

નિવેદન

૧. આ ઉત્તરવહીઓ જે વિદ્યાર્થીએ ૨૦૦૩માં બોર્ડની પરીક્ષા આપી છે, અને તે પૈકીની શ્રેષ્ઠ અભિવ્યક્તિ કરેલ છે તે વિદ્યાર્થીની છે. તેની પસંદગી વિષયના તજજ્ઞોએ કરેલ છે. વિદ્યાર્થીઓ, આચાર્યશ્રીઓ, શિક્ષક અને વાલીઓને માર્ગદર્શન મળે તે હેતુથી પ્રકાશિત કરેલ છે.
૨. આ પ્રતમાંની વિગતોનો અન્ય કોઈ પણ હેતુ માટે ઉપયોગ થઈ શકશે નહીં. તેમજ તેનો આધાર લઈ કોઈ કાયદાકીય કાર્યવાહી થઈ શકશે નહીં.
૩. આ પ્રતના તમામ કોપીરાઈટ ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડના રહેશે.
૪. પ્રાયોગિક ધોરણે કરવામાં આવેલ આ શૈક્ષણિક કાર્યક્રમ અંગેના સૂચનો સૌ પાસેથી આવકાર્ય છે.

અનુક્રમણિકા

ધોરણ ૧૨ (વિજ્ઞાન પ્રવાહ)

માર્ચ-એપ્રિલ - ૨૦૦૩

ક્રમ	વિષય	પેજ નં.
૧.	ગણિત-૧ (૦૫૦) પ્રશ્નપત્ર -----	૩ થી ૧૦
૨.	ગણિત-૧ (૦૫૦) ઉત્તરવહી -----	૧૧ થી ૬૦
૩.	ગણિત-૨ (૦૫૧) પ્રશ્નપત્ર -----	૬૧ થી ૬૮
૪.	ગણિત-૨ (૦૫૧) ઉત્તરવહી -----	૬૯ થી ૧૩૧
૫.	રસાયણ વિજ્ઞાન (૦૫૨) પ્રશ્નપત્ર -----	૧૩૨ થી ૧૩૯
૬.	રસાયણ વિજ્ઞાન (૦૫૨) ઉત્તરવહી -----	૧૪૦ થી ૨૧૩
૭.	ભૌતિક વિજ્ઞાન (૦૫૪) પ્રશ્નપત્ર -----	૨૧૪ થી ૨૨૧
૮.	ભૌતિક વિજ્ઞાન (૦૫૪) ઉત્તરવહી -----	૨૨૨ થી ૨૯૪
૯.	જીવ વિજ્ઞાન (૦૫૬) પ્રશ્નપત્ર -----	૨૯૫ થી ૨૯૮
૧૦.	જીવ વિજ્ઞાન (૦૫૬) ઉત્તરવહી -----	૨૯૯ થી ૩૪૨
૧૧.	પરિશિષ્ટ (ભૂલશુદ્ધિ) -----	૩૪૩ થી ૩૪૬

This Question Paper contains 7 Printed Pages]

050(G)
(MARCH, 2003)

Time : 3.00 Hours]

[Maximum Marks : 75

- સૂચના :** (1) આ પ્રશ્નપત્રમાં કુલ પાંચ પ્રશ્નો છે. બધા ફરજિયાત છે.
(2) જમણી બાજુના આંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

પ્ર.1. (અ) (1) R^2 માં અંતર સૂત્ર વ્યાખ્યાયિત કરી અંતરસૂત્ર મેળવો. તથા તેના ગુણધર્મો જણાવો. (ગમે તે બે ગુણધર્મ) 3

(2) $A(97, 99)$, $B(100, 98)$, $C(102, 100)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવો. 1

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો. 4

(1) ત્રિકોણનાં બે શિરોબિંદુઓ $B(2, 3)$ અને $C(-1, 4)$ છે અને તેનું ક્ષેત્રફળ 10 એકમ છે. જો તેનું ત્રીજું શિરોબિંદુ A , X -અક્ષ પર હોય તો તેના યામ શોધો.

(2) જો $P(5, b)$ એ $A(0, 2)$ અને $B(3, 5)$ ને જોડતા $\overline{AB}$ નું વિભાજન કરે, તો A તરફથી વિભાજનનો ગુણોત્તર મેળવો તથા b મેળવો.

(3) $A(-7, 0)$ અને $B(-5, 8)$ આપેલ બિંદુઓ છે, $\overleftrightarrow{AB}$ પર બિંદુ C એવું શોધો કે જેથી $AC = 3AB$ થાય.

(ક) ગમે તે બે ના જવાબ આપો.

4

- (1) $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ સમતલનાં બિંદુઓ છે. રેખા $ax + by + c = 0$
 $(a^2 + b^2 \neq 0)$, $\overline{AB}$ નું A તરફથી કયા ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરશે તે શોધો.
 (A અને B આપેલ રેખા પર નથી)

- (2) જો $\frac{n}{l+m}$ અચળ હોય તો સાબિત કરો કે રેખા $lx + my + n = 0$ એ અચળ
 બિંદુમાંથી પસાર થાય છે. (જ્યાં $l^2 + m^2 \neq 0$) તથા તે અચળ બિંદુના યામ
 મેળવો.

- (3) $3x - 4y = 0$ ને લંબ $(4, -3)$ માંથી પસાર થતી રેખા પર $(4, -3)$ થી
 10 એકમ ને અંતરે આવેલાં બિંદુઓના યામ મેળવો.

- (ડ) શિરોલંબ ન હોય તેવી રેખાનો ઢાળ વ્યાખ્યાયિત કરો તથા સાબિત કરો કે, રેખા પરના
 તમામ બે ભિન્ન બિંદુઓની જોડ માટે ઢાળ અચળ છે. 3

- પ્ર.2. (અ) (1) R^2 માં વ્યાપક સમપરિમાણ દ્વિઘાત સમીકરણ $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$,
 $a^2 + h^2 + b^2 \neq 0$ બે રેખાઓ દર્શાવે તે માટેની શરત મેળવો. 3

- (2) $X=2$, $X=5$, $Y=3$ અને $Y=-1$ રેખાઓથી બનતા લંબ ચોરસનું ક્ષેત્રફળ
 મેળવો. 1

- (બ) (1) રેખા $y = mx + c$, વર્તુળ $x^2 + y^2 = r^2$ ને સ્પર્શે તે માટેની શરત અને
 સ્પર્શબિંદુના યામ મેળવો. ($c \neq 0$) 2

- (2) $3x + 4y = 10$ અને $6x + 8y = (-K)$ વચ્ચેનું લંબ અંતર $\frac{7}{2}$ હોય તો K
 શોધો. 1

- (3) રેખાઓ $5x + 3y + K = 0$, $Kx - y + 11 = 0$ અને $13x - y + 46 = 0$
 સંગામી છે; તો K શોધો. 1

- (ક) (1) $x^2 + y^2 - 2ax + c^2 = 0$ તથા $x^2 + y^2 - 2by - c^2 = 0$ પરસ્પર લંબચેદી વર્તુળો છે તેમ સાબિત કરો. 3

અથવા

બે વર્તુળો $x^2 + y^2 + 2gx + a^2 = 0$ અને $x^2 + y^2 + 2fy + a^2 = 0$ પરસ્પર સ્પર્શતાં હોય તો સાબિત કરો કે;

$$\frac{1}{g^2} + \frac{1}{f^2} = \frac{1}{a^2}$$

- (2) વર્તુળ $x^2 + y^2 = 17$ ને $(4, 1)$ બિંદુ આગળ સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો. 1

- (ડ) ΔABC માં $A(1, -2)$ છે તથા $\overline{AB}$ અને $\overline{AC}$ નાં લંબદ્વિભાજકનાં સમીકરણ $x - y + 5 = 0$ અને $x + 2y = 0$ છે. તો B અને C નાં ચામ મેળવો. 3

અથવા

ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓ $(2, 3)$, $(4, 7)$ અને $(-2, 5)$ છે. ત્રિકોણની બાજુઓના લંબદ્વિભાજકોની મદદથી ત્રિકોણના પરિકેન્દ્રના ચામ શોધો.

- પ્ર.૩. (અ) (1) રેખા $y = mx + c$, પરવલય $y^2 = 4ax$ નો સ્પર્શક બને તે માટેની શરત તથા સ્પર્શ બિંદુના ચામ મેળવો. ($m \neq 0$) 2

- (2) X - અક્ષની ધન દિશા સાથે θ માપનો ખૂણો બનાવતી પરવલય $y^2 = 4x$ ની નાભિજીવાની લંબાઈ $4 \operatorname{cosec}^2 \theta$ છે એમ બતાવો. 2

અથવા

પરવલય $y^2 = 16x$ ની નાભિજીવાનું એક અંત્યબિંદુ $(16/9, -16/3)$ હોય તો બીજું અંત્યબિંદુ શોધો.

- (બ) (1) ઉપવલયની વ્યાખ્યા આપી પ્રમાણિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે; 2
 $SP + S'P = 2a$.

- (2) ઉપવલય $16x^2 + 25y^2 = 400$ ના નાભિના યામ, ઉત્કેન્દ્રતા, નિયામિકાનાં 2
 સમીકરણ અને નાભિલંબની લંબાઈ શોધો.

અથવા

ઉપવલયના બિંદુઓ $P(\alpha)$ અને $Q(\beta)$ ને જોડતી જીવાને સમાવતી રેખા નાભિ
 $(ae, 0)$ માંથી પસાર થાય છે. તો સાબિત કરો કે;

$$(1+e)\tan\frac{\alpha}{2} = (e-1)\cot\frac{\beta}{2} \quad (\text{જ્યાં } P, Q \neq A, A')$$

- (ક) (1) લંબાતિવલય ની વ્યાખ્યા જણાવી તેનું સમીકરણ અને ઉત્કેન્દ્રતા મેળવો. 2

- (2) અતિવલય $x^2 - 2y^2 = 1$ ના અનંત સ્પર્શકો વચ્ચેના ખૂણાનું માપ $\tan^{-1}(2\sqrt{2})$ 2
 છે, એમ સાબિત કરો.

