 + CE^2 \end{aligned}$$

$$\text{अतः } AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2 \quad \text{सिद्ध हुआ।}$$

Page No.:266

प्रश्न. 8 ΔACB में $\angle ACB = 90^\circ$ तथा $CD \perp AB$ है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$.



हल: दिया है : ΔACB में

$$\angle ACB = 90^\circ$$

तथा $CD \perp AB$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ \dots\dots(1)$$

इसी प्रकार ΔBDC में

$$\angle BDC = 90^\circ \text{ (CD } \perp \text{ AB)}$$

$$\angle DCB + \angle B = 90^\circ \dots\dots(2)$$

समी. (1) व (2) से

$$\angle ACD + \angle BCD = \angle DCB + \angle B$$

$$\Rightarrow \angle ACD = \angle B \dots\dots(3)$$

अब ΔADC व ΔBDC में

$$\angle ADC = \angle BDC \text{ (प्रत्येक कोण } 90^\circ)$$

$$\angle ACD = \angle B \text{ [समी. 3 से]}$$

$$\therefore \Delta ADC \sim \Delta BDC$$

(को. को. समरूपता से)

$$\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD} \text{ (संगत भुजाएँ)}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}$$

$$\Rightarrow CD^2 = AD \times BD \dots\dots(4)$$

$$\therefore \Delta ADC \sim \Delta BDC$$

$$\therefore \frac{\text{क्षेत्रफल } (\Delta ABC)}{\text{क्षेत्रफल } (\Delta BDC)} = \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AD^2}{CD^2} = \frac{CD^2}{BD^2}$$

$$\Rightarrow \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AD^2}{CD^2}$$

$$\Rightarrow \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AD^2}{AD \times BD} \text{ [समी. 4 से]}$$

$$\Rightarrow \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AD}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD} \text{ सिद्ध हुआ।}$$

Page No.:266

प्रश्न. 9 यदि पृथ्वी का व्यास लगभग 8000 मील है सूर्य का व्यास लगभग 864000 मील है। पृथ्वी और सूर्य की दूरी लगभग 92 मिलियन मील है।

यदि कागज पर पृथ्वी को 1 इंच व्यास के वृत्त से दर्शाएँ तो सूर्य का व्यास और पृथ्वी से सूर्य की दूरी कागज पर कितनी होगी? (1 मिलियन = 10^6).

हल: दिया है: पृथ्वी का व्यास = 8000 मील

सूर्य का व्यास = 864000 मील

पृथ्वी तथा सूर्य की दूरी = 92 मिलियन मील
= 92×10^6 मील

∴ कागज पर पृथ्वी का व्यास = 1 इंच

∴ 8000 मील = 1 इंच

∴ 864000 मील = $\frac{1}{8000} \times 864000$ इंच
= $\frac{864}{8} = 108$ इंच

∴ सूर्य का व्यास = 108 इंच उत्तर

तथा ∴ 8000 मील = 1 इंच

∴ 92×10^6 मील = $\frac{1}{8000} \times 92 \times 10^6$ इंच

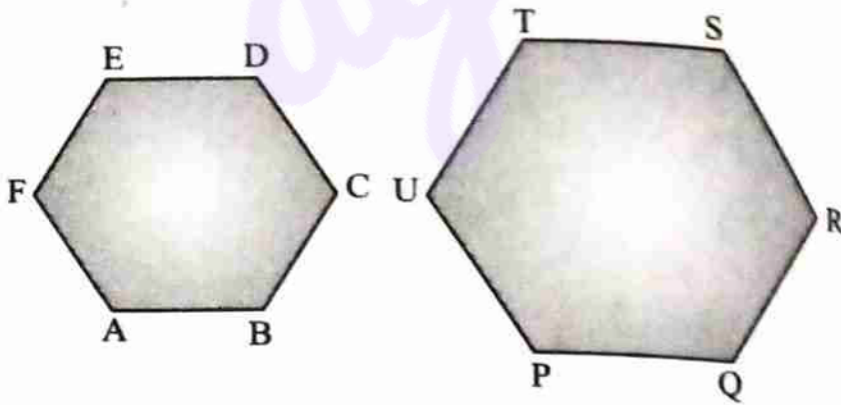
∴ = $\frac{92 \times 10^3}{8} = 11.5 \times 10^3$ इंच

अतः पृथ्वी और सूर्य की दूरी = 11500.0 इंच। उत्तर

Page No.:266

प्रश्न.10 यदि दो समषट्भुजों के परिमाप का अनुपात 5:4 है तो उनकी भुजाओं का अनुपात क्या होगा?

हल: चूँकि दो समषट्भुज समरूप होते हैं अतः उनकी संगत भुजाओं का अनुपात वही होगा जो उनकी संगत परिमाणों में होगा।



∴ माना समषट्भुज ABCDEF ~ समषट्भुज PQRSTU

∴ $\frac{AB}{PQ} = \frac{\text{समषट्भुज ABCDEF का परिमाण}}{\text{समषट्भुज PQRSTU का परिमाण}}$

⇒ $\frac{AB}{PQ} = \frac{5}{4}$

$\therefore AB : PQ = 5 : 4$ उत्तर

aglasem