- (ડ) (1) અતિવલય $x^2 - 4y^2 = 4$ ના નાભિના યામ મેળવો. 1

- (2) $(\log_e e, \sec \pi/3)$ કેન્દ્રવાળા અને કોઈ રેખાને $(\sin \pi/6, \tan \pi/4)$ બિંદુએ 2
 સ્પર્શતા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

- પ્ર.૪. (અ) નીચેનું દ્વિઘાત સમીકરણ કયા વક્રનું નિરૂપણ કરે છે? વક્રનું સમીકરણ પ્રમાણિત રૂપમાં મેળવી તેના કેન્દ્રના યામ (જે હોય તો), તેના નાભિના યામ, નિયામિકાનું સમીકરણ, ઉત્કેન્દ્રતા અને અક્ષોની લંબાઈ શોધો. 4

$$3x^2 + 8xy - 3y^2 - 20x + 10y - 15 = 0.$$

અથવા

નીચેના વક્રોનાં સમીકરણોને પ્રમાણિત રૂપમાં ફેરવી, ઓળખાવો.

(1) $(x + 1)(y - 2) = 2$

(2) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 2 = 0$

- (બ) (1) R^3 માં સદિશના દિઝ્કોસાઈન અને દિઝ્કુણોત્તરની વ્યાખ્યા આપી પ્રચલિત સંકેત મુજબ $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ સાબિત કરો. 2

- (2) એકમ સદિશો $\vec{a}$ અને $\vec{b}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ α હોય તો સાબિત કરો કે; $|\vec{a} - \vec{b} \cos \alpha| = \sin \alpha$. 2

- (ક) (1) પ્રચલિત સંકેતમાં ચતુષ્ફલકના ઘનફળનું સૂત્ર મેળવો. 2

- (2) 'અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત ખૂણો કાટખૂણો છે.' - તેમ સદિશની રીતે સાબિત કરો. 2

- (ડ) (1) એક કણ પર $3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ અને $\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ બળો લગાડતાં કણનું (3, 2, 1) થી (5, 4, 2) સુધી સ્થાનાંતર થાય છે, તો થયેલું કાર્ય શોધો. 2

- (2) જો કોઈ સદિશ $\vec{r}$, X- અને Y- અક્ષોની સાથે અનુક્રમે $\pi/4$ અને $\pi/3$ માપના ખૂણા બનાવે તો તે Z- અક્ષની સાથે કેટલા માપનો ખૂણો બનાવે તે શોધો. 1

- પ્ર.5. (અ) (1) R^3 ના બિંદુ $P(\vec{p})$ થી રેખા $\vec{r} = \vec{a} + K\vec{l}$ ($K \in R$) નું લંબ અંતર મેળવો 2
(બિંદુ P રેખા પર નથી)

- (2) સાબિત કરો કે પરસ્પર સમાંતર ન હોય તેવાં બે સમતલો $\vec{r} \cdot \vec{n}_1 = d_1$ અને $\vec{r} \cdot \vec{n}_2 = d_2$ નો સામાન્ય છેદ રેખા છે. 2

અથવા

R^3 માં આપેલા બિંદુથી આપેલા સમતલનું લંબ અંતરનું સૂત્ર મેળવો.

- (બ) (1) ગોલકની વ્યાખ્યા આપી તેનું વ્યાપક સમીકરણ લખો. 1

- (2) કોઈ રેખા સમઘનના વિકર્ણો સાથે $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ માપના ખૂણા બનાવે તો સાબિત કરો કે; 3

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = \frac{4}{3}$$

અથવા

$$\vec{r} = (2, 1, -2) + K(3, -5, 2), K \in R \text{ અને } \frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{1}$$

વચ્ચેનું લઘુત્તમ અંતર શોધો.

- (ક) (1) $(4, 5, 1), (0, -1, -1), (3, 9, 4), (1, 2, 3)$ શિરોબિંદુઓવાળા ચતુષ્ફલકનું ઘનફળ શોધો. 2

- (2) બિંદુ (a, b, c) માંથી પસાર થતું સમતલ અક્ષોને A, B, C માં છેદે, તો ગોલક OABC નું કેન્દ્ર $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$ પર છે તેમ સાબિત કરો. 2

- (ડ) $f.(2, 3, 4) = 5$, $f.(1, -2, 1) = 3$ અને $f.(11, 2, -7) = 1$ પરસ્પર લંબ સમતલો છે તેમ સાબિત કરો. 3

અથવા

(2, -1, 2) માંથી સમતલ $2x - 3y + 4z = 44$ પરના લંબની લંબાઈ, લંબપાદના યામ અને લંબરેખાનું સમીકરણ મેળવો.

050(G)



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



Q:1

(A)

(1)

$\mathbb{R}^2$ માં અંતર સૂત્ર:

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$ માં રે,

$$AB = d(A, B) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

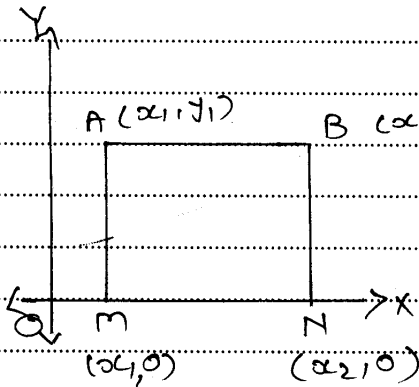
જે $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^+$ પર આ રીતે વ્યાખ્યાયિત છે.

સાબિતી:

$A(x_1, y_1)$ અને $B(x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$ છે.

લિટલ્સ:

AB સમઝિમિત છે.



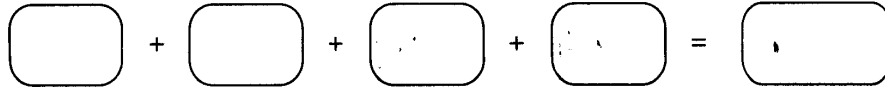
અહીં $A(x_1, y_1)$

અને $B(x_2, y_2)$ માંથી

AB પરના લંબચાદ

અનુક્રમે $M(x_1, 0)$

અને $N(x_2, 0)$ છે.

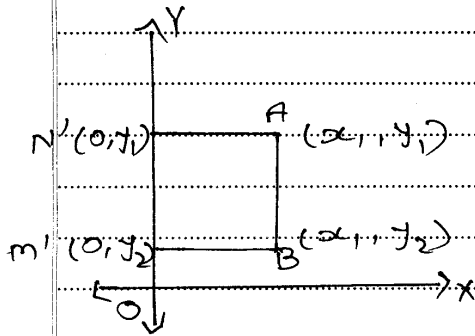


પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક

$$\therefore AB = MN \\ = |x_1 - x_2|$$

વિકલ્પ: ૨

$\overline{AB}$ સમઙ્ગિતિજ કે શિરોલંબ
જથ્થો છે.



અહીં $A(x_1, y_1)$

અને $B(x_1, y_2)$ માંથી

x -અક્ષ પરના

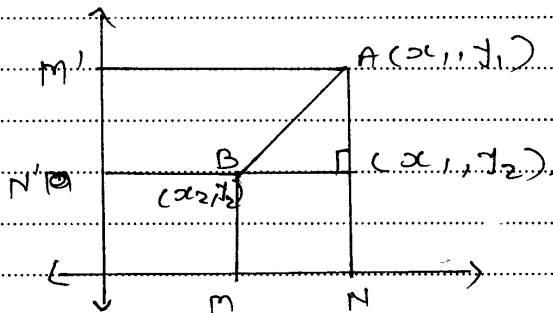
લંબપાદ અનુક્રમે

$M'(0, y_1)$ અને $N'(0, y_2)$
છે.

$$\therefore AB = M'N' \\ = |y_1 - y_2|$$

વિકલ્પ: ૩

$\overline{AB}$ સમઙ્ગિતિજ કે શિરોલંબ
જથ્થો.



અહીં A અને B માંથી x -અક્ષ

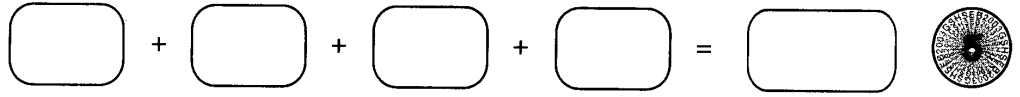
અને y -અક્ષ પરના લંબપાદ

અનુક્રમે M અને N તથા

M' અને N' છે.



પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક



દેવે, B A માંથી B ની પાસે લંબ પાડે છે.

અર્થ: $M(x_1, 0), N(x_2, 0)$

$M'(0, y_1), N'(0, y_2)$ તથા $C(x, y_2)$

-દેવે, $AB^2 = AC^2 + CB^2$

$$= |x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2$$

$$= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

$$\therefore AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

જો AB અમરિતિજ છે ત્રિજોલેખ હોય તો તેના આ પરિણામ સાચું છે.

ગુણધર્મો:

$A(x_1, y_1)$ અને $B(x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$ માટે,

(1) $d(A, B) = d(B, A)$

(2) $d(A, B) \geq 0$

(3) $d(A, B) \leq d(A, C) + d(C, B) \quad C \in \mathbb{R}^2$ છે,

(4) $d(A, B) = 0$ તો $A = B$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

(૨)

~~A (૯૭, ૯૯)~~ A (૯૭, ૯૯)

B (૧૦૦, ૯૬)

C (૧૦૨, ૧૦૦)

આથી ઉગમબિંદુ સ્થાનાંતર
(h, k) = (૧૦૦, ૯૬) પર કરતા,

નવા યામ

$$x' = x - h$$

$$y' = y - k$$

∴ જૂના યામ

→

નવા યામ

B (૧૦૦, ૯૬)

→

B (૦, ૦)

A (૯૭, ૯૯)

→

A (-૩, ૩)

C (૧૦૨, ૧૦૦)

→

C (૨, ૨)

હવે, ΔABC નું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} |D|$

$$\text{જ્યાં } D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -6 - 2$$

$$= -8$$

$$\therefore |D| = 8$$

$$\therefore \Delta = \frac{1}{2} |D| = 4 \text{ એકમ}$$

$$\therefore \text{ક્ષેત્રફળ} = 4 \text{ એકમ}$$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

(B)

(17)

B (2, 3)

C (-1, 4)

તથા બિંદુ A x-અક્ષ પર આવેલું હોવાથી કારણ કે A (x, 0) છે.

હવે, ΔABC નું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} |D|$

$$\text{જ્યાં } D = \begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= x(3-4) + 1(8+3)$$

$$= -x + 11$$

$$= 11 - x$$

હવે, $\Delta = 10$ એકમ

$$\therefore 10 = \frac{1}{2} |11 - x|$$

$$\therefore 11 - x = \pm 20$$

$$\therefore 11 - x = 20$$

OR

$$11 - x = -20$$

$$\therefore x = -9$$

OR

$$x = 31$$

$$\therefore A \text{ ના યામ } (x, 0) = (-9, 0)$$

અથવા (31, 0) છે.



$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



પ્રશ્ન/સેટ/પ્રશ્નક્રમાંક

(૨)

જો $A(97, 99)$

$B(100, 98)$

$C(102, 100)$

આથી ઉગમબિંદુ સ્થાનાંતર
 $(h, k) = (100, 98)$ પર કરતા,

નવા ચામ

$$x' = x - h$$

$$y' = y - k$$

∴ જૂના ચામ → નવા ચામ

$B(100, 98) \rightarrow B(0, 0)$

$A(97, 99) \rightarrow A(-3, 1)$

$C(102, 100) \rightarrow C(2, 2)$

એ, ΔABC નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} |D|$

$$\text{જ્યાં } D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -6 - 2$$

$$= -8$$

$$\therefore |D| = 8$$

$$\therefore \Delta = \frac{1}{2} |D| = 4 \text{ એકમ}$$

$$\therefore \text{ક્ષેત્રફળ} = 4 \text{ એકમ}$$



પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક

(2)

$$P (5, 6)$$

$$A (0, 2)$$

$$B (3, 5)$$

સાદી જે P એ AB નું આરક્ષક
 $\lambda : 1$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન
 કરે તો

$$P \text{ ના યામ } = \left(\frac{\lambda x_2 + x_1}{\lambda + 1}, \frac{\lambda y_2 + y_1}{\lambda + 1} \right) \quad (\lambda \neq 0, -1)$$

$$\therefore (5, 6) = \left(\frac{3\lambda}{\lambda + 1}, \frac{5\lambda + 2}{\lambda + 1} \right)$$

$$\therefore \frac{3\lambda}{\lambda + 1} = 5$$

$$\therefore 3\lambda = 5\lambda + 5$$

$$\therefore 2\lambda = -5$$

$$\therefore \lambda = \frac{-5}{2}$$

વિભાજનનો ગુણોત્તર = $-5:2$

$$\text{તથા } b = \frac{5\lambda + 2}{\lambda + 1}$$

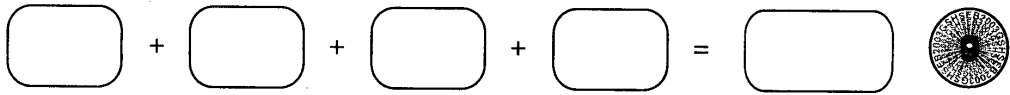
$$= \frac{5(-5/2) + 2}{-5/2 + 1}$$

$$= \frac{-25 + 4}{-3}$$

$$= \frac{-21}{-3} = 7$$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક



$$\therefore b = 7$$

(૬)

(૧) દ્વારો કે રેખા $ax + by + c = 0$ એ
અડે નું A પરથી $\lambda : 1$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન
કે છે.

આથી વિભાજન બિંદુ P હોય, તો

$$P \text{ ના યામ } = \left(\frac{\lambda x_2 + x_1}{\lambda + 1}, \frac{\lambda y_2 + y_1}{\lambda + 1} \right)$$

હવે, આ બિંદુ એ રેખા $ax + by + c = 0$
પર છે.

આથી P ના યામ $ax + by + c = 0$ માં
મૂકતા,

$$a \left(\frac{\lambda x_2 + x_1}{\lambda + 1} \right) + b \left(\frac{\lambda y_2 + y_1}{\lambda + 1} \right) + c = 0$$

$$\therefore a\lambda x_2 + ax_1 + b\lambda y_2 + by_1 + c\lambda + c = 0$$

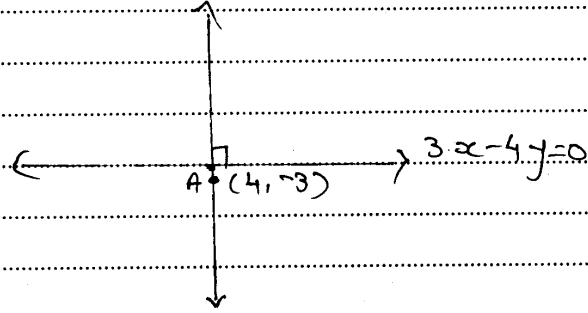
$$\therefore \lambda (ax_2 + by_2 + c) + ax_1 + by_1 + c = 0$$

$$\therefore \lambda = \frac{-(ax_1 + by_1 + c)}{ax_2 + by_2 + c}, \quad \lambda \neq 0, -1$$



પ્રશ્ન/પેટપ્રશ્ન ક્રમાંક

(૩૭)



અહીં રેખા $3x - 4y = 0$ ની

$$\text{ઢાળ } m = \frac{-a}{b}$$

$$= \frac{-3}{(-4)}$$

$$= \frac{3}{4}$$

દેવે, સાગોલી રેખા ની

ઢાળ m_1 હોય તો

$$m_1 m = -1$$

$$\therefore m_1 = \frac{-4}{3}$$

સાગોલી રેખા $(4, -3)$ માંથી પસાર થાય છે.

$\therefore$ રેખાનું સમીકરણ:

$$y - y_1 = m_1 (x - x_1)$$

$$\therefore y + 3 = \frac{-4}{3} (x - 4)$$

$$\therefore 3y + 9 = -4x + 16$$

$$\therefore 4x + 3y + 9 - 16 = 0$$

$$\therefore 4x + 3y - 7 = 0$$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



આ રેખાનો ઢાળ = $\tan \theta = -\frac{4}{3}$

$$\therefore \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\cos \theta = -\frac{3}{5}$$

તથા $r = 10$

હવે, $(x_1, y_1) = (4, -3)$ થી 10 એકમ
અંતરે આવેલા બિંદુના યામ

$$= (x_1 \pm r \cos \theta, y_1 \pm r \sin \theta)$$

$$= (4 \pm 10(-\frac{3}{5}), -3 \pm 10(\frac{4}{5}))$$

$$= (4 \pm -6, -3 \pm 8)$$

$$= (-2, 5) \text{ અથવા } (10, -11)$$

માગેલા બિંદુઓ ના યામ

$(-2, 5)$ અથવા $(10, -11)$ છે.



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

$$\boxed{x_1} + \boxed{y_1} + \boxed{x_2} + \boxed{y_2} = \boxed{}$$



$$= \frac{(p-q)(y_2-y_1)}{(p-q)(x_2-x_1)}$$

$$= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$= \overrightarrow{AB} \text{ નો દેખાડો}$$

આમ, રેખા ચરના કોઈપણ બે
લિંગબિંદુઓની જોડ માટે રેખાનો દેખાડો
અચળ છે.



Q: 2

(A)

(1) R^2 માં બિન શૂન્ય સમીકરણો
સંબંધિત સમીકરણો:

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0, \quad a^2 + h^2 + b^2 \neq 0$$

વિકલ્પ: 1

$$b = 0$$

$$\text{આથી } ax^2 + 2hxy = 0$$

$$\therefore x(ax + 2hy) = 0$$

$\therefore x = 0$, $ax + 2hy = 0$, જે બે
રેખાઓ દર્શાવે છે.

વિકલ્પ: 2

$$b \neq 0$$

$$\text{આથી સમીકરણ } ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$$

જે $(x^2 \neq 0)$ વડે ભાગતા,

$$a + 2h \frac{y}{x} + b \frac{y^2}{x^2} = 0$$

$$\text{હવે, } \frac{y}{x} = m \text{ લેતા,}$$

$$a + 2hm + bm^2 = 0$$

$$\therefore bm^2 + 2hm + a = 0$$

હવે, આ સમીકરણના બે

બીજાં m_1 અને m_2 હોય તો

$$\Delta = b^2 - 4ac \text{ મારાં}$$

$$\Delta = 4h^2 - 4ab$$

$$= 4(h^2 - ab)$$

જો $\Delta > 0$ એટલે કે $h^2 - ab > 0$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{} \quad \text{●}$$

હોય, તો આપેલુ સમીકરણ બે
મિલ્લે રેખાઓ દર્શાવે છે.

→ જો $\Delta = 0$ તો $m_1 = m_2$ આથી સ્પર્શ
સમીકરણ એક જ રેખા દર્શાવે.

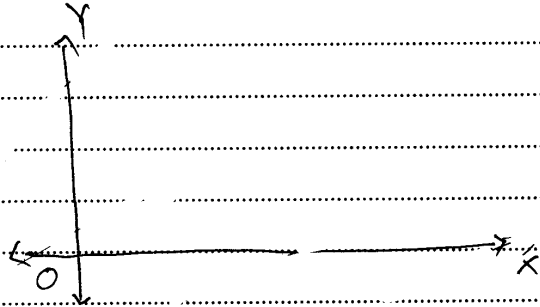
→ જો $\Delta < 0$ એટલે કે $h^2 - ab < 0$
હોય, તો આપેલુ સમીકરણ
બે રેખાઓ દર્શાવે નહીં.

→ આમ, સમીકરણ $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$
બે મિલ્લે રેખાઓ દર્શાવે તેની
શરત કે $h^2 - ab \geq 0$ છે.



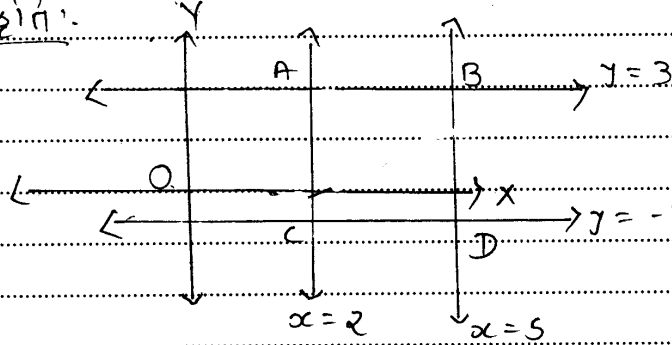
પ્રશ્ન/
પેટપ્રશ્ન
ક્રમાંક

(2)



રેખાઓ $x=2$, $x=5$
 $y=3$ અને $y=-1$

આકૃતિ:



અહીં આપેલી રેખાઓ દ્વારા રચાતો
લંબચોરસ $\square ABCD$ દર્શાવ્યો છે.

$$\text{અહીં } CD = |5-2|$$

$$= 3$$

$$AC = |3-(-1)|$$

$$= 4$$

$$\therefore \text{લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ} = AC \times CD$$

$$= 4 \times 3$$

$$= 12 \text{ એકમ}$$

$$\therefore \boxed{\text{ક્ષેત્રફળ} = 12 \text{ એકમ}}$$



પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક

(૫)

(૧)

વર્તુળ $x^2 + y^2 = r^2$ નો (x_1, y_1) બિંદુ આગળ નો સ્પર્શક

$$xx_1 + yy_1 = r^2 \text{ છે.}$$

પરંતુ આ જ બિંદુ આગળનો સ્પર્શક રેખા $y = mx + c$ છે.

આથી રેખાઓ $xx_1 + yy_1 = r^2$ અને

$$mx - y = -c \text{ એક જ રેખા દર્શાવે છે.}$$

$$\therefore \frac{x_1}{m} = \frac{y_1}{(-1)} = \frac{-r^2}{c}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-mr^2}{c} \text{ અને } y_1 = \frac{r^2}{c}$$

હવે, બિંદુ (x_1, y_1) વર્તુળ પર છે.

$$\therefore x_1^2 + y_1^2 = r^2$$

$$\therefore \frac{m^2 r^4}{c^2} + \frac{r^4}{c^2} = r^2$$

$$\therefore \frac{m^2 r^2}{c^2} + \frac{r^2}{c^2} = 1$$

$$\therefore c^2 = m^2 r^2 + r^2$$

$$\therefore \boxed{c^2 = (m^2 + 1) r^2}, \text{ જે રેખા}$$

$y = mx + c$ વર્તુળનો સ્પર્શક તેની શરત છે

$$\begin{aligned} \text{તથા સ્પર્શકબિંદુ} &= (x_1, y_1) \\ &= \left(\frac{-mr^2}{c}, \frac{r^2}{c} \right) \end{aligned}$$



$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



પ્રશ્ન/
પેટપ્રશ્ન
ક્રમાંક

આમ, સ્પર્શ બિંદુના યામ $(-\frac{mk^2}{c}, \frac{k^2}{c})$ છે

(2)

રેખા $3x + 4y - 10 = 0$

અથવા રેખા $6x + 8y + k = 0$

$\therefore$ રેખાઓ $6x + 8y - 20 = 0$
અને $6x + 8y + k = 0$

$$\therefore \text{લેન અંતર} = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{|k - (-20)|}{\sqrt{36 + 64}}$$

$$= \frac{|k + 20|}{\sqrt{100}}$$

$$= \frac{|k + 20|}{10}$$

હવે, $\frac{|k + 20|}{10} = \frac{7}{2}$

$$\therefore |k + 20| = \frac{7 \times 10}{2}$$

$$= 35$$

$$\therefore k + 20 = \pm 35$$

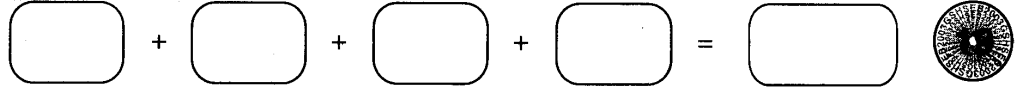
$$\therefore k = -20 + 35 \quad \text{OR} \quad k = -20 - 35$$

$$= 15 \quad \text{OR} \quad k = -55$$

$$\therefore k = 15 \quad \text{અથવા} \quad k = -55$$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક



રેખાઓ

$$5x + 3y + k = 0$$

$$kx - y + 11 = 0$$

અને

$$13x - y + 46 = 0$$

અંગામી છે

$$\therefore \begin{vmatrix} 5 & 3 & k \\ k & -1 & 11 \\ 13 & -1 & 46 \end{vmatrix} = 0$$

$$\therefore 5(-46 + 11) - 3(46k - 143) + k(-k + 13) = 0$$

$$\therefore 5(-35) - 3(46k - 143) + k(12k) = 0$$

$$\therefore 12k^2 - 138k + 429 - 175 = 0$$

$$\therefore 12k^2 - 138k + 254 = 0$$

$$\therefore 6k^2 - 69k + 127 = 0$$

$$\therefore -175 - 138k + 429 - k^2 + 13k = 0$$

$$\therefore 254 - 125k - k^2 = 0$$

$$\therefore k^2 + 125k - 254 = 0$$

$$\therefore (k + 127)(k - 2) = 0$$

$$\therefore k = -127$$

$$\text{અથવા } k = 2$$

$$\text{એ } D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ k & -1 \end{vmatrix} = -5 - 3k$$

$$k = 2 \text{ માટે}$$

$$D_1 = -5 - 3(2) \neq 0$$

$$k = -127 \text{ માટે}$$

$$D_1 = -5 - 3(-127) \neq 0$$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

$$\text{નવા } D_2 = \begin{vmatrix} k & -1 \\ 13 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -k + 13$$

$$k = 2 \text{ જાણે } D_2 = -2 + 13 = 11 \neq 0$$

$$k = 15 \text{ જાણે, } D_2 = +12 + 13 = 25 \neq 0$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 13 & -1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 39 + 5 = 44 \neq 0$$

આથી $k = 2$ અથવા $k = 127$ જાણે છે.

$$\therefore k = 2 \text{ અથવા } k = 127$$

$$\therefore k = 2 \text{ કે } k = 127$$



પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક



(૬)

(૧)

ધર્મી $x^2 + y^2 - 2ax + c^2 = 0$

અથવા સમી.ને $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$

સાથે સરખાવતા,

$$2g_1 = -2a,$$

$$2f_1 = 0, \quad c_1 = c^2$$

$$\therefore g_1 = -a, \quad f_1 = 0$$

અથવા ધર્મી $x^2 + y^2 - 2by - c^2 = 0$

અથવા સમી.ને $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$

સાથે સરખાવતા,

$$2g_2 = 0,$$

$$2f_2 = -2b, \quad c_2 = -c^2$$

$$\therefore g_2 = 0, \quad f_2 = -b, \quad c_2 = -c^2$$

એ, ડા.બા. = $2g_1g_2 + 2f_1f_2$

$$= 2(-a)(0) + 2(0)(-b)$$

$$= 0 + 0$$

$$= 0$$

સં.બા. = $c_1 + c_2$

$$= c^2 - c^2$$

$$= 0$$

$$\therefore 2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2 \quad \text{જે છે}$$

ધર્મી લંબ રહેલી હોવાની શરત છે.

આથી આપેલા બંને ધર્મી પરસ્પર લંબરહેલી છે.



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

(2)

$x^2 + y^2 = 17$ ને $(4, 1)$ બિંદુએ

સ્પર્શકનું

સમીકરણ

$$x(x_1 + y y_1 = k^2 \text{ જ્યાં } (x_1, y_1) = (4, 1)$$

$$4x + y = 17 \text{ છે.}$$

(આથી $(4, 1)$ બિંદુ વળુળ $x^2 + y^2 = 17$

પર છે. તથા આ બિંદુએ

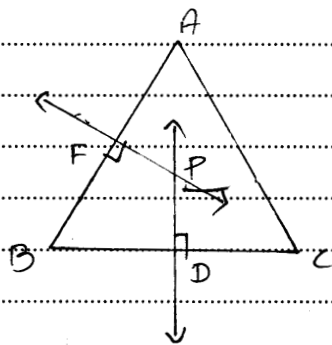
સ્પર્શકનું સમીકરણ $4x + y = 17$ છે.

- ૬ (૬)

$\triangle ABC$ માં $A (2, 3)$

$B (4, 7)$

અને $C (-2, 5)$ છે.



હવે, BC નું મધ્યબિંદુ $= \left(\frac{4-2}{2}, \frac{7+5}{2} \right)$

$$= (1, 6)$$

તથા BC નો ઢાળ $= \frac{7-5}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$



પ્રશ્ન/પેટપ્રશ્ન ક્રમાંક

$$\square + \square + \square + \square = \square$$



∴ તેને લંબરેખા $\overleftrightarrow{PD}$ નો ઢાળ = -3

∴ $\overleftrightarrow{PD}$ નું સમીકરણ $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $\therefore y - 6 = -3(x - 1)$

$$\therefore y - 6 = -3x + 3$$

$$\therefore 3x + y - 6 - 3 = 0$$

$$\therefore 3x + y - 9 = 0 \text{ ————— (1)}$$

હવે, $\overline{AB}$ નું મધ્યબિંદુ $= \left(\frac{2+4}{2}, \frac{3+7}{2} \right)$
 $= (3, 5)$

તથા $\overleftrightarrow{AB}$ નો ઢાળ $= \frac{7-3}{4-2}$
 $= \frac{4}{2}$
 $= 2$

∴ તેને લંબરેખા $\overleftrightarrow{FP}$ નો ઢાળ = $-\frac{1}{2}$

∴ લંબાદિભાજક $\overleftrightarrow{PF}$ નું સમીકરણ
 $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\therefore y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 3)$$

$$\therefore 2y - 10 = 3 - x$$

$$\therefore x + 2y - 13 = 0 \text{ ————— (2)}$$

હવે, સમી. (1) અને (2) નું હોદબિંદુ એ મિલિટોન્સ છે.

$$6x + 2y - 18 = 0$$

$$\underline{x + 2y - 13 = 0}$$

$$5x - 5 = 0$$



$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

$$\therefore x = 1$$

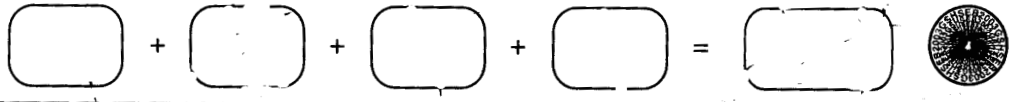
$$\therefore \text{સર } x + 2y - 13 = 0 \text{ પરથી}$$

$$y = 6$$

$\therefore$ પરિકેન્દ્ર P ના ધાન = (1, 6) છે.



૪૩/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક



Q: 3

(A)

(1) પરવલય $y^2 = 4ax$ નો (x_1, y_1) બિંદુએ સ્પર્શક રેખા $yy_1 = 2a(x + x_1)$ છે.

હવે, આ જ બિંદુએ સ્પર્શક રેખા $y = mx + c$ છે.

$\therefore yy_1 = 2ax + 2ax_1$ અને $y = mx + c$ એક જ રેખાઓ છે.

$$\therefore \frac{y_1}{1} = \frac{2a}{m} = \frac{2ax_1}{c}$$

$$\therefore y_1 = \frac{2a}{m}$$

$$\text{અને } x_1 = \frac{c}{m}$$

હવે, (x_1, y_1) બિંદુ પરવલય $y^2 = 4ax$ પર છે.

$$\therefore y_1^2 = 4ax_1$$

$$\therefore \frac{4a^2}{m^2} = 4a \left(\frac{c}{m} \right)$$

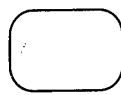
$$\therefore \boxed{c = \frac{a}{m}}, \text{ જે રેખા } y = mx + c$$

પરવલયને સ્પર્શે તેની રાશી છે.

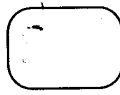
$$\text{હવે, સ્પર્શબિંદુ } (x_1, y_1) = \left(\frac{c}{m}, \frac{2a}{m} \right)$$

$$c = \frac{a}{m} \text{ હોવાથી સ્પર્શબિંદુ નાયામ } = \left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m} \right)$$

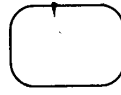
$$\therefore \text{સ્પર્શબિંદુ નાયામ } \left(\frac{a}{m^2}, \frac{2a}{m} \right) \text{ છે.}$$



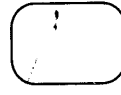
+



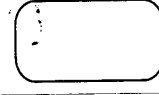
+



+



=



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

(2)

દ્વિઘાતી ચરપલય $y^2 = 16x$ ને
 $y^2 = 4ax$ સાથે સરખાવતા,

$$4a = 16$$

$$\therefore a = 4$$

હવે, દ્વારો કે તાલિજીવાનું
સંકલન સંત્યજિંદગી

$$P(t_1) = (at_1^2, 2at_1)$$

$$Q(t_2) = (at_2^2, 2at_2)$$

$$\text{હવે, } (at_1^2, 2at_1) = \left(\frac{16}{9}, -\frac{16}{3}\right)$$

$$\therefore 2at_1 = -\frac{16}{3}$$

$$\therefore 8t_1 = -\frac{16}{3}$$

$$\therefore t_1 = \frac{-16}{3 \times 8}$$

$$= -\frac{2}{3}$$

હવે, તે જ તાલિજીવા દોષાથી

$$t_1, t_2 = -1$$

$$\therefore t_2 = +\frac{3}{2}$$

$\therefore$ બંને સંત્યજિંદગી $Q(at_2^2, 2at_2)$

$$= \left(4\left(\frac{9}{4}\right), 8\left(\frac{3}{2}\right)\right)$$

$$= (9, 12)$$



મથ/
પેટાપત્ર
ક્રમાંક

$$\square + \square + \square + \square = \square$$



∴ બાજુ સંત્યજિંદુ (9, 12) છે.

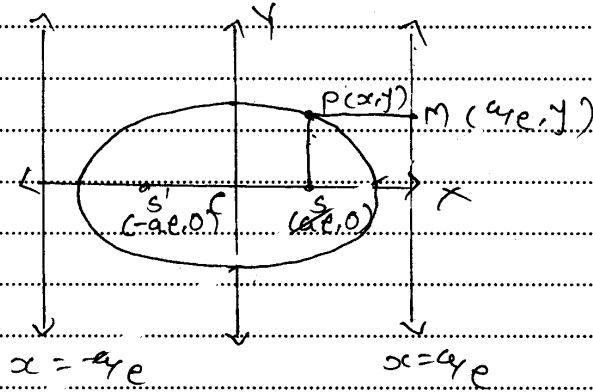
(બ)

(1) ઉપવલયની વ્યાખ્યા:

અમતલમાં કોઈ નિશ્ચિત બિંદુ નો તથા એક નિશ્ચિત રેખા ની. અમતલના જે બિંદુઓ ના આ નિશ્ચિત બિંદુથી અંતર તથા નિશ્ચિત રેખાથી લંબઅંતરનો ગુણોત્તર અચળ હોય તથા તે 1 થી નાનો હોય તેવા બિંદુઓ ના ગણને ઉપવલય કહે છે.

→ ઉપવલય માટે, $0 < e < 1$

- $SP + S'P = 2a$ ની સાબિતી:



અહીં $\frac{SP}{PM} = e$

∴ $SP = ePM$

∴ $SP = e \left(x - \frac{a}{e} \right) = ex - a$

આ જ રીતે $S'P = e \left(x + \frac{a}{e} \right) = ex + a$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

દેવે, $e < 1$

તથા $x < a$

$\therefore ex < a$

$\therefore |ex - a| = a - ex$

તથા $|ex + a| = a + ex$

$$\therefore SP + S'P \geq a - ex + a + ex \\ = 2a$$

$$\therefore \boxed{SP + S'P = 2a}$$

(2) ઉપલક્ષ્ય $16x^2 + 25y^2 = 400$

$$\therefore \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

આ સમીકરણને $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ સાથે

સરખાવતા,

$$a^2 = 25$$

$$b^2 = 16$$

દેવે, $b^2 = a^2(1 - e^2)$

$$\therefore 16 = 25(1 - e^2)$$

$$\therefore 1 - e^2 = \frac{16}{25}$$

$$\therefore e^2 = \frac{1 - 16}{25}$$

$$= \frac{9}{25}$$

$$\therefore \boxed{e = \frac{3}{5}}$$

$\therefore$ ઉપલક્ષ્યની ઉત્કેન્દ્રતા $= \frac{3}{5}$



શ્રી
પ્રશ્ન
પાંક

$$\square + \square + \square + \square = \square$$



હવે, નાભિના યામ = $(\pm ae, 0)$

$$= (\pm 5(3/5), 0)$$

$$= (\pm 3, 0)$$

$$\therefore \text{નાભિ ના યામ} = (\pm 3, 0)$$

નિયામિકાનું સમીકરણ : $x = \pm \frac{a}{e}$

$$\therefore x = \pm \frac{5}{(3/5)}$$

$$\therefore x = \pm \frac{25}{3}$$

$$\therefore \text{નિયામિકાનું સમીકરણ : } x = \pm \frac{25}{3}$$

$$\text{નાભિલંબની લંબાઈ} = \frac{2b^2}{a}$$

$$= \frac{2(16)}{5}$$

$$= \frac{32}{5}$$

$$\therefore \text{નાભિ લંબની લંબાઈ} = \frac{32}{5}$$



$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



પ્રશ્ન/
પેટપ્રશ્ન
ક્રમાંક

A series of horizontal dotted lines for writing answers, spanning the width of the page below the header section.

$$\square + \square + \square + \square = \square$$



$$= \frac{1}{6} \vec{a} \cdot (\vec{AB} \times \vec{AC})$$

$$= \frac{1}{6} \vec{a} \cdot ((\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{a}))$$

$$= \frac{1}{6} \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c} - \vec{b} \times \vec{a} - \vec{a} \times \vec{c} + \vec{a} \times \vec{a})$$

$$= \frac{1}{6} [\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) - \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) - \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})]$$

$$= \frac{1}{6} |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$$

$$= \frac{1}{6} |[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]|$$

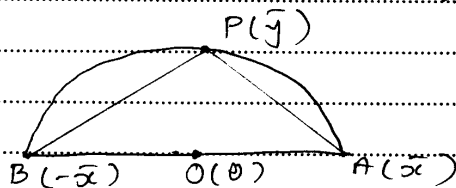
$$= \frac{1}{6} [\vec{a} \vec{b} \vec{c}] \text{ નો માનક}$$

$$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1) \quad \text{અને} \quad (x_3, y_3, z_3)$$

$$\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$$

$$\therefore \text{અનુક્રમિક ઇનક્રમ} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \text{ નો માનક}$$

૨)

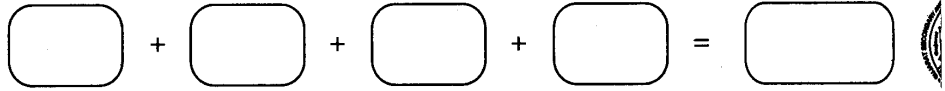


અહીં અર્ધવર્તુળ A P B-OP માં કેન્દ્ર O(0)ને

સામે A(x), B(-x) અને P(y) છે. $\angle APB$ એ અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત કોણ છે.

અહીં ત્રિજ્યા = OP = OB = OA હોવાથી

$$|x| = |y| \text{ થાય.}$$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

∴ લંબાતિવલયની ઉલ્લેખ્યતા = $\sqrt{2}$

(૨)

અતિવલય $x^2 - 2y^2 = 1$ ના

અનંત અવશીકોનું સંયુક્ત

સમીકરણ $x^2 - 2y^2 = 0$ છે

હવે, આ સમીકરણને $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ માટે
સરખાવતા,

$$a = 1, \quad 2h = 0 \therefore h = 0$$

$$\text{અને } b = -2$$

હવે, જો θ એ અનંત અવશીકો, વચ્ચેનો ખૂણો
છે, તો

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2\sqrt{h^2 - ab}}{|a+b|}$$

$$= \tan^{-1} \frac{2\sqrt{0 - 1(-2)}}{|1 - 2|}$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{2\sqrt{2}}{1} \right)$$

$$= \tan^{-1} 2\sqrt{2}$$

∴ એ અનંત અવશીકો વચ્ચેનો ખૂણો

$$\theta = \tan^{-1} 2\sqrt{2} \text{ છે.}$$



શ્રી/શ્રીમતી/શ્રીમતી

(૬)

૧૭

અતિવલય $x^2 - 4y^2 = 4$

$$\therefore \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$$

આ સમીકરણને $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ સ્વરૂપમાં,

$$a^2 = 4, \quad b^2 = 1$$

$$\text{હવે, } b^2 = a^2 (e^2 - 1)$$

$$\therefore 1 = 4 (e^2 - 1)$$

$$\therefore e^2 - 1 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore e^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \boxed{e = \frac{\sqrt{5}}{2}}$$

$$\therefore \text{નાભિના યામ} = (\pm ae, 0)$$

$$= (\pm 2(\frac{\sqrt{5}}{2}), 0)$$

$$= (\pm \sqrt{5}, 0)$$

$$\therefore \text{નાભિ } S(\sqrt{5}, 0) \text{ અથવા } S'(-\sqrt{5}, 0) \text{ છે.}$$

૨૦

$$\text{અહીં દુરબિંદુ યામ} = (\log_e e, \sec \frac{\pi}{3})$$

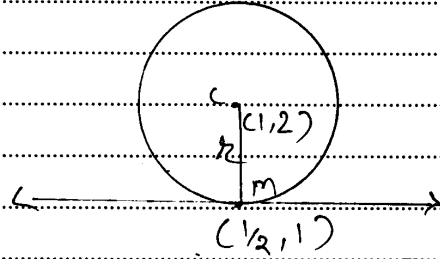
$$= (1, 2)$$

$$\text{પથ સ્પર્શબિંદુ} = (\sin \frac{\pi}{6}, \tan \frac{\pi}{4})$$

$$= (\frac{1}{2}, 1)$$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક



$$\therefore \text{વર્તુળની ત્રિજ્યા, } r = \sqrt{(1 - \frac{1}{2})^2 + (2 - 1)^2}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{1}{4} + 1}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$\therefore$ વર્તુળ નું સમીકરણ

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = r^2$$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \cancel{x^2} - \cancel{2x} + \cancel{1} + y^2 - 4y + 4 = \frac{5}{4}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 - \frac{5}{4} = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 4y^2 - 8x - 16y + 20 - 5 = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 4y^2 - 8x - 16y + 15 = 0$$

જે વર્તુળનું સમીકરણ છે.



શ્રી
પ્રશ્ન
નંબર

૧ : 4

(A)

(1)

$$(x+1)(y-2) = 2$$

$$\therefore xy - 2x + y - 2 = 2$$

$$\therefore xy - 2x + y - 4 = 0 \quad \text{--- (1)}$$

અહીં $a = b = 0$ છે. આથી અક્ષોનું પરિવર્તન

$\theta = \frac{\pi}{4}$ ના ખૂણે કરતા (x, y) ના ચાલ
બદલાઈને (x', y') થાય, તો

$$x = \frac{x' - y'}{\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{x' + y'}{\sqrt{2}}$$

x અને y ની કિંમતો સમી. (1) માં મૂકતા,

$$\left(\frac{x' - y'}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{x' + y'}{\sqrt{2}}\right) - 2\left(\frac{x' - y'}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{x' + y'}{\sqrt{2}}\right) - 4 = 0$$

$$\therefore \frac{x'^2}{2} - \frac{y'^2}{2} - \sqrt{2}x' + \sqrt{2}y' + \frac{x'}{\sqrt{2}} + \frac{y'}{\sqrt{2}} - 4 = 0$$

$$\therefore x'^2 - y'^2 - 2\sqrt{2}x' + 2\sqrt{2}y' + \sqrt{2}x' + \sqrt{2}y' - 8 = 0$$

$$\therefore x'^2 - \sqrt{2}x' - y'^2 + 3\sqrt{2}y' - 8 = 0$$

$$\therefore \left(x'^2 - \sqrt{2}x' + \frac{1}{2}\right) - \left(y'^2 - 3\sqrt{2}y' + \frac{9}{2}\right)$$

$$= 8 + \frac{1}{2} - \frac{9}{2}$$

$$\therefore \left(x' - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(y' - \frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = 4$$



પ્રશ્ન
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



દેવે, કોગ્રામિંદુન સ્થાનાંતર $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}})$ આગળ

કરતા, $x = x' - \frac{1}{\sqrt{2}}$, $y = y' - \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\therefore \boxed{x^2 - y^2 = 4}$ ને લંબાતિવલય

દર્શાવે છે.

(૨)

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 2 = 0$$

અહીં $a=b$ હોવાથી અક્ષોનું પરિભ્રમણ $\theta = \frac{\pi}{4}$ ના અંશે કરતા (x, y) ના સાચા બદલાઈને (x', y') થાય, તે

$$x = \frac{x' - y'}{\sqrt{2}}, \quad y = \frac{x' + y'}{\sqrt{2}}$$

દેવે, $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 2 = 0$

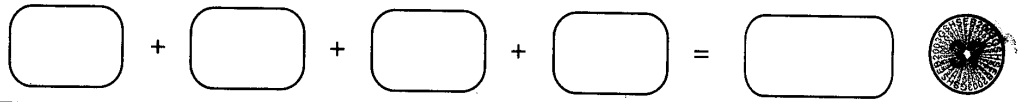
$$\therefore \left(\frac{x' - y'}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{x' + y'}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4\left(\frac{x' - y'}{\sqrt{2}}\right) - 6\left(\frac{x' + y'}{\sqrt{2}}\right) - 2 = 0$$

$$\therefore \frac{x'^2}{2} + \frac{y'^2}{2} + \frac{x'^2}{2} + \frac{y'^2}{2} - 2\sqrt{2}x' + 2\sqrt{2}y' - 3\sqrt{2}x' - 3\sqrt{2}y' - 2 = 0$$

$$\therefore x'^2 + y'^2 - 5\sqrt{2}x' - \sqrt{2}y' - 2 = 0$$

$$\therefore \left(x'^2 - 5\sqrt{2}x' + \frac{25}{2}\right) + \left(y'^2 - \sqrt{2}y' + \frac{1}{2}\right) = 2 + \frac{25}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \left(x' - \frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(y' - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{30}{2} = 15$$



∴ કોના સિદ્ધાંત સ્થાનાંતર $(\frac{5}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ આગળ

કરતા,

$$X = x' - \frac{5}{\sqrt{2}}, Y = y' - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

∴ $x^2 + y^2 = 15$, જે વર્તુળ દર્શાવે છે.

OR

૧૪: $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 2 = 0$

∴ $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 9 + 2 + 4$

∴ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 15$

એ, કોના સિદ્ધાંત સ્થાનાંતર

$(2, 3)$ આગળ કરતા,

$$X = x - 2$$

$$Y = y - 3$$

∴ $x^2 + y^2 = 15$, જે વર્તુળ

દર્શાવે છે.



પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક



(૫)

(૧)

$\mathbb{R}^3$ ના સદિશના દિશાગુણોમત્રો :

જો સદિશ $\vec{r} = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ હોય, તો $a : b : c$ ને સદિશ $\vec{r}$ ના દિશાગુણોમત્રો કહે છે.

→ સદિશની દિશાકોસાધીન :

જો સદિશ $\vec{r} = (a, b, c)$ એ x -અક્ષ, y -અક્ષ, અને z -અક્ષ સાથે આનુક્રમે α, β અને γ સાપના અૂળા બનાવે તો તેમને સદિશના દિશાકોસાધીન કહે છે અને તેમના (કોસાઇન) મૂલ્યોને સદિશકોની દિશાકોસાધીન કહે છે.

→ હવે, $\vec{r} = (a, b, c)$ એ x, y અને z -અક્ષ સાથે આનુક્રમે α, β અને γ સાપના અૂળા બનાવે તો

$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\cos \gamma = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\therefore \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = \frac{a^2}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{b^2}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{c^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2 + b^2 + c^2} = 1$$

$$\square + \square + \square + \square = \square$$



$$\therefore \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

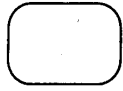
(૨) સદિશો $\vec{a}$ અને $\vec{b}$ એ એકબી સદિશો છે, $(\vec{a}, \vec{b}) = \alpha$ છે.

$$\therefore \cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = \cos \alpha \quad (\because |\vec{a}| = |\vec{b}| = 1)$$

$$\begin{aligned} \text{હવે, } |\vec{a} - \vec{b} \cos \alpha|^2 &= (\vec{a} - \vec{b} \cos \alpha) \cdot (\vec{a} - \vec{b} \cos \alpha) \\ &= \vec{a} \cdot \vec{a} - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \cos \alpha + |\vec{b}|^2 \cos^2 \alpha \\ &= |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \cos \alpha + |\vec{b}|^2 \cos^2 \alpha \\ &= 1 - 2\cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha \\ &= 1 - \cos^2 \alpha \\ &= \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

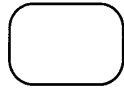
$$\therefore |\vec{a} - \vec{b} \cos \alpha| = \sin \alpha$$



+



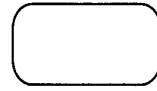
+



+



=

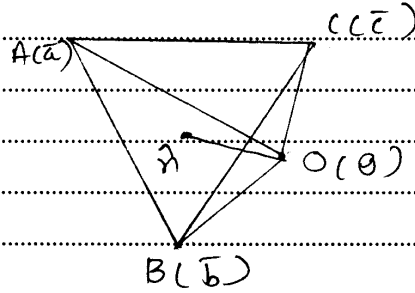


પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક

(૬)

(૧૭)

અનુકૂળકના ઇનકળનુ સૂત્ર:



ધારો કે અનુકૂળક $O-AB$ (નાં $O(0)$ નાં આગેસે અન્ય શિરોબિંદુઓ $A(a)$, $B(b)$ અને $C(c)$ છે.

હવે, ત્રિકોણ ABC નાં અઘાતલને લેલ એકમ સદિશ ને દોષ, તો

$$\vec{n} = \frac{\vec{AB} \times \vec{AC}}{|\vec{AB} \times \vec{AC}|}$$

$$\text{હવે, } \Delta ABC \text{ નુ ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$

તથા અનુકૂળકની ઊંચાઈ = વેનો ને પરતો પ્રકોપ ૨)

$$\begin{aligned} &= \vec{v} \cdot \vec{n} \\ &= \vec{v} \cdot \frac{\vec{AB} \times \vec{AC}}{|\vec{AB} \times \vec{AC}|} \end{aligned}$$

હવે, અનુકૂળકનુ ઇનકળ $V = \frac{1}{3} \times \text{ઊંચાઈ} \times \text{ત્રિકોણનુ ક્ષેત્રફળ}$

$$\therefore V = \frac{1}{3} \times \left(\vec{v} \cdot \frac{\vec{AB} \times \vec{AC}}{|\vec{AB} \times \vec{AC}|} \right) \times \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{} \quad \text{[Image of a target symbol]$$

$$= \frac{1}{6} \vec{a} \cdot (\vec{AB} \times \vec{AC})$$

$$= \frac{1}{6} \vec{a} \cdot ((\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{a}))$$

$$= \frac{1}{6} \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c} - \vec{b} \times \vec{a} - \vec{a} \times \vec{c} + \vec{a} \times \vec{a})$$

$$= \frac{1}{6} [\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) - \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) - \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})]$$

$$= \frac{1}{6} |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$$

$$= \frac{1}{6} |[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]|$$

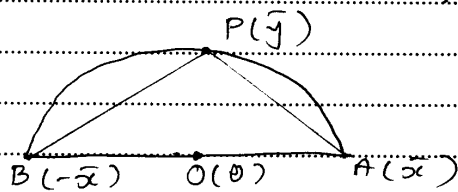
$$= \frac{1}{6} [\vec{a} \vec{b} \vec{c}] \text{ નો માનક}$$

$$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1) \quad \text{અને} \quad (x_3, y_3, z_3)$$

$$\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$$

$$\therefore \text{અનુક્રમિક ઇનક્રી} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \text{ નો માનક}$$

૨)



અહીં અર્ધવર્તુળ A P B-OP માં કેન્દ્ર O(0) ને

સામેકો A(x), B(-x) અને P(y) છે. $\angle APB$ એ અર્ધવર્તુળમાં અંતર્ગત કોણ છે.

અહીં ત્રિજ્યા = OP = OB = OA હોવાથી
 $|x| = |y|$ થાય.



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

$$\square + \square + \square + \square = \square$$

હવે, $\vec{AP} \cdot \vec{PB} = (\vec{j} - \vec{x}) \cdot (\vec{x} + \vec{j})$

$$= |\vec{j}|^2 - |\vec{x}|^2$$

$$= 0$$

$$(\because |\vec{x}| = |\vec{j}|)$$

$$\therefore \vec{AP} \perp \vec{PB}$$

$$\therefore m\angle APB = \frac{\pi}{2}$$

આથી અધિકારીનાં અંગતીન ચૂંટી
કાર્યચૂંટી છે.

(3)

(17)

અહીં કોઈ પણ બિંદુ બાદ,

$$\vec{F}_1 = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$$

$$= (3, -1, 2)$$

તથા $\vec{F}_2 = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$

$$= (1, 3, -1)$$

$$\therefore \text{નિરૂપાત્રી બાદ } \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$= (3, -1, 2) + (1, 3, -1)$$

$$= (4, 2, 1)$$

તથા સ્થાનાંતર $A(3, 2, 1)$ થી $(5, 4, 2)$ થાય છે

$$\therefore \text{સ્થાનાંતર } \vec{AB} = (5, 4, 2) - (3, 2, 1)$$

$$= (2, 2, 1) \text{ એકમ}$$

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



∴ કાર્ય $W = \vec{F} \cdot \vec{AB}$

$$= (4, 2, 1) \cdot (2, 2, 1)$$

$$= 8 + 4 + 1$$

$$= 13 \text{ એકમ}$$

∴ 13 એકમ કાર્ય થયું હોય.

2) સમીપ સમીક્ષા કરીએ તો x, y અને z અંશ સમીપે અંશકરણે α, β અને γ યુગ્મો બનાવે તો

$$\alpha = \pi/4 \text{ અને } \beta = \pi/3$$

$$\cos \alpha = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \beta = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\text{હવે, } \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\therefore \cos^2 \gamma = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \cos \gamma = \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore \boxed{\gamma = \frac{\pi}{3} \text{ કે } \gamma = \frac{2\pi}{3}}$$



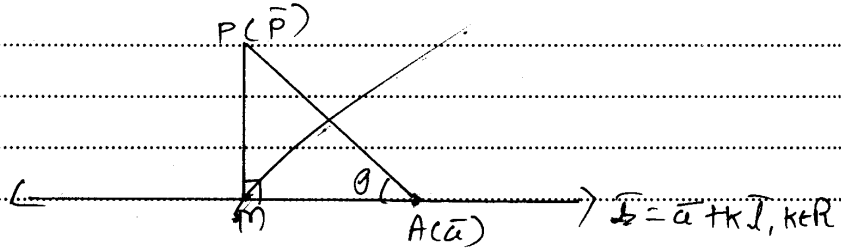
પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક

□ + □ + □ + □ = □

૧ : 5

(A)

(1)



અહીં $P(P)$ એ રેખા $r = a + tI, t \in R$ ની બહારનું બિંદુ છે.

P માંથી રેખા પરનો લંબચાલ M છે. આમલે PM અંતર શોધવું છે.

$$\text{હવે, } |\vec{AP} \times \vec{I}| = |\vec{AP}| |\vec{I}| \sin \theta$$

$$= |\vec{I}| |\vec{AP}| \sin \theta$$

$$\text{હવે, } \sin \theta = \frac{PM}{AP}$$

$$\therefore PM = |\vec{AP}| \sin \theta$$

$$\therefore |\vec{AP} \times \vec{I}| = |\vec{I}| PM$$

$$\therefore PM = \frac{|\vec{AP} \times \vec{I}|}{|\vec{I}|}$$

$\therefore PM = \frac{|\vec{AP} \times \vec{I}|}{|\vec{I}|}$, જે બિંદુ P અને રેખા વચ્ચેનું લંબઅંતર છે.

$$\text{હવે, } \vec{P} = (P_1, P_2, P_3) \quad \text{નથા, } \vec{I} = (I_1, I_2, I_3)$$

$$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$$

હોય. તો

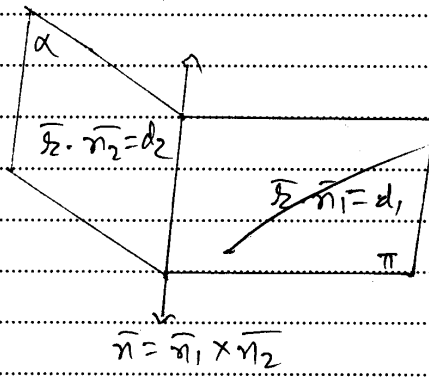
$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



$$PM = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p_1 - \alpha_1 & p_2 - \alpha_2 & p_3 - \alpha_3 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{vmatrix} \quad \text{નો જાનોંક}$$

(2)

સમતલો $\vec{r} \cdot \vec{n}_1 = d_1$ અને $\vec{r} \cdot \vec{n}_2 = d_2$ નો છેદ :



હવે, બંને સમતલો પરસ્પર સમાંતર ન હોવાથી, $\vec{n}_1$ અને $\vec{n}_2$ પણ પરસ્પર સમાંતર નથી, $\therefore \vec{n} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 \neq 0$ હોય, દ્વારા કે $A(\vec{n})$ એ સમતલો $\vec{r} \cdot \vec{n} = d_1$ અને $\vec{r} \cdot \vec{n}_2 = d_2$ ના સામાન્ય છેદનો એક છેડક છે. અહીં $A(\vec{n})$ એ બંને સમતલ પર હોવાથી $\vec{n} \cdot \vec{n}_1 = d_1$ અને $\vec{n} \cdot \vec{n}_2 = d_2$ $\therefore (\vec{r} - \vec{n}) \cdot \vec{n}_1 = 0$ અને $(\vec{r} - \vec{n}) \cdot \vec{n}_2 = 0$

આથી $\vec{n}_1$ અને $\vec{n}_2$ બંનેએ $\vec{r} - \vec{n}$ લંબ સિદ્ધિ $\vec{r} - \vec{n}$ છે. હવે, $\vec{n} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$ પણ બંને સમતલોને લંબ છે. આથી $\vec{r} - \vec{n}$ એ $\vec{n}$ ને સમાંતર છે. $\therefore \vec{r} - \vec{n}$ કોઈક $k \in \mathbb{R}$ એવો મળે કે જેથી $\vec{r} - \vec{n} = k \vec{n}$, $k \in \mathbb{R}$ $\therefore \vec{r} = \vec{n} + k \vec{n}$, $k \in \mathbb{R}$, જે રેખાનું સમીકરણ



$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક

હો,

આમ, બંને સમતલો $\vec{r} \cdot \vec{n}_1 = d_1$ અને

$\vec{r} \cdot \vec{n}_2 = d_2$ બંને સમતલોનો

સામાન્ય હોદ રેખા $\vec{r} = \vec{a} + k\vec{n}_1, k \in \mathbb{R}$ છે.

જ્યાં $\vec{n} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$

(૫)

(૧) ગોલકનું વ્યાખ્યા :

$\mathbb{R}^3$ માં કોઈ નિર્ણિત બિંદુથી અચળ અંતરે આવેલા બિંદુઓના ગોળાને ગોલક કહે છે.

→

$\mathbb{R}^3$ માં ગોલકનું વ્યાપક સમીકરણ :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2\alpha x - 2\beta y - 2\gamma z + \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - d^2 = 0$$

$$\text{હો, જે } x^2 + y^2 + z^2 + 2\alpha x + 2\beta y + 2\gamma z + d = 0$$

પ્રકારનું હો, જે ગોલકનું વ્યાપક સમીકરણ છે.

(૨)

રેખા $\vec{r} = (2, 1, -2) + k(3, -5, 2)$

જે $\vec{r} = \vec{a} + k\vec{l}$, $k \in \mathbb{R}$ સાથે સરખાવતા,

$$\vec{a} = (2, 1, -2)$$

$$\vec{l} = (3, -5, 2)$$

તથા રેખા $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{1}$ માટે,

$$\vec{b} = (0, 0, 0)$$

$$\vec{m} = (2, -3, 1)$$



પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



હવે, $\vec{b} - \vec{a} = (0, 0, 0) - (2, 1, -2)$
 $= (-2, -1, 2)$

તથા $\vec{I} \times \vec{m} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -5 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}$

$$= \vec{i}(-5 + 6) - \vec{j}(3 - 4) + \vec{k}(-9 + 10)$$

$$= \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

$$= (1, 1, 1)$$

$$\therefore |\vec{I} \times \vec{m}| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

$\therefore$ બે વિષમતલીય રેખાઓ વચ્ચેનું લઘુત્તમ અંતર P હોય, તો

$$P = \left| \frac{(\vec{b} - \vec{a}) \cdot (\vec{I} \times \vec{m})}{|\vec{I} \times \vec{m}|} \right|$$

$$= \left| \frac{(-2, -1, 2) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{3}} \right|$$

$$= \left| \frac{-2}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{3} \right|$$

$$= \left| \frac{-1}{\sqrt{3}} \right|$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}$$

આમ, બે વિષમતલીય રેખાઓ વચ્ચેનું લઘુત્તમ અંતર $= \frac{1}{\sqrt{3}}$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

(૪)

(17)

$$V(4, 5, 1)$$

$$A(0, -1, -1)$$

$$B(3, 9, 4)$$

$$C(1, 2, 3)$$

$$\therefore \vec{VA} = (-4, -6, -2)$$

$$\vec{VB} = (-1, 4, 3)$$

$$\vec{VC} = (-3, -3, 2)$$

$$\therefore \text{અનુષ્ઠાપકલન લેવાનું} = \frac{1}{6} [\vec{VA} \cdot \vec{VB} \cdot \vec{VC}] \text{ નો અભાગ}$$

$$= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -4 & -6 & -2 \\ -1 & 4 & 3 \\ -3 & -3 & 2 \end{vmatrix} \text{ નો અભાગ}$$

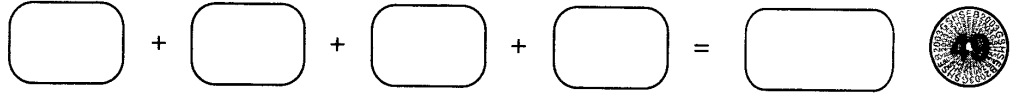
$$= \frac{1}{6} [-4(8+9) + 6(-2+9) - 2(3+12)] \text{ નો અભાગ}$$

$$= \frac{1}{6} [-68 + 42 - 30] \text{ નો અભાગ}$$

$$= \frac{1}{6} [-56]$$

$$= \frac{56}{6}$$

$$= \frac{28}{3} \text{ એકમ}$$



પ્રશ્ન/પેટાપ્રશ્ન ક્રમાંક

∴ અનુસૂચિત ઘનફળી = $\frac{28}{3}$ એકમ

(૬)

દારો કે સમતલ યામકોને અનુક્રમે
A (P, 0, 0) B (0, q, 0) અને C (0, 0, k) માં
છેલે છે.

∴ સમતલનું સમીકરણ $\frac{x}{P} + \frac{y}{q} + \frac{z}{k} = 1$

આ સમતલ બિંદુ (a, b, c) માંથી પસાર થાય છે

$$\therefore \frac{a}{P} + \frac{b}{q} + \frac{c}{k} = 1 \quad \text{--- (1)}$$

હવે, દારો કે ગોલકનું સમીકરણ

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2px + 2qy + 2wz + d = 0 \quad \text{છે}$$

હવે, ગોલક O (0, 0, 0) માંથી પસાર થાય છે,

$$\therefore d = 0$$

ગોલક A (P, 0, 0) માંથી પસાર થાય છે,

$$\therefore P^2 + 2pP = 0$$

$$\therefore p = -\frac{P}{2}$$

ગોલક B (0, q, 0) માંથી પસાર થાય છે

$$\therefore q^2 + 2qy = 0$$

$$\therefore y = -\frac{q}{2}$$

તથા ગોલક C (0, 0, k) માંથી પસાર થાય છે

$$\therefore k^2 + 2wk = 0$$

$$\therefore w = -\frac{k}{2}$$

∴ ગોલકનું કેન્દ્ર = $(-p, -q, -w)$

$$= \left(\frac{P}{2}, \frac{q}{2}, \frac{k}{2}\right)$$



$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

ગોલકના

કેન્દ્રોના

અંકા પામશે

સંબંધિત છે

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2 \text{ પર ચૂકતા,}$$

$$\text{સા.બા.} = \frac{a}{\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{b}{\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{c}{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$= 2 \left(\frac{a}{\frac{1}{2}} + \frac{b}{\frac{1}{2}} + \frac{c}{\frac{1}{2}} \right)$$

$$= 2(1) \quad (\text{સમી. (1) પરથી})$$

$$= 2$$

$$= \text{જા.બા.}$$

$\therefore$ ગોલક $OABC$ નું કેન્દ્ર $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$

પર છે.



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



(૬)

સમતલ $\vec{r} \cdot (2, 3, 4) = 5$ ને $\vec{r} \cdot \vec{n}_1 = d$ સાથે સરખાવતા,
 $\vec{n}_1 = (2, 3, 4)$

સમતલ $\vec{r} \cdot (1, -2, 1) = 3$ ને $\vec{r} \cdot \vec{n}_2 = d$ સાથે સરખાવતા, $\vec{n}_2 = (1, -2, 1)$

સમતલ $\vec{r} \cdot (11, 2, -7) = 1$ ને $\vec{r} \cdot \vec{n}_3 = d$ સાથે સરખાવતા,
 $\vec{n}_3 = (11, 2, -7)$

$$\begin{aligned} \text{દે, } \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 &= (2, 3, 4) \cdot (1, -2, 1) \\ &= 2 - 6 + 4 \\ &= -4 + 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$ છે.

$$\begin{aligned} \vec{n}_2 \cdot \vec{n}_3 &= (1, -2, 1) \cdot (11, 2, -7) \\ &= 11 - 4 - 7 \\ &= 11 - 11 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore \vec{n}_2 \perp \vec{n}_3$ છે.

$$\begin{aligned} \vec{n}_3 \cdot \vec{n}_1 &= (11, 2, -7) \cdot (2, 3, 4) \\ &= 22 + 6 - 28 \\ &= 22 - 22 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore \vec{n}_3 \perp \vec{n}_1$ છે

આથી આપેલા ત્રણેય સમતલોના અભિલંબો



$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$



પ્રશ્ન/
પેટાપ્રશ્ન
ક્રમાંક

પરસ્પર લંબ દોવાથી આપેલા
ત્રિજોષ સમતલો પરસ્પર લંબ હો

**ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર
માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ,
ગાંધીનગર**



**ધોરણ - ૧૨
વિજ્ઞાન પ્રવાહ (ગુજરાતી માધ્યમ)
માર્ચ-એપ્રિલ, ૨૦૦૩**

પ્રશ્નપત્રો અને તજ્જ્ઞો દ્વારા પસંદ કરેલ ઉત્તરવહીઓ

**ગુજરાત માધ્યમિક અને ઉચ્ચતર માધ્યમિક શિક્ષણ બોર્ડ,
સેક્ટર - ૧૦-બી, જૂના સચિવાલય પાસે,
ગાંધીનગર - ૩૮૨ ૦૧૦.